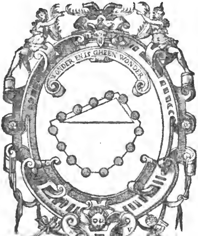
HYPOMNEMATA
MATHEMATICA,

Hoc est eruditus ille pulvis, in quo se exercuit

ILLVSTRISSIMVS, ILLVSTRISsimo & antiquissimo stemmate ortus Princeps, ac Dominus, MAVRITIVS Princeps Auraïcus, Comes Nassoviæ, Cattimoelibocorum, Viandæ, Moersii, &c. Marchio Veræ, & Vlissingę, &c. Dominus civitatis Gravæ, & ditonis Cuyc, civitatum Vyt, Daesburch, &c. Gubernator Geldriæ, Hollandiæ, Zelandiæ, Westfrisiæ, Zutphaniæ, Vltrajecti, Transisalanę, &c. Imperator exercitus Provinciarum fœdere consociatarum Belgii, Architalassus Generalis, &c.

A SIMONE STEVINO *conscripta, & è Belgico in Latinum à* VVIL. SN. *conversa.*



LVGDVNI BATAVORVM,
Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiæ Typographi.

Anno cIↄ. Iↄ. c. VIII.

Illuſtriſſimo Principi,

MAVRITIO PRINCIPI

AVRAICO, COMITI NASSOVIO, &c.

GVBERNATORI, ET ΑΡΧΙΣΤΡΑΤΗΓΩι

Belgii ΑΥΤΟΝΟΜΟΥ, &c.

ILLVSTRISSIME PRINCEPS,

CVM Mathematica tua gymnaſmata in meas manus veniſſent, quemadmodum illa Mathematicarum artium ſcientiſſimus, & planè Archimedeus vir SIMON STEVINVS, *celſitudinis tuæ* ingenioſiſſimus miniſter, machinator ſolertiſſimus, & quaſi Iulii Cæſaris alter Soſigenes in unum volumen contracta, noſtrate, hoc eſt Batavorum linguâ in hominum manus emiſit, & publici juris eſſe fecit, ut contra labantem fugientemque memoriam amuletum eſſet & remedium: ita ſtatim illius viri opera laudata, ita materia ipſa probata fuit, ut in latinum ſermonem converti, & ſic quaſi Romana civitate donari digniſſima viderentur, & quidem duabus de cauſis. Quæ enim invidia eſſet, diviniſſima illa tua Mathemata noſtrâ linguâ concluſa & quaſi conſtricta tenere? neque cum aliis populis & nationibus communicare velle? præſertim cum Muſarum fores candidas eſſe oporteat, Theognide illud ita præcipiente. Deinde ut apud cujusque generis, ætatis, nationis homines, quam poteſt breviſsime, rariſsimum iſtud, maximeque admirabile ingenii, induſtriæ, ſagacitatis, aſsiduitatis & tolerantiæ tuę in Mathematico pulvere exemplum inclareſcat, & teſtatum fiat. Cum enim in præteriti temporis exempla cogitatione regredior, neminem Imperatorum aut Regum, ex omni ætatum, temporum, civitatum memoriâ, invenio, quem ad tantam Mathematum nō dico ſcientiam, ſed quod longè maximum eſt experientiam, uſum, & machinationes perveniſſe, quiſquam hominum, ex ipſorum quidem monu-

mentis, & ſcriptis poſteritati relictis, docere poteſt, ut tecum ILLVSTRISSIME PRINCEPS contendi & comparari, nedum anteponi poſsit, qui in medio tanti, tamque fama & difficultate nobilitati belli incendio & ardore, ita te in hoc pulvere exercuiſti, ut in contemplationibus *Euclides* alter, in machinationibus *Archimedes* alter, in caſtris denique Iulius alter nominari ſis meritus. Necepſus, Petoſiris, Beroſus, & Hermes, quamvis Triſmegiſtus, aliique Reges, Sacerdotes & Sophi, magna ſunt, & per ora hominum volitantia nomina: ſed ſcientiam illorum in diverſis imò univerſis Matheſeos partibus, non ex aliorum teſtimoniis, ſed illorum ipſorum ſcriptis, quis arguet? quis demõſtrabit? Talia vero PRINCEPS ILLVSTRISSIME tua Mathemata ſunt, ut illorum ſcientia tanquam luce colluſtratus (Ennii verbo utor) Sapienti potẽs audias, uſu verò militari inſtructus & armatus in univerſo Terrarũ orbe Bellipotens celebreris, & faxit Armipotens ille Deus

Caneſcas ſeculis innumerabilibus.

Quæ quãtopere ad ſapientiam conducunt philoſophi in ſuis diatribis, & gymnaſiis ſatis diſputant: quam verò oportuna, imò neceſſaria ad militiam mathemata ſint, Homerus poëtarum maximus Mathematicarum Muſarum numine haud dubiè afflatus Achillis clypeo annuiſſe & ſignificaſſe mihi videtur, quando Vulcanum à Thetyde exoratum cœli ſydera, Terræ ſpatia, & Oceani æſtus, hoc eſt univerſæ matheſeos argumentum, & quaſi breviarium in eo cœlaſſe fabulatur: quapropter lepidè admodum & concinnè Ajacem Vlyſſes ludit ac ridet, quod tantarum rerum ignarus & rudis miles tam dædala *Achillis* arma auderet petere.

Scilicet idcirco pro nato cærula mater
Ambitioſa ſuo fuit, ut cœleſtia dona
Artis opus tantæ, rudis & ſine pectore miles
Indueret, neque enim clypei cœlamina novit
Oceanum, & Terras, cumq; alto ſydera cœlo,
Pleïadasq;, hyadasq;, immunemq; æquoris Arcton,
Diverſasq; urbes, nitidumq; Oreonis enſem,
Poſtulat; ut capiat quæ non intelligit arma.

Et pro-

Et profectò quisquis imperator hostem petere, invadere, sustinere, eludere, declinare, antevertere, occasiones præripere, expeditiones obire, hoc est, ut summatim dicam militiam apparare, castra figere ac metari, & cum hoste congredi feliciter ac cum laude vult, à Mathematicis artibus armatus & instructus sit, aut illarum peritos in consiliorum communionem & societatem assumat necesse est. Ideo divinus ille Plato, librorum, quibus suæ reipublicæ cives informat, septimo, nullum disciplinæ genus ἀνδρὶ πολεμικῷ tam necessarium esse, quam numerandi scientiam, scriptum reliquit, & ad Troiam Agamemnonem ineptum & absurdum imperatorem fuisse dicit, si quæ probra & convicia in illum jactabat Palamedes, ab Arithmetica destitutus & quasi exarmatus fuit, quia ab Arithmetica, instruendæ aciei notia est, ait idem. Tactici certè jam inde antiquitus numerum pariter parem 16384 militum isti fini excogitarunt, quia πρὸς τοὺς τῶν ταγμάτων μετασχηματισμοὺς aptissimus est, inquit Ælianus: cuneata enim acies in quadratam, utraque in orbem aliquando colligenda, aut orbis contra in alias figuras explicandus est: Acierum autem σχήματα, quid aliud quam Geometriam veluti in abaco depictam repræsentant & exhibent? cuneus enim dimidiatus Rhombus in triquetrum transformatus ad perrumpendas acies efficax est, quâ figurâ tres cohortes Cæsaris duo Sicambrorum millia perruperunt, & mechanici cunei instar diffiderunt. Orbis ut inter figuras pulcherrimus: ita in usu militari præstantissimus est, cujusmodi acie treceenti legionarii morinorum sex milia amplius quatuor horis duce Trebonio equite Romano sustinuerunt. De Geometrica Castrorũ metatione dicere quid attinet? Polybius disertus satis & locuples autor est, ut nõ frustra illud Platonis sit; ad castrametandum inquientis, ad loca occupandum, ad aciem contrahendum, ad laxandum, ad copias ordinandum in ipsis etiam itineribus, & præliis gnarus an ignarus imperator sit, plurimũ interest. Philippus Macedo cum Melitæorum urbem per dolum & insidias capere vellet, scalas non satis longas secum adferens, spe sua frustratus discessit, quæ res felicissime illi cecidisset, si

altitudine muri è conjuratis cognitâ, aut Gæodæſiæ oculis eminus notatâ, ſcalarum longitudinem ex trianguli rectanguli natura ratiocinari potuiſſet. Quam claram facem imperatori optica accendit? cum illâ colluſtratus, quid hoſtis in caſtris ſuis conetur tanquam præſens coram intueri, hoſtium conſilia & molimina antevertere, claſſem incendio evertere facile poſsit. Specula enim ita collocari poſſe docet, ut ea quæ in vicis, quæ in alienis ædibus geruntur, ut exercitus etiam longinquo ſpatio disjunctus, quaſi ante oculos videatur, ut nō planè fabuloſum ſit, quod Benjamin Tudulenſis, qui ante annos ferè CCCCXL maximam Terrarum orbis partem notatis itineribus dimenſus eſt, refert. In Alexandriæ phari faſtigio ſpeculum collocatum fuiſſe, in quo bellicæ naves, quæ ex Græcia, & reliquo occidente nocendi causâ in Ægyptum navigarent, multas paraſangas diſtantes, videri poſſent, & ſic Ægyptiis longo tempore cautioni fuiſſe, donec tandem à Græco quodam ναυάρχῳ fractū & colliſum ſit: cujus etiam Leo Afer, ſed tanquam fabulæ meminit, & πρηστικὸν fuiſſe ſcribit, ſed illum tanquam cœcū & optici luminis inopem mittamus, ignem certè ſpeculis multifariam, & imprimis parabolico excitari optici noverunt, quo πρηστικῷ genere Archimedes Syracuſanus à Marcello obſeſſa patria Romanorum claſſem exuſſit, ut Galenus, & Anthemius opticus referunt, quâ laude etiam Proclus à Zonara hiſtorico celebratur, qui ad Byzantium flammâ à ſpeculo, tanquam fulmine à cœlo, miſsâ hoſtium claſſem & claſsiarios combuſsit. Quo autem piaculo te, Aſtrologia, præteream, cujus ignorantiâ magni exercitus & imperia ſæpe ſunt deleta, & victoriæ occaſiones è manibus elapſæ. Nicias imperator pavore deficientis Lunæ conſternatus, & cauſæ neſcius, Athenienſium opes, afflixit, quod claſſem è portu educere vereretur: quam penè Alexandri Macedonis miles Lunæ defectu, tanquam ominoſo prodigio dilapſus abiſſet, niſi à Chaldæis & Ægyptiis defectus cauſam edoctus fuiſſet? Quid Agathoclem Syracuſanum commemorem, qui à Luna argumēto ſumpto ſpe vanâ militem implevit. Quanto rectius & conſtantius Sulpitius Gallus, Cice-

ronis.

tonis in Astrologia magister, qui pridie quam Perseus Macedonum rex superatus est, in concionem ab imperatore paulò ante productus Eclipsin prædixit, rationem illius & causam in medium adduxit, & exercitum sollicitudine liberavit. Denique cum ubique, tum maximè in bello occasio dominatur, & utramque quasi paginam facit, ad occasionem, ad temporis notationem, rationemque, ad solstitium, æquinoctium, brumam, ad intermediorum dierum accretiones & diminutiones attendat miles necesse est, diei partes ex umbris, noctis autem ex syderum ortu & occasu metiatur. Sic enim Homerus Vlissem, de rebus non solum mari, sed etiam terrâ gerendis conjecturam è cœlo & astris facientem inducit.

Geographia terrâ marique itinera dirigit & moderatur, ne Mysiam pro Troiade, quod Agamemnon fecisse dicitur, populetur exercitus. Annibal pœnus Pelorum gubernatorem, Megabazus Persa Salganeum ductorem, locorũ, hic Eubœæ, ille Siciliæ inscitia interfecerunt, & Xerxico bello naufragiorum tabulis plena fuit Græcia. Contra Argonautas à Colchica expeditione revenientes Æetæ manibus expedivit & liberavit, dum enim Geographiæ perito & consulto obtemperant, Bospori & Hellesponti angustiis quas ab Æete obsideri timebãt, declinatis, per Istrum flumen in Græciam redierunt. Prudens igitur Aristagoræ Misiorum Tyranni consilium, qui cum Cleomenem Spartanum ad bellum Persis inferendum adhortari vellet, æneam tabulam cui Terræ ambitus, & intervalla incisa erant secũ attulisse, & in ea populos ab Ægæo mari Susa usque, & locorum situs quam accuratissimè ostendisse dicitur. Mechanicæ adjumenta, nonne machinis & tormentis bellicis, quibus urbes oppugnantur, imo expugnantur & contra propugnantur, satis superque testata sunt? quâ laude summi mathematici Archytas, Eudoxus, Proclus, Perseus, ante omnes autem Archimedes nobilitatus fuit, mirabilis certè bellicorum tormentorum, & operum inventor ac machinator, quibus ea, quæ hostis in Syracusarum obsidione ingenti molimine ageret, ipse per levi momento, tanquam Bryareus, aut ἑκατόγχειρ aliquis ludificaretur. Sed quomodo

Vziam

Vziam Iudæorum regem sexcentis ferè annis Archimede majorem ego tacitus præteream, cum scriptura θεόπνευστος illum nominis celebritatem apud longinquas gentes mathematica sua meruisse clamet, *Paravit enim, inquit, scuta, spicula, galeas, loricas, & arcus pro toto exercitu, usque ad fundarum lapides, etiam Hierosolymis machinas ingeniosissimè excogitatas fecit, quæ in turribus & murorum angulis collocatæ mitterent sagittas & grandia saxa, exivitq́, nomen ejus usque in longinquum.* Hinc satis manifestum est, quamvis Græci, gens vana, sibi omnia tribuant, ab Hebræis arma & machinas esse reperta. Sagax certè animus, quod & Eusebius concludit, facilè videt sacra, imperia, artes ab oriente in occasum, (qui & cœli motus est) & in reliquam orbis partem paulatim defluxisse. Sed quo dilapsa est oratio mea, cum id initio propositum non fuerit, & quid ego qui nunquam hostem, nunquam castra, nunquam militaris muneris partem ullam attigi, quid ego inquam ILLVSTRISSIME PRINCEPS hæc apud te, qui incunte adolescentia ad difficillimum bellum, & acerrimos hostes profectus, tot annos, tanta rei militaris scientia, virtute, autoritate, felicitate exercitum duxisti, totque pugnas depugnasti? Itaque vela colligo, & ad id quod initio cœperam me revoco. Istæ inquã causæ & rationes sunt quibus addictus, imò compulsus hæc tua mathemata ILLVSTRISSIME PRINCEPS latina facta, tanquam alterum Achillis impenetrabilem clypeum offero, præsertim cum Typographus impensis suis excusa typis divulgare volens, illud à me rogaret serio.

Celsitudini Tuæ

devotissimus

WIL. SN.

TOMVS PRIMVS

MATHEMATICORVM HYPOMNEMATVM,

DE

COSMOGRAPHIA.

Quo comprehenduntur ea in quibus se exercuit

ILLVSTRISSIMVS, ILLVSTRISsimo & antiquissimo stemmate ortus Princeps, ac Dominus
MAVRITIVS, Princeps Auraïcus, Comes Nassoviæ,
Cattimelibocorum, Viandæ, Moersii, &c. Marchio Veræ, & Vlissingæ, &c.
Dominus civitatis Gravæ, & ditonis Cuyc, civitatum Uyt,
Daesburch, &c. Gubernator Geldriæ, Hollandiæ, Zelandiæ,
Westfrisiæ, Zutphaniæ, Vltrajecti, Transisalanæ, &c.
Imperator exercitus Provinciarum fœdere
consociatarum Belgii, Architalassus
Generalis, &c.

Conscriptus à SIMONE STEVINO.



LVGDVNI BATAVORVM,
Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiæ Typographi.
Anno cIↃ. IↃ. c. VIII.

BREVIARIVM
COSMOGRAPHIÆ.

COsmographia trifariam dispertita agit.

Primò de doctrina Triangulorum.

Secundò de Geographia.

Tertiò de Astronomia, seu orbium cœlestium conversione & motu.

PRÆFATIO.

Ostquam PRINCEPS *multò* ILLUSTRISSIMUS *Mathematicum pulverem non, ut vulgò solent, extremis tantum digitis tetigisset: sed etiam penitius tractavisset (animo enim mentique ejus haud leviter infixum sedebat, Mathematicas artes vocationi munerique suo esse apprimè necessarias) deincepsque jam non tantum si quid de Mathematicis artibus vulgatum publicatumq; esset rimari, sed etiam in scriptis non editis industriam suam exercere cœpisset; ea ego meo more modoque descripta, in ordinem digerebam, & tanquam Mathematica hypomnemata asservabam. Quæ cum* PRINCIPI ILLUSTRISSIMO *itinerum socia, neque omninò periculorum expertia essent; & maximè quidem quod itinera, expeditionesque ista incertis bellorum casibus essent obnoxia. memini me ipsum hâc sollicitudine haud leviter anxium videre; ne, si infortunio aliquo hæc interciperentur, simul quodammodo subsidia, ad quæ cum est opus, tanquam ad sacram anchoram (neque enim ista omnia memoriâ teneri possunt) confugitur, intercidere ne, simulque illa, in quibus sedulam adeò navârat operam, funditus interirent. Quæ cum animo meo perpenderem; præterea etiam hæc non aliena tantum esse monumenta, sed ipsius quoque inventis & epichirematis (quod in ipso opere perspicies) commista: & quidem istiusmodi, ut incredibile videatur ista in Principem tantis, tamque gravibus curis distractum cadere potuisse, nisi causæ quæ hunc scrupulum amolirentur suo loco declaratæ essent. ut inquam adeò infaustum scævumque casum evitarem, tutissimum judicavi, si ista ipsa Hypomnemata typis cudenda subjicerem. eaque tantum huc congererem, quæ tutò & cum utilitate publica vulgari possent; ut unis alterisve deperditis, alii tamen libri extarent. Si quis tamen ita autumet, hoc infortunium declinari potuisse hisce libris bis, terve iteratò descriptis; hoc ob tres causas potissimum commodè fieri haud potuisse respondeo. Primam, ne quis hæc scripta olim nactus, labores nostros, nostraque epichiremata, & inventa sibi adscriberet: id enim nonnunquam evenisse vidimus; quæ res solùm editis libris optimè declinabitur. Deinde jam hoc commodi inde existet, ut si qui commissos in istis errores notabunt, corrigant, & publico bono aliis novis inventionibus locupletent. quod voluptati erit ei cui ista descripta sunt. Denique cum in sequentibus ostensurus sim me arbitrari maximas & illustrissimas artes, quales erudito seculo cognitæ erant, inveniri & perfici non posse, nisi à maximâ aliquâ hominum societate suâ vernaculâ linguâ collatis operis tractentur, cumque totum hoc opus isti maximè fini institutum sit, descriptumque, horum librorum occultatio à proposito sibi scopo, & instituto meo foret aliena.*

MATHEMATICORVM HYPOMNEMATVM ARGVMENTVM, ET ORDO.

HYpomnemata hæc Mathematica in quinque volumina seu tomos disparavimus, eritque

Primus De Cosmographia.

Secundus De Praxi Geometrica.

Tertius de Statica.

Quartus De Optica.

Quintus de Miscellaneis.

Singulis Tomis argumenti sui summarium, quo librorum, partium, tmematúmve ordo, & numerus explicetur, præfiximus.

PRIMVS LIBER
DOCTRINAE TRIANGVLORVM,
DE
SINVVM CANONIBVS
FABRICANDIS.

*4

BREVIARIVM HVIVS LIBRI

DE FABRICA SINVVM.

Post novem quam maximè necessarias definitiones succedent propositiones de sinuum canone fabricando, eiusdemque usu: post has tangentium, secantiumque fabrica, (quæ sinuum quædam species sunt, ex iisque derivata & propagata) earundemque usus sequetur.

PARS PRIMA
COSMOGRAPHIÆ,
DE
TRIANGVLORVM
DOCTRINA.

BREVIARIVM DOCTRINAE
TRIANGVLORVM.

ISta Triangulorum doctrina cujus utilitas neceſſitaſque ad Geographiam, Aſtronomiam, Praxin Geometricam, aliaſq; artes ubi laterum quantitas, angulorúmve amplitudo in ſuperficie indagandæ ſunt, longe lateq; diffunditur, quatuor libris explicabitur, eritque

Primus de Fabrica Canonis ſinuum.

Secundus de Triangulis planis.

Tertius de Tripleuris ſphæricis.*

Quartus de Sphærarum cœleſtium problematis, quæ ſphæricorum triangulorum ratiocinio expediuntur.

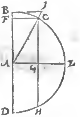
* Τρίπλευρα Menelao vocantur ſphærica triangula, teſte Pappo: quamvis Euclidi primiſcuè etiam plana.

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

Arcus anguli, est ſegmentum ſemiperipheriæ à cruribus comprehenſum, è vertice anguli tanquam centro delineatæ.

Sint enim AB, AC, crura anguli BAC, è cujus vertice A tanquam centro, intervallo quocunque puta AB, deſcriptum ſit ſegmentum BC, & primò quidem minus ſemiperipheriâ, hoc ſegmentum amplitudinem anguli BAC definiens arcus anguli dicitur: cum verò ſegmentum illud quadranti peripheriæ æquale, majus aut minus eſſe poſſit, (ſiquidem triplex angulorum inæqualitas triplicem ſegmentorum rationem arguit & ab eâ viciſſim arguitur) centro A ſemiperipheria BCD delineator, AE autem ſemediametros ſuper rectam BD ad angulos rectos erigitor, quare BC erit arcus anguli minor quadrante, amplitudinem anguli acuti BAC, arcus verò anguli CD quadrante major amplitudinem obtuſi CAD definiens, quemadmodum arcus anguli BE quadranti circuli æqualis amplitudinem recti determinat.



2 DEFINITIO.

Sinus, eſt recta ab arcus terminô in diametrum perpendicularis.

Sic in diagrammate antecedenti ſit arcus anguli BC primò minor quadrante, videlicet anguli acuti BAC, à cujus termino C perpendicularis CF in diametrum BD demiſſa eſt, hæc CF dicetur ſinus, cujus ope amplitudo anguli BAC expenditur. Eadem ratione GF erit ſinus obtuſi anguli CAD nam ex ſententia definitionis eſt ab arcus DC termino, in diametrum BD perpendicularis, neque alia ejuſdem quantitatis à puncto C in BD perpendicularis cadit, quæ angulum CAD eo ſtatu conſervet. Denique manifeſtum eſt AE eſſe ſinum anguli recti BAE.

3 DEFINITIO.

Sinus-sagitta eſt ſegmentum diametri à perpendiculô ſinus ad peripheriam.

Exponatur peripheria CEH, cujus chorda ſeu ſubtenſa ſit CGH, quam GE ſagittæ inſtar rectè biſecet, & cum veterum nonnulli qui chordas loco ſi-

nuum usurpabant eam sagittam dixerint; nobis vocem istam eo significatu retinere placuit. Verumenimvero quia in sinuum canonibus C G semissis chordæ, sinus est dimidiæ peripheriæ C E, ipsa G E non erit jam sagitta arcus C E, sed adjuncta suo sinui sagitta, quamobrem eam sinus sagittam diximus, hoc est, diametri segmentum, hic à G termino sinus C G, illic à peripheriæ C E termino E interceptum. Pari modo F B erit sinus-sagitta ipsius C B quæ minor quadrante quoque sit, ut in antecedenti exemplo C E: reliqua autem F D erit sinus-sagitta arcus C E D quadrantem superantis. Denique cum & angulus B A C & arcus B C iisdem gradibus definiantur, F B etiam dicetur sinus-sagitta anguli B A C, & reliqua F D sinus-sagitta obtusi C F D.

4 DEFINITIO.

ARCUS differentiæ, est differentia positi arcus à quadrante.

ESTO B C propositus arcus minor quadrante B E: differentia utriusque C E, dicetur arcus differentiæ quo positus B C à quadrante differt. Quod si expositus arcus C D quadrantem D E excedat, differentia C E erit arcus differentiæ, quippe quo quadrans peripheriæ à proposito C D exceditur.

5 DEFINITIO.

ANGULUS differentiæ, est differentia positi anguli à recto.

SIVE positus angulus sit major seu minor recto. Sic in superiori catagraphe angulus B A C sit minor recto B A E, differentia utriusque ut angulus C A E, dicetur angulus differentiæ positi B A C: Sin vero major recto fuerit ut C A D, differentia ut C A E, quâ positus obtusus rectum superat, dicetur angulus differentiæ positi C A D.

6 DEFINITIO.

COMPLEMENTUM semiperipheriæ, est arcus qui dato additus semiperipheriam complet.

ESTO positus arcus B C, cum quo compositus arcus C D semiperipheriam compleat, addititius arcus C D dicetur complementum semiperipheriæ expositi B C. Et simili argumento erit B C complementum semiperipheriæ positi arcus D C.

7 DEFINITIO.

TANGENS anguli, est recta parallela sinui, altero termino tangens extremum arcus anguli & intercepta à reliquo cruure ulterius producto.

IN an-

In antecedenti figura ponatur CF ſinus anguli BAC ut ſupra, cui parallela BI, altero termino B tangens peripheriam circuli, reliquo autem ſecet crus AC productum in I: BI itaque (quoniam peripheriam circuli in puncto B tangit) tangens dicetur anguli BAC. Eadem ratione BI erit tangens obtuſi anguli CAD, cum ex definitionis præſcripto parallela ſit ipſi FC ſinui obtuſi anguli CAD, contingens altero termino B perimetrum circuli in puncto B, & reliquo cruri AC producto occurrens in I.

8 DEFINITIO.

Secans, eſt anguli crus alterum ad tangentem uſque extra peripheriam productum.

Sic AC crus acuti anguli CAB, aut obtuſi CAD, productum extra peripheriam ad I uſque, id eſt recta AI, quia peripheriam ſecat, ſecans dicitur anguli CAB aut etiam CAD. Hic illud obiter notandum duximus, ſi voce ſinus dimenſio anguli intelligitur, id eſt cujus ope anguli quantitas explicatur quod Belgico vocabulo *Houckmaet* indicari videtur, eandem quoq; tangentibus & ſecantibus communem eſſe, neque enim rectæ à puncto B ad productam AC, nec ab A per C ad lineam BI diverſæ quantitatis ab his duci poſſunt, quæ eundem acuti BAC aut obtuſi CAD magnitudinem immutatam conſervent: verum ut hæ ab illo tanquam prima cauſa & fundamento reliquarum diſtinguantur ſecernanturque tangentes & ſecantes dictæ ſunto.

9 DEFINITIO.

Cognitas lineas aut angulos dicimus, quorum quantitas numero explicatur.

NOTA.

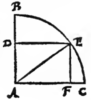
Hactenus voces huic arti propriæ expoſuimus, priuſquam tamen ipſas propoſitiones ordine ſuo deſcribo, nonnulla in medium adducere ſtatui quæ tyronibus & huic ſtudio primum initiatis conducere arbitror.

Non raro enim uſu venit pleroſque canones ſinuum, tangentium, ſecantium uſurpare illorum ſyntheſi ignorata. Utrum bona an mala ratione merito quis ambigat: ſi quidem ſcire eſt rem per cauſas cognoſcere, præſtare videbitur rationem Canones conficiendi antè perſpexiſſe, cui uſus tanquam fundamento innititur. Occurritur tamen tyronem uſu ante edoctum quot quantæque res canonum iſtorum adjumento expediantur amore multo majore inflammari acrioriique deſiderio ad cauſas quæ magis reconditæ ſunt inveſtigandas excitari, quam ſi uſus planè ignotus eſſet. Qui ab hac mente ſunt, prius in uſu ſe exerceant, qui potiſſimum in triangulis cum planis tum ſphæricis conſiſtit, de quibus ſecundo tertioque libro abunde dicetur.

PROPOSITIONES DEINCEPS SVCCEDVNT.

1 PROBLEMA. 1 PROPOSITIO.

COGNITIS ſemidiametro & ſinu: anguli differentiæ ſinum cognitum reddere.



Διδόμενον. DATVM. Deſcripto quadrante ABC, ſemidiametros AC ponatur partium 5, & ſit DE ſinus anguli DAE, earundẽ 4, cujus anguli differentiæ ſinus eſt EF.

Ζητούμενον. QVAESITVM. Longitudo EF numeris definienda eſt.

Πραγματεία. CONSTRVCTIO.

Quadratum ſemidiametri 5 fit 25.
Quadratum ſinus DE 4 fit 16.
Quo deducto de 25 numero in hac ſerie primo, reliquis erit 9.
Cujus quadrati latus exhibet quæſitam EF 3.

Κατασκευή. PRAEPARATIO. Ducatur recta AE. Ἀπόδειξις. DEMONSTRATIO. Quadratum ſemidiametri AE 25 æquatur quadratis DE 16 & quadrato rectæ DA, ideoque quadratum DE 16 ſubductum de quadrato AE 25, relinquet quadratum DA 9, cujus latus pro DA eſt 3: ſed EF æquatur DA unde efficitur EF ſinum anguli differentiæ eſſe earundem 3.

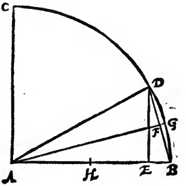
Συμπέρασμα. CONCLVSIO. Itaque cognita ſemidiametro & ſinu, invenimus ſinum anguli differentiæ. Quod erat faciendum.

2 PROBLEMA. 2 PROPOSITIO.

COGNITA ſagitta & ſemediametro: ſinum ſemiſſis ejuſdem arcus cognitum reddere.

DATVM. Eſto quadrãtis ABC ſemidiametros AB 24, arcus anguli ſit DB, hujus ſinus DE, ſagitta EB expoſitarum partium 3, recta autem AFG biſecet chordam DB, ideoque BF ſinus erit arcus BG, ſemiſſis propoſiti DB.

QVAESITVM. Quantitas dicti ſinus BF numeris exprimenda eſt.



CON-

CONSTRVCTIO.

Semissis A B 24 est	12.
Quæ multiplicata per sagittam E B partium	3.
Dabunt	36.
Cujus quadrati latus exhibet quæsitam B F	6.

PRAEPARATIO. AB bisecta sit in puncto H.

DEMONSTRATIO. Cum triangula ABF, DBE sint rectangula & communem habeant angulum ad B erunt similia, ideoque A B ad D B, eandem habebit rationem, quam F B ad BE: sed A B & D B in ea sunt ratione in qua earum semisses H B, B F, quare ut H B ad B F, ita eadem B F ad BE: & B F media est proportione inter extremas H B, B E, ideoque ut ipso opere expressum fuit, numerus longitudinis H B, id est semissis A B, ductus in numerum rectæ B E, conficiet quadratum mediæ, cujus latus dabit sinum B F.

CONCLVSIO. Cognita itaque sagitta, & semidiametro, sinus semissis ejusdem arcus inventus fuerit quod erat faciendum.

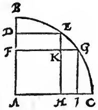
3 PROBLEMA. 3 PROPOSITIO.

COGNITIS semidiametro, & duorum arcuum, & arcuum differentiæ sinibus: chordam arcus quo inter se discrepant invenire.

DATVM. Esto propositi quadrantis A B C, semidiametros A C partium 10, duo sinus D E 6, F G 8, arcuum differentiæ sinus recti ut EH, G I, per primam propositionem valent 8 & 6, arcu autem E G discrepant inter se dati B G, B E, quam subtendit recta G E. QVAESITVM. Invenienda sit G E chordæ quantitas.

CONSTRVCTIO.

Rectâ F G	8.
Multatâ F K æquante rectam D E	6.
Restabunt pro K G	2.
Deinde de E H	8.
Deductâ K H æquante datam G I	6.
Reliquus erit pro K E	2.
Et ejus quadratum	4.
Compositum cum quadrato K G 2, quæ tertium in hac serie locum obtinet, valente	4.
Dabit summam	8.
Cujus quadrati latus est quæsita E G	√8.



DEMONSTRATIO. Cùm enim in triangulo EKG rectangulo, crura recti E K, K G, singula valeant 2, efficitur ut E G latus recto oppositū sit √8, per 47 propositionem lib. 1. *Euclidis*. CONCLVSIO. Itaque cognitis semidiametro & duorum arcuum & arcuum differentiæ finibus: Chordam arcus quo dati inter se discrepant in partibus expositis æstimatam exhibuimus.

NOTA.

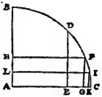
HACTENVS propositiones hæ tanquam generalia præcepta sequentium problematū calculo servientia, descriptæ sunto: In quibus radius *Regiomontani*

more modoque tandem in 1900000 nobis partitus erit. Neque silentio prætereundum nos declinādæ molestiæ causâ ipsosmet à *Regiomontano* in canonem congestos numeros descripsisse, non adhibito accuratiore examine an ubique veritati congruant: Illustrissimus Princeps autem ea solummodo exempla supputavit quæ totum hoc negotium dilucide satis exponere visa sunt. Quod si incuriâ typographi, aut alio aliquo casu quædam menda irrepserunt, ego me (cujus præcipuus scopus est horum canonum fabricam describere) extra causam culpamque pono.

4 PROBLEMA. 4 PROPOSITIO.

POSITA semidiametro circuli 1000000000: & sinus & arcuum differentiæ sinus è continua bisectione 90 graduum derivatorum, donec ad imparis numeri scrupula prima deventum sit, invenire.

DATUM. Positi quadrantis A B C semidiametrus A C esto partium 1000000000. Et quia semidiametros sit sinus arcus 90 grad. ulteriori epilogismo non est opus: verum dispone hæc eâ quâ exhibemus formâ.



Arcus ang.	*Sinus.*
90.	1000000000.

DEINDE bisecto arcu B C 90 grad. in puncto D, perpendicularis D E in radium A C demissa, erit sinus arcus D C 45 grad. cujus quantitas è propositione secundâ datur. Latus enim quadrati 500000000000000000 facti à dimidio radio A C 500000000, per totam A C quæ sagitta est arcus dupli D C, dat rectam D E 707106782, quæ infra sinum 90 grad. scribantor.

Arcus ang.	*Sinus.*
• 90 o.	1000000000.
45 o.	707106782.

Hinc 90 grad. punctum præfigitor indicium sinum bisegmenti inventum esse.

Porro ad factionem sinus semissis 45 graduum, bisecetur D C in F unde ducta in A C perpendicularis F G est sinus arcus F C 22 grad. 30 ①. Quem suppeditrabimus eâdem ratione quâ suprà, è propositione secunda: planus è semidiametri A C semisse 500000000 & sagitta E C 292893218 (cujus quantitas patet deductâ A E æquante datâ D E 707106782 de A C 1000000000) dabit 146446609000000000 hujus quadrati latus, est numerus congruens rectæ F G 382683432, cujus ope F H sinus arcus differentiæ, adhibitâ propositione primâ, dabitur subducto quadrato F G de quadrato semidiametri, reliqui latus 923879533 exhibet F H sinum peripheriæ F B 67 grad. 30 ①.

Binis

Binis hic cum arcubus tum finibus suo loco dispositis, hæc dabitur forma quam infrà vides.

Arcus ang.		*Sinus.*
• 90.	0.	1000000000.
• 45.	0.	707106782.
22.	30.	382683432.
67.	30.	923879533.

Deindè puncto ut ante 45 gradib. præfixo, bisegmenti sinum datum esse significo.

Postremò ut inveniam sinum rectum dimidii arcus 22 grad. 30 ①, à puncto I bisecante peripheriam F C deduco rectam I K in radum A C ad angulos rectos, nempè sinum arcus I C 11 grad. 15 ①, quem eâdem planè assequar viâ quâ antecedentes: recta enim A G æquatur inventæ H F partium 923879533, deinde A G sublata de A C, relinquet sinum versum G C, unde I K invenietur 195090322, & arcus differentiæ I B 78 grad. 45 ① sinus I L earundem 980785280, hos inventos numeros in ordinem, quo cœptum est modo, digere.

Consimili planè bisecandi modo continuè procedendo, donec scrupula prima imparis numeri occurrant, hisque bisegmentorum & arcuum differentiæ sinibus distinctè ac ordinatè dispositis hâc demum consistent formulâ.

Arcus ang.		*Sinus.*
• 90.	0.	1000000000.
• 45.	0.	707106782.
• 22.	30.	382683432.
• 67.	30.	923879533.
11.	15.	195090322.
78.	45.	980785280.
33.	45.	555570233.
56.	15.	831469611.

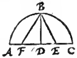
Conclusio. Posita itaque semediametro circuli 1000000000 partium, inventi sunt sinus & bisegmentorum, & arcuum differentiæ è continua bisectione 90 grad. derivatorum, donec ad imparis numeri scrupula prima deventum est.

5 PROBLEMA. 5 PROPOSITIO.

Posita semidiametro circuli 1000000000: arcus 36 grad. & arcus differentiæ sinum, omniumque arcuum, & arcuum differentiæ è continua bisectione 36 grad. derivatorum, donec ad imparis numeri scrupula prima deventum sit, sinus invenire.

Datum. Descripti semicirculi A B C, semidiametros D C valet 1000000000, è cujus centro D educta B D perpedicularis sit diametro A C: & E punctum bisecans semidiametrum D C, connectatur cum B, ductæque

E B æqualis fit E F fecans diametrum in F, recta ab F ad B erit latus quinquanguli ordinati,in circulum cujus diametros eft A C infcripti, demonftrante *Ptolomæo* cap.9. lib.11 magni operis.Quare inventâ B F, cognita erit chorda 72 grad. cujus femiffis finus eft 36 grad.



QVAESITVM. Popofitum eft invenire femiffem rectæ B F.

CONSTRVCTIO. B D valet 1000000000 hujus quadratum fi addantur quadrato D E 500000000, fummæ latus dabit 1118033988 pro recta B F, cui fuprà æqualis pofita eft E F, de quâ fublatâ D E 500000000 reliqua F D erit 618033988,cujus quadrati,compofiti cum quadrato D B,fummæ latus exhibet longitudine rectam B F (nam trianguli F B D angulus D rectus eft) 1175570504 utpote chordam 72 grad.ideoque femiffis 587785252 fuerit finus quæfiti arcus 36 grad. Cujus demonftratio ex deductione calculi fatis manifefta eft.

Sed ex invento finu 36 grad. datur finus arcus differentiæ, in cujus bifectione eâ procedendum eft viâ quam propof. quartâ expreffimus, donec fcrupula imparis numeri calculum fiftant, ut fubjecta tabella dilucidè explicat. Prima autem bifectio in propofita thefi redundat nam quantitas F D ante inventa expofitarum partium 618033988, æquatur lateri decanguli ordinati è 9 cap. lib.1. *Ptolomæi*, hoc eft fubtenfæ peripheriæ 36 grad. ideoque dimidium 309016994 fuerit finus 18 gradium.

Arcus ang.		*Sinus.*	*Arcus ang.*		*Sinus.*
• 36.	0.	587785252.	• 40.	30.	649448048.
• 54.	0.	809016995.	• 49.	30.	760405965.
• 18.	0.	309016995.	20.	15.	346117057.
• 72.	0.	951056515.	69.	45.	938191337.
• 9.	0.	156434465.	42.	50.	678880745.
• 81.	0.	987688340.	47.	15.	734322510.
• 4.	30.	78459097.	• 31.	30.	522498567.
• 85.	30.	996917333.	• 58.	30.	852640163.
2.	15.	39259815.	15.	45.	271440450.
87.	45.	999229037.	74.	15.	962455237.
• 27.	0.	453990495.	38.	15.	619093952.
• 63.	0.	891006525.	51.	45.	785316932.
• 13.	30.	233445363.	24.	45.	418659737.
• 76.	30.	972369920.	65.	15.	908143173.
6.	45.	117537397.	29.	15.	488621240.
83.	15.	993068457.	60.	45.	872496008.

CONCLVSIO. Data itaque femidiametro circuli 1000000000 invenimus finum 36 grad. & bifegmentorum & arcuum differentiæ è continuâ bifectione 36 grad. natorum donec ad imparis numeri fcrupula prima deventum eft.

6 PRO-

6 PROBLEMA. 6 PROPOSITIO.

. POSITA ſemidiametro circuli 1000000000: arcus 30 grad. & arcus differentiæ ſinum, item omnium arcuum & arcuum differentiæ ſinus è continua biſectione 36 grad. donec ad imparis numeri ſcrupula prima deventum ſit, derivatorum invenire.

LATVS ſexanguli ordinati æquatur ſemidiametro circuli 1000000000, quoniam verò ſubtendit ſextam peripheriæ partem hoc eſt 60 grad. erit earundem 1000000000: ſinus autem 30 grad. vel ſemiſſis chordæ 60 grad. eſt 500000000: quo cognito, datur ſinus arcus differentiæ. Biſecandi autem eadem formula eſt, quam propoſitione quartâ oſtendimus, continuanda uſque eo dum ubique ſcrupula prima imparis numeri occurrant. Atque calculi, tabellam hanc expeſſi, eo quo videtis ordine.

Arcus ang.		*Sinus.*
• 30.	0.	500000000.
• 60.	0.	876025403.
• 15.	0.	258819045.
• 75.	0.	965925827.
• 7.	30.	130526192.
• 82.	30.	99t444862.
3.	45.	65403128.
86.	15.	997858923.
• 37.	30.	608761430.
• 52.	30.	793353340.
18.	45.	321439465.
71.	15.	946930130.
41.	15.	659345815.
48.	45.	751839807.
26.	15.	442288690.
63.	45.	896872742.

CONCLVSIO. Poſita itaque ſemidiametro 1000000000 partium, inventi ſunt 30 graduum, atque arcus differentiæ ſinus, cum univerſa inde natorum familia, utrimque continuè biſecando, donec inparis numeri ſcrupula prima, calculum inhibeant. Quod erat faciendum.

7 PROBLEMA. 7 PROPOSITIO.

POSITA ſemidiametro circuli 1000000000: arcus 12 grad. & arcus differentiæ ſinum, item omnium arcuum & arcuum

arcuum differentiæ ſinus è continuâ biſectione 12 grad. donec ad imparis numeri ſcrupula prima deventum ſit, derivatorum, invenire.

Cum è propoſitione 6, 30 grad. & arcus differentiæ ſinus noti ſunt, è 5 autem propoſitione, 54 grad. & arcus differentiæ ſinus dentur, ideò è tertia propoſitione, chorda arcus 24 quo dicti inter ſe diſcrepant valebit 415883384 dimidia verò 207911692 ſinus quæſitus arcus 12 graduum: quo cognito invenitur arcus differentiæ ſinus. Reliquæ biſectionis eadem via eſt quam propoſitione quarta explicuimus, donec ad imparis numeri ſcrupula prima devenitur, quam ſequens deſcriptio apertè demonſtrat.

Arcus ang.		*Sinus.*	*Arcus ang.*		*Sinus.*
• 12.	0.	207911692.	12.	45.	220697435.
• 78.	0.	978147602.	77.	15.	975342320.
• 6.	0.	104528463.	35.	15.	577145190.
• 84.	0.	994521895.	54.	45.	816641555.
• 3.	0.	52335957.	• 24.	0.	406736643.
• 87.	0.	998629535.	• 66.	0.	913545458.
• 1.	30.	26176948.	• 34.	30.	566406237.
• 88.	30.	999657323.	• 55.	30.	824126188.
0.	45.	13089622.	17.	15.	296541575.
89.	15.	999914327.	72.	45.	955019945.
• 39.	0.	629320392.	39.	45.	639439002.
• 51.	0.	777145962.	50.	15.	768841832.
• 19.	30.	333806860.	23.	15.	394743857.
• 70.	30.	942641492.	66.	45.	918791210.
9.	45.	169349503.	32.	15.	533614515.
80.	15.	985556058.	57.	45.	845727772.
• 42.	0.	669130607.	• 33.	0.	544639035.
• 48.	0.	743144825.	• 57.	0.	838670568.
• 21.	0.	358367950.	• 16.	30.	284015345.
• 69.	0.	933580427.	• 73.	30.	958819735.
• 10.	30.	182235525.	8.	15.	143492622.
• 79.	30.	983254908.	81.	45.	989651387.

Arcus

Arcus ang.		*Sinus.*	*Arcus ang.*		*Sinus.*
5.	15.	91501618.	27.	45.	465614520.
84.	45.	995804928.	62.	15.	884987637.
•43.	30.	688354575.	•28.	30.	477158760.
•46.	30.	725374372.	•61.	30.	878817113.
21.	45.	370557437.	14.	15.	246153293.
68.	15.	928809553.	75.	45.	969230910.
44.	15.	697790460.	36.	45.	598324600.
45.	45.	716301943.	53.	15.	801253813.
25.	30.	430511097.	30.	45.	511293187.
64.	30.	902585285.	59.	15.	859406412.

CONCLUSIO. Posito itaque radio circuli 1000000000, 12 graduum & ejus arcus differentiæ sinus invenimus: omniumque arcuum & arcuum differentiæ sinus, natos è continua bisectione 12 grad. donec ubique ad imparis numeri scrupula prima deventum sit. Ut erat quæsitum.

NOTA.

ORDINE convenienti dispositis sinibus quos antecedentium 4, 5, 6 & 7 propositionum calculus suppeditat, deprehendes per æquale intervallum 45 ① ascendendo, totius quadrantis sinus inventos esse. Cujus incrementi, ut exemplo clarius appareat, tabellam hanc infrascriptam delineavimus.

Arcus ang.		*Sinus.*	*Arcus ang.*		*Sinus.*
0.	45.	13089622.	18.	0.	309016995.
1.	30.	26176948.	18.	45.	321439465.
2.	15.	39259815.	19.	30.	333806860.
3.	0.	52335957.	20.	15.	346117057.
3.	45.	65403128.	21.	0.	358367950.
4.	30.	78459097.	21.	45.	370557437.
5.	15.	91501618.	22.	30.	382683432.
6.	0.	104528563.	23.	15.	394743857.
6.	45.	117537497.	24.	0.	406736643.
7.	30.	130526192.	24.	45.	418659737.
8.	15.	143492622.	25.	30.	430511097.
9.	0.	156434465.	26.	15.	442288690.
9.	45.	169349503.	27.	0.	453990495.
10.	30.	182235525.	27.	45.	465614520.
11.	15.	195090322.	28.	30.	477158760.
12.	0.	207911692.	29.	15.	488521240.
12.	45.	220697435.	30.	0.	500000000.
13.	30.	233445363.	30.	45.	511293087.
14.	15.	246153293.	31.	30.	522498567.
15.	0.	258819045.	32.	15.	533614515.
15.	45.	271440450.	33.	0.	544639035.
16.	30.	284015345.	33.	45.	555570233.
17.	15.	296541575.	34.	30.	566406237.

Arcus

Arcus ang.		*Sinus.*	*Arcus ang.*		*Sinus.*
35.	15.	577145190.	63.	0.	891006525.
36.	0.	587785252.	63.	45.	896872742.
36.	45.	598324600.	64.	30.	902585285.
37.	30.	608761430.	65.	15.	908143173.
38.	15.	619093952.	66.	0.	913545458.
39.	0.	629120392.	66.	45.	918791210.
39.	45.	639439002.	67.	30.	923879533.
40.	30.	699448048.	68.	15.	928809553.
41.	15.	659345815.	69.	0.	933580427.
42.	0.	669130607.	69.	45.	938191337.
42.	45.	678800745.	70.	30.	942641492.
43.	30.	688354575.	71.	15.	946930130.
44.	15.	697790460.	72.	0.	951056515.
45.	0.	707106782.	72.	45.	9550199.5.
45.	45.	716301943.	73.	30.	958819735.
46.	30.	725371372.	74.	15.	962455237.
47.	15.	734322510.	75.	0.	965925827.
48.	0.	743144825.	75.	45.	969230910.
48.	45.	751839807.	76.	30.	972369920.
49.	30.	760405965.	77.	15.	975342320.
50.	15.	768841832.	78.	0.	978147602.
51.	0.	777145962.	78.	45.	980785280.
51.	45.	785316932.	79.	30.	983[illegible]54908.
52.	30.	793353340.	80.	15.	985556058.
53.	15.	801253813.	81.	0.	987688340.
54.	0.	809016995.	81.	45.	989651[illegible]87.
54.	45.	816641555.	82.	30.	991444862.
55.	30.	824126188.	83.	15.	993068457.
56.	15.	831469612.	84.	0.	994521895.
57.	0.	838670568.	84.	45.	995804928.
57.	45.	845727772.	85.	30.	996917333.
58.	30.	852640163.	86.	15.	997858923.
59.	15.	859406412.	87.	0.	998629535.
60.	0.	866025403.	87.	45.	999229037.
60.	45.	872496008.	88.	30.	999657323.
61.	30.	878817113.	89.	15.	999914327.
62.	15.	884987637.	90.	0.	1000000000.

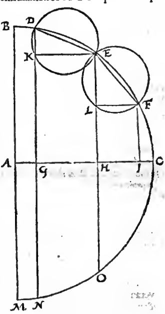
ATQVI sic quidem concinnavimus canonem sinuum rectorum, per æquale intervallum 45 ① crescentium: verum cum nec è bisectione nec subductione expositorum præceptorum, sinus arcuum reliquorum in integra scrupula desinentium assequi possimus, in sequentibus aliam adhibebimus rationem, ante demonstrato hoc theoremate, quod ad eorum investigationem apprimè utile fuerit.

1 THEOREMA. 8 PROPOSITIO.

SI in quadrante circuli perpendiculares à terminis æqua-

æqualium arcuum ſecent ſemidiametrum, ſegmentum propius centro erit majus remotiore.

DATUM. Eſto quadrans ABC, ſemidiametros AC in quam ab æqualium arcuum terminis DE, EF ſunto perpendiculares DG, EH, FI, ſemidiametri ſegmenta GH, HI à perpendicularibus intercepta.



QUAESITUM. Demonſtrandum eſt ſegmentum GH propius centro, majus eſſe remotiore HI.

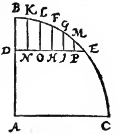
PRAEPARATIO. Ducito chordas arcuum DE, EF, ſuper quibus tanquam diametris deſcripti ſunt circelli DKE, ELF: hinc perpendiculares EK in DG, & FL in EH demittantur, completoque ſemicirculo BCM, rectæ DG, EH productæ ſecent peripheriam CM in punctis N & O.

DEMONSTRATIO. Quia arcus EN major eſt arcu FO, angulus EDK angulo FEL major erit, & arcus EK quam FL, ideoque chorda KE quam chorda LF: verum GH interſegmentum æquatur KE, & HI rectæ LF, quare GH quam HI major quoque erit. CONCLUSIO. Itaque in quadrante circuli perpendicularibus à terminis æqualium arcuum in ſemidiametrum demiſſis: interſegmentum ſemidiametri centro vicinius eſt majus remotiore. Quod erat demonſtrandum.

8 PROBLEMA. 9 PROPOSITIO.

POSITA ſemidiametro circuli 10000000, 1 grad. & arcus differentiæ, item omnium arcuum, & arcuum differentiæ ſinus è continua biſectione 1 gradus, donec ad imparis numeri ſcrupula prima deventum ſit, derivatorum invenire.

DATUM. In quadrante ABC ſemidiametros AC 1000000000 partium ſupponitor, BE arcus 1 grad. 30 ① ſinus rectus DE, valet 26176948 ut ſupra patuit. Sint præterea arcus BF 45 ①, BG 1 gradus, & ductis in DE perpendicularibus FH, GI, DH erit ſinus, aut ſaltem æqualis ſinui, arcus 45 ①, DI ſinus 1 grad. Porrò arcum BF in tres æquas partes diſtinguant puncta K, L, & peripheriam GE biſariam dividat punctum M, à quibus in DE perpendiculares KN, LO, MP, demittantur.



QVAESITVM. Propositum sit hinc longitudinem sinus 1 gradus & arcus differentiæ, & omnium arcuum & arcuum differentiæ è continuâ bisectione derivatorum, donec ad imparis numeri scrupula prima deventum sit, numeris iisdem definire qualium semidiametros 10000000 supponitur.

CONSTRVCTIO.

DH sinus 45 ①, ut supra patuit, longitudo 13089622.
Hujus triens 4363207.
Major fuerit numero qui rectæ OH congruit per propositionem 8, & quidem firmiori ratione major esse, quam ut HI rectæ conveniat, convincetur, quo posito trientem ad DH 13089622 qui hoc ordine primus est addo, quorum totus major est sinu unius gradus DI 17452829.
Quibus concessis DE sinum rectum 1 grad. 30 ① suprà inventum è regione adscribo 26176948.
Vnde deductâ DH 13089622 numero in hac serie primo, relinquetur HE 13087326.
Pars tertia 4362442.
Minor est numero definiente HI, per propositionem 8: atque hoc ita posito istum trientem ad DH 13089622 addo, numerum itidem hujus ordinis primum, totus deficit à numero sinus unius gradus DI 17452064.
Sed tertio hujus ordinis loco demonstravimus 17452829 excedere veram quantitatem DI: Ideoq; DI minor fuerit quã 17452829 & major quam 17452064. His cõcessis, Ajo: quandoquidem, ut canones constituamus, sinuum rationes majoribus numeris expressas, qui à veris ad summum unâ solum unitate absunt, inquirimus, & usus communis æstimatione semidiametri 10000000 sit contentus, de sinu toto 1000000000 detritis duabus extremis notis, restare. 10000000.
Et totidem novissimis de 17452829 hujus ordinis tertio relinqui 174528.
Totidem similiter postremis de 17452064 superesse 174520 vel quia addita unitate vero propior erit, restare 174521.
Denique inter hos 174528 & 174521 qui ordine nonus & decimus sunt quantitatem sinus unius gradus consistere, semidiametro 10000000 partibus taxatâ. His concessis sinum unius gradus quæsitum consequens est statui inter utrumque medium 174524.

Ad inventionem sinus arcus differentiæ unius gradus, videlicet 89 grad.

E propositione primâ deprehendo sinum arcus differentiæ suprascripti 17452829 (qui excedit quantitatem sinus 1 grad.) esse 999847688.

Et sinum

Et ſinum arcus differentiæ ſupra deſcripti 17452064 (qui exceditur à quantitate ſinus 1 grad.) eſſe 999847702.

Vnde neceſſariò efficitur ſinum 89 grad. poſitâ ſemidiametro 1000000000, majorem eſſe priore & minorem poſteriore numero: ab utroque autem detractis duabus noviſſimis notis, qui relinquetur utrobiq; (ad taxationem ſemidiametri 10000000) dabit ſinum 89 grad. 9998477.

Ad inventionem ſinus 30 ①.

Subducito inventum 999847668 (qui deficit à ſinu 89 grad.) de ſemidiametro 1000000000, reliqua erit ſagitta 152312: inter hanc & 500000000 inventus medius proportionalis numerus (minor fuerit numero qui ſinui 30 ① congruit) 8726363.

Secundò ſupra inventum 999847702 (qui major eſt ſinu 89 grad.) deducito de ſemidiametro 1000000000, reſtabit ſagitta 152298: inter quam & 500000000 medius proportionalis numerus (major erit quam ut conveniat 30 ①) 3726740.

Ideoque ſinus 30 ① poſita ſemidiametro 1000000000, ſuperat primum & ſuperatur à ſecundo: deletis verò utrobique duabus poſtremis notis ſupererunt illic 87264, hic 87267, inter quos ſinus 30 ① conſiſtit poſita ſemidiametro 10000000, quibus conceſſis, veritati conſonum videtur, pro ſinu 30 ① medium inter utrumq; aſſumere, ut 87266 vel 87265, qui ſanè ſit 87265.

Eâdem in cæteris methodo obſervatâ ſinus 89 grad. 30 ① invenitur partium 9999619.

Et ſinus 15 ① 43632.

Quare jam quatuor primi ſinus, per æquale incrementum * 15 ① aſcendendo, cogniti ſunt ut in hac tabellâ apparet:

* Ptol. παρύξησις.

0.	15.	43632.
0.	30.	87266.
0.	45.	130896.
1.	0.	174524.

CAETERUM ad inventionem ſequentium ſinuum per æquale intervallum 15 ① continuè creſcentium, aditus patet inventis ſinibus arcuum differentiæ & biſectione, è quatuor præcedentibus derivatorum donec imparis numeri ſcrupula prima calculum ſiſtant: Verum enimvero quandoquidem è * differentiis commodior pateat via eam deinceps exponamus.

* Ptol. ἐπὶ ἀφαιρέσει & ἐπισυνθέσει τῶν ...

Inter cognitos ſinus 1 grad. & 1 grad. 30 ① qui ſunt 174524, item 261769, medius 1 grad. 15 ① ſinus inveniendus eſto. ut hunc deprehendam, à latere adſcribo exceſſum quo conſequens antecedentem ſinum ſuperat, ut infra vides:

0.	15.	43632.	43633.
0.	30.	87265.	43631.
0.	45.	130896.	43628.
1.	0.	174524.	

Vbi patet ſecundum exceſſum à primo 2 deficere, & tertium à ſecundo 3,

& consequenter quartum, nempe sinum 1 grad. 15 ① 3 aut 4 à secundo, qui sanè sit 3: & si tertius excessus fuerit 43628, quartum fore 43625: & quia quartus tantus est illum cum 174524 sinu 1 grad. componam, ut aggregatum sinus 1 grad. 15 ① sit 218149: hinc ambos sinus antecedentibus subjicio, à latere utriusque adscripto excessu, ac tabella huc usque continuata esto:

0.	15.	43632.	43633.
0.	30.	87265.	43631.
0.	45.	130896.	43628.
1.	0.	174524.	43625.
1.	15.	218149.	43620.
1.	30.	261769.	

SINUM autem 1 grad. 15 ① accuratè esse inventum hoc argumento fit, quod quintus excessus videlicet 43620 quaternario deficiat à quarto, ut par fuit.

Atque huc usque continuatâ serie tabellæ cæteri per intervallum 15 ① excrescentes inveniendi supersunt, in quibus compositionis per excessus viâ, ut supra, procedere licet: Verum rationem istam ut minus fallax sit, regula fignemus, quâ duobus incognitis sinibus inter duos cognitos quæsitis, excessus posterioris supra priorem inveniri possit.

Dicis causâ duo ignoti sinus sunto 1 grad. 45 ①, & 2 grad. qui inter notos sinus 1 grad. 30 ①, & 2 grad. 15 ① medii sunt.

Vt inveniam excessum sinus duorum graduum à sinu 1 gradus, sic ratiocinor.

Sinus 2 grad. 15 ① valet	392598.
Vnde dempto sinu 1 grad. 30 ①	261769.
Relinquitur	130829.
Cujus triens fuerit	43610.

Atque tantus erit excessus quo sinus 2 grad. superat sinum 1 grad. 45 ①, ut ex ipsis canonibus manifesto liquet.

CANON igitur æquabiliter 15 ① intervallo adscendens ratione modoque jam dicto conficietur, qui & sinus & arcuum differētiæ sinus, è bisectione unius gradus natos, complectitur, donec ad imparis numeri scrupula prima descensum sit.

CONCLVSIO. Posito itaque radio circuli 10000000, quantitatem sinus unius gradus, & arcus differentiæ, omniumque arcuum & arcuum differentiæ sinus, qui è bisectione 1 grad. derivantur, donec ad imparis numeri scrupula prima deriventum est, invenimus. Quod erat faciendum.

CONFIRMATIO LECTORIS, SI QVA DVBITATIO EX ISTIVSMODI RATIOCINIO EXISTERE POSSET.

SICVI ejus periculum facere libeat cujus & nos fecimus, insuper ut experientiæ nostræ memoria nobis firmior inhæreat, eam paucis referre est animis. Ratiocinii modū excogitaveram quo duos novissimos semidiametri characteres rejicere opus non sit, quas ex nonæ propositionis sententiâ subduxeramus, id assequi studebam inquirendo bisectorum arcuum sinus & eo usq; continuando donec inventus esset semissis sinus arcus dupli.

Vt istud

Vt istud exemplo declarem sinus continuâ bisectione inventos in medium adducam, initio facto à 48 grad. donec ad 45 ① descensum sit, qui supra inventi nobis fuerunt, ut hic vides.

grad.	①	
48.	0.	743144825.
24.	0.	406736643.
12.	0.	207911692.
6.	0.	104528463.
3.	0.	52335957.
1.	30.	26176948.
0.	45.	13089622.

Qvo loco clarum est sequentes quosque sinus, propemodum dimidios esse cujusque proximè antecedentis, & quantò bisectione hâc ulterius descensum sit, tanto propius abesse ab antecedentis semisse, etenim 13089622 propius accedit ab semissem antecedentis 26176948, quam eadem hæc 26176948 ad præcedentis 52335957, & sic in cæteris hanc bisectionem continuando, deprehendi sinum dimidii arcus 45 ①, id est $22\frac{1}{2}$, reliquorumque semissium, eos quos hâc tabellâ exhibemus.

①	
$22\frac{1}{2}$	6544959.
$11\frac{1}{4}$	3272537.
$5\frac{5}{8}$	1636306.
$2\frac{13}{16}$	818229.
$1\frac{13}{32}$	409267.
$\frac{45}{64}$	204939.
$\frac{45}{128}$	102469.
$\frac{45}{256}$	54772.

Qvo loco res ipsa loquitur consequentes ad antecedentium semisses nullo stato differentiarum ordine accedere, quod tamen non adhibito diligentiori examine suspicari non alienum fuerat, namque 204939 excedit antecedentis semissem, & 102469 æquatur præcedentis semissi, sed sequens 54772 rursum excedit, adeò ut hi numeri planè à vero discedant, sinus enim istorum arcuum longè diversæ sunt quantitatis.

Cvivs causam hanc esse respondeo: quamdiu sagitta æqualis aut etiam major erat quam 500000000, semissis semidiametri, per quam in unaquaque calculi deductione sagittam multiplicavimus; tamdiu, numeri veritati respondebant ad extremam usque sinus notam. Exempli gratia, si sagitta partium 500000000 æquaretur dimidiæ semidiametro, facti ab utroque latus quadratum, fuerit 500000000. Quod si autem sagitta unius solummodo unitatis defectu aut excessu ab eo dissideat ut in cæteris usu venire solet, fuissetque dicis causâ 500000001, facti, ab hoc & semidiametri dimidio 500000000, quadrati latus erutum deprehēdetur proximè earundem 500000000: crescente porrò sagittâ differentia ista adhuc firmioribus de causis minuetur, adeo ut (quemadmodum jam dictum est) certitudo nulla sit, nisi sagitta aut æquetur aut excedat numerum 500000000. Sin vero ab isto numero sagitta excedatur tantò major incertitudo erit quantò minores sagittæ fuerint: Vt ejus rei documentum dem, Ajo: Invento, in suprascripta tabellâ, novissimo numero sagittam 6 per 500000000 multiplicatam facere 3000000000 cujus latus 54772 supra-

 scriptum

ſcriptum eſt. Sagittæ vero accuratum numerum unitate auctum aut minutum (ita enim fuiſſe videri poteſt) minutum quidem ut 5 ex regulæ præſcripto per 500000000 multiplicatum facere 2500000000, cujus latus ſit 50000 pro ſinu quæſito, qui longè diſſidet à priore 54772: Hoc poſito, & animadverſo quod in reliquis ſagittis nulla habita ſit ratio tam exiguæ differentiæ, in dubium vocari poſſit, an hinc nulli errores in præcedentum ſinuum ſupputatione ſuborti ſint: ſed ut omnia illic certa & benè juſta eſſe comprobem, ſic ratiocinabor: ad factionē ſinus 45 ⊙, adhibita eſt ſagitta 34277, quâ multiplicatâ per 500000000, facti latus dabat 130896633, qui tamen ſit ut ſupra è ſententia *Regiomontani* 13089622. Verùm ſi ſagitta accuratè ſumpta unitate ſolum ab eâ in alteram partem diſceſſerit, quod non omninò abſonum videtur, puta ſi deficiat 1, erit igitur 342676, quibus multiplicatis per 500000000, facti latus dabit quam proximè 13089614, hujus duo noviſſimi characteres 14, diverſi ſunt ab extremis antecedentium 22 vel 33, unde palam eſt duas noviſſimas notas ſinus 45 ⊙ eſſe dubiæ veritatis: ſed ultimi characteres ob aliam cauſam hâc 9 propoſitione rejecti ſunt; ideoque reliquus numerus 130896, in tabellâ deſcriptus, eſt proximus vero ſinui circuli (ne erres) cujus ſemidiametros quoque duabus noviſſimis notis multata eſt. Forſan aliquis ambigat veram ſagittam plus quam unitate deficere à 342677, deficiat ſanè 4 ideoque eſto 342673, necdum tamen in tertia à fine nota 6 differentiam unius unitatis planè induxerit, multiplicatis enim 342673 per 500000000, facti latus elicitum dabit 13089556: ideoque cum in nullum errorem prolapſi ſimus nè in minimo quidem inventorum ſinu, videlicet 45 ⊙, multò minus in cæteris omnibus majorib. ſinibus, ſagittæ namque arcuum differentiæ majores quoque ſunt.

VNDE clarum eſt duos noviſſimos characteres rejici, non tantum eâ cauſâ quæ ex conſtructione novæ propoſitionis manifeſta eſt, verùm etiam propter hanc ipſam ultimam.

9 PROBLEMA. 10 PROPOSITIO.

AD inventos ſinus æquali intervallo 15 ⊙ creſcentes: reliquos minutim adſcendentes addere.

NONA propoſitione demonſtratum eſt ſinum 30 ⊙ valere 87265, & 15 ⊙ 43632, hinc manifeſtè patet quemadmodum arcus 15 ⊙ ſemiſſis eſt 30 ⊙, ſic quoque ſinum illius 43632 dimidium eſſe hujus 87265: Ideoque longè firmiore ratione (ut ex 8 propoſitione convinci poteſt) 10 ⊙ qui triens eſt 30 ⊙ habuerint 29088 trientem numeri 87265 pro ſinu ſibi congruente. Et conſequentèr 5 ⊙ quippè ſextans 30 ⊙ habebunt ſinum æqualem ſextæ parti 87265, utpote 14544: Quapropter tres primi ſinus pari exceſſu 5 ⊙ ſeſe mutuo ſuperantes cogniti ſunt, videlicet 5 ⊙, 10 ⊙, 15 ⊙. Sed ad inveſtigationem ſinuum 20 ⊙ 25 ⊙, notos ſinus ac mutuum eorumque exceſſum ita diſpono ut infra vides:

0.	5.	14544.	14544.
0.	10.	29088.	14544.
0.	15.	43632.	14544.
0.	20.		
0.	25.		
0.	30.	87265.	

DEIN-

Deinde procedendo ſecundum præcepta ſuper exceſſibus 9 propoſitione tradita, patet ſinum 20 ① eſſe neceſſariò 58177, & 25 ① 72721. Ita deinceps continuando canon cōſtituetur æquabili 5 ① incremento, ad 90 uſq; gradum. Atque adeò ſolum adhuc ſuperat inveſtiagio reliquorum ſinuum minutìm creſcentium : Vt hos quoque aſſequar, ſic rationem ineo : Ex præmiſſis conſtat, arcum 5 ①, æquari dimidio arcus 10 ①, ſinum quoque illius 14544, ſemiſſem eſſe hujus 29088, itaque certioribus argumentis (quod ex 8 propoſitione coargui poteſt) 1 ①, quinta pars 5 ①, obtinebit ſinum qui etiam ſit quinta pars numeri 14544, ſcilicet 2909, eâdemque analogiâ 2 ① 5818, 3 ① 8727, & 4 ① 11636.

In his, exceſſuum diſtributione factâ, eodem modo progredi licebit quo ſupra. Veruntamen ut minus lubrica hæc ſit via, modum exponam unde diſcrimen ſecundi & tertii è quæſitis quatuor ignotis ſinibus, inter duos notos, mediis deprehendatur.

Verbi gratiâ, quatuor ignoti ſinus ſint ii qui medii intercidunt inter 87 grad. & 87 grad. 5 ①: ut autem exceſſum tertii quæſiti ſinus 87 graduum 3 ①, ſupra ſecundi 87 grad. 2 ① inveniam, ſic colligo:

Sinus 87 grad. 5 ① eſt	9987045.
Vnde deducto ſinu 87 grad. qui eſt partium	9986295.
Superſunt	750.
Hujus qninta pars fuerit	150.

Ac tanto intervallo quoque neceſſariò major erit ſinus 87 grad. 3 ①, ſinu 87 grad. 2 ①.

Sinibus univerſis hac ratione ad ſingula minuta prima deſcriptis, canon ſinuum ſuis numeris abſolutus conſtituetur, ut infra videre eſt.

Conclvsio. Ergo præcedētibus ſinibus 15 ① pari differentia creſcentibus, adhuc deſideratos ſinus ſingulorum minutorum intervallo aſcendentes adjunximus. Quod erat faciendum.

CANON
SINVVM.

☉	o grad.	1 grad.	2 grad.	3 grad.	4 grad.
0	0	174524	348995	523360	697565
1	2909	177433	351902	526265	700467
2	5818	180341	354809	529170	703369
3	8727	183250	357716	532075	706270
4	11636	186158	360623	534979	709172
5	14544	189066	363530	537884	712073
6	17453	191975	366437	540789	714975
7	20362	194883	369344	543694	717876
8	23271	197792	372251	546598	720777
9	26180	200700	375158	549503	723678
10	29088	203608	378064	552407	726579
11	31997	206517	380971	555312	729480
12	34906	209425	383878	558216	732381
13	37815	212333	386785	541120	735282
14	40724	215241	389692	564024	738183
15	43632	218149	392598	566928	74 084
16	46541	221057	395505	569832	743985
17	49450	223965	398412	572736	746886
18	52359	226873	401318	575640	749787
19	55268	229781	404225	578544	752688
20	58177	232689	407131	581448	755588
21	61086	235597	410038	584352	758489
22	63995	238505	412944	587256	761389
23	66904	241413	415851	590160	764290
24	69813	244321	418757	593064	767190
25	72721	247229	421663	595967	770090
26	75630	250137	424570	598871	772991
27	78539	253045	427476	601775	775891
28	81448	255953	430382	604678	778791
29	84357	258861	433288	607582	781691

①	o grad.	1 grad.	2 grad.	3 grad.	4 grad.
30	87265	261769	436194	610485	784591
31	90174	264677	439100	613389	787491
32	93083	267585	442006	616292	790391
33	95992	270493	444912	619196	793291
34	98901	273401	447818	622099	796191
35	101809	276308	450724	725002	799090
36	104718	279216	453630	627905	801990
37	107627	282124	456536	630808	804889
38	110536	285032	459442	633711	807789
39	113445	287940	462348	636614	810688
40	116353	290847	465253	639517	813587
41	119262	293755	468159	642420	816486
42	122171	296663	471065	645323	819385
43	125079	299570	473970	648226	822284
44	127988	302478	476876	651129	825183
45	130896	305385	479781	654031	828082
46	133805	308293	482687	656934	830981
47	136714	311200	485592	659837	833880
48	139622	314108	488498	662739	836778
49	142531	317015	491403	665642	839677
50	145439	319922	494308	668544	842576
51	148348	322830	497214	671447	845474
52	151257	325737	500119	674349	848372
53	154165	328645	503024	677251	851271
54	157074	331552	505929	680153	854169
55	159982	334459	508834	683055	857067
56	162891	337367	511740	685957	859965
57	165799	340274	514645	688859	862863
58	168708	343181	517550	691761	865761
59	171616	346088	520455	694663	868659

①	5 grad.	6 grad.	7 grad.	8 grad.	9 grad.
0	871557	1045285	1218693	1391731	1564345
1	874455	1048178	1221580	1494612	1367218
2	877353	1051071	1224467	1397492	1570091
3	880250	1053964	1227354	1400373	1572964
4	883148	1056857	1230241	1403253	1575837
5	886045	1059749	1233128	1406133	1578709
6	888943	1062642	1236015	1409013	1581581
7	891840	1065534	1238901	1411893	1584453
8	894737	1068426	1241788	1414772	1587;25
9	897634	1071318	1244674	1417652	1590197
10	900531	1074210	1247560	1420531	1593069
11	903428	1077102	1250446	1423410	1295941
12	906325	1079994	1253332	1426289	1598812
13	909222	1082886	1256218	1429168	1601684
14	912119	1085778	1259104	1432047	1604555
15	915016	1088669	1261990	1434926	1607426
16	917913	1091561	1264876	1437805	1610297
17	920809	1094452	1267761	1440684	1613168
18	923706	1097344	1270647	1443562	1616038
19	926602	1100235	1273532	1446441	1618909
20	929498	1103126	1276417	1449319	1621779
21	932395	1106017	1279302	1452197	1624649
22	935291	1108908	1282187	1455075	1627519
23	938187	1111799	1285072	1457953	1630389
24	941083	1114690	1287957	1460831	1633259
25	953979	1117580	1290841	1463708	1636129
26	946875	1120471	1293726	1466586	1638999
27	949771	1123361	1296610	1469463	1641868
28	952667	1126252	1299494	1472340	1644738
29	955563	1129142	1302378	1475217	1647607

⊙	5 grad.	6 grad.	7 grad.	8 grad.	9 grad.
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476
31	961354	1134922	1308146	1480971	1653345
32	964249	1137812	1311030	1483848	1656214
33	967144	1140702	1313914	1486724	1659082
34	970039	1143592	1316798	1489601	1661951
35	972934	1146482	1319681	1492477	1664819
36	975829	1149372	1322564	1495353	1667687
37	978724	1152261	1325447	1498229	1670555
38	981619	1155151	1328330	1501105	1673423
39	984514	1158040	1331213	1503981	1676291
40	987408	1160929	1334096	1506857	1679159
41	990303	1163818	1336979	1509733	1682027
42	993198	1166707	1339862	1512608	1684894
43	996092	1169596	1342744	1515484	1687761
44	998987	1172485	1345627	1518359	1690628
45	1001881	1175374	1348509	1521234	1693495
46	1004775	1178263	1351392	1524109	1696362
47	1007669	1181151	1354274	1526984	1699229
48	1010563	1184040	1357156	1529859	1702095
49	1013457	1186928	1360038	1532734	1704962
50	1016351	1189816	1362920	1535608	1707828
51	1019245	1192704	1365802	1538482	1710694
52	1022139	1195592	1368683	1541356	1713560
53	1025032	1198480	1371564	1544230	1716426
54	1027926	1201368	1374446	1547104	1719292
55	1030819	1204255	1377327	1549978	1722157
56	1033713	1207143	1380208	1552852	1725022
57	1036606	1210031	1383089	1555725	1727887
58	1039499	1212918	1385970	1558599	1730752
59	1042392	1215806	1388851	1561472	1733617

⊙	10 grad.	11 grad.	12 grad.	13 grad.	14 grad.
0	1736482	1908090	2079117	2249511	2419219
1	1739347	1910945	2081962	2252345	2422041
2	1742211	1913800	2084807	2255179	2424863
3	1745075	1916655	2087652	2258013	2427685
4	1747939	1919510	2090497	2260847	2430507
5	1750803	1922365	2093342	2263680	2433329
6	1753667	1925220	2096186	2266513	2436150
7	1756531	1928074	2099030	2269346	2438971
8	1759394	1930928	2101874	2272179	2441792
9	1762258	1933782	2104718	2275012	2444613
10	1765121	1936636	2107562	2277844	2447434
11	1767984	1939490	2110405	2280676	2450254
12	1770847	1942344	2113248	2283508	2453074
13	1773710	1945197	2116091	2286340	2455894
14	1776573	1948050	2118934	2289172	2458714
15	1779435	1950903	2121777	2292004	2461533
16	1782298	1953756	2124620	2294835	2464352
17	1785160	1956609	2127462	2297666	2467171
18	1788022	1959462	2130304	2300497	2469990
19	1790884	1962314	2133146	2303328	2472809
20	1793746	1965166	2135988	2306159	2475628
21	1796608	1968018	2138830	2308989	2478446
22	1799469	1970870	2141671	2311819	2481264
23	1802331	1973722	2144512	2314649	2484082
24	1805192	1976574	2147353	2317479	2486900
25	1808053	1979425	2150194	2320309	2489717
26	1810914	1982276	2153035	2323138	2492534
27	1813774	1985127	2155876	2325967	2495351
28	1816634	1987978	2158716	2328796	2498168
29	1819495	1990829	2161556	2331625	2500984

①	10 grad.	11 grad.	12 grad	13 grad.	14 grad.
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800
31	1825215	1996530	2167236	2337282	2506616
32	1848075	1999380	2170076	2340110	2509431
33	1830935	2002230	2172916	2342938	2512248
34	1833795	2005080	2175755	2345766	2515064
35	1836654	2007930	2178594	2348594	2517879
36	1839513	2010780	2181433	2351421	2520694
37	1842372	2013629	2184272	2354248	2523509
38	1845231	2016478	2187111	2357075	2526324
39	1848090	2019327	2189949	2359902	2529138
40	1850949	2022176	2192787	2362729	2531952
41	1853808	2025025	2195625	2365555	2534766
42	1856666	2027874	2198463	2368381	2537580
43	1859524	2030722	2201300	2371207	2540393
44	1862382	2033570	2204137	2374033	2543206
45	1865240	2036418	2206974	2376859	2546019
46	1868098	2039266	2209811	2379684	2548832
47	1870956	2042114	2212648	2382509	2551645
48	1873813	2044962	2215485	2385334	2554458
49	1876670	2047809	2218322	2388159	2557270
50	1879527	2050656	2221158	2390983	2560082
51	18[illegible]2384	2053503	2223994	2393808	2562894
52	1885241	2056350	2226830	2396632	2565706
53	18[illegible]8098	2059197	2229666	2399456	2568517
54	1890954	2062043	2232502	2402280	2571328
55	1893810	2064889	2235337	2405104	2574139
56	189[illegible]656	2067735	2238172	2407927	2576950
57	1899522	2070581	2241007	2410750	2579760
58	190[illegible]378	2073427	2243842	2413573	2582570
59	1905234	2076272	2246677	2416396	2585380

⊙	15 grad.	16 grad.	17 grad.	18 grad.	19 grad
0	2588190	2756373	2923717	3090170	3255682
1	2591000	2759169	2926499	3092936	3258432
2	2593809	2761965	2929280	3095702	3261182
3	2596618	2764761	2932061	3098468	3263931
4	2599427	2767556	2934842	3101234	3266681
5	2602236	2770351	2937623	310[illegible]999	3269430
6	2605045	2773146	2940403	3106764	3272179
7	2607853	2775941	2943183	3109529	3274927
8	2610661	2778735	2945963	3112294	3277675
9	2613469	2781529	2948743	3115058	3280423
10	2616277	2784323	2951523	3117822	3283171
11	2619084	2787117	2954302	3120586	3285918
12	2621891	2789911	2957081	3123349	3288665
13	2624698	2792704	2959860	3126112	3291412
14	2627505	2795497	2962638	3128875	3294159
15	2630312	2798290	2965416	3131638	3296906
16	2633118	2801082	2968194	3134400	3299652
17	2635924	2803874	2970972	3137162	3302398
18	2638730	2806666	2973750	3139924	3305144
19	2641536	2809458	2976527	3142686	3307889
20	2644342	2812256	2979304	3145448	3310634
21	2647147	2815041	2982081	3148209	31[illegible]3379
22	2649952	2817832	2984857	3150970	3316123
23	2652757	2820623	2987633	31[illegible]731	3318867
24	2655562	2823414	2990409	[illegible]491	3321611
25	2658366	2826204	2993185	3159251	3324355
26	2661170	2828994	2995960	3162011	3327098
27	2663974	2831784	2998735	3164770	3329841
28	2666777	2834574	3001510	3167529	3332585
29	2669580	2837364	3004284	3170288	333[illegible]27

☉	15 grad.	16 grad.	17 grad.	18 grad.	19 grad.
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069
31	2675186	2842942	3009832	3175805	3340811
32	2677989	2845731	3012606	3178563	3343553
33	2680792	2848520	3015380	3181321	3346294
34	2683595	2851308	3018153	3184079	3349035
35	2686397	2854096	3020926	3186837	3351776
36	2689199	2856884	3023699	3189594	3354516
37	2692001	2859672	3026472	3192351	3357256
38	2694802	2862459	3029244	3195108	3359996
39	2697603	2865246	3032016	3197864	3362736
40	2700404	2868033	3034788	3200620	3365475
41	2703205	2870819	3037559	3203375	3368214
42	2706005	2873605	3040330	3206130	3370953
43	2708805	2876391	3043101	3208885	3373691
44	2711605	2879177	3045872	3211640	3376429
45	2714405	2881963	3048643	3214395	3379167
46	2717[illegible]04	2884748	2051413	3217150	3381905
47	2720003	2887533	3054183	3219904	3384642
48	2722802	2890318	3056953	3222658	3387379
49	2725601	2893103	3059723	3225412	3390116
50	2728400	2895888	3062492	3228165	3392852
51	2731198	2898672	3065261	3230918	3395588
52	2733996	2901456	3068030	3233671	3398324
53	2736794	2904240	3070798	3236423	3401060
54	2739592	2907023	3073566	3239175	3403795
55	2742389	2909806	3076334	3241927	3406530
56	2745186	2912589	3079102	3244679	3409265
57	2747983	2915371	3081869	3247430	3411999
58	2750780	2918153	3084636	3250181	3414733
59	2753577	2920935	3087403	3252932	3417467

①	20 grad.	21 grad.	22 grad.	23 grad.	24 grad.
0	3420201	3583679	3746066	3907311	4067366
1	3422934	3586395	3748763	3909989	4070023
2	3425667	3589110	3751460	3912666	4072680
3	3428400	3591825	3754156	3915343	4075337
4	3431133	3594540	3756852	3918020	4077993
5	3433865	3597254	3759548	3920696	4080649
6	3436597	3599968	3762243	3923372	4083305
7	3439329	3602682	3764938	3926048	4085960
8	3442060	3605395	3767633	3928723	4088615
9	3444791	3608108	3770327	3931398	4091269
10	3447522	3610821	3773021	3934072	4093923
11	3450253	3613533	3775715	3936746	4096577
12	3452983	3616245	3778408	3939420	4099231
13	3455713	3618957	3781101	3942093	4101884
14	3458442	3621669	3783794	3944766	4104537
15	3461171	3624380	3786486	3947439	4107189
16	3463900	3627091	3789178	3950112	4109841
17	3466629	3629802	3791870	3952784	4112493
18	3469357	3632512	3794562	3955456	4115144
19	3472088	3635222	2797253	3958128	4117795
20	3474813	3637932	3799944	3960799	4120446
21	3477540	3640642	3802635	3963470	4123096
22	3480267	3643351	3805325	3966140	4125746
23	3482994	3646060	3808015	3968810	4128395
24	3485721	3648768	3810704	3971480	4131044
25	3488447	3651476	3813393	3974149	4133693
26	3491173	3654184	3816082	3976818	4136341
27	3493899	3656892	3818771	3979487	4138989
28	3496624	3659599	3821459	3982155	4141637
29	3499343	3662306	3824147	3984823	4144285

①	20 grad.	21 grad.	22 grad.	23 grad.	24 grad.
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932
31	3504799	3667718	3829521	3990159	4149579
32	3507523	3670424	3832208	3992826	4152226
33	3510247	3673130	3834895	3995493	4154872
34	3512971	3675835	3837581	3998159	4157518
35	3515694	3678541	3840267	4000825	4160163
36	3518417	3681246	4842953	4003491	4162808
37	3521140	3683951	3845638	4006156	4165453
38	3523862	3686655	3848323	4008821	4168097
39	3526584	3689359	3851008	4011486	4170741
40	3529306	3692062	3853692	4014150	4173385
41	3532027	3694765	3856376	4016814	4176028
42	3534748	3697468	3859060	4019478	4178671
43	3537469	3700170	3861743	4022141	4181313
44	3540190	3702872	3864426	4024804	4183955
45	3542910	3705574	3867109	4026467	4186597
46	3545630	3708276	3869791	4030130	4189239
47	3548350	3710977	3872473	4032792	4191880
48	3551070	3713678	3875155	4035454	4194521
49	3553789	3716379	3877837	4038115	4197162
50	3556508	3719080	3880518	4040776	4199802
51	4559227	3721780	3883199	4043437	4202442
52	3561945	3724480	3885880	4046097	4205081
53	3564663	3727179	3888560	4048757	4207720
54	3567380	3729878	3891240	4051416	4210359
55	3570097	3732577	3893919	4054075	4122997
56	3572814	3735275	3896598	4056734	4215635
57	3575531	3737973	3899277	4059392	4218273
58	3578247	3740671	3901955	4062050	4220910
59	3580963	3743369	3904633	4064708	4223547

①	25 grad.	26 grad.	27 grad.	28 grad.	29 grad.
0	4226183	4383712	4539905	4694716	4848096
1	4228819	4386326	4542497	4697284	4850640
2	4231455	4388940	4545088	4699852	4853184
3	4234090	4391554	4547679	4702419	4855727
4	4236725	4394167	4550270	4704986	4858270
5	4239360	4396780	4552860	4707553	4860812
6	4241994	4399392	4555450	4710119	4863354
7	4244628	4402004	4558039	4712685	4865895
8	4247262	4404616	4560628	4715250	4868436
9	4249895	4407227	4563216	4717815	4870977
10	4252528	4409838	4565804	4720380	4873517
11	4255161	4412449	4568392	4722944	4876057
12	4257793	4415059	4570979	4725508	4878596
13	4260425	4417669	4573566	4728071	4881135
14	4263056	4420278	4576153	4730634	4883674
15	4265687	4422887	4578739	4733197	4886212
16	4268318	4425496	4581325	4735759	4888750
17	4270949	4428104	4583911	4738321	4891287
18	4273579	4430712	4586496	4740882	4863824
19	4276209	4433320	4589081	4743443	4896361
20	4278838	4435927	4591665	4746004	4898897
21	4281467	4438534	4594249	4748564	4901433
22	4284096	4441140	4596833	4751124	4903968
23	4286724	4443746	4599416	4753683	4906503
24	4289352	4446352	4601999	4756242	4909037
25	4291979	4448957	4604581	4758801	4911571
26	4294606	4451562	4607163	4761359	4914105
27	4297233	4454167	4609744	4763917	4916638
28	4299859	4456771	4612325	4766474	4919171
29	4302485	4459375	4614906	4769031	4921703

☉	25 grad.	26 grad.	27 grad.	28 grad.	29 grad.
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235
31	4307736	4464581	4620066	4774144	4926767
32	4310361	4467184	4622646	4776700	4929298
33	4312986	4469786	4625225	4779255	4931829
34	4315610	4472388	4627804	4781810	4934359
35	4318234	4474990	4630382	4784365	4936889
36	4320858	4477591	4632960	4786919	4939418
37	4323481	4480192	4635538	4789473	4941947
38	4326104	4482792	4638115	4792027	4944476
39	4328726	4485392	4640692	4794579	4947004
40	4331348	4487992	4643268	4797132	4949532
41	4333970	4490591	4645844	4799684	4952059
42	4336591	4493190	4648420	4802236	4954586
43	4339212	4495788	4650995	4804787	4957113
44	4341833	4498386	4653570	4807338	4959639
45	4344453	4500984	4656145	4809888	4962165
46	4347073	4503582	4658719	4812438	4964690
47	4349693	4506179	4661293	4814988	4967215
48	4352312	4508776	4663866	4817537	4969740
49	4354931	4511372	4666439	4820086	4972264
50	4357549	4513968	4669012	4822635	4974788
51	4360167	4516563	4671584	4825183	4977311
52	4362785	4519158	4674156	4827731	4979834
53	4365402	4521753	4676727	4830278	4982356
54	4368019	4524347	4679298	4832825	4984878
55	4370635	4526941	4681869	4835371	4987399
56	4373251	4529535	4684439	4837917	4989920
57	4375867	4532128	4687009	4840462	4992441
58	4378482	4534721	4689578	4843007	4994961
59	4381097	4537313	4692147	4845552	4997481

①	30 grad.	31 grad.	32 grad.	33 grad.	34 grad.
0	5000000	5150381	5299192	5446390	5591929
1	5002519	5152874	5301659	5448829	5594[illegible]40
2	5005038	5155367	5304125	5451268	5596751
3	5007556	5157859	5306591	5453707	5599161
4	5010074	5160351	5309056	5456145	5601571
5	5012591	5162843	5311521	5458583	5603981
6	5015108	5165334	5313985	5461020	5606390
7	5017624	5167825	5316449	5463456	5608798
8	5020140	5170315	5318913	5465892	5611206
9	5022656	5172805	5321376	5468328	5613614
10	5025171	5175294	5323839	5470763	5616021
11	5027686	5177783	5326301	5473198	5618427
12	5030200	5180271	5328763	5475632	56208[illegible]
13	5032714	5182759	5331224	5478066	5623239
14	5035227	5185246	5333685	5480499	5625644
15	5037740	5187733	5336145	5482932	5628049
16	5040253	5190220	5338605	5485364	5620453
17	5042765	5192706	5341065	5487796	5632857
18	5045277	5195192	5343524	5490228	5635260
19	5047788	5197677	5345983	5492659	5637663
20	5050299	5200162	5348441	5495090	5640066
21	5052809	5202646	5350898	5497520	5642468
22	5055319	5205130	5353355	5499950	5644869
23	5057829	5207614	5355812	5502379	5647270
24	5060338	5210097	5358268	5504808	5649670
25	5062847	5212580	5360724	5507236	5652070
26	5065355	5215062	5363179	5509664	5654469
27	5067863	5217544	5365634	5512091	5656868
28	5070370	5220025	5368088	5514518	5659266
29	5072877	5222506	5370542	5516944	5661664

①	30 gard.	31 grad.	32 grad.	33 grad.	34 grad.
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062
31	5077890	5227466	5375449	5521795	5666459
32	5080396	5229946	5377902	5524220	5668856
33	5082901	5232425	5380354	5526645	5671252
34	5085406	5234904	5382806	5529069	5673648
35	5087911	5237382	5385258	5531493	5676043
36	5090415	5239860	5387709	5533916	5678438
37	5092919	5242337	5390159	5536338	5680832
38	5095422	5244814	5392609	5538760	5683226
39	5097925	5247290	5395058	5541182	5685619
40	5100427	5249766	5397507	5543603	5688012
41	5102929	5252241	5399955	5546024	5690404
42	5105430	5254716	5402403	5548444	5692796
43	5107931	5257191	5404851	5550864	5695187
44	5110431	5259665	5407298	5553283	5697578
45	5112931	5262139	5409745	5555702	5699968
46	5115431	5264612	5412191	5558120	5702358
47	5117930	5267085	5414637	5560538	5704747
48	5120429	5269557	5417082	5562956	5707136
49	5122927	5272029	5419527	5565373	5709524
50	5125425	5274501	5421972	5567790	5711912
51	5127922	5276972	5424416	5570206	5714299
52	5130419	5279443	5426859	5572622	5716686
53	5132916	5281913	5429302	5575037	5719072
54	5135412	5284383	5431745	5577452	5721458
55	5137908	5286852	5434187	5579866	5723844
56	5140403	5289321	5436629	5582280	5726229
57	5142898	5291789	5439070	5584693	5728613
58	5145393	5294257	5441510	5587106	5730997
59	5147887	5296725	5443950	5589518	5733381

⊙	35 grad.	36 grad.	37 grad.	38 grad.	39 grad.
0	5735764	5877852	6018150	6156615	6293204
1	5738147	5880205	6020473	6158907	6295464
2	5740529	5882558	6022796	6161198	6297724
3	5742911	5884910	6025118	6163489	6299983
4	5745292	5887262	6027439	6165780	6302242
5	5747672	5889613	6029760	6168070	6304501
6	5750052	5891964	6032080	6170359	6306759
7	5752432	5894314	6034400	6172648	6309016
8	5754811	5896664	6036719	6174936	6311273
9	5757190	5899013	6039038	6177224	6313529
10	5759568	5901361	6041357	6179512	6315784
11	5761946	5903709	6043675	6181799	6318039
12	5764323	5906056	6045992	6184085	6320293
13	5766700	5908403	6048309	6186371	6322547
14	5769076	5910750	6050625	6188656	6324800
15	5771452	5913096	6052940	6190940	6327053
16	5773827	5915442	6055255	6193224	6329305
17	5776202	5917787	6057570	6195508	6331557
18	5778576	5920132	6059884	6197791	6333808
19	5780950	5922476	6062198	6200074	6336059
20	5783324	5924820	6064511	6202356	6338310
21	5785697	5927163	6066824	6204638	6340560
22	5788069	5929505	6069136	6206919	6342809
23	5790441	5931847	6071448	6209199	6345058
24	5792812	5934189	6073759	6211479	6347306
25	5795183	5936530	6076069	6213758	6349553
26	5797553	5938871	6078379	6216037	6351800
27	5799923	5941211	6080688	6218315	6354046
28	5802292	5943551	6082997	6220593	6356292
29	5804661	5945890	6085306	6222870	6358537

①	35 grad.	36 grad.	37 grad.	38 grad.	39 grad.
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782
31	5809398	5950566	6089922	6227422	6363026
32	5811766	5952904	6092229	6229698	6365270
33	5814133	5955241	6094536	6231973	6367513
34	5816499	5957578	6096842	6234248	6369756
35	5818865	5959914	6099147	6236522	6371999
36	5821230	5962250	6101452	6238796	6374241
37	5823595	5964585	6103756	6241069	6376482
38	5825959	5966919	6106060	6243342	6378722
39	5828323	5969253	6108364	6245614	6380962
40	5830687	5971586	6110667	6247885	6383201
41	5833050	5973919	6112970	6250156	6385440
42	5835412	5976251	6115272	6252426	6387678
43	5837774	5978583	6117573	6254696	6389916
44	5840136	5980915	6119873	6256966	6392153
45	5842497	5983246	6122173	6259235	6394390
46	5844858	5985577	6124473	6261503	6396626
47	5847218	5987907	6126772	6263771	6398862
48	5849578	5990237	6129071	6266038	6401097
49	5851937	5992566	6131369	6268305	6403332
50	5854295	5994894	6133667	6270572	6405566
51	5856653	5997222	6135964	6272838	6407799
52	5859010	5999549	6138261	6275103	6410032
53	5861367	6001876	6140557	6277368	6412264
54	5863724	6004202	6142853	6279632	6414496
55	5866080	6006528	6145148	6281895	6416728
56	5868436	6008853	6147442	6284158	6418959
57	5870791	6011178	6149736	6286420	6421189
58	5873145	6013502	6152030	6288682	6423419
59	5875499	6015826	6154323	6290943	6425648

⊙	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
0	6427876	6560590	6691306	6819984	6946584
1	6430104	6562785	6693468	6822111	6948676
2	6432331	6564979	6695629	6824237	6950767
3	6434558	6567173	6697789	6826363	6952858
4	6436785	6569367	6699949	6828489	6954949
5	6439011	6571560	6702108	6830614	6957039
6	6441236	6573753	6704267	6832738	6959128
7	6443461	6575945	6706425	6834861	6961216
8	6445685	6578136	6708582	6836984	6963304
9	6447909	6580326	6710739	6839107	6965392
10	6450132	6582516	6712895	6841229	6967479
11	6452355	6584705	6715051	6843350	6969565
12	6454577	6586894	6717206	6845471	6971651
13	6456799	6589082	6719361	6847591	6973736
14	6459020	6591270	6721515	6849711	6975821
15	6461240	6593458	6723668	6851830	6977905
16	6463460	6595645	6725821	6853949	6979988
17	6465679	7597831	6727973	6856067	6982071
18	6467898	6600016	6730125	6858184	6984153
19	6470116	6602201	6732276	6860301	6986235
20	6472333	6604386	6734427	6862417	6988316
21	6474550	6606570	6736577	6864533	6990396
22	6476766	6608753	6738726	6866648	6992476
23	6478982	6610936	6740875	6868762	6994555
24	6481198	6613118	6743024	6870876	6996634
25	6483413	6615300	6745172	6872989	6998712
26	6485628	6617481	6747319	6875102	7000789
27	6487842	6619661	6749465	6877214	7002866
28	6490055	6621841	6751611	6879325	7004942
29	6492268	6624021	6753757	6881436	7007018

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
30	6494480	6626200	6755902	6883546	7009093
31	6496692	6628379	6758047	6885656	7011167
32	6498903	6630557	6760191	6887765	7013241
33	6501114	6632734	6762334	6889874	7015314
34	6503324	6634911	6764477	6891982	7017387
35	6505533	6637087	6766619	6894089	7019459
36	6507742	6639263	6768760	6896196	7021530
37	6509950	6641438	6770901	6898302	7023601
38	6512158	6643612	6773041	6900408	7025671
39	6514365	6645786	6775181	6902513	7027741
40	6516572	6647959	6777320	6904617	7029810
41	6518778	6650132	6779459	6906721	7031879
42	6520984	6652304	6781597	6908824	7033947
43	6523189	6654476	6783734	6910927	7036014
44	6525394	6656647	6785871	6913029	7038081
45	6527598	6658817	6788007	6915131	7040147
46	6529801	6660987	6790143	6917232	7042213
47	6532004	6663156	6792278	6919332	7044278
48	6534206	6665325	6794413	6921432	7046342
49	6536408	6667493	6796547	6923531	7048406
50	6538609	6669661	6798681	6925630	7050469
51	6540809	6671828	6800814	6927728	7052532
52	6543009	6673994	6802946	6929825	7054594
53	6545208	6676160	6805078	6931922	7056655
54	6547407	6678326	6807209	6934018	7058716
55	6549606	6680491	6809340	6936114	7060776
56	6551804	6682655	6811470	6938209	7062836
57	6554001	6684818	6813599	6940303	7064895
58	6556198	6686981	6815728	6942397	7066953
59	6558394	6689144	6817856	6944491	7069011

①	45 grad.	46 grad.	47 gard.	48 grad.	49 grad.
0	7071068	7193398	7313537	7431448	7547096
1	7073125	7195418	7315521	7433394	7549004
2	7075181	7197438	7317504	7435339	7550911
3	7077236	7199457	7319486	7437284	7552818
4	7079291	7201476	7321468	7439229	7554724
5	7081345	7203494	7323449	7441173	7556630
6	7083399	7205511	7325429	7443116	7558535
7	7085452	7207527	7327409	7445058	7560439
8	7087504	7209543	7329388	7447000	7562343
9	7089556	7211559	7331367	7448941	7564246
10	7091607	7213574	7333345	7450882	7566148
11	7093658	7215588	7335322	7452822	7568050
12	7095708	7217601	7337298	7454761	7569951
13	7097757	7219614	7339274	7456699	7571851
14	7099805	7221627	7341250	7458637	7573751
15	7101854	7223639	7343225	7460574	7575650
16	7103902	7225651	7345199	7462511	7577548
17	7105949	7227662	7347173	7464447	7579446
18	7107995	7229672	7349146	7466382	7581343
19	7110041	7231681	7351118	7468317	7583240
20	7112086	7233689	7353090	7470251	7585136
21	7114131	7235697	7355061	7472184	7587031
22	7116175	7237704	7357031	7474117	7588925
23	7118218	7239711	7359001	7476049	7590819
24	7120261	7241718	7360970	7477981	7592713
25	7122303	7243724	7362939	7479912	7594606
26	7124344	7245729	7364907	7481842	7596498
27	7126385	7247733	7366874	7483771	7598389
28	7128425	7249737	7368841	7485700	7600280
29	7130465	7251741	7370807	7487629	7602170

①.	45 grad.	46 grad.	47 grad.	48 grad.	49 grad.
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604060
31	7134543	7255746	7374738	7491484	7605949
32	7136581	7257747	7376702	7493410	7607837
33	7138618	7259748	7378666	7495336	7609725
34	7140655	7261749	7380629	7497262	7611612
35	7142691	7263749	7382592	7499187	7613498
36	7144727	7265748	7384554	7501111	7615384
37	7146762	7267746	7386515	7503034	7617269
38	7148796	7269744	7388475	7504957	7619153
39	7150830	7271741	7390435	7506879	7621037
40	7152863	7273737	7392394	7508801	7622920
41	7154895	7275733	7394353	7510722	7624802
42	7156927	7277728	7396311	7512642	7626683
43	7158958	7279722	7398268	7514561	7628564
44	7160989	7281716	7400225	7516480	7630445
45	7163019	7283710	7402181	7518398	7632325
46	7165049	7285703	7404137	7520316	7634204
47	7167078	7287695	7406092	7522233	7636082
48	7169106	7289687	7408046	7524149	7637960
49	7171134	7291678	7410000	7526065	7639838
50	7173161	7293668	7411953	7527980	7641715
51	7175187	7295658	7413905	7529894	7643591
52	7177213	7297647	7415856	7531808	7645466
53	7179238	7299635	7417807	7533721	7647341
54	7181263	7301623	7419758	7535634	7649215
55	7183287	7303610	7421708	7537546	7651088
56	7185310	7305597	7423657	7539457	7652961
57	7187333	7307583	7425605	7541367	7654833
58	7189355	7309568	7427553	7543277	7656704
59	7191377	7311553	7429501	7545187	7658575

D 5

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
0	7660445	7771460	7880108	7986355	8090170
1	7662314	7773290	7881898	7988105	8091879
2	7664183	7775120	7883688	7989855	8093588
3	7666051	7776949	7885477	7991604	8095296
4	7667919	7778777	7887266	7993352	8097004
5	7669786	7780605	7889054	7995100	8098711
6	7671652	7782432	7890841	7996847	8100417
7	7673517	7784258	7892627	7998593	8102122
8	7675382	7786084	7894413	8000339	8103827
9	7677246	7787909	7896198	8002084	8105531
10	7679110	7789733	7897983	8003828	8107234
11	7680973	7791557	7899767	8005571	8108936
12	7682835	7793380	7901550	8007314	8110638
13	7684697	7795202	7903332	8009057	8112339
14	7686558	7797024	7905114	8010797	8114040
15	7688418	7798845	7906896	8012538	8115740
16	7690278	7800665	7908676	8014278	8117439
17	7692137	7802485	7910456	8016017	8119137
18	7693995	7804304	7912235	8017756	8120835
19	7695853	7806123	7914014	8019494	8122532
20	7697710	7807941	7915792	8021232	8124229
21	7699566	7809758	7917569	8022969	8125925
22	7701422	7811574	7919345	8024705	8127620
23	7703277	7813390	7921121	8026440	8129314
24	7705132	7815205	7922896	8028175	8131008
25	7706986	7817020	7924671	8029909	8132701
26	7708839	7818834	7926445	8031642	8134393
27	7710692	7820647	7928218	8033375	8136034
28	7712544	7822459	7929990	8035107	8137774
29	7714395	7824271	7931762	8036838	8139465

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155
31	7718096	7827892	7935303	8040299	8142844
32	7719945	7829702	7937073	8042028	8144532
33	7721794	7831511	7938842	8043757	8146220
34	7723642	7833320	7940611	8045485	8147907
35	7725490	7835128	7942379	8047212	8149593
36	7727337	7836935	7944146	8048938	8151278
37	7729183	7838741	7945912	8050664	8152963
38	7731028	7840547	7947678	8052389	8154647
39	7732872	7842352	7949443	8054114	8156330
40	7734716	7844157	7951208	8055838	8158013
41	7736559	7845961	7952972	8057561	8159695
42	7738402	7847764	7954735	8059283	8161376
43	7740244	7849566	7956497	8061005	8163057
44	7742085	7851368	7958259	8062726	8164737
45	7743926	7853169	7960020	8064446	8166416
46	7745766	7854970	7961780	8066166	8168094
47	7747606	7856770	7963540	8067885	8169772
48	7749445	7858569	7965299	8069603	8171449
49	7751283	7860368	7967057	8071321	8173126
50	7753121	7862166	7968815	8073038	8174802
51	7754958	7863963	7970572	8074754	8176477
52	7756794	7865759	7972328	8076470	8178151
53	7758630	7867555	7974084	8078185	8179825
54	7760465	7869350	7975838	8079899	8181498
55	7762299	7871145	7977593	8081613	8183170
56	7764132	7872939	7979347	8083326	8184841
57	7765965	7874732	7981100	8085038	8186512
58	7767797	7876525	7982852	8086749	8188182
59	7769629	7878317	7984604	8088460	8189851

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
0	8191520	8290376	8386706	8480481	8571673
1	8193188	8292002	8388290	8482022	8573171
2	8194855	8293628	8389873	8483562	8574668
3	8196522	8295253	8391456	8485102	8576164
4	8198188	8296877	8393038	8486641	8577660
5	8199854	8298501	8394619	8488180	8579155
6	8201519	8300124	8396199	8489718	8580649
7	8203183	8301746	8397778	8491255	8582142
8	8204846	8303367	8399357	8492791	8583635
9	8206508	8304987	8400935	8494326	8585127
10	8208170	8306607	8402513	8495860	8586619
11	8209831	8308226	8404090	8497394	8588110
12	8211491	8309844	8405666	8498927	8589600
13	8213151	8311462	8407241	8500459	8591089
14	8214810	8313079	8408816	8501991	8592577
15	8216469	8314696	8410390	8503522	8594064
16	8218127	8316312	8411963	8505052	8595551
17	8219784	8317927	8413536	8506582	8597037
18	8221440	8319541	8415108	8508111	4598523
19	8223096	8321155	8416679	8509639	8600008
20	8224751	8322768	8418250	8511167	8601492
21	8226405	8324380	8419820	8512694	8602975
22	8228058	8325991	8421389	8514220	8604457
23	8229711	8327602	8422957	8515745	8605939
24	8231363	8329212	8424525	8517270	8607420
25	8233015	8330822	8426092	8518794	8608901
26	8234666	8332431	8427658	8520317	8610381
27	8236316	8334039	8429223	8521839	8611860
28	8237965	8335646	8430788	8523361	8613338
29	8239614	8337252	8432352	8524882	8614815

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292
31	8242909	8340463	8435477	8527921	7617768
32	8244556	8342067	8437039	8529440	8619243
33	8246202	8343671	8438600	8530958	8620718
34	8247847	8345274	8440161	8532476	8622192
35	8249492	8346877	8441721	8533993	8623665
36	8251136	8348479	8443280	8535509	8625137
37	8252779	8350080	8444838	8537024	8626608
38	8254421	8351680	8446396	8538538	8628079
39	8256062	8353279	8447953	8540052	8629549
40	8257703	8354878	8449509	8541565	8631019
41	8259343	8356476	8451064	8543077	8632488
42	8260982	8358073	8452618	8544588	8633956
43	8262621	8359670	8454172	8546099	8635423
44	8264259	8361266	8455725	8547609	8636889
45	8265897	8362862	8457278	8549119	8638355
46	8267534	8364457	8458830	8550628	8639820
47	8269170	8366051	8460381	8552136	8641284
48	8270806	8367644	8461932	8553643	8642748
49	8272441	8369236	8463482	8555149	8644211
50	8274075	8370828	8465031	8556655	8645673
51	8275708	8372419	8466579	8558160	8647134
52	8277340	8374009	8468126	8559664	8648595
53	8278972	8375599	8469673	8561168	8650055
54	8280603	8377188	8471219	8562671	8651514
55	8282234	8378776	8472765	8564173	8652973
56	8283864	8380363	8474310	8565675	8654431
57	8285493	8381950	8475854	8567176	8655888
58	8287121	8383536	8477297	8568676	8657344
59	8288749	8385121	8478939	8570175	8658799

①	60 grad.	61 grad.	62 grad.	63 grad.	64 grad.
0	8660254	8746197	8829476	8910065	8987940
1	8661708	8747607	8830841	8911385	8989215
2	8663162	8749016	8832205	8912704	8990489
3	8664615	8750425	8833569	8914023	8991762
4	8666067	8751833	8834932	8915341	8993035
5	8667518	8753240	8836295	8916659	8994307
6	8668968	8754646	8837657	8917976	8995578
7	8670417	8756051	8839018	8919292	8996848
8	8671866	8757456	8840378	8920607	8998117
9	8673314	8758860	8841737	8921921	8999386
10	8674762	8760263	8843095	8923234	9000654
11	8676209	8761665	8844452	8924546	9001921
12	8677655	8763067	8845809	8925858	9003187
13	8679100	8764468	8847165	8927169	9004453
14	8680544	8765868	8848521	8928479	9005718
15	8681988	8767267	8849876	8929789	9006982
16	8683431	8768667	8851230	8931098	9008245
17	8684874	8770065	8852583	8932406	9009508
18	8686316	8771462	8853936	8933714	9010770
19	8687757	8772859	8855288	8935021	9012031
20	8689197	8774255	8856639	8936327	9013292
21	8690636	8775650	8857989	8937632	9014552
22	8692074	8777044	8859338	8938936	9015811
23	8693512	8778437	8860687	8940240	9017069
24	8694949	8779830	8862035	8941543	9018326
25	8696386	8781222	8863383	8942845	9019582
26	8697822	8782613	8864730	8944146	9020838
27	8699257	8784003	8866076	8945446	9022093
28	8700691	8785393	8867421	8946746	9023347
29	8702124	8786782	8868765	8948045	9024600

①	60 grad.	61 grad.	62 grad.	63 grad.	64 grad.
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853
31	8704989	8789559	8871451	8950642	9027105
32	8706420	8790946	8872793	8951939	9028356
33	8707851	8792332	8874134	8953235	9029606
34	8709281	8793717	8875475	8954530	9030856
35	8710710	8795102	8876815	8955824	9032105
36	8712138	8796486	8878154	8957117	9033353
37	8713565	8797869	8879492	8958410	9034600
38	8714992	8799251	8880830	8959702	9035847
39	8716418	8800633	8882167	8960994	9037093
40	8717844	8802014	8883503	8962285	9038338
41	8719269	8803394	8884838	8963575	9039582
42	8720693	8804773	8886172	8964864	9040825
43	8722116	8806152	8887506	8966152	9042068
44	8723538	8807530	8888839	8967440	9043310
45	8724960	8808907	8890171	8968727	9044551
46	8726381	8810283	8891502	8970013	9045791
47	8727801	8811659	8892833	8971299	9047031
48	8729221	8813034	8894163	8972584	9048270
49	8730640	8814408	8895492	8973868	9049508
50	8732058	8815782	8896821	8975151	9050746
51	8733475	8817155	8898149	8976433	9051983
52	8734891	8818527	8899476	8977715	9053219
53	8736307	8819898	8900802	8978996	9054454
54	8737722	8821268	8902127	8980276	9055688
55	8739137	8822638	8903452	8981555	9056922
56	8740551	8824007	8904776	8982833	9058155
57	8741964	8825375	8906099	8984111	9059387
58	8743376	8826743	8907422	8985388	9060618
59	8744787	8828110	8908744	8986664	9061848

①	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
0	9063078	9135455	9205049	9271839	9335804
1	9064307	9136638	9206185	9272928	9336846
2	9065535	9137820	9207321	9274017	9337887
3	9066763	9139001	9208456	9275105	9338928
4	9067990	9140181	9209590	9276192	9339968
5	9069216	9141361	9210723	9277278	9341007
6	9070441	9142540	9211855	9278363	9342045
7	9071665	9143718	9212986	9279448	9343082
8	9072889	9144895	9214117	9280532	9344119
9	9074112	9146072	9215247	9281615	9345155
10	9075334	9147248	9216376	9282697	9346190
11	9076555	9148423	9217504	9283778	9347224
12	9077775	9149597	9218631	9284859	9348257
13	9078995	9150770	9219758	9285939	9349289
14	9080214	9151943	9220884	9287018	9350321
15	9081432	9153115	9222010	9288096	9351352
16	9082649	9154286	9223135	9289173	9352382
17	9083866	9155457	9224259	9290250	9353411
18	9085082	9156627	9225382	9291326	9354440
19	9086297	9157796	9226504	9292401	9355468
20	9087512	9158964	9227625	9293476	9356495
21	9088726	9160131	9228746	9294550	9357521
22	9089939	9161297	9229866	9295623	9358546
23	9091151	9162463	9230985	9296695	9359571
24	9092362	9163628	9232103	9297766	9360595
25	9093572	9164792	9233220	9298836	9361618
26	9094781	9165955	9234337	9299905	9362640
27	9095990	9167117	9235453	9300974	9363662
28	9097198	9168279	9236568	9302042	9364683
29	9098406	9169440	9237682	9303109	9365703

⊙	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
30	9099613	9170607	9238795	9304176	9366722
31	9100819	9171761	9239908	9305242	9367740
32	9102024	9172920	9241020	9306307	9368758
33	9103228	9174078	9242131	9307371	9369775
34	9104432	9175235	9243242	9308434	9370791
35	9105635	9176391	9244352	9309497	9371800
36	9106837	9177547	9245461	9310559	9372820
37	9108038	9178702	9246569	9311620	9373834
38	9109238	9179856	9247676	9312680	9374847
39	9110438	9181009	9248782	9313739	9375859
40	9111637	9182161	9249888	9314798	9376870
41	9112835	9183313	9250993	9315856	9377880
42	9114032	9184464	9252097	9316913	9378889
43	9115229	9185614	9253200	9317969	9379898
44	9116425	9186763	9254303	9319024	9380906
45	9117620	9187912	9255405	9320079	9381913
46	9118814	9189060	9256506	9321133	9382919
47	9120007	9190207	9257606	9322186	9383925
48	9121260	9191353	9258709	9323238	9384930
49	9122392	9192499	9259805	9324290	9385934
50	9123584	9193644	9260903	9325341	9386937
51	9124775	9194788	9262000	9326391	9387939
52	9125965	9195931	9263096	9327440	9388941
53	9127154	9197073	9264192	9328488	9389942
54	9128342	9198215	9265187	9329535	9390942
55	9129529	9199356	9266381	9330582	9391941
56	9130716	9200496	9267474	9331628	9392940
57	9131902	9201635	9268566	9332673	9393938
58	9133087	9202774	9269658	9333717	9394935
59	9134271	9203912	9270749	9334761	9395931

①	70 grad.	71 grad.	72 grad.	73 grad.	74 grad.
0	9396926	9455186	9510565	9563048	9612617
1	9397921	9456133	9511464	9563898	9613418
2	9398915	9457079	9512362	9564747	9614219
3	9399908	9458024	9513259	9565596	9615019
4	9400900	9458968	9514155	9566444	9615818
5	9401891	9459911	9515050	9567291	9616616
6	9402882	9460854	9515944	9568137	9617413
7	9403872	9461796	9516838	9568982	9618209
8	9404861	9462737	9517731	9569826	9619005
9	9405849	9463678	9518623	9570670	9619800
10	9406836	9464616	9519514	9571513	9620594
11	9407822	9465555	9520404	9572355	9621387
12	9408808	9466493	9521294	9573196	9622179
13	9409793	9467430	9522183	9574036	9622971
14	9410777	9468366	9523071	9574875	9623762
15	9411760	9469301	9523958	9575714	9624552
16	9412742	9470236	9524844	9576552	9625341
17	9413724	9471170	9525730	9577389	9626129
18	9414705	9472103	9526615	9578225	9626917
19	9415685	9473035	9527499	9579061	9627704
20	9416665	9473967	9528382	9579896	9628490
21	9417644	9474898	9529264	9580730	9629275
22	9418622	9475828	9530146	9581563	9630059
23	9419599	9476757	9531027	9582395	9630843
24	9420575	9477685	9531907	9583226	9631626
25	9421550	9478612	9532786	9584057	9632408
26	9422525	9479539	9533664	9584887	9633189
27	9423499	9480465	9534541	9585716	9633969
28	9424472	9481390	9535418	9586544	9634748
29	9425444	9482314	9536294	9587371	9635527

①	70 grad.	71 grad.	72 grad.	73 grad.	74 grad.
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305
31	9427386	9484160	9538043	9589023	9637082
32	9428356	9485082	9538917	9589848	9637858
33	9429325	9486003	9539790	9590672	9638633
34	9430293	9486923	9540662	9591495	9639408
35	9431260	9487842	9541533	9592318	9640182
36	9432227	9488761	9542403	9593140	9640955
37	9433193	9489679	9543272	9593961	9641727
38	9434158	9490596	9544141	9594781	9642498
39	9435122	9491512	9545009	9595600	9643268
40	9436085	9492427	9545876	9596419	9644038
41	9437048	9493341	9546742	9597237	9644807
42	9438010	9494255	9547607	9598054	9645575
43	9438971	9495168	9548472	9598870	9646342
44	9439931	9496080	9549336	9599685	9647108
45	9440890	9496991	9550199	9600499	9647873
46	9441849	9497902	9551061	9601313	9648638
47	9442807	9498812	9551922	9602126	9649402
48	9443764	9499721	9552783	9602938	9650165
49	9444720	9500629	9553643	9603749	9650927
50	9445676	9501536	9554502	9604559	9651689
51	9446631	9502443	9555360	9605368	9652450
52	9447585	9503349	9556217	9606177	9653210
53	9448538	9504254	9557074	9606985	9653969
54	9449490	9505158	9557930	9607792	9654727
55	9450441	9506061	9558785	9608598	9655484
56	9451392	9506963	9559639	9609403	9656240
57	9452342	9507865	9560492	9610208	9656996
58	945[illegible]291	9508766	9561345	9611012	9657751
59	9454239	9509666	9562197	9611815	9658505

①	75 grad.	76 grad.	77 grad.	78 grad.	79 grad.
0	9659258	9702957	9743700	9781476	9816272
1	9660011	9703660	9744355	9782080	9816827
2	9660763	9704363	9745008	9782684	9817381
3	9661514	9705065	9745660	9783287	9817934
4	9662264	9705766	9746312	9783889	9818486
5	9663013	9706466	9746963	9784490	9819037
6	9663761	9707165	9747613	9785090	9819587
7	9664508	9707863	9748262	9785689	9820137
8	9665255	9708561	9748910	9786288	9820686
9	9666001	9709258	9749557	9786886	9821234
10	9666746	9709954	9750203	9787483	9821781
11	9667490	9710649	9750849	6788079	9822327
12	9668233	9711343	9751494	9788674	9822872
13	9668976	9712036	9752138	9789268	9823417
14	9669718	9712729	9752781	9789862	9823961
15	9670459	9713421	9753423	9790455	9824504
16	9671199	9714112	9754065	9791047	9825046
17	9671938	9714802	9754706	9791638	9825587
18	9672677	9715491	9755346	9792228	9826128
19	9673415	9716180	9755985	9792818	9826668
20	9674152	9716868	9756623	9793407	9827207
21	9674888	9717555	9757260	9693995	9827745
22	9675623	9718241	9757897	9794582	9828282
23	9676357	9718926	9758533	9795168	9828818
24	9677091	9719610	9759168	9795753	9829354
25	9677824	9720294	9759802	9796337	9829889
26	9678556	9720977	9760435	9796921	9830423
27	9679287	9721659	9761067	9797504	9830956
28	9680017	9722340	9761699	9798086	9831488
29	9680747	9723020	9762330	9798667	9832019

①	75 grad.	76 grad.	77 grad.	78 grad.	79 grad.
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549
31	9682204	9724378	9763589	9799827	9833079
32	9682931	9725056	9764217	9800406	9833608
33	9683657	9725733	9764845	9800984	9834136
34	9684383	9726409	9765472	9801561	9834663
35	9685108	9727085	9766098	9802137	9835189
36	9685832	9727760	9766723	9802712	9835714
37	9686555	9728434	9767347	9803287	9836239
38	9687277	9729107	9767970	9803861	9836763
39	9687998	9729779	9768593	9804434	9837286
40	9688719	9730450	9769215	9805006	9837808
41	9689439	9731120	9769836	9805577	9838329
42	9690158	9731789	9770456	9806147	9838850
43	9690876	9732458	9771075	9806716	9839370
44	9691593	9733126	9771693	9807285	9839889
45	9692309	9733793	9772311	9807853	9840407
46	9693025	9734459	9772928	9808420	9840924
47	9693740	9735124	9773544	9808986	9841440
48	9694454	9735789	9774159	9809551	9841956
49	9695167	9736453	9774773	9810116	9842471
50	9695879	9737116	9775387	9810680	9842985
51	9696590	9737778	9776000	9811243	9843498
52	9697301	9738439	9776612	9811850	9844010
53	9698011	9739099	9777223	9812366	9844521
54	9698720	9739759	9777833	9812926	9845032
55	9699428	9740418	9778442	9813486	9845542
56	9700135	9741076	9779050	9814045	9846051
57	9700842	9741733	9779658	9814603	9846559
58	9701548	9742389	9780265	9815160	9847066
59	9702253	9743045	9780871	9815716	9847572

⊙	80 grad.	81 grad.	82 grad.	83 grad.	84 grad.
0	9848078	9876883	9902681	9925461	9945219
1	9848583	9877338	9903085	9925816	9945523
2	9849087	9877792	9903489	9926169	9945826
3	9849590	9878245	9903892	9926521	9946128
4	9850092	9878697	9904294	9926873	9946429
5	9850593	9879148	9904695	9927224	9946729
6	9851093	9879598	9905095	9927574	9947028
7	9851593	9820048	9905494	9927923	9947327
8	9852092	9880497	9905893	9928271	9947625
9	9852590	9880945	9906291	9928618	9947922
10	9853087	9881392	9906688	9928965	9948218
11	9853583	9881838	9907084	9929311	9948513
12	9854079	9882283	9907479	9929656	9948807
13	9854574	9882728	9907873	9930000	9949100
14	9855068	9883172	9908266	9930343	9949393
15	9855561	9883615	9908659	9930685	9949685
16	9856053	9884057	9909051	9931026	9949976
17	9856544	9884498	9909442	9931367	9950266
18	9857035	9884938	9909832	9931707	9950555
19	9857525	9885378	9910221	9932046	9950844
20	9858014	9885817	9910610	9932384	9951132
21	9858502	9886255	9910998	9932721	9951419
22	9858989	9886692	9911385	9933057	9951705
23	9859475	9887128	9911771	9933393	9951990
24	9859961	9887564	9912156	9933728	9952274
25	9860446	9887999	9912540	9934062	9952557
26	9860930	9888433	9912923	9934395	9952840
27	9861413	9888866	9913306	9934727	9953122
28	9861895	9889298	9913688	9935058	9953403
29	9862376	9889729	9914069	9935389	9953683

①	80 grad.	81 grad.	82 grad.	83 grad.	84 grad.
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962
31	9863336	9890588	9914828	9936048	9954240
32	9863815	9891017	9915206	9936376	9954518
33	9864293	9891445	9915584	9936703	9954795
34	9864770	9891872	9915961	9937029	9955071
35	9865246	9892298	9916337	9937355	9955346
36	9865722	9892723	9916712	9937680	9955620
37	9866197	9893147	9917086	9938004	9955893
38	9866671	9893571	9917459	9938327	9956165
39	9867144	9893994	9917832	9938649	9956437
40	9867616	9894416	9918204	9938970	9956798
41	9868087	9894837	9918575	9939290	9956978
42	9868557	9875257	9918945	9939609	9957247
43	9869027	9895677	9919314	9939928	9957515
44	9869496	9896096	9919682	9940246	9957782
45	9869964	9896514	9920049	9940563	9958049
46	9870431	9896931	9920416	9940879	9958315
47	9870897	9897347	9920782	9941194	9958580
48	9871362	9897762	9921147	9941509	9958844
49	9871827	9898177	9921511	9941823	9959107
50	9872291	9898591	9921874	9942136	9959370
51	9872754	9899004	9922236	9942448	9959632
52	9873216	9899416	9922598	9942759	9959893
53	9873677	9899827	9922959	9943069	9960153
54	9874137	9900237	9923319	9943379	9960412
55	9874597	9900646	9923678	9943688	9960670
56	9875056	9901055	9924036	9943996	9960927
57	9875514	9901463	9924393	9944303	9961183
58	9875971	9901870	9924750	9944609	9961438
59	9876427	9902276	9925106	9944914	9961693

①	85 grad.	86 grad.	87 grad.	88 grad.	89 grad.
0	9961947	9975640	9986295	9993908	9998477
1	9962200	9975843	9986447	9994009	9998527
2	9962452	9976045	9986598	9994109	9998577
3	9962703	9976246	9986748	9994208	9998625
4	9962954	9976446	9986897	9994307	9998673
5	9963204	9976645	9987045	9994405	9998720
6	9963453	9976843	9987193	9994502	9998766
7	9963701	9977040	9987340	9994598	9998811
8	9963948	9977237	9987486	9994692	9998856
9	9964194	9977433	9987631	9994787	9998900
10	9964440	9977628	9987775	9994881	9998942
11	9964685	9977822	9987918	9994974	9998984
12	9964929	9978015	9988061	9995066	9999025
13	9965172	9978207	9988203	9995157	9999065
14	9965414	9978398	9988344	9995247	9999105
15	9965655	9978589	9988484	9995336	9999143
16	9965895	9978779	9988623	9995424	9999181
17	9966135	9978968	9988761	9995512	9999218
18	9966374	9979156	9988899	9995599	9999254
19	9966612	9979343	9989036	9995685	9999289
20	9966849	9979530	9989172	9995770	9999323
21	9967085	9979716	9989307	9995854	9999357
22	9967320	9979901	9989441	9995937	9999389
23	9967555	9980085	9989574	9996019	9999421
24	9967789	9980268	9989706	9996101	9999452
25	9968022	9980450	9989837	9996182	9999483
26	9968254	9980631	9989968	9996262	9999511
27	9968485	9980811	9990098	9996341	9999539
28	9968715	9980991	9990227	9996419	9999566
29	9968944	9981170	9990355	9996496	9999593

①	85 grad.	86 grad.	87 grad.	88 grad.	89 grad.
30	9969173	9981348	9990482	9996573	9999619
31	9969401	9981525	9990608	9996649	9999644
32	9969628	9981701	9990734	9996724	9999668
33	9969854	9981877	9990859	9996798	9999692
34	9970079	9982052	9990983	9996871	9999714
35	9970304	9982226	9991106	9996943	9999736
36	9970528	9982399	9991228	9997014	9999756
37	9970751	9982571	9991349	9997085	9999776
38	9870973	9982742	9991470	9997155	9999795
39	9971194	9982912	9991590	9997224	9999813
40	9971414	9983082	9991709	9997292	9999831
41	9971633	9983251	9991827	9997359	9999847
42	9971851	9983419	9991944	9997425	9999862
43	9972069	9983586	9992060	9997491	9999878
44	9972286	9983752	9992175	9997556	9999892
45	9972502	9983917	9992290	9997620	9999905
46	9972717	9984081	9992404	9997683	9999917
47	9972931	9984245	9992517	9997745	9999928
48	9973145	9984408	9992629	9997806	9999940
49	9973358	9984570	9992740	9997867	9999949
50	9973570	9984731	9992850	9997927	9999958
51	9973781	9984891	9992960	9997986	9999966
52	9973991	9985050	9993069	9998044	9999973
53	9974200	9985209	9993177	9998101	9999979
54	9974408	9985367	9993284	9998157	9999985
55	9974615	9985524	9993390	9998212	9999989
56	9974822	9985680	9993495	9998267	9999993
57	9975028	9985835	9993599	9998321	9999996
58	9975233	9985989	9993703	9998374	9999998
59	9975437	9986143	9993806	9998426	9999999
60					10000000

Atque hactenus canone sinuum exposito, usum deinceps paucis persequar.

10 PROBLEMA. 10 PROPOSITIO.

PROPOSITO arcu cognito: è canone sinuum, sinum ei congruentem invenire.

Exemplum 1 quando propositum arcum scrupula ① claudunt.

DATVM. Expositus arcus 37 grad. 54 ① esto.
QVAESITVM. E præmisso canone hujus sinus exhibendus est.

CONSTRVCTIO.

PRIMVM omnium notandū numeros canonis in fronte cujusque paginæ adscriptos integros gradus, in prima columna ad sinistram scrupula ① significare, ideoque numerum 37 grad. in fronte seu superiore canonis limite inquiram, adhærentia autem 54 ① in primâ columellâ sinistrâ, qui ad angulum communem occurret erit quæsitus numerus 6143853.

Exemplum 2 quando propositum arcum scrupula ② claudunt.

DATVM. Cognitus arcus 37 grad. 54 ① 46 ②.
QVAESITVM. E præcedenti canone sinus ejus inveniendus est.

CONSTRVCTIO.

Principio sinum 37 grad. 54 ① comperio ut supra	6143853.
Qui deductus à proximè sequenti sinu 37 grad. 55 ① hoc est	6145148.
Relinquet excessum 1 ① hoc loco	1295.
Vndè colligo, 1 ① id est 60 ② faciunt differentiam 1295 numerum hoc ordine tertium: ergo 46 ② dabunt	993
Quæ ad 6143853 hujus ordinis primū addita conflabunt quæsitum	6144846.

Cujus demonstratio ex ipso opere manifesta est.

CONCLVSIO. Quare proposito arcu cognito, è canone sinuum, sinum ei competentem exhibuimus. Quod erat faciendum.

1 CONSECTARIUM.

QVANDOQVIDEM arcui dato & complemento ejus ad semicirculum idem sinus communis est per 2 definitionem, è præmissis clarum erit quá ratione inveniendus sit sinus dati obtusi anguli: verbi gratiâ propositus esto angulus obtusus 142 grad. 6 ①: ut hujus sinum inveniam subducam eum de 180 grad. sinus residui 37 grad. 54 ① per 11 propositionem exhibet quæsitum 6143853.

2 CONSECTARIUM.

PRAETEREA ex supra assertis clarum est quomodo sinus arcus differentiæ inveniendus sit: sic exempli causâ, arcus differentiæ 52 grad. 6 ① sinus exhibendus

bendus esto, subducito eum de 90 grad. & reliqui 37 grad. 54 ① sinus per 11 propositionem pro quæsito dabit 6143853. Secundò arcus differentiæ qui major sit quam 90 grad, inquirendus esto. ut dicis causâ 127 grad. 54 ①, hunc multato 90 gradibus, restabit differentia 37 grad. 54 ① sinus ejus per propositionem 11 pro quæsito fuerit 6143853.

11 PROBLEMA. 12 PROPOSITIO.

PROPOSITO sinu cognito; arcum ei competentem, è canone sinuum, invenire.

DATUM. Cognitus sinus sit 5765834.
QUÆSITUM. Arcus ejus è canone præcedenti inveniendus esto.

CONSTRUCTIO.

NUMERUM datum 5765834 in canone quam proximè inquiro, eumque invenio sub selide 35 grad. in latereculo cui 12 ① è regione adscripta sunt, unde colligo dati sinus arcum esse 35 grad. 12 ①, quod in praxi & communi usu vero satis propinquum sæpè fuerit: si ulterius tamen etiam 2 ② desideres sic ages:

Sinus conveniens 35 grad. 12 ① est	5764323.
Hic subductus de sinu dato	5765834.
Relinquet	1511.
Sinus vero arcus qui 1 ① major est quam 35 grad. 12 ①, hoc est 35 grad. 13 ①, deprehenditur partium	5765700.
Unde deducto 5764323 numero hoc ordine primo, relinquetur pro excessu 1 ①, vel quod idem est 60 ② hoc loco	2377.
Unde proportio. Excessus 2377 dat 60 ② ut quinto hujus ordinis loco expositum est, quid dabit excessus 1511 numerus hoc ordine tertius? ex legitima numeratione exurgent quam proximè	30 ②.
Quæ addita ad supra inventa component arcum quæsitum	35 gr. 12 ① 30 ②.

Simili modo scrupula tertia & quarta adsequeris.
Cujus demonstratio è calculi deductione manifesta est.

CONCLUSIO. Quare si datus sit sinus cognitus, è canone sinuum, arcum ei convenientem invenimus. Quod erat faciendum.

12 PROBLEMA. 13 PROPOSITIO.

PROPOSITO arcu cognito: chordam ejus, è canone sinuum, invenire.

DATUM. Propositus arcus sit 75 grad. 48 ①.
QUÆSITUM. Hujus chorda invenienda esto.

CONSTRUCTIO.

Semissis dati arcus	37 grad. 54. ①.
Sinus per 11 propositionem dabitur	6143843.
Qui duplicatus exhibet quæsitam chordam	12287706.

DEMON.

DEMONSTRATIO.

Esto CEH, in primæ definitionis diagraphe, arcus datus 75 grad. 48 ①. CH chorda ejus: ad hanc assequendum assumptus fuit CE arcus semissis CEH, hujus sinus CG cujus duplum ut CH, necessario erat pro quæsita chorda, ut in constructione expressimus.

CONSECTARIUM.

Vestigia antecedentis factionis retro relegendo, datâ chordâ, è sinuum canone, arcus ei congruens dabitur: ut in exemplo; propositâ chordâ 12287706.

Semissis erit sinus	61443853.
Arcus	37 gr. 54 ①.
Hic duplicatus exhibet arcum quæsitum	75 gr. 48 ①.

13 PROBLEMA. 14 PROPOSITIO.

PROPOSITO arcu seu angulo cognito, è sinuum canone ejus sinus-sagittam invenire.

1 *Exemplum si arcus angulusve datus 90 gr. cedat.*

DATUM. Esto expositus arcus aut angulus 37 gr. 54 ①.

QUAESITUM. Ex antecedenti sinuum canonio hujus sinus-sagitta invenienda sit.

CONSTRUCTIO.

Sinus arcus differentiæ datorum 37 grad. 54 ①, hoc est sinus 52 gr. 6 ①, per 11 propositionem valet	7890841.
Qui de sinu recti seu toto deductus	10000000.
Relinquit quæsitam sinus-sagittam	2109159.

2 *Exemplum si datus arcus angulusve 90 gr. præstet.*

DATUM. Arcus cognitus sit 142 gr. 6 ①.

QUAESITUM. Ex sinuum canone hujus sinus-sagitta exhibenda esto.

CONSTRUCTIO.

Sinus arcus differentiæ 142 gr. 6 ①, hoc est sinus 52 gr. 6 ①, per 11 propositionem datur	7890841.
Qui cum sinu recti compositus	10000000.
Dabit optatam sinus-sagittam	17890841.

DEMONSTRATIO.

Assumatur in primæ definitionis diagraphâ arcus BC seu quod idem est, angulus BAC 37 gr. 54 ① prioris exempli, hujus sinus FC, & sagitta FB. Ut hanc adsequar quæram CG sinum arcus differentiæ dati BC, quâ inventâ 7890841, etiam AF, quia ipsi GC æqualis sit, cognita erit, atque eadem AF 7890841, subducta de semidiametro AB 10000000, relinquet sagittam quæsitam FB 2109159.

Ad sa-

Ad factionis secundæ demonstrationem arcus C D vel angulus C A D assumatur 142 gr. 6 ①, cujus sinus F C, sagitta autem optata F B. quæram igitur C G sinum arcum differentiæ dati C D. hæc inventa 7890841 exhibet etiam A F æqualem videlicet ipsi C G, denique ipsa A F 7890841 addita ad semidiametrum A D 10000000 dabit 17890841 pro optata sagitta F D.

CONCLVSIO. Itaque dati arcus angulive sinus-sagittam è sinuum canone invenimus. quod facere oportuit.

CONSECTARIUM.

Ex reciprocatione hujus pragmatiæ in promptu est ratio quâ datâ sinus-sagittâ è canone sinuum arcus angulusvé sibi debitus dêfiniatur: Esto enim sinus-sagitta minor semidiamêtro 10000000, utpote 2109159.
Deducas eam de sinu recti 10000000.
Relinquetur sinus 7890841.
Cujus arcus 52 gr. 6 ① de 90 gr. sublatus dabit arcum angulumvé quæsitum 37 gr. 54 ①.
Esto altera sinus-sagitta sed major semidiametro 10000000 utpote 17890841.
Hanc multato sinu recti 10000000.
Relinquitur sinus 7890841.
Cujus arcus 52 gr. 6 ① cum 90 gr. compositus dabit arcum angulumvé quæsitum 142 gr. 6 ①.

Atque hactenus quidem usu canonis sinuum exposito deinceps succedet

FABRICA CANONIS TANGENTIVM.

VIETAE professorum.

14 PROBLEMA. 15 PROPOSITIO.

PROPOSITO arcu cognito diametro verò circuli 10000000 partibus æstimatâ, ejus tangentem invenire.

DATVM. Arcus 25 gr. sit propositus, ad taxationē semidiametri 10000000.
QVÆSITVM. Tangens ejus invenienda esto.

CONSTRVCTIO.

SINVS arcus differentiæ datorum 25 gr. fuerint per 2 consectarium 11 propositionis 9060078, unde proportio instituetur ut 9063978, ad 4226183 sinum datorum 25 grad. ex propos. 11 inventum, ita 1000000 semidiameter circuli, ad tangentem quæsitam 4663081.

DEMONSTRATIO.

ESTO in catagraphe primæ definitionis B C datus arcus 25 grad. sinus ejus F C, tangens B I; C E autem arcus differentiæ ipsius B C erit 65 grad. hujus sinus G C vel F A, denique A B circuli diameter. Quibus positis erit ut A F ad F C, ita A B ad B I, nam A F C & A B I sunt triangula similia: quare ad

F asse-

assequendum tangentem BI, arcus BC 25 grad. dicito. Quemadmodum AF 9063078 sinus arcus differentiæ datorum 25 grad. se habet ad FC 4226183 sinum 25 grad. Ita 10000000 semidiameter ad quem numerus qui hinc exurget utpote 4663077 congruet quæsitæ tangenti BI: Verum ratio præcedentis calculi talis fuit, ideoque legittima.

CONCLVSIO. Itaque tangentem dati arcus, diametro posita partium 10000000, invenimus. Quod erat faciendum.

CONSECTARIUM.

QVA via nobis deprehensa est tangens dati arcus 25 gr. eadem omnes cæteræ reliquorum in quadrante arcum invenientur, unde Fabrica seu compositio canonis tangentium liquidò constat.

CANON

CANON
TANGENTIVM:
VIETÆ
PROSINVVM.

①	o grad.	1 grad.	2 grad.	3 grad.	4 grad.
0	0000	174550	349207	524078	699269
1	2909	177459	352120	526995	702193
2	5818	180369	355033	529911	705116
3	8727	183279	357945	532828	708039
4	11636	186189	360858	535745	710962
5	14544	189100	363770	538663	713886
6	17452	192010	366683	541580	716809
7	20361	194920	369596	544498	719733
8	23270	197830	372508	547415	722657
9	26179	200740	375421	550333	725580
10	29088	203650	378334	553251	728504
11	31996	206561	381247	556169	731428
12	34905	209471	384160	559087	734353
13	37814	212381	387073	562005	737277
14	40723	215291	389987	564923	740202
15	43632	218201	392900	567841	743127
16	46541	221111	395814	570759	746052
17	49450	224022	398727	573678	748978
18	52359	226932	401641	576596	751903
19	55268	229842	404554	579514	754829
20	58177	232752	407468	582433	757754
21	61086	235663	410382	585352	760680
22	63995	238574	413295	588270	763606
23	66904	241485	416209	591189	766532
24	69813	244395	419123	594108	769459
25	72722	247306	422037	597028	772385
26	75631	250217	424951	599947	775311
27	78540	253128	427866	602866	778238
28	81450	256038	430780	605786	781164
29	84359	258949	433694	608705	784091

①	0 grad.	1 grad.	2 grad.	3 grad.	4 grad.
30	87268	261859	436609	611625	787017
31	90177	264770	439523	614544	789944
32	93086	267681	442438	617464	792871
33	95995	270592	445353	620384	795799
34	98904	273503	448267	623304	798726
35	101814	276414	451182	626225	801653
36	104723	279325	454097	629145	804581
37	107632	282237	457012	632066	807509
38	110541	285148	459927	634986	810437
39	113450	288059	462842	637907	813365
40	116360	290970	465757	640828	816293
41	119269	293882	468672	643749	819221
42	122178	296794	471588	646671	822150
43	125088	299705	474503	649592	825079
44	127997	302617	477419	652514	828008
45	130906	305528	480335	655435	830937
46	133816	308439	483251	658357	833866
47	136725	311351	486166	661278	836795
48	139635	314262	489082	664200	839724
49	142544	317174	491997	667121	842653
50	145454	320085	494913	670043	845583
51	148363	322997	497829	672965	848513
52	151273	325909	500745	675888	851443
53	154182	328821	503662	678810	854374
54	157092	331733	506578	681733	857304
55	160001	334645	509495	684656	860234
56	162911	337558	512411	687578	863164
57	165820	340470	515328	690501	866095
58	168730	343382	518244	693423	869025
59	171640	346295	521161	696346	871956

①	5 grad.	6 grad.	7 grad.	8 grad.	9 grad.
0	874886	1051042	1227846	1405408	1583844
1	877817	1053983	1230798	1408374	1586826
2	880748	1056924	1233751	1411341	1589808
3	883680	1059866	1236704	1414308	1592791
4	886611	1062808	1239658	1417275	1595774
5	889543	1065750	1242612	1420242	1598757
6	892475	1068692	1245566	1423210	1601740
7	895407	1071634	1248520	1426178	1604723
8	898339	1074576	1251474	1429146	1607707
9	901271	1077518	1254428	1432115	1610691
10	904204	1080461	1257383	1435084	1613675
11	907137	1083404	1260338	1438053	1616660
12	910070	1086347	1263293	1441022	1619645
13	913003	1089291	1266249	1443992	1622630
14	915936	1092234	1269205	1446961	1625615
15	918870	1095178	1272161	1449931	1628601
16	921804	1098122	1275117	1452901	1631587
17	924738	1101066	1278073	1455871	1634573
18	927671	1104010	1281029	1458842	1637560
19	930605	1106954	1283986	1461813	1640547
20	933539	1109899	1286943	1464784	1643534
21	936473	1112844	1289900	1467755	1646522
22	939407	1115789	1292857	1470727	1649510
23	942342	1118734	1295815	1473699	1652499
24	945277	1121680	1298773	1476671	1655488
25	948212	1124625	1301731	1479644	1658477
26	951147	1127571	1304689	1482617	1661466
27	954083	1130517	1307648	1485590	1664456
28	957019	1133463	1310607	1488563	1667446
29	959954	1136409	1313566	1491536	1670436

①	5 grad.	6 grad.	7 grad.	8 grad.	9 grad.
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426
31	965826	1142302	1319485	1497484	1676417
32	968763	1145249	1322445	1500458	1679408
33	971699	1148196	1325405	1503433	1682399
34	974636	1151144	1328365	1506408	1685390
35	977573	1154092	1331325	1509383	1688382
36	980509	1157040	1334285	1512358	1691374
37	983446	1159988	1337246	1515334	1694366
38	986383	1162936	1340207	1518310	1697358
39	989320	1165884	1343168	1521286	1709351
40	992257	1168832	1346129	1524262	1703344
41	995195	1171781	1349091	1527239	1706337
42	998133	1174730	1352053	1530216	1709331
43	1001072	1177679	1355015	1533193	1712325
44	1004010	1180628	1357977	1536170	1715319
45	1006949	1183577	1360940	1539148	1718313
46	1009887	1186527	1363903	1542126	1721308
47	1012825	1189477	1366866	1545104	1724304
48	1015763	1192427	1369830	1548082	1727300
49	1018702	1195377	1372793	1551061	1730296
50	1021641	1198328	1375757	1554040	1733292
51	1024580	1201279	1378721	1557019	1736287
52	1027519	1204230	1381686	1559999	1739284
53	1030459	1207181	1384650	1562979	1742281
54	1033399	1210132	1387615	1565959	[illegible]745278
55	1036339	1213084	1390580	1568940	1748275
56	1039279	1216036	1393545	1571920	1751273
57	1042219	1218988	1396510	1574901	1754271
58	1045160	1221940	1399476	1577882	1757270
59	1048101	1224892	1402442	1580863	1760269

①	10 grad.	11 grad.	12 grad.	13 grad.	14 grad.
0	1763268	1943803	2125565	2308682	2493280
1	1766268	1946822	2128605	2311746	2496370
2	1769268	1949841	2131646	2314810	2499461
3	1772268	1952861	2134687	2317875	2502552
4	1775269	1955881	2137729	2320940	2505643
5	1778270	1958901	2140771	2324006	2508735
6	1781271	1961922	2143814	2327072	2511827
7	1784272	1964943	2146857	2330139	2514920
8	1787274	1967964	2149900	2333206	2518013
9	1790276	1970985	2152944	2336273	2521106
10	1793278	1974007	2155988	2339341	2524200
11	1796281	1977029	2159032	2342419	2527294
12	1799284	1980052	2162077	2345478	2530389
13	1802287	1983075	2165122	2348547	2533484
14	1805291	1986098	2168167	2351616	2536580
15	1808295	1989122	2171213	2354686	2539676
16	1811299	1992146	2174259	2357757	2542773
17	1814303	1995171	2177306	2360828	3545870
18	1817308	1998196	2180353	2363899	2548968
19	1820313	2001221	2183400	2366971	2552066
20	1823318	2004247	2186448	2370043	2555165
21	1826324	2007273	2189496	2373116	2558264
22	1829329	2010299	2192544	2376189	2561364
23	1832335	2013326	2195593	2379263	2564464
24	1835342	2016353	2198642	2382337	2567564
25	1838349	2019380	2201692	2385411	2570665
26	1841357	2022408	2204742	2388486	2573766
27	1844365	2025436	2207792	2391561	2576868
28	1847373	2028464	2210843	2394637	2579970
29	1850382	2031493	2213894	2397712	2583073

①	10 grad.	11 grad.	12 grad.	13 grad.	14 grad.
30	1853391	2034522	2216946	2400788	2586176
31	1856400	2037552	2219998	2403865	2589280
32	1859409	2040582	2223051	2406942	2592384
33	1862419	2043612	2226104	2410020	2595489
34	1865429	2046643	2229157	2413098	2598594
35	1868439	2049674	2232211	2416176	2601700
36	1871449	2052705	2235265	2419255	2604806
37	1874460	2055737	2238319	2422334	2607912
38	1877471	2058769	2241374	2425414	2611019
39	1880482	2061801	2244429	2428494	2614126
40	1883494	2064834	2247485	2431574	2617234
41	1886506	2067867	2250541	2434655	2620342
42	1889518	2070900	2253597	2437736	2623451
43	1892531	2073934	2256654	2440818	2626560
44	1895544	2076968	2259711	2443900	2629670
45	1898558	2080002	2262769	2446983	2632780
46	1901572	2083037	2265827	2450066	2635891
47	1904586	2086073	2268885	2453150	2639002
48	1907601	2089109	2271944	2456234	2642114
49	1910616	2092145	2275003	2459319	2645226
50	1913632	2095182	2278063	2462404	2648339
51	1916648	2098219	2281123	2465490	2651452
52	1919664	2101256	2284183	2468576	2654566
53	1922680	2104293	2287244	2471662	2657680
54	1925697	2107331	2290305	2474749	2660795
55	1928714	2110369	2293367	2477836	2663910
56	1931731	2113407	2296429	2480924	2667026
57	1934749	2116446	2299492	2484012	2670142
58	1937767	2119485	2302555	2487101	2673258
59	1940785	2122525	2305618	2490191	2676375

①	15 grad.	16 grad.	17 grad.	18 grad.	19 grad.
0	2679492	2867453	3057307	3249197	3443276
1	2682610	2870501	3060487	3252413	3446530
2	2685728	2873749	3063669	3255630	3449785
3	2688847	2876898	3066851	3258848	3453040
4	2691966	2880048	3070034	3262066	3456296
5	2695086	2883196	3073218	3265285	3459553
6	2698206	2886349	3076402	3268504	3462810
7	2701327	2889501	3079587	3271724	3466068
8	2704448	2892653	3082772	3274944	3469326
9	2707570	2895806	3085958	3278165	3472585
10	2710693	2898960	3089144	3281387	3475843
11	2713816	2902114	3092331	3284609	3479105
12	2716940	2905268	3095518	3287832	3482366
13	2720064	2908423	3098706	3291055	3485628
14	2723189	2911577	3101895	3294280	3488891
15	2726314	2914734	3105084	3297505	3492154
16	2729439	2917890	3108274	3300731	3495418
17	2732565	2921047	3111464	3303957	3498683
18	2735691	2924204	3114655	3307184	3501949
19	2738818	2927362	3117846	3310411	3505215
20	2741945	2930520	3121038	3313639	3508482
21	2745073	2933679	3124230	3316868	3511749
22	2748201	2936839	3127423	3320097	3515017
23	2751330	2939999	3130617	3323327	3518286
24	2754459	2943160	3133811	3326558	3521555
25	2757589	2946321	3137006	3329789	3524825
26	2760729	2949483	2140201	3333020	3528096
27	2763850	2952645	3143397	3336252	3531368
28	2766981	2955808	3146594	3339485	3534640
29	2770113	2958971	3149791	3342719	3537913

①	15 grad.	16 grad.	17 grad.	18 grad.	19 grad.
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186
31	2776378	2965299	3156187	3349188	3544460
32	2779511	2968464	3159386	3352423	3547735
33	2782645	2971629	3162585	3355659	3551010
34	2785779	2974795	3165785	3358896	3554286
35	2788914	2977962	3168986	3362133	3557563
36	2792050	2981129	3172187	3365371	3560840
37	2795186	2984297	3175389	3368610	3564118
38	2798323	2987465	3178591	3371850	3567397
39	2801460	2990634	3181794	3375090	3570676
40	2804597	2993804	3184998	3378331	3573956
41	2807735	2996973	3188202	3381572	3577237
42	2810873	3000143	3191407	3384814	3580519
43	2814012	3003314	3194613	3388057	3583801
44	2817151	3006486	3197819	3391300	3587084
45	2820291	3009658	3201026	3394544	3590367
45	2823432	3012831	3204233	3397798	3593651
47	2826573	3016004	3207441	3401033	3596936
48	2829714	3019178	3210649	3404279	3600221
49	2832856	3022353	3213858	3407525	3603507
50	2835999	3025528	3217067	3410772	3606794
51	2839142	3028703	3220277	3414020	3610082
52	2842286	3031879	3223488	3417268	3613370
53	2845430	3035055	3226699	3420517	3616659
54	2848573	3038232	3229911	3423766	3619949
55	2851720	3041410	3233124	3427016	3623239
56	2854866	3044588	3236337	3430267	3626530
57	2858012	3047767	3239551	3433518	3629822
58	2861159	3050946	3242766	3436770	3633115
59	2864306	3054126	3245981	3440023	3636408

①	20 grad.	21 grad.	22 grad.	23 grad.	24 grad.
0	3639702	3838640	4040262	4244748	4452286
1	3642997	3841978	4043647	4248182	4455772
2	3646293	3845316	4047031	4251617	4459259
3	3649589	3848655	4050416	4255052	4462747
4	3652886	3851995	4053802	4258488	4466236
5	3656183	3855337	4057189	4261925	4469726
6	3659481	3858679	4060577	4265363	4473216
7	3662780	3862020	4063966	4268801	4476707
8	3666079	3865363	4067356	4272240	4480199
9	3669379	3868707	4070747	4275680	4483692
10	3672680	3872052	4074139	4279121	4487186
11	3675982	3875397	4077531	4282563	4490681
12	3679284	3878743	4080924	4286006	4494177
13	3682587	3882090	4084318	4289450	4497674
14	3685891	3885438	4087713	4292895	4501172
15	3689195	3888787	4091109	4299340	4504671
16	3692500	3892136	4094506	4299786	4508171
17	3695806	3895486	4097903	4303233	4511672
18	3699113	3898837	4101301	4306681	4515173
19	3702420	3902188	4104699	4310130	4518675
20	3705728	3905540	4108097	4313580	4522178
21	3709036	3908893	4111497	4317031	4425682
22	3712346	3912247	4114898	4320482	4529187
23	3715657	3915601	4118300	4323934	4532693
24	3718968	3918956	4121703	4327387	4536200
25	3722279	3922312	4125107	4330841	4539708
26	3725591	3925669	4128511	4334296	4543217
27	3728904	3929027	4131916	4337752	4546727
28	3732218	3932385	4135322	4341209	4550238
29	3735533	3935744	4138728	4344666	4553750

①	20 grad.	21 grad.	22 grad.	23 grad.	24 grad.
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264
31	3742164	3942465	4145544	4351583	4560778
32	3745480	3945826	4148953	4355043	4564293
33	3748797	3949188	4152363	4358504	4567809
34	3752115	3952551	4155773	4361966	4571326
35	3755434	3955915	4159184	4365429	4574843
36	3758753	3959280	4162596	4368893	4578361
37	3762073	3962646	4166009	4372357	4581880
38	3765394	3966012	4169423	4375822	4585400
39	3768716	3969379	4172838	4379288	4588921
40	3772038	3972746	4176255	4382755	4592443
41	3775361	3976114	4179672	4386223	4595966
42	3778685	3979483	4183090	4389692	4599490
43	3782010	3982853	4186509	4393162	4603015
44	3785335	3986224	4189928	4396633	4606541
45	3788661	3989596	4193348	4400105	4610068
46	3791988	3992969	4196769	4403578	4613596
47	3795315	3996342	4200191	4407051	4617125
48	3798643	3999716	4203613	4410525	4620654
49	3801972	4003090	4207036	4414000	4624184
50	3805302	4006465	4210460	4417476	4627715
51	3808632	4009841	4213885	4420953	4631247
52	3811963	4013217	4217311	4424431	4634780
53	3815295	4016594	4220738	4427910	4638314
54	3818628	4019972	4224165	4431390	4641849
55	3821961	4023351	4227593	4434871	4645385
56	3825295	4026731	4231022	4438352	4648922
57	3828630	4030112	4234452	4441834	4652460
58	3831966	4033494	4237883	4445317	4655999
59	3835303	4036877	4241315	4448801	4659540

①	25 grad.	26 grad.	27 grad.	28 grad.	29 grad.
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725
31	4773330	4989448	5209368	5433324	5661566
32	4776902	4993081	5213067	5437092	5665408
33	4780475	4996716	5216767	5440861	5669251
34	4784049	5000352	5220468	5444632	5673096
35	4787624	5003989	5224170	5448404	5676942
36	4791200	5007627	5227873	5452177	5680789
37	4794777	5011266	5231577	5455951	5684637
38	4798355	5014906	5235283	5459726	5688486
39	4801934	5018547	5238990	5463503	5692337
40	4805515	5022189	5242698	5467281	5696189
41	4809096	5025832	5246407	5471060	5700043
42	4812678	5029476	5250117	5474849	5703898
43	4816261	5033121	5253828	5478621	5707754
44	4819845	5036767	5257540	5482404	5711611
45	4823430	5040414	5261254	5486188	5715469
46	4827016	5044062	5264969	5489973	5719329
47	4830603	5047712	5268685	5493759	5723190
48	4834191	5051363	5272402	5497546	5727052
49	4837780	5055015	5276120	5501335	5730916
50	4841371	5058668	5279839	5505125	5734781
51	4844962	5062322	5283959	5508916	5738647
52	4848554	5065977	5287280	5512708	5742515
53	4852147	5069633	5291003	5516501	5746384
54	4855741	5073290	5294727	5520296	5750254
55	4859336	5076948	5298452	5524092	5754125
56	4862932	5080607	5302178	5527889	5757998
57	4866529	5084267	5305905	5531687	5761872
58	4870127	5087928	5309633	5535487	5765747
59	4873727	5091590	5313363	5539288	5769624

①	30 grad.	31 grad.	32 grad.	33 grad.	34 grad.
0	5773502	6008606	6248693	6494076	6745085
1	5777382	6012566	6252738	6498212	6749318
2	5781262	6016528	6256785	6502350	6753553
3	5785144	6020491	6260834	6506489	6757789
4	5789027	6024455	6264884	6510630	6762027
5	5792911	6028420	6268935	6514773	6766267
6	5796797	6032387	6272988	6518917	6770508
7	5800684	6036355	6277042	6523063	6774751
8	5804572	6040324	7281098	6527200	6778996
9	5808462	6044295	6285155	6531359	6783243
10	5812353	6048267	6289214	6535510	6787491
11	5816245	6052241	6293274	6539662	6791741
12	5820139	6056216	6297336	6543816	6795993
13	5824034	6060193	6301399	6547971	6800246
14	5827930	6064171	6305464	6552128	6804501
15	5831828	6068150	6309530	6556287	6808758
16	5835727	6072131	6313598	6560447	6813016
17	5839627	6076113	6317667	6564609	6817276
18	5843528	6080096	6321738	6568772	6821538
19	5847431	6084081	6325810	6572937	6825801
20	5851335	6088067	6329883	6577103	6830066
21	5855241	6092055	6333958	6581271	6834333
22	5859148	6096044	6338034	6585440	6838602
23	5863056	6100035	6342112	6589611	6842872
24	5866966	6104027	6346191	6593784	6847144
25	5870877	6108020	6350272	6597958	6851417
26	5874789	6112015	6354355	6602134	6855692
27	5878702	6116011	6358439	6606312	6859969
28	5882617	6120009	6362525	6610491	6864247
29	5886533	6124008	6366613	6614672	6868527

①	30 grad.	31 grad.	32 grad.	33 grad.	34 grad.
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809
31	5894369	6132010	6374792	6623039	6877093
32	5898289	6136013	6378884	6627225	6881379
33	5902211	6140018	6382977	6631413	6885666
34	5906134	6144024	6387072	6635603	6889955
35	5910058	6148032	6391169	6639792	6894246
36	5913984	6152041	6395267	6643984	6898539
37	5917911	6156052	6399366	6648178	6902833
38	5921839	6160064	6403467	6652373	6907129
39	5925769	6164077	6407569	6656570	6911426
40	5929700	6168092	6411673	6660768	6915725
41	5933633	6172108	6415779	6664968	6920026
42	5937567	6176126	6419886	6669170	6924329
43	5941502	6180147	6423995	6673373	6928634
44	5945438	6184168	6428105	6677578	6932940
45	5949376	6188190	6432216	6681785	6937248
46	5953315	6192213	6436329	6685994	6941558
47	5957255	6196237	6440444	6690204	6945869
48	5961197	6200263	6444560	6694416	6950182
49	5965140	6204290	6448678	6698630	6954497
50	5969084	6208319	6452798	6702845	6958813
51	5973030	6212350	6456919	6707062	6963131
52	5976979	6216382	6461042	6711281	6967451
53	5980926	6220416	6465166	6715501	6971773
54	5984876	6224451	6469292	6719723	6976097
55	5988827	6228488	6473419	6723946	6980423
56	5992780	6232526	6477548	6728171	6984750
57	5996734	6236566	6481678	6732397	6989079
58	6000690	6240607	6485809	6736625	6993409
59	6004647	6244649	6489942	6740854	6997741

①	35 grad.	36 grad.	37 grad.	38 grad.	39 grad.
0	7002075	7265424	7535541	7812856	8097840
1	7006411	7269869	7540103	7817542	8102658
2	7010749	7274316	7544667	7822230	8107478
3	7015088	7278765	7549233	7826920	8112300
4	7019429	7283216	7553801	7831612	8117124
5	7023772	7287669	7558371	7836306	8121951
6	7028117	7292124	7562943	7841002	8126780
7	7032463	7296581	7567517	7845700	8131611
8	7036811	7301040	7572093	7850400	8136444
9	7041161	7305501	7576670	7855102	8141280
10	7045513	7309963	7581249	7859807	8146118
11	7049867	7314427	7585830	7864514	8150958
12	7054223	7318893	7590413	7869223	8155801
13	7058581	7323361	7594999	7873934	8160646
14	7062940	7327831	7599587	7878647	8165493
15	7067301	7332303	7604177	7883363	8170343
16	7071664	7336777	7608769	7888081	8175195
17	7076029	7341253	7613365	7892801	8180049
18	7070395	7345731	7617959	7897523	8184905
19	7084763	7350210	7622557	7902247	8189764
20	7089133	7354691	7627157	7906973	8194625
21	7093505	7359174	7631759	7911702	8199488
22	7097879	7363659	7636363	7916433	8204354
23	7102254	7368146	7640969	7921166	8209222
24	7106631	7372635	7645577	7925901	8214092
25	7111010	7377126	7650187	7930638	8218965
26	7115391	7381619	7654799	7935378	8223840
27	7119773	7386114	7659413	7940120	8228717
28	7124167	7390611	7664030	7944864	8233597
29	7128543	7395110	7668649	7949610	8238479

①	35 grad.	36 grad.	37 grad.	38 grad.	39 grad.
30	7132931	7399610	7673270	7954358	8243363
31	7137321	7404112	7677893	7959109	8248250
32	7141713	7408616	7682518	7963862	8253139
33	7146106	7413122	7687145	7968617	8258031
34	7150501	7417630	7691774	7973374	8262925
35	7154898	7422140	7696405	7978133	8267821
36	7159298	7426652	7701038	7982895	8272720
37	7163698	7431167	7705673	7987659	8277621
38	7168100	7435684	7710310	7992425	8282524
39	7172504	7440203	7714949	7997193	8287429
40	7176910	7444724	7719590	8001963	8292337
41	7181318	7449246	7724233	8006736	8297247
42	7185728	7453770	7728878	8011511	8302160
43	7190140	7458296	7733525	8016288	8307075
44	7194554	7462824	7738175	8021067	8311992
45	7198970	7467354	7742827	8025849	8316912
46	7203387	7471886	7747481	8030633	8321834
47	7207806	7476420	7752137	8035419	8326759
48	7212227	7480956	7756795	8040207	8331686
49	7216650	7485494	7761455	8044997	8336615
50	7221075	7490033	7766117	8049790	8341547
51	7225502	7494574	7770781	8054585	8346481
52	7229931	7499117	7775447	8059382	8351418
53	7234362	7503663	7780116	8064181	8356357
54	7238794	7508211	7784787	8068983	8361298
55	7243228	7512761	7789460	8073787	8366242
56	7247664	7517313	7794135	8078593	8371188
57	7252102	7521867	7798812	8083401	8376136
58	7256541	7526423	7803491	8088212	8381087
59	7260982	7530981	7808172	8093025	8386040

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
0	8390996	8692867	9004040	9325151	9656888
1	8395954	8697975	9009308	9330591	9662511
2	8400915	8703085	9014579	9336034	9668137
3	8405878	8708198	9019853	9341480	9673766
4	8410844	8713344	9025130	9346929	9679398
5	8415812	8718433	9030410	9352381	9685034
6	8420782	8723555	9035693	9357835	9690674
7	8425754	8728679	9040978	9363292	9696315
8	8430729	8733806	9046266	9368752	9701960
9	8435706	8738935	9051557	9374215	9707609
10	8440686	8744067	9056850	9379682	9713261
11	8445668	8749201	9062146	9385152	9718916
12	8450653	8754338	9067445	9390625	9724574
13	8455640	8759478	9072747	9396101	9730235
14	8460630	8764620	9078052	9401580	9735900
15	8465622	8769764	9083360	9407062	9741568
16	8470617	8774911	9088670	9412547	9747239
17	8475614	8780061	9093983	9418034	9752913
18	8480614	8785214	9099299	9423524	9758591
19	8485617	8790369	9104618	9429017	9764272
20	8490622	8795527	9109940	9434513	9769956
21	8495629	8800688	9115265	9440012	9775643
22	8500639	8805851	9120593	9445514	9781334
23	8505651	8811017	9125923	9451019	9787028
24	8510666	8816186	9131256	9456528	9792725
25	8515683	8821357	9136592	9462040	9798425
26	8520703	8826531	9141930	9467555	9804128
27	8525725	8831708	9147271	6473073	9809835
28	8530750	8836887	9152615	9478594	9815545
29	8535777	8842069	9157962	9484118	9821258

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974
31	8545838	8852440	9168665	9495175	9832694
32	8550872	8857630	9174021	9500708	9838417
33	8555909	8862822	9179380	9506244	9844143
34	8560949	8868017	9184741	9511783	9849872
35	8565991	8873215	9190105	9517325	9855605
36	8571036	8878415	9195472	9522870	9861341
37	8576083	8883628	9200842	9528419	9867080
38	8581133	8888824	9206215	9533971	9872822
39	8586185	8894033	9211590	9539326	9878568
40	8591239	8899244	9216968	9545084	9884317
41	8596296	8904458	9222349	9550645	9890070
42	8601355	8909675	9227733	9556209	9895826
43	8606417	8914894	9233120	9561776	9901585
44	8611482	8920116	9238510	9567346	9907347
45	8616549	8925341	9243903	9572919	9913113
46	8621619	8930568	9249399	9578495	9918882
47	8626692	8935798	9254698	9584074	9924654
48	8631767	8941031	9260100	9589656	9930430
49	8636845	8946267	9265505	9595241	9936209
50	8641926	8951506	9270913	9600830	9941991
51	8647009	8956747	9276324	9606422	9947777
52	8652095	8961991	9281738	9612017	9953566
53	8657183	8967238	9287155	9617615	9959359
54	8662273	8972487	9292574	9623216	9965155
55	8667366	8977739	9297996	9628820	9970954
56	8672461	8982994	9303421	9634427	9976756
57	8677559	8988252	9308849	9640037	9982562
58	8682659	8993512	9314280	9645651	9988371
59	8687762	8998775	9319714	9651268	9994184

①	45 grad.	46 grad.	47 grad.	48 grad.	49 grad.
0	10000000	10355302	10723686	11106124	11503684
1	10005820	10361332	10729942	11112623	11510444
2	10011643	10367365	10736202	11119126	11517208
3	10017469	10373402	10742466	11125634	11523977
4	10023299	10379443	10748734	11132146	11530751
5	10029132	10385487	10755006	11138662	11537529
6	10034968	10391535	10761282	11145182	11544312
7	10040808	10397587	10767562	11151706	11551100
8	10046651	10403643	10773845	11158235	11557893
9	10052497	10409702	10780132	11164768	11564691
10	10058347	10415765	10786423	11171305	11571494
11	10064201	10421832	10792718	11177846	11578301
12	10070058	10427902	10799017	11184392	11585112
13	10075918	10433976	10805320	11190942	11591928
14	10081782	10440054	10811627	11197496	11598748
15	10087649	10446135	10817938	11204054	11605572
16	10093520	10452220	10824253	11210617	11612401
17	10099394	10458309	10830572	11217184	11619234
18	10105272	10464401	10836895	11223755	11626072
19	10111153	10470497	10843222	11230330	11632915
20	10117038	10476597	10849554	11236910	11639763
21	10122926	10482701	10855889	11243494	11646615
22	10128818	10488808	10862228	11250082	11653472
23	10134713	10494919	10868571	11256675	11660334
24	10140611	10501034	10874918	11263272	11667200
25	10146513	10507153	10881269	11269873	11674071
26	10152418	10513275	10887624	11276478	11680947
27	10158327	10519401	10893983	11283088	11687827
28	10164239	10525531	10900346	11289702	11694712
29	10170154	10531664	10906713	11296321	11701602

①	45 grad.	46 grad.	47 grad	48 grad.	49 grad.
30	10176073	10537801	10913084	11302944	11708497
31	10181996	10543942	10919459	11309571	11715396
32	10187922	10550087	10925838	11316203	11722300
33	10193852	10556235	10932221	11322899	11729208
34	10199785	10562387	10938608	11329480	11736121
35	10205722	10568543	10945000	11336125	11743039
36	10211663	10574703	10951396	11342774	11749962
37	10217607	10580867	10957796	11349428	11756889
38	10223555	10587034	10964200	11356086	11763821
39	10229506	10593205	10970608	11362748	11770758
40	10235460	10599280	10977020	11369415	11777700
41	10241418	10605559	10983436	11376086	11784646
42	10247380	10611742	10989856	11382762	11791597
43	10253345	10617929	10996280	11389442	11798553
44	10259314	10624119	11002708	11396126	11805514
45	10265286	10630313	11009140	11402815	11812479
46	10271262	10636511	11015577	11409508	11819449
47	10277242	10642713	11022028	11416206	11826424
48	10283225	10648919	11028463	11422908	11833404
49	10289212	10655128	11034912	11429615	11840388
50	10295202	10661341	11041365	11436326	11847377
51	10301196	10667558	11047822	11443042	11854371
52	10307193	10673779	11054283	11449762	11861370
53	10313194	10680004	11060748	11456487	11868374
54	10319199	10686233	11067218	11463216	11875383
55	10325207	10692466	11073692	11469950	11882397
56	10331219	10698702	11080170	11476688	11889417
57	10337234	10704942	11086652	11483431	11896438
58	10343253	10711186	11093138	11490178	11903466
59	10349276	10717434	11099629	11496929	11910499

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
0	11917537	12348972	12799416	13270448	13763820
1	11924580	12356320	12807093	13278483	13772243
2	11931628	12363673	12814776	13286524	13780673
3	11938680	12371031	12822465	13294571	13789109
4	11945737	12378394	12830159	13302624	13797552
5	11952799	12385762	12837859	13310683	13806002
6	11959866	12393136	12845565	13318749	13814459
7	11966938	12400515	12853277	13326821	13822922
8	11974015	12407999	12860994	13334899	13831392
9	11981097	12415288	12868717	13342984	13839869
10	11988183	12422683	12876445	13351075	13848352
11	11995274	12430083	12884179	13359172	13856842
12	12002370	12437489	12891919	13367276	13865339
13	12009471	12444900	12899665	13375386	13873843
14	12016578	12452317	12907417	13383502	13882354
15	12023690	12459739	12915175	13391624	13890872
16	12030807	12467167	12922939	13399753	13899397
17	12037929	12474600	12930709	13407888	13907930
18	12045056	12482039	12938485	13416029	13916470
19	12052188	12489484	12946267	13424177	13925017
20	12059325	12496934	12954055	13432331	13933571
21	12066467	12504389	12961848	13440492	13942131
22	12073614	12511850	12969647	13448659	13950698
23	12080766	12519316	12977457	13456832	13959272
24	12087923	12526787	12985263	13465011	13967853
25	12095085	12534264	12993080	13473197	13976441
26	12102252	12541746	13000903	13481390	13985035
27	12109424	12549233	13008732	13489589	13993636
28	12116601	12556725	13016567	13497794	14002244
29	12123783	12564222	13024407	13506006	14010859

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
30	12130970	12571724	13032253	13514224	14019481
31	12138162	12579232	13040105	13522449	14028110
32	12145359	12586746	13047963	13530680	14036746
33	12152561	12594265	13055827	13538918	14045389
34	12159768	12601790	13063697	13547162	14054040
35	12166981	12609321	13071573	13555413	14062698
36	12174199	12616858	13079455	13563670	14071363
37	12181422	12624400	13087343	13571934	14080035
38	12188650	12631948	13095237	13580204	14088715
39	12195883	12639501	13103138	13588481	14097402
40	12203121	12647060	13111045	13596764	14106097
41	12210364	12654624	13118958	13605054	14114798
42	12217613	12662194	13126877	13613350	14123506
43	12224867	12669769	13134802	13621653	14132221
44	12232126	12677350	13142732	13629963	14140923
45	12239390	12684937	13150668	13638279	14149672
46	12246659	12692530	13158610	13646602	14158409
47	12253933	12700128	13166558	13654932	14167153
48	12261212	12707732	13174512	13663268	14175904
49	12268496	12715341	13182472	13671610	14184663
50	12275786	12722956	13190438	13679959	14193429
51	12283081	12730577	13198411	13688315	14202202
52	12290381	12738203	13206390	13696677	14210982
53	12297687	12745835	13214375	13705046	14219769
54	12304998	12753473	13222367	13713422	14228563
55	12312314	12761116	13230365	13721805	14237365
56	12319635	12768765	13238369	13730194	14246174
57	12326961	12776420	13246379	13738590	14254990
58	12334293	12784080	13254396	13746993	14263813
59	12341630	12791745	13262419	13755403	14272643

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
0	14281480	14825610	15398651	16003347	16642794
1	14290325	14834916	15408461	16013710	16653766
2	14299177	14844230	15418280	16024083	16664749
3	14308037	14853553	15428108	16034466	16675743
4	14316905	14862884	15437945	16044859	16686746
5	14325780	14872223	15447791	16055261	16697760
6	14334662	14881570	15457646	16065673	16708785
7	14343552	14890925	15467510	16076095	16719820
8	14352451	14909288	15477382	16086527	16730866
9	14361354	14909659	15487263	16096968	16741922
10	14370266	14919038	15497153	16107419	16752989
11	14379186	14928426	15507052	16117880	16764067
12	14388113	14937822	15516960	16128351	16775156
13	14397048	14947226	15526877	16138832	16786256
14	14405990	14956638	15536803	16149322	16797367
15	14414939	14966058	15546738	16159822	16808489
16	14423896	14975486	15556682	16170332	16819621
17	14432861	14984923	15566636	16180852	16830764
18	14441833	14994368	15576599	16191381	16841918
19	14450812	15003821	15586571	16201920	16853083
20	14459799	15013283	15596552	16212469	16864259
21	14468794	15022753	15606542	16223028	16875446
22	14477797	15032231	15616541	16233597	16886644
23	14486807	15041717	15626549	16244176	16897853
24	14495825	15051211	15636566	16254766	16909074
25	14504850	15060714	15646592	16265366	16920306
26	14513883	15070225	15656627	16275976	16931549
27	14522924	15079744	15666671	16286596	16942803
28	14531972	15089271	15676724	16297226	16954068
29	14541028	15098807	15686786	16307866	16965344

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
30	14550091	15108351	15696857	16318516	16976631
31	14559162	15117903	15706938	16329176	16987929
32	14568241	15127464	15717028	16339847	16999239
33	14577327	15137034	15727127	16350528	17010560
34	14586421	15146612	15737235	16361219	17021892
35	14595523	15156199	15747353	16371920	17033236
36	14604633	15165794	15757480	16382631	17044591
37	14613750	15175398	15767616	16393352	17055957
38	14622875	15185011	15777761	16404083	17067325
39	14632007	15194632	15787915	16414824	17078714
40	14641146	15204261	15798078	16425575	17090115
41	14650293	15213899	15808251	16436337	17101527
42	14659449	15223545	15818433	16447109	17112950
43	14668613	15233200	15828625	16457892	17124384
44	14677785	15242863	15838827	16468685	17135829
45	14686965	15252535	15849038	16479488	17147285
46	14696153	15262216	15859259	16490302	17158752
47	14705349	15271905	15869489	16501126	17170231
48	14714553	15281603	15879729	16511960	17181721
49	14723765	15291309	15889979	16522805	17193222
50	14732985	15301024	15900238	16533660	17204734
51	14742212	15310748	15910507	16544526	17216258
52	14751447	15320481	15920785	16555402	17227794
53	14760690	15330222	15931073	16566289	17239342
54	14769941	15339972	15941370	16577186	17250902
55	14779200	15349730	15951676	16588094	17262473
56	14788466	15359497	15961992	16599013	17274056
57	14797740	15369273	15972317	16609942	17285651
58	54807022	15379057	15982651	16620882	17297258
59	14816312	15388850	15992994	16631833	17308877

①	60 grad.	61 grad.	62 grad.	63 grad.	64 grad.
0	17320508	18040478	18807265	19626104	20503034
1	17332150	18052860	18820471	19640225	20518180
2	17343804	18065255	18833691	19654362	20533344
3	17355469	18077663	18846925	19668516	20548526
4	17367146	18090084	18860174	19682686	20563726
5	17378834	18102518	18873437	19696872	20578945
6	17390534	18114966	18886715	19711074	20594182
7	17402246	18127427	18900007	19725293	20609437
8	17413969	18139901	18913314	19739528	20624711
9	17425704	18152388	18926636	19753780	20640003
10	17437451	18164889	18939972	19768048	20655313
11	17449210	18177403	18953323	19782333	20670642
12	17460981	18189930	18966689	19796634	20685989
13	17472764	18202470	18980070	19810951	20701355
14	17484559	18215024	18993466	19825285	20716739
15	17496366	18227591	19006876	19839635	20732142
16	17508185	18240171	19020301	19854002	20747564
17	17520026	18252765	19033741	19868386	20763004
18	17531869	18265372	19047196	19882786	20778463
19	17543724	18277992	19060665	19897203	20793941
20	17555591	18290626	19074149	19911637	20809438
21	17567470	18303273	19087648	19926088	20824953
22	17579362	18315934	19101162	19940555	20840487
23	17591266	18328608	19114691	19955039	20856040
24	17603182	18341296	19128235	19969540	20871612
25	17615111	18353997	19141795	19984057	20887202
26	17627052	18366712	19155370	19998591	20902811
27	17639006	18379440	19168960	20013142	20918439
28	17650972	18392182	19182565	20027709	20934086
29	17662951	18404938	19196185	20042297	20949752

①	60 grad.	61 grad.	62 grad	63 grad.	64 grad.
30	17674942	18417707	19209821	20056898	20965436
31	17686945	18430490	19223472	20071516	20981140
32	17698960	18443287	19237138	20086152	20996863
33	17710987	18456098	19250819	20100805	21012605
34	17723027	18468922	19264516	20115475	21028367
35	17735079	18481760	19278228	20130163	21044148
36	17747143	18494612	19291955	20144868	21059949
37	17759220	18507478	19305698	20159590	21075769
38	17771309	18520357	19319456	20174329	21091609
39	17783410	18533250	19333230	20189086	21107468
40	17795524	18546157	19347019	20203860	21123347
41	17808651	18559078	19360824	20218651	21139246
42	17819790	18572013	19374644	20233460	21155164
43	17831942	18584962	19388480	20248286	21171102
44	17844107	18597925	19402331	20263130	21187059
45	17856285	18610902	19416198	20277991	21203036
46	17868475	18623894	19430081	20292870	21219032
47	17880678	18636900	19443980	20307767	21235048
48	17892894	18649920	19457894	20322681	21251083
49	17905123	18662954	19471824	20337613	21267138
50	17917364	18676002	19485770	20352563	21283213
51	17929618	18689064	19499732	20367531	21299308
52	17941885	18702140	19513710	20382516	21315423
53	17954164	18715231	19527704	20397519	21331558
54	17966456	18728335	19541714	20412539	21347713
55	17978761	18741454	19555739	20427577	21363888
56	17991079	18754587	19569780	20442633	21380083
57	18003410	18767735	19583837	20457706	21396298
58	18015753	18780897	19597910	20472797	21412534
59	18028109	18794074	19611999	20487906	21428790

①	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
0	21445067	22460371	23558529	24750869	26050893
1	21461364	22477965	23577595	24771613	26073559
2	21477681	22495582	23596687	24792387	26096260
3	21494019	22513222	23615805	24813191	26118996
4	21510377	22530885	23634950	24834024	26141766
5	21526756	22548571	23654121	24854887	26164571
6	21543155	22566281	23673318	24875780	26187411
7	21559575	22584014	23692542	24896704	26210286
8	21576015	22601771	23711793	24917659	26233196
9	21592475	22619551	23731071	24938644	26256141
10	21608956	22637355	23750375	24959659	26279120
11	21625458	22655183	23769706	24980705	26302135
12	21641981	22673034	23789064	25001782	26325185
13	21658525	22690909	23808448	25022890	26348270
14	21675090	22708808	23827859	25044029	26371390
15	21691676	22726730	23847297	25065198	26394546
16	21708283	22744676	23866762	25086398	26417738
17	21724911	22762646	23886254	25107629	26440966
18	21741559	22780639	23905773	25128891	26464229
19	21758228	22798656	23925320	25150183	26487528
20	21774918	22816696	23944895	25171506	26510863
21	21791629	22834760	23964496	25192861	26534234
22	21808362	22852848	23984124	25214248	26557641
23	21825116	22870960	24003779	25235666	26581084
24	21841892	22889096	24023462	25257116	26604563
25	21858689	22907256	24043172	25278597	26628079
26	21875508	22925441	24062910	25300110	26651631
27	21892348	22943650	24082675	25321655	26675220
28	21909210	22961883	24102468	25343232	26698845
29	21926094	22980141	24122289	25364841	26722507

①	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
30	21943000	22998424	24142137	25386482	26746206
31	21959926	23016731	24162013	25408154	26769942
32	21976874	23035062	24181917	25429858	26793716
33	21993843	23053418	24201849	25451594	26817527
34	22010834	23071798	24221809	25473362	26841375
35	22027846	23090203	24241798	25495162	26865260
36	22044879	23108632	24261815	25516995	26889183
37	22061934	23127086	24281860	25538860	26913143
38	22079011	23145565	24301934	25560758	26937141
39	22096109	23164068	24322037	25582688	26961177
40	22113229	23182597	24342169	25604651	26985251
41	22130372	23201151	24362329	25626647	27009362
42	22147537	23219730	24382518	25648675	27033511
43	22164725	23238335	24402735	25670736	27057698
44	22181935	23256965	24422981	25692830	27081922
45	22199168	23275621	24443256	25714957	27106184
46	22216424	23294302	24463559	25737218	27130484
47	22233703	23313008	24483891	25759312	27154823
48	22251004	23331740	24504252	25781540	27179200
49	22268328	23350498	24524642	25803801	27203616
50	22285675	23369282	24545061	25826096	27228070
51	22303044	23388092	24565509	25848424	27252563
52	22320435	23406927	24585986	25870786	27277095
53	22337848	23425788	24606492	25893181	27301667
54	22355284	23444674	24627028	25915610	27326278
55	22372742	23463586	24647594	25938073	27350929
56	22390223	23482523	24668189	25960569	27375620
57	22407726	23501486	24688814	25983099	27400350
58	22425252	23520475	24709469	26005663	27425120
59	22442800	23539489	24730154	26028261	27449929

①	70 grad.	71 grad.	72 grad.	73 grad.	74 grad.
0	27474777	29042105	30776834	32708528	34874151
1	27499665	29069569	30807323	32742586	34912477
2	27524592	29097080	30837866	32776709	34950881
3	27549559	29124638	30868465	32810898	34989364
4	27574565	29152243	30899119	32845153	35027925
5	27599612	29179895	30929828	32879477	35066565
6	27624699	29207595	30960593	32913862	35105283
7	27649827	29235343	30991413	32948317	35144080
8	27674995	29263139	31022289	32982839	35182956
9	27700204	29290982	31053221	33017427	35221911
10	27725453	29318873	31084208	33052082	35260945
11	27750742	29346811	31115252	33086802	35300059
12	27776072	29374797	31146352	33121588	35339253
13	27801443	29402831	31177508	33156441	35378528
14	27826855	29430913	31208720	33191362	35417883
15	27852308	29459043	31239989	33226351	35457320
16	27877803	29487221	31271315	33261408	35496838
17	27903339	29515446	31302698	33296534	35536438
18	27928917	29543719	31334138	33331728	35576121
19	27954536	29572041	31365636	33366990	35615888
20	27980196	29600411	31397191	33402321	35655739
21	28005898	29628831	31428805	33437720	35695672
22	28031642	29657301	31460476	33473188	35735689
23	28057429	29685820	31492205	33508725	35775789
24	28083258	29714388	31523992	33544330	35815973
25	28109129	29743006	31555838	33580005	35856241
26	28135043	29771674	31587742	33615750	35896593
27	28160999	29800392	31619705	33651566	35937029
28	28186998	29829160	31651727	33687453	35977550
29	28213040	29857978	31683807	33723410	36018156

①	70 grad.	71 grad.	72 grad.	73 grad.	74 grad.
30	28239125	29886847	31715946	33759438	36058848
31	28265253	29915765	31748144	33795535	36099623
32	28291424	29944734	31780401	33831703	36140483
33	28317638	29973753	31812717	33867942	36181427
34	28343895	30002823	31845093	33904252	36222456
35	28370195	30031943	31877528	33940634	36263570
36	28396539	30061113	31910024	33977088	36304771
37	28422926	30090334	31942580	34013615	36346060
38	28449357	30119605	31975197	34050215	36387437
39	28475832	30148927	32007875	34086888	36428903
40	28502350	30178299	32040613	34123634	36470459
41	28528913	30207723	32073413	34160453	36512103
42	28555520	30237200	32106275	34197345	36553836
43	28582172	30266730	32139200	34234310	36595659
44	28608868	30296312	32172187	34271348	36637572
45	28635608	30325947	32205237	34308459	36679574
46	28662393	30355635	32238349	34345644	36721666
47	28689222	30385375	32271524	34382903	36763849
48	28716095	30415169	32304762	34420237	36806121
49	28743015	30445015	32338064	34457647	36848483
50	28769979	30474915	32371430	34495132	36890936
51	28796987	30504867	32404858	34532692	36933479
52	28824040	30534872	32438348	34570327	36976114
53	28851139	30564930	32471901	34608038	37018840
54	28878283	30595041	32505517	34645824	37061659
55	28905472	30625205	32539196	34683686	37104570
56	28932707	30655423	32572937	34721625	37147574
57	28959988	30685695	32606741	34759640	37190670
58	28987315	30716020	32640607	34797733	36233859
59	29014687	30746400	32674536	34835903	37277141

①	75 grad.	76 grad.	77 grad.	78 grad.	79 grad.
0	37320517	40107808	43314742	47046295	51445543
1	37363987	40157569	43372301	47113680	51525561
2	37407551	40207446	43430006	47181249	51605820
3	37451210	40257440	43487857	47249003	51686321
4	37494964	40307552	43545855	47316942	51767065
5	37538814	40357781	43604000	47385067	51848053
6	37582760	40408129	43662293	47453380	51929285
7	37626803	40458596	43720733	47521882	52010762
8	37670943	40509183	43779321	47590575	52092485
9	37715180	40559890	43838057	47659460	52174455
10	37759515	40610718	43896942	47728538	52256673
11	37803948	40661665	43955977	47797809	52339140
12	37848479	40712731	44015163	47867274	52421857
13	37893109	40763917	44074501	47936934	52504826
14	37937838	40815224	44133992	48006790	52588048
15	37982666	40866652	44193637	48076841	52671525
16	38027592	40918201	44253435	48147088	52755259
17	38072616	40969871	44313387	48217531	52839251
18	38117740	41021663	44373494	48288171	52923503
19	38162963	41073577	44433756	48359008	53008016
20	38208285	41125614	44494174	48430043	53092792
21	38253708	41177775	44554749	48501278	53177831
22	38299232	41230062	44615481	48572714	53263134
23	38344857	41282475	44676371	48644352	53348702
24	38390584	41335015	44737419	48716193	53434536
25	38436414	41387683	44798626	48788238	53520637
26	38482347	41440483	44859993	48860488	53607006
27	38528384	41493407	44921521	48932945	53693644
28	38574525	41546464	44983211	49005610	53780552
29	38620772	41599653	45045065	49078483	53867731

①	75 grad.	76 grad.	77 grad.	78 grad.	79 grad.
30	38667125	41652974	45107083	49151565	53955183
31	38713580	41706424	45169263	49224856	54042909
32	38760139	41760003	45231607	49298357	54130911
33	38806801	41813712	45294114	49372069	54219190
34	38853567	41867550	45356785	49445993	54307748
35	38900438	41921518	45419621	49520130	54396586
36	38947416	41975617	45482623	49594481	54485705
37	38994501	42029848	45545790	49669047	54575107
38	39041695	42084211	45609123	49743829	54664793
39	39088998	42138706	45672623	49818827	54754764
40	39136409	42193334	45736291	49894042	54845022
41	39183929	42248096	45800128	49969475	54935569
42	39231557	42302993	45864135	50045127	55026406
43	39279294	42358025	45928314	50120999	55117535
44	39327139	42413193	45992666	50197092	55208958
45	39375094	42468497	46057192	50273407	55300676
46	39423158	42523937	46121892	50349935	55392692
47	39471331	42579514	46186767	50426707	55485007
48	39519614	42635228	46251817	50503695	55577622
49	39568006	42691080	46317043	50580910	55670539
50	39616509	42747070	46382445	50658353	55763759
51	39665124	42803199	46448023	50736025	55857283
52	39713852	42859468	46513778	50813927	55951112
53	39762695	42915878	46579711	50892060	56045247
54	39811654	42972429	46645823	50970425	56139689
55	39860729	43029122	46712115	51049023	56234439
56	39909917	43085958	46778587	51127855	56329498
57	39959218	43142937	46845240	51206922	56424868
58	40008633	43200060	46912075	51286225	56520550
59	40058103	43257328	46979093	51365765	56616545

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
0	8390996	8692867	9004040	9325151	9656888
1	8395954	8697975	9009308	9330591	9662511
2	8400915	8703085	9014579	9336034	9668137
3	8405878	8708198	9019853	9341480	9673766
4	8410844	8713344	9025130	9346929	9679398
5	8415812	8718433	9030410	9352381	9685034
6	8420782	8723555	9035693	9357835	9690674
7	8425754	8728679	9040978	9363292	9696315
8	8430729	8733806	9046266	9368752	9701960
9	8435706	8738935	9051557	9374215	9707609
10	8440686	8744067	9056850	9379682	9713261
11	8445668	8749201	9062146	9385152	9718916
12	8450653	8754338	9067445	9390625	9724574
13	8455640	8759478	9072747	9396101	9730235
14	8460630	8764620	9078052	9401580	9735900
15	8465622	8769764	9083360	9407062	9741568
16	8470617	8774911	9088670	9412547	9747239
17	8475614	8780061	9093983	9418034	9752913
18	8480614	8785214	9099299	9423524	9758591
19	8485617	8790369	9104618	9429017	9764272
20	8490622	8795527	9109940	9434513	9769956
21	8495629	8800688	9115265	9440012	9775643
22	8500639	8805851	9120593	9445514	9781334
23	8505651	8811017	9125923	9451019	9787028
24	8510666	8816186	9131256	9456528	9792725
25	8515683	8821357	9136592	9462040	9798425
26	8520703	8826531	9141930	9467555	9804128
27	8525725	8831708	9147271	6473073	9809835
28	8530750	8836887	9152615	9478594	9815545
29	8535777	8842069	9157962	9484118	9821258

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974
31	8545838	8852440	9168665	9495175	9832694
32	8550872	8857630	9174021	9500708	9838417
33	8555909	8862822	9179380	9506244	9844143
34	8560949	8868017	9184741	9511783	9849872
35	8565991	8873215	9190105	9517325	9855605
36	8571036	8878415	9195472	9522870	9861341
37	8576083	8883628	9200842	9528419	9867080
38	8581133	8888824	9206215	9533971	9872822
39	8586185	8894033	9211590	9539126	9878568
40	8591239	8899244	9216968	9545084	9884317
41	8596296	8904458	9222349	9550645	9890070
42	8601355	8909675	9227733	9556209	9895826
43	8606417	8914894	9233120	9561776	9901585
44	8611482	8920116	9238510	9567346	9907347
45	8616549	8925341	9243903	9572919	9913113
46	8621619	8930568	9249399	9578495	9918882
47	8626692	8935798	9254698	9584074	9924654
48	8631767	8941031	9260100	9589656	9930430
49	8636845	8946267	9265505	9595241	9936209
50	8641926	8951506	9270913	9600830	9941991
51	8647009	8956747	9276324	9606422	9947777
52	8652095	8961991	9281738	9612017	9953566
53	8657183	8967238	9287155	9617615	9959359
54	8662273	8972487	9292574	9623216	9965155
55	8667366	8977739	9297996	9628820	9970954
56	8672461	8982994	9303421	9634427	9976756
57	8677559	8988252	9308849	9640037	9982562
58	8682659	8993512	9314280	9645651	9988371
59	8687762	8998775	9319714	9651268	9994184

①	45 grad.	46 grad.	47 grad	48 grad.	49 grad.
30	10176073	10537801	10913084	11302944	11708497
31	10181996	10543942	10919459	11309571	11715396
32	10187922	10550087	10925838	11316203	11722300
33	10193852	10556235	10932221	11322899	11729208
34	10199785	10562387	10938608	11329480	11736121
35	10205722	10568543	10945000	11336125	11743039
36	10211663	10574703	10951396	11342774	11749962
37	10217607	10580867	10957796	11349428	11756889
38	10223555	10587034	10964200	11356086	11763821
39	10229506	10593205	10970608	11362748	11770758
40	10235460	10599280	10977020	11369415	11777700
41	10241418	10605559	10983436	11376086	11784646
42	10247380	10611742	10989856	11382762	11791597
43	10253345	10617929	10996280	11389442	11798553
44	10259314	10624119	11002708	11396126	11805514
45	10265286	10630313	11009140	11402815	11812479
46	10271262	10636511	11015577	11409508	11819449
47	10277242	10642713	11022028	11416206	11826424
48	10283225	10648919	11028463	11422908	11833404
49	10289212	10655128	11034912	11429615	11840388
50	10295202	10661341	11041365	11436326	11847377
51	10301196	10667558	11047822	11443042	11854371
52	10307193	10673779	11054283	11449762	11861370
53	10313194	10680004	11060748	11456487	11868374
54	10319199	10686233	11067218	11463216	11875383
55	10325207	10692466	11073692	11469950	11882397
56	10331219	10698702	11080170	11476688	11889417
57	10337234	10704942	11086652	11483431	11896438
58	10343253	10711186	11093138	11490178	11903466
59	10349276	10717434	11099629	11496929	11910499

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
0	11917537	12348972	12799416	13270448	13763820
1	11924580	12356320	12807093	13278483	13772243
2	11931628	12363673	12814776	13286524	13780673
3	11938680	12371031	12822465	13294571	13789109
4	11945737	12378394	12830159	13302624	13797552
5	11952799	12385762	12837859	13310683	13806002
6	11959866	12393136	12845565	13318749	13814459
7	11966938	12400515	12853277	13326821	13822922
8	11974015	12407999	12860994	13334899	13831392
9	11981097	12415288	12868717	13342984	13839869
10	11988183	12422683	12876445	13351075	13848352
11	11995274	12430083	12884179	13359172	13856842
12	12002370	12437489	12891919	13367276	13865339
13	12009471	12444900	12899665	13375386	13873843
14	12016578	12452317	12907417	13383502	13882354
15	12023690	12459739	12915175	13391624	13890872
16	12030807	12467167	12922939	13399753	13899397
17	12037929	12474600	12930709	13407888	13907930
18	12045056	12482039	12938485	13416029	13916470
19	12052188	12489484	12946267	13424177	13925017
20	12059325	12496934	12954055	13432331	13933571
21	12066467	12504389	12961848	13440492	13942131
22	12073614	12511850	12969647	13448659	13950698
23	12080766	12519316	12977457	13456832	13959272
24	12087923	12526787	12985263	13465011	13967853
25	12095085	12534264	12993080	13473197	13976441
26	12102252	12541746	13000903	13481390	13985035
27	12109424	12549233	13008732	13489589	13993636
28	12116601	12556725	13016567	13497794	14002244
29	12123783	12564222	13024407	13506006	14010859

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
30	12130970	12571724	13032253	13514224	14019481
31	12138162	12579232	13040105	13522449	14028110
32	12145359	12586746	13047963	13530680	14036746
33	12152561	12594265	13055827	13538918	14045389
34	12159768	12601790	13063697	13547162	14054040
35	12166981	12609321	13071573	13555413	14062698
36	12174199	12616858	13079455	13563670	14071363
37	12181422	12624400	13087343	13571934	14080035
38	12188650	12631948	13095237	13580204	14088715
39	12195883	12639501	13103138	13588481	14097402
40	12203121	12647060	13111045	13596764	14106097
41	12210364	12654624	13118958	13605054	14114798
42	12217613	12662194	13126877	13613350	14123506
43	12224867	12669769	13134802	13621653	14132221
44	12232126	12677350	13142732	13629963	14140923
45	12239390	12684937	13150668	13638279	14149672
46	12246659	12692530	13158610	13646602	14158409
47	12253933	12700128	13166558	13654932	14167153
48	12261212	12707732	13174512	13663268	14175904
49	12268496	12715341	13182472	13671610	14184663
50	12275786	12722956	13190438	13679959	14193429
51	12283081	12730577	13198411	13688315	14202202
52	12290381	12738203	13206390	13696677	14210982
53	12297687	12745835	13214375	13705046	14219769
54	12304998	12753473	13222367	13713422	14228563
55	12312314	12761116	13230365	13721805	14237365
56	12319635	12768765	13238369	13730194	14246174
57	12326961	12776420	13246379	13738590	14254990
58	12334293	12784080	13254396	13746993	14263813
59	12341630	12791745	13262419	13755403	14272643

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
0	14281480	14825610	15398651	16003347	16642794
1	14290325	14834916	15408461	16013710	16653766
2	14299177	14844230	15418280	16024083	16664749
3	14308037	14853553	15428108	16034466	16675743
4	14316905	14862884	15437945	16044859	16686746
5	14325780	14872223	15447791	16055261	16697760
6	14334662	14881570	15457646	16065673	16708785
7	14343552	14890925	15467510	16076095	16719820
8	14352451	14909288	15477382	16086527	16730866
9	14361354	14909659	15487263	16096968	16741922
10	14370266	14919038	15497153	16107419	16752989
11	14379186	14928426	15507052	16117880	16764067
12	14388113	14937822	15516960	16128351	16775156
13	14397048	14947226	15526877	16138832	16786256
14	14405990	14956638	15536803	16149322	16797367
15	14414939	14966058	15546738	16159822	16808489
16	14423896	14975486	15556682	16170332	16819621
17	14432861	14984923	15566636	16180852	16830764
18	14441833	14994368	15576599	16191381	16841918
19	14450812	15003821	15586571	16201920	16853083
20	14459799	15013283	15596552	16212469	16864259
21	14468794	15022753	15606542	16223028	16875446
22	14477797	15032231	15616541	16233597	16886644
23	14486807	15041717	15626549	16244176	16897853
24	14495825	15051211	15636566	16254766	16909074
25	14504850	15060714	15646592	16265366	16920306
26	14513883	15070225	15656627	16275976	16931549
27	14522924	15079744	15666671	16286596	16942803
28	14531972	15089271	15676724	16297226	16954068
29	14541028	15098807	15686786	16307866	16965344

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
30	14550091	15108351	15696857	16318516	16976631
31	14559162	15117903	15706938	16329176	16987929
32	14568241	15127464	15717028	16339847	16999239
33	14577327	15137034	15727127	16350528	17010560
34	14586421	15146612	15737235	16361219	17021892
35	14595523	15156199	15747353	16371920	17033236
36	14604633	15165794	15757480	16382631	17044591
37	14613750	15175398	15767616	16393352	17055957
38	14622875	15185011	15777761	16404083	17067325
39	14632007	15194632	15787915	16414824	17078714
40	14641146	15204261	15798078	16425575	17090115
41	14650293	15213899	15808251	16436337	17101527
42	14659449	15223545	15818433	16447109	17112950
43	14668613	15233200	15828625	16457892	17124384
44	14677785	15242863	15838827	16468685	17135829
45	14686965	15252535	15849038	16479488	17147285
46	14696153	15262216	15859259	16490302	17158752
47	14705349	15271905	15869489	16501126	17170231
48	14714553	15281603	15879729	16511960	17181721
49	14723765	15291309	15889979	16522805	17193222
50	14732985	15301024	15900238	16533660	17204734
51	14742212	15310748	15910507	16544526	17216258
52	14751447	15320481	15920785	16555402	17227794
53	14760690	15330222	15931073	16566289	17239342
54	14769941	15339972	15941370	16577186	17250902
55	14779200	15349730	15951676	16588094	17262473
56	14788466	15359497	15961992	16599013	17274056
57	14797740	15369273	15972317	16609942	17285651
58	54807022	15379057	15982651	16620882	17297258
59	14816312	15388850	15992994	16631833	17308877

①	60 grad.	61 grad.	62 grad.	63 grad.	64 grad.
30	17674942	18417707	19209821	20056898	20965436
31	17686945	18430490	19223472	20071516	20981140
32	17698960	18443287	19237138	20086152	20996863
33	17710987	18456098	19250819	20100805	21012605
34	17723027	18468922	19264516	20115475	21028367
35	17735079	18481760	19278228	20130163	21044148
36	17747143	18494612	19291955	20144868	21059949
37	17759220	18507478	19305698	20159590	21075769
38	17771309	18520357	19319456	20174329	21091609
39	17783410	18533250	19333230	20189086	21107468
40	17795524	18546157	19347019	20203860	21123347
41	17808651	18559078	19360824	20218651	21139246
42	17819790	18572013	19374644	20233460	21155164
43	17831942	18584962	19388480	20248286	21171102
44	17844107	18597925	19402331	20263130	21187059
45	17856285	18610902	19416198	20277991	21203036
46	17868475	18623894	19430081	20292870	21219032
47	17880678	18636900	19443980	20307767	21235048
48	17892894	18649920	19457894	20322681	21251083
49	17905123	18662954	19471824	20337613	21267138
50	17917364	18676002	19485770	20352563	21283213
51	17929618	18689064	19499732	20367531	21299308
52	17941885	18702140	19513710	20382516	21315423
53	17954164	18715231	19527704	20397519	21331558
54	17966456	18728335	19541714	20412539	21347713
55	17978761	18741454	19555739	20427577	21363888
56	17991079	18754587	19569780	20442633	21380083
57	18003410	18767735	19583837	20457706	21396298
58	18015753	18780897	19597910	20472797	21412534
59	18028109	18794074	19611999	20487906	21428790

①	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
0	21445067	22460371	23558529	24750869	26050893
1	21461364	22477965	23577595	24771613	26073559
2	21477681	22495582	23596687	24792387	26096260
3	21494019	22513222	23615805	24813191	26118996
4	21510377	22530885	23634950	24834024	26141766
5	21526756	22548571	23654121	24854887	26164571
6	21543155	22566281	23673318	24875780	26187411
7	21559575	22584014	23692542	24896704	26210286
8	21576015	22601771	23711793	24917659	26233196
9	21592475	22619551	23731071	24938644	26256141
10	21608956	22637355	23750375	24959659	26279120
11	21625458	22655183	23769706	24980705	26302135
12	21641981	22673034	23789064	25001782	26325185
13	21658525	22690909	23808448	25022890	26348270
14	21675090	22708808	23827859	25044029	26371390
15	21691676	22726730	23847297	25065198	26394546
16	21708283	22744676	23866762	25086398	26417738
17	21724911	22762646	23886254	25107629	26440966
18	21741559	22780639	23905773	25128891	26464229
19	21758228	22798656	23925320	25150183	26487528
20	21774918	22816696	23944895	25171506	26510863
21	21791629	22834760	23964496	25192861	26534234
22	21808362	22852848	23984124	25214248	26557641
23	21825116	22870960	24003779	25235666	26581084
24	21841892	22889096	24023462	25257116	26604563
25	21858689	22907256	24043172	25278597	26628079
26	21875508	22925441	24062910	25300110	26651631
27	21892348	22943650	24082675	25321655	26675220
28	21909210	22961883	24102468	25343232	26698845
29	21926094	22980141	24122289	25364841	26722507

①	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
30	21943000	22998424	24142137	25386482	26746206
31	21959926	23016731	24162013	25408154	26769942
32	21976874	23035062	24181917	25429858	26793716
33	21993843	23053418	24201849	25451594	26817527
34	22010834	23071798	24221809	25473362	26841375
35	22027846	23090203	24241798	25495162	26865260
36	22044879	23108632	24261815	25516995	26889183
37	22061934	23127086	24281860	25538860	26913143
38	22079011	23145565	24301934	25560758	26937141
39	22096109	23164068	24322037	25582688	26961177
40	22113229	23182597	24342169	25604651	26985251
41	22130392	23201151	24362329	25626647	27009362
42	22147537	23219730	24382518	25648675	27033511
43	22164725	23238335	24402735	25670736	27057698
44	22181935	23256965	24422981	25692830	27081922
45	22199168	23275621	24443256	25714957	27106184
46	22216424	23294302	24463559	25737118	27130484
47	22233703	23313008	24483891	25759312	27154823
48	22251004	23331740	24504252	25781540	27179200
49	22268328	23350498	24524642	25803801	27203616
50	22285675	23369282	24545061	25826096	27228070
51	22303044	23388092	24565509	25848424	27252563
52	22320435	23406927	24585986	25870786	27277095
53	22337848	23425788	24606492	25893181	27301667
54	22355284	23444674	24627028	25915610	27326278
55	22372742	23463586	24647594	25938073	27350929
56	22390223	23482523	24668189	25960569	27375620
57	22407726	23501486	24688814	25983099	27400350
58	22425252	23520475	24709469	26005663	27425120
59	22442800	23539489	24730154	26028261	27449929

①	70 grad.	71 grad.	72 grad.	73 grad.	74 grad.
0	27474777	29042105	30776834	32708528	34874151
1	27499665	29069569	30807323	32742586	34912477
2	27524592	29097080	30837866	32776709	34950881
3	27549559	29124638	30868465	32810898	34989364
4	27574565	29152243	30899119	32845153	35027925
5	27599612	29179895	30929828	32879477	35066565
6	27624699	29207595	30960593	32913862	35105283
7	27649827	29235343	30991413	32948317	35144080
8	27674995	29263139	31022289	32982839	35182956
9	27700204	29290982	31053221	33017427	35221911
10	27725453	29318873	31084208	33052082	35260945
11	27750742	29346811	31115252	33086802	35300059
12	27776072	29374797	31146352	33121588	35339253
13	27801443	29402831	31177508	33156441	35378528
14	27826855	29430913	31208720	33191362	35417883
15	27852308	29459043	31239989	33226351	35457320
16	27877803	29487221	31271315	33261408	35496838
17	27903339	29515446	31302698	33296534	35536438
18	27928917	29543719	31334138	33331728	35576121
19	27954536	29572041	31365636	33366990	35615888
20	27980196	29600411	31397191	33402321	35655739
21	28005898	29628831	31428805	33437720	35695672
22	28031642	29657301	31460476	33473188	35735689
23	28057429	29685820	31492205	33508725	35775789
24	28083258	29714388	31523992	33544330	35815973
25	28109129	29743006	31555838	33580005	35856241
26	28135043	29771674	31587742	33615750	35896593
27	28160999	29800392	31619705	33651566	35937029
28	28186998	29829160	31651727	33687453	35977550
29	28213040	29857978	31683807	33723410	36018156

①	70 grad.	71 grad.	72 grad.	73 grad.	74 grad.
30	28239125	29886847	31715946	33759438	36058848
31	28265253	29913765	31748144	33795535	36099623
32	28291424	29944734	31780401	33831703	36140483
33	28317638	29973753	31812717	33867942	36181427
34	28343895	30002823	31845093	33904252	36222456
35	28370195	30031943	31877528	33940634	36263570
36	28396539	30061113	31910024	33977088	36304771
37	28422926	30090334	31942580	34013615	36346060
38	28449357	30119605	31975197	34050215	36387437
39	28475872	30148927	32007875	34086888	36428903
40	28502350	30178299	32040613	34123634	36470459
41	28528913	30207723	32073413	34160453	36512103
42	28555520	30237200	32106275	34197345	36553836
43	28582172	30266730	32139200	34234310	36595659
44	28608868	30296312	32172187	34271348	36637572
45	28635608	30325947	32205237	34308459	36679574
46	28662393	30355635	32238349	34345644	36721666
47	28689222	30385375	32271524	34382903	36763849
48	28716096	30415169	32304762	34420237	36806121
49	28743015	30445015	32338064	34457647	36848483
50	28769979	30474915	32371430	34495132	36890936
51	28796987	30504867	32404858	34532692	36933479
52	28824040	30534872	32438348	34570327	36976114
53	28851139	30564930	32471901	34608038	37018840
54	28878283	30595041	32505517	34645824	37061659
55	28905472	30625205	32539196	34683686	37104570
56	28932707	30655423	32572937	34721625	37147574
57	28959988	30685695	32606741	34759640	37190670
58	28987315	30716020	32640607	34797733	36233859
59	29014687	30746400	32674536	34835903	37277141

①	75 grad.	76 grad.	77 grad.	78 grad.	79 grad.
30	38667125	41652974	45107083	49151565	53955183
31	38713580	41706424	45169263	49224856	54042909
32	38760139	41760003	45231607	49298357	54130911
33	38806801	41813712	45294114	49372069	54219190
34	38853567	41867550	45356785	49445993	54307748
35	38900438	41921518	45419621	49520130	54396586
36	38947416	41975617	45482623	49594481	54485705
37	38994501	42029848	45545790	49669047	54575107
38	39041695	42084211	45609123	49743829	54664793
39	39088998	42138706	45672623	49818827	54754764
40	39136409	42193334	45736291	49894042	54845022
41	39183929	42248096	45800128	49969475	54935569
42	39231557	42302993	45864135	50045127	55026406
43	39279294	42358025	45928314	50120999	55117535
44	39327139	42413193	45992666	50197092	55208958
45	39375094	42468497	46057192	50273407	55300676
46	39423158	42523937	46121892	50349935	55392692
47	39471331	42579514	46186767	50426707	55485007
48	39519614	42635228	46251817	50503695	55577622
49	39568006	42691080	46317043	50580910	55670539
50	39616509	42747070	46382445	50658353	55763759
51	39665124	42803199	46448023	50736025	55857283
52	39713852	42859468	46513778	50813927	55951112
53	39762695	42915878	46579711	50892060	56045247
54	39811654	42972429	46645823	50970425	56139689
55	39860729	43029122	46712115	51049023	56234439
56	39909917	43085958	46778587	51127855	56329498
57	39959218	43142937	46845240	51206922	56424868
58	40008633	43200060	46912075	51286225	56520550
59	40058103	43257328	46979093	51365765	56616545

①	80 grad.	81 grad.	82 grad.	83 grad.	84 grad.
0	56712854	63137478	71153706	81443502	95143611
1	56809480	63256564	71304198	81639821	95410585
2	56906425	63376089	71455313	81837074	95679034
3	57003690	63496056	71607058	82035268	95948971
4	57101277	63616468	71759440	82234410	96220411
5	57199188	63737327	71912459	82434508	96493467
6	57297425	63858635	72066117	82635570	96767939
7	57395990	63980394	72220422	82837603	97044063
8	57494885	64102607	72375376	83040614	97321646
9	57594111	64225276	72530983	83244610	97600890
10	57693670	64348404	72687247	83449598	97881716
11	57793564	64471994	72844173	83655585	98164135
12	57893795	64596049	73001766	83862572	98448162
13	57994366	64720571	73160031	84070565	98733810
14	58095279	64845563	73318972	84279571	99021104
15	58196536	64971028	73478593	84489598	99310047
16	58298138	65096969	73638898	84700687	99600655
17	58400087	65223388	73799892	84912817	99893042
18	58502385	65350287	73961579	85125995	100187022
19	58605034	65477669	74123964	85340229	100482822
20	58708035	65605537	74287052	85555525	100780346
21	58811388	65733894	74450847	85771891	101079507
22	58915095	65862743	74615354	85989335	101380525
23	59019157	65992087	74780577	86207866	101683314
24	59123576	66121928	74946521	86427493	101987889
25	59228353	66252268	75113189	86648225	102294266
26	59333490	66383110	75280586	86870072	102602473
27	59438989	66514457	75448716	87093043	102912514
28	59544852	66646313	75617584	87317150	103224405
29	59651081	66778681	75787195	87542404	103538166

①	80 grad.	81 grad.	82 grad.	83 grad.	84 grad.
30	59757678	66911564	75957554	87768816	103853919
31	59864646	67044965	76128666	87996394	104171468
32	59971987	67178887	76300536	88225146	104491055
33	60079703	67313334	76473170	88455079	104812581
34	60187796	67448309	76646573	88686196	105136063
35	60296268	67583815	76820751	88918508	105461519
36	60405121	67719855	76995710	89152021	105788969
37	60514358	67856423	77171455	89386745	106118428
38	60623981	67993549	77347991	89622688	106449917
39	60733992	68131209	77525324	89859858	106783466
40	60844392	68269416	77703459	90098268	107119198
41	60955184	68408173	77882402	90337927	107456902
42	61066370	68547438	78062159	90578848	107796712
43	61177952	68687350	78242737	90821043	108138767
44	61289930	68827777	78424142	91064526	108482852
45	61402307	68968768	78606379	91309309	108829228
46	61515085	69110326	78789454	91555401	109177805
47	61628267	69252455	78973371	91802810	109528589
48	61741856	69395158	79158136	92051546	109881598
49	61855854	69538439	79343754	92301618	110236864
50	61970263	69682302	79530231	92553036	110594415
51	62085085	69826751	79717572	92805759	110954264
52	62200323	69971789	79905783	93059875	111316432
53	62315979	70117419	80094869	93315361	111680940
54	62432056	70263645	80284835	93572238	112047814
55	62548556	70410470	80475688	93830595	112417202
56	62665481	70557898	80667435	94090270	112788878
57	62782833	70705932	80860083	94351448	113163056
58	62900615	70854576	81053639	94614055	113539681
59	63018829	71003833	81248110	94878103	113918875

①	85 grad.	86 grad.	87 grad.	88 grad.	89 grad.
0	114300579	143006601	190811200	286362498	572899830
1	114684819	143606943	191879163	288770746	582610421
2	115071619	144212307	192959095	291219764	592655713
3	115461005	144822757	194051200	293710598	603057015
4	115853017	145438358	195155685	296244357	613825994
5	116247668	146059175	196273146	298823024	624990311
6	116644985	146685275	197403054	301445987	636564040
7	117044995	147316726	198545993	304115322	648578536
8	117447864	147953611	199702191	306833212	661054728
9	117853346	148595987	200871878	309599077	674016435
10	118261757	149244148	202055705	312416191	687500739
11	118672834	149897753	203253093	315283945	701531474
12	119086890	150557233	204464726	318204757	716149676
13	119503669	151222301	205691260	321181137	731385593
14	119923488	151893462	206932111	324212583	747289264
15	120346233	152570581	208188402	327302782	763899813
16	120771937	153253487	209459545	330451272	781259259
17	121200643	153942729	210746693	333661982	799432199
18	121632370	154638158	212049271	336934467	818463792
19	122067151	155339855	213368214	340272744	838430438
20	122505017	156047923	214704085	343677949	859395374
21	122946003	156762433	216056022	347150587	881427652
22	123390142	157483474	217425507	350695255	904627361
23	123837634	158211136	218812405	354312962	929081086
24	124288195	158945509	220217049	358006024	954893332
25	124742169	159686753	221639784	361776788	982180553
26	125199280	160434770	223080983	365626388	1011062679
27	125659878	161189849	224540987	369560062	1041705454
28	126123842	161952305	226020167	373579199	1074263399
29	126591211	162721698	227518902	377686614	1108922084

⊙	85 grad.	86 grad.	87 grad.	88 grad.	89 grad.
30	127072036	163498660	229037584	381885288	1145891136
31	127536341	164282764	2305766 4	386178258	1185395877
32	128014165	165074651	232132427	390568737	1227736470
33	128495548	165873906	233717425	395060088	1273213435
34	128980531	166681172	235320041	399655828	1322188681
35	129469305	167496287	236945285	404359642	1375082163
36	129961652	168319085	238592501	409175388	1432363027
37	130457692	169150247	240262714	414111295	1494645462
38	130957670	169989613	241957021	419159137	1562590046
39	131461286	170837304	243674732	424335793	1637005697
40	131968930	171693461	245417543	429641796	1718863124
41	132480297	172558198	247184785	435082056	1809337410
42	132995769	173431641	248978216	440561780	1909864971
43	133515636	174313925	250797165	446386310	2022219818
44	134038804	175205183	252643455	452261453	2148619711
45	134566419	176105555	254517088	458293185	2291873854
46	135098153	177015180	256417991	464487853	2455533838
47	135634096	177934219	258348100	470852152	2644433955
48	136174272	178862806	260307416	477393195	2864819229
49	136718731	179801085	262296605	484118353	3125276745
50	137267523	180749137	264316358	491038024	3437829002
51	137820702	181707670	266366704	498155754	3819696333
52	138378319	182676299	268449755	505482730	4297181900
53	138940429	183654941	270565570	513030946	4911098124
54	139507087	184644417	272714927	520805157	5729633839
55	140078545	185644562	274898633	528821258	6875680006
56	140654481	186655202	277117516	537085003	8594003953
57	141235334	187677207	279372435	545610968	11457329506
58	141820765	188710414	281664304	554414914	17188033688
59	142411234	189755028	283994009	563504309	34376070815
60	143006601	190811200	286362498	572899830	Infinitum.

CANONE tangentium explicito, proximum est ut usum ejus exponam.

15 PROBLEMA. 16 PROPOSITIO.

DATO arcu cognito: è canone tangentium tangentem ejus invenire.

DATUM. Sit arcus cognitus 37 grad. 54 ①. QUÆSITUM. E canone tangentium, tangens ei competens inveniendus esto.

CONSTRUCTIO.

IN dicti canonis superiore limite 37 gradus, deinde adhærētia 54 ① in prima columna sinistra quæro, ac in eorum communi angulo inventus numerus 7784787 fuerit quæsitus, cujus demonstrationem ipsa calculi deductio apertè docet.

CONCLUSIO. Quare cogniti arcus tangentem è canone tangentium exhibuimus. Quod erat faciendum.

CONSECTARIUM.

QUEMADMODUM investigatio tangentis, non dissidet à modo inveniendi sinus ad 11 prop. primum exemplum tradito: sic etiam ad inventionem secundi exempli eadem via utrique communis erit. Unde satis clarum quomodò operandum sit, cum datum arcum scrupula secunda terminant. Vel cum anguli oblusi aut dati arcus, arcus differentiæ tangentes inveniendi sunt. Et qua ratione 14 prop. dato sinu arcum ejus invenimus, eadem quoque arcum cui data tangens debetur deprehendemus.

Atque usus canonis tangentium hactenus exposito, sequitur ut deinceps dicamus de factione seu

FABRICA CANONIS SECANTIUM:

VIETAE, *Transinuosarum.*

16 PROBLEMA. 17 PROPOSITIO.

DATI arcus, diametro circuli 10000000 partibus æstimata, secantem invenire.

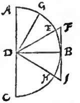
DATUM. Propositus arcus sit 25 gr. ad taxationē semidiametri 10000000. QUÆSITUM. Secans ejus inveniendus esto.

CONSTRUCTIO.

Tangens horum 25 grad. ex canone deprehenditur —	4663081.
Arcus differentiæ, datorum 25 grad. est 65 gr. cujus semissis 32 grad. 30 ① tangens	6370702.
Addita ad 4663081 numerum hoc ordine primum dabunt pro quæsita secante	11033783.

Demon-

Demonstrationis præparatio. Esto semicirculi ABC centrum D, & AB circuli quadrans, BE datus arcus 25 grad. hujus tangens BF, secans DF, AE autem arcus differentiæ dati EB, & bisecta AE in G, BH fiat æqualis arcui EG, tum ducta BI tangente arcus BH, qui æqualis positus est ipsi EG semissi arcus differentiæ AE, erit recta FI composita è tangente FB datorum 25 grad. & BI tangente semissis arcus differentiæ dati EB, ut supra in constructione: Demonstrandum est hanc FI æquari DF secanti dati arcus EB.



Demonstratio. Nam BID est angulis differentiæ BDI anguli, & GBD est angulus differentiæ ADG anguli, sed BDI & ADG ex præparatione æquales sunt, ideoque etiam horum anguli differentiæ BID, GDB æquales erunt: sed & FDI, GDB ex constructione æquantur quare FDI & BID hoc est FID quoque æquabuntur. Cumque triangulum FDI duos angulos æquales habeat, latera FD, FI, æqualibus angulis opposita æqualia inter se erunt. Si itaque cum dati arcus tangente componas tangentem semissis arcus differentiæ, conflabitur recta æqualis secanti dati arcus, at hujusmodi fuit constructio, ideoque legittima.

Conclusio. Quare dati arcus, cum circuli diametros sit expositarum partium 1000000, tangentem invenimus. Quod erat faciendum.

Consectarium.

Quemadmodum hoc loco secans 25 grad. nobis inventus fuit, eodem modo secantes quorumvis arcuum quadrante minorum assequemur, unde fabrica canonis secantium (quam hic spectandam exhibemus) in promptu erit.

CANON
SECANTIVM.
FR. VIETÆ
TRANSINVOSARVM.

①	o grad.	1 grad.	2 grad.	3 grad.	4 grad.
0	10000000	10001524	10006095	10013723	10024420
1	10000001	10001574	10006198	15013875	10024625
2	10000002	10001656	10006301	10014029	10024830
3	10000004	10001679	10006405	10014184	10025036
4	10000008	10001733	10006509	10014339	10025242
5	10000010	10001788	10006615	10014495	10025450
6	10000014	10001844	10006721	10014653	10025658
7	10000020	10001900	10006828	10014811	10025868
8	10000027	10001957	10006936	10014970	10026078
9	10000034	10002015	10007045	10015130	10026289
10	10000042	10002074	10007155	10015291	10026500
11	10000051	10002134	10007265	10015453	10026713
12	10000060	10002195	10007376	10015615	10026927
13	10000071	10002256	10007488	10015778	10027141
14	10000083	10002318	10007601	19015942	10027357
15	10000095	10001381	10007716	10016107	10027573
16	10000108	10002445	10007831	10016273	10027790
17	10000122	10002510	10007946	10016440	10028009
18	10000137	10002576	10008062	10016608	10028227
19	10000152	10002642	10008179	10016777	10028447
20	10000168	10002709	10008298	10016946	10028667
21	10000186	10002777	10008417	10017116	10028889
22	10000204	10002846	10008537	10017287	10029111
23	10000223	10002916	10008658	10017459	10029334
24	10000243	10002987	10008779	10017632	10029559
25	10000264	10003058	10008902	10017806	10029784
26	10000285	10003130	10009025	10017981	10030009
27	10000308	10003203	10009149	10018157	10030236
28	10000332	10003277	10009274	10018333	10030463
29	10000357	10003352	10009400	10018510	10030692

①	o grad.	1 grad.	2 grad.	3 grad.	4 grad.
30	10000381	10003428	10009527	10018687	10030920
31	10000407	10003505	10009655	10018865	10031150
32	10000433	10003582	10009783	10019044	10031381
33	10000461	10003660	10009912	10019224	10031614
34	10000489	10003739	10010043	10019405	10031846
35	10000518	10003819	10010174	10019587	10032079
36	10000548	10003900	10010306	10019770	10032314
37	10000579	10003982	10010439	10019954	10032550
38	10000611	10004060	10010572	10020138	10032786
39	10000643	10004148	10010706	10020324	10033023
40	10000677	10004232	10010841	10020510	10033261
41	10000711	10004317	10010977	10020698	10033500
42	10000746	10004403	10011114	10020886	10033740
43	10000782	10004490	10011252	10021086	10033981
44	10000819	10004578	10011390	10021266	10034223
45	10000857	10004666	10011529	10021456	10034465
46	10000895	10004755	10011670	10021649	10034708
47	10000934	10004845	10011811	10021842	10034952
48	10000975	10004936	10011952	10022035	10035196
49	10001016	10005028	10012098	10022239	10035441
50	10001058	10005122	10012238	10022424	10035688
51	10001100	10005216	10012383	10022620	10035936
52	10001144	10005310	10012528	10022817	10036184
53	10001188	10005405	10012674	10023015	10036434
54	10001233	10005501	10012822	10023213	10036684
55	10001280	10005598	10012970	10023412	10036934
56	10001327	10005696	10013119	10023612	10037185
57	10001375	10005795	10013269	10023813	10037438
58	10001423	10005894	10013419	10024014	10037690
59	10001473	10005994	10013570	10024217	10037944

⊙	5 grad.	6 grad.	7 grad.	8 grad.	9 grad.
0	10038198	10055082	10075098	10098275	10124650
1	10038454	10055390	10075459	10098698	10125117
2	10038710	10055699	10075820	10099103	10125585
3	10038968	10056009	10076182	10099518	10126054
4	10039226	10056320	10076545	10099934	10126524
5	10039486	10056632	10076909	10100351	10126994
6	10039746	10056944	10077274	10100769	10127465
7	10040008	10057256	10077639	10101188	10127947
8	10040269	10057570	10078005	10101607	10128410
9	10040532	10057884	10078372	10102028	10128684
10	10040796	10058200	10078740	10102450	10129358
11	10041061	10058517	10079009	10102872	10129634
12	10041326	10058834	10079479	10103295	10130311
13	10041592	10059153	10079850	10103720	10130788
14	10041859	10059472	10080222	10104144	10131266
15	10042128	10059792	10080595	10104570	10131746
16	10042397	10060113	10080968	10104996	10132226
17	10042667	10060435	10081332	10105423	10132707
18	10042936	10060757	10081717	10105851	10133189
19	10043207	10061080	10082093	10106286	10133672
20	10043479	10061405	10082470	10106710	10134156
21	10043752	10061730	10082848	10107140	10134641
22	10044025	10062056	10083226	10107572	10135127
23	10044300	10062383	10083606	10108005	10135614
24	10044576	10062711	10083987	10108438	10136102
25	10044853	10063039	10084368	10108873	10136591
26	10045130	10063369	10084750	10109309	10137080
27	10045409	10063700	10085134	10109755	10137571
28	10045689	10064031	10085518	10110182	10138163
29	10045969	10064364	10085903	10110620	10138555

①	5 grad.	6 grad.	7 grad.	8 grad.	9 grad.
30	10046250	10064696	10086289	10111059	10139048
31	10046532	10065035	10086677	10111509	10139543
32	10046815	10065365	10087065	10111940	10140038
33	10047098	10065701	10087454	10112482	10140534
34	10047383	10066038	10087843	10112825	10141036
35	10047669	10066376	10088243	10113279	10141528
36	10047954	10066715	10088623	10113713	10142027
37	10048241	10067054	10089015	10114159	10142526
38	10048529	10067394	10089408	10114606	10143026
39	10048818	10067735	10089802	10115053	10143528
40	10049107	10068076	10090196	10115501	10144030
41	10049398	10068419	10090592	10115951	10144533
42	10049690	10068763	10090988	10116401	10145037
43	10049983	10069107	10091385	10116852	10145542
44	10050276	10069452	10091783	10117303	10146048
45	10050571	10069808	10092182	10117754	10146554
46	10050865	10070155	10092582	10118209	10147062
47	10051160	10070493	10092983	10118663	10147572
48	10051456	10070842	10093385	10119118	10148082
49	10051753	10071192	10093787	10119574	10148593
50	10052051	10071543	10094190	10120031	10149104
51	10052350	10071895	10094624	10120489	10149615
52	10052649	10072247	10095030	10120948	10150128
53	10052951	10072600	10095406	10121408	10150642
54	10053252	10072954	10095813	10121868	10151156
55	10053555	10073310	10096221	10122330	10151672
56	10053858	10073666	10096630	10122792	10152188
57	10054162	10074023	10097040	10123256	10152705
58	10054468	10074380	10097451	10123720	10153224
59	10054775	10074737	10097863	10124275	10153744

⊙	10 grad.	11 grad.	12 grad.	13 grad.	14 grad.
0	10154264	10187166	10223405	10263040	10306136
1	10154786	10187743	10224037	10263730	10306884
2	10155308	10188320	10224671	10264420	10307633
3	10155831	10188899	10225305	10265112	10308383
4	10156356	10189478	10225941	10265804	10309134
5	10156881	10190058	10226577	10266498	10309886
6	10157407	10190639	10227215	10267192	10310639
7	10157934	10191221	10227854	10267888	10311393
8	10158462	10191804	10228493	10268584	10312148
9	10158991	10192387	10229134	10269281	10312903
10	10159520	10192972	10229775	10269979	10313660
11	10160051	10193557	10230417	10270680	10314417
12	10160582	10194144	10231060	10271379	10315176
13	10161114	10194732	10231644	10272080	10315935
14	10161648	10195320	10232288	10272782	10316696
15	10162182	10195910	10232994	10273485	10317457
16	10162707	10196500	10233641	10274190	10318220
17	10163252	10197092	10234289	10274895	10318984
18	10163789	10197684	10234938	10275601	10319749
19	10164327	10198277	10235587	10276318	10320525
20	10165865	10198872	10236238	10277016	10321282
21	10165495	10199467	10236889	10277726	10322050
22	10165944	10200063	10237541	10278436	10322819
23	10166485	10200660	10238195	10279148	10323589
24	10167028	10201258	10238849	10279860	10324359
25	10167571	10201857	10239505	10280573	10325131
26	10168116	10202457	10240161	10281287	10325903
27	10168661	10203058	10240818	10282002	10326677
28	10169207	10203659	10241476	10282717	10327451
29	10169765	10204262	10242135	10283434	10328127

①	10 grad.	11 grad.	12 grad.	13 grad.	14 grad.
30	10170303	10204867	10242795	10284151	10329003
31	10170852	10205470	10243456	10284870	10329781
32	10171401	10206075	10244118	10285589	10330559
33	10171952	10206681	10245782	10286310	10331339
34	10172504	10207289	10245445	10287032	10332119
35	10173056	10207897	10246110	10287754	10332902
36	10173609	10208506	10246776	10288478	10333684
37	10174163	10209116	10247442	10289202	10334467
38	10174718	10209727	10248110	10289928	10335252
39	10175274	10210339	10248778	10290654	10336037
40	10175831	10210952	10249448	10291381	10336824
41	10176389	10211566	10250119	10292119	10337612
42	10176947	10211180	10250790	10292838	10338400
43	10177507	10212796	10251461	10293569	10339189
44	10178068	10213412	10252136	10294300	10339980
45	10178630	10214030	10252811	10295043	10340771
46	10179193	10214668	10253482	10295766	10341564
47	10179756	10215268	10254162	10296501	10342347
48	10180321	10215889	10254839	10297237	10343152
49	10180886	10216510	10255517	10297973	10343947
50	10181453	10217113	10256196	10298710	10344743
51	10182021	10217756	10256876	10299449	10345541
52	10182589	10218380	10257557	19300188	10346340
53	10183158	10219015	10258239	10300928	10347139
54	10183728	10219631	10258922	10301669	10347940
55	10184299	10220258	10259606	10302411	10348741
56	10184870	10220885	10260291	10303154	10349544
57	10185443	10221514	10260977	10303898	10350347
58	10186017	10222143	10261661	10304643	10351151
59	10186591	10222774	10262351	10305390	10351956

①	15 grad.	16 grad.	17 grad.	18 grad.	19 grad.
0	10352762	10402994	10456917	10514621	10576207
1	10353569	10403862	10457847	10515616	10577267
2	10354377	10404730	10458779	10516612	10578328
3	10355186	10405590	10459711	10517609	10579400
4	10355996	10406471	10460645	10518607	10580463
5	10356807	10407343	10461580	10519606	10581518
6	10357619	10408216	10462516	10520606	10582583
7	10358433	10409091	10463453	10521607	10583650
8	10359247	10409966	10464391	10522608	10584716
9	10360063	10410843	10465330	10523611	10585795
10	10360880	10411721	10466270	10524615	10586855
11	10361698	10412600	10467211	10525620	10587925
12	10362517	10413479	10468153	10526626	10588997
13	10363337	10414360	10469096	10527633	10590070
14	10364158	10415241	10470041	10528642	10591145
15	10364980	10416124	10470986	10529651	10591220
16	10365802	10417007	10471933	10530662	10593297
17	10366626	10417892	10472880	10531673	10594375
18	10367450	10418778	10473829	10532686	10595455
19	10368276	10419665	10474778	10533699	10596534
20	10369102	10420553	10475729	10534714	10597615
21	10369930	10421442	10476680	10535730	10598597
22	10370758	10422333	10477633	10536747	10599780
23	10371588	10423224	10478587	10537765	10600865
24	10372418	10424116	10479542	10538785	10601950
25	10373250	10425009	10480498	10539805	10603037
26	10374092	10425903	10481454	10540826	10604125
27	10374916	10426798	10482412	10541848	10605214
28	10375750	10427694	10483371	10542872	10606304
29	10376585	10428591	10484331	10543897	10607395

①	15 grad.	16 grad.	17 grad.	18 grad.	19 grad.
30	10377422	10429489	10485292	10544923	10608487
31	10378260	10430388	10486254	10545950	10609580
32	10379098	10431288	10487217	10546977	10610675
33	10379938	10432189	10488181	10548006	10611770
34	10380778	10433091	10489146	10549036	10612867
35	10381620	10433995	10490113	10550067	10613964
36	10382463	10434899	10491080	10551099	10615063
37	10383307	10435805	10492049	10552133	10616163
38	10384153	10436711	10493018	10553168	10617264
39	10384999	10437619	10493989	10554204	10618366
40	10385846	10438528	10494961	10555241	10619469
41	10386694	10439436	10495934	10556279	10620574
42	10387543	10440346	10496908	10557318	10621680
43	10388393	10441257	10497883	10558359	10622787
44	10389244	10442170	10498859	10559400	10623895
45	10390096	10443083	10499836	10560443	10625004
46	10390949	10443998	10500814	10561496	10626114
47	10391803	10444913	10501793	10562531	10627226
48	10392657	10445830	10502773	10563577	10628338
49	10393513	10446749	10503754	10564623	10629451
50	10394370	10447668	10504736	10565670	10630566
51	10395228	10448588	10505719	10566719	10631682
52	10396087	10449509	10506704	10567769	10632799
53	10396947	10450431	10507689	10568820	10633917
54	10397808	10451354	10508676	10569872	10635037
55	10398670	10452279	10509664	10570925	10636157
56	10399533	10453204	10510653	10571980	10637279
57	10400397	10454131	10511643	10573034	10638402
58	10401262	10455058	10512635	10574091	10639526
59	10402128	10455987	10513627	10575149	10640651

①	20 grad.	21 grad.	22 grad.	23 grad.	24 grad.
0	10641777	10711449	10785347	10863603	10946362
1	10642905	10712646	10786616	10864945	10947781
2	10644034	10713888	10787885	10866289	10949201
3	10645164	10715042	10789155	10867633	10950621
4	10646295	10716242	10790427	10868979	10952045
5	10647427	10717444	10791700	10870326	10953469
6	10648560	10718647	10792974	10871675	10954894
7	10649694	10719850	10794250	10873024	10956320
8	10650829	10721056	10795527	10874374	10957747
9	10651965	10722261	10796805	10875726	10959175
10	10653103	10723469	10798085	10877079	10960605
11	10654242	10724677	10799365	10878434	10962036
12	10655381	10725887	10800647	10879790	10963469
13	10656522	10727098	10801910	10881147	10964903
14	10657664	10728310	10803214	10882506	10966338
15	10658807	10729524	10804500	10883865	10967775
16	10659951	10730738	10805787	10885226	10969213
17	10661097	10731953	10807074	10886588	10970652
18	10662244	10733170	10808363	10887952	10972092
19	10663392	10734387	10809652	10889317	10973533
20	10664541	10735606	10810942	10890683	10974976
21	10665692	10736826	10812234	10892051	10976420
22	10666844	10738048	10813528	10893417	10977865
23	10667996	10739270	10814823	10894788	10979312
24	10669150	10740494	10816119	10896159	10980760
25	10670304	10741719	10817417	10897531	10982210
26	10671460	10742945	10818715	10898905	10983661
27	10672617	10744173	10820015	10900280	10985113
28	10673776	10745401	10821316	10901656	10986567
29	10674936	10746631	10822617	10903033	10988022

①	20grad.	21 grad.	22 grad	23 grad.	24 grad.
30	10676096	10747864	10823920	10904413	10989480
31	10677258	10749094	10825225	10905790	10990938
32	10678420	10750327	10826531	10907171	10992398
33	10679584	10751561	10827838	10908553	10993859
34	10680749	10752797	10829146	10909936	10995321
35	10681915	10754034	10830455	10911322	10996783
36	10683082	10755273	10831766	10912709	10998247
37	10684250	10756513	10833078	10914096	10999712
38	10685420	10757753	10834391	10915484	11001179
39	10686591	10758995	10835706	10916874	11002647
40	10687763	10760237	10837023	10918265	11004116
41	10688936	10761481	10838341	10919657	11005587
42	10690111	10762726	10839660	10921051	11007059
43	10691287	10763972	10840980	10922436	11008533
44	10692464	10765220	10842301	10923833	11010008
45	10693642	10766469	10843623	10925241	11011484
46	10694821	10767720	10844947	10926641	11012962
47	10696001	10768971	10846272	10928041	11014441
48	10697182	10770224	10847597	10929442	11015921
49	10698364	10771477	10848924	10930846	11017402
50	10699548	10772732	10850252	10932249	11018884
51	10700732	10773988	10851583	10933654	11020367
52	10701918	10775244	10852914	10935061	11021852
53	10703105	10776502	10854246	10936469	11023338
54	10704294	10777761	10855578	10937879	11024826
55	10705483	10779022	10856912	10939290	11026315
56	10706674	10780284	10858247	10940702	11027806
57	10707866	10781547	10859584	10942115	11029298
58	10709059	10782802	10860922	10943527	11030791
50	10710254	10784078	10862262	10944945	11032287

①	25 grad.	26 grad.	27 grad.	28 grad.	29 grad.
0	11033783	11126021	11223262	11325700	11433540
1	11035280	11127601	11224927	11327452	11435384
2	11036779	11129182	11226593	11329206	11437230
3	11038279	11130765	11228260	11330961	11439078
4	11039780	11132349	11229929	11332718	11440927
5	11041283	11133933	11231599	11334479	11442777
6	11042787	11135519	11233270	11336237	11444629
7	11044293	11137106	11234943	11337999	11446483
8	11045799	11138694	11236617	11339762	11448339
9	11047306	11140284	11238292	11341526	11450196
10	11048815	11141875	11239969	11343292	11452054
11	11050325	11143467	11241648	11345060	11453915
12	11051837	11145061	11243329	11346830	11455776
13	11053350	11146636	11245011	11348601	11457639
14	11054865	11148254	11246694	11350373	11459503
15	11056381	11149853	11248378	11352149	11461370
16	11057898	11151453	11250064	11353923	11463238
17	11059420	11153055	11251751	11355698	11465107
18	11060939	11154658	11253440	11357475	11466978
19	11062461	11156262	11255130	11359255	11468850
20	11063985	11157868	11256822	11361036	11470723
21	11065510	11159475	11258516	11362819	11472599
22	11067037	11161084	11260211	11364603	11474483
23	11068564	11162694	11261907	11366389	11476354
24	11070092	11164306	11263605	11368177	11478235
25	11071621	11165919	11265304	11369966	11480117
26	11073152	11167533	11267005	11371756	11482001
27	11074684	11169149	11268707	11373548	11483887
28	11076218	11170766	11270410	11375341	11485774
29	11077753	11172385	11272114	11377136	11487662

①	25 grad.	26 grad.	27 grad.	28 grad.	29 grad.
30	11079289	11174006	11273820	11378933	11489353
31	11080827	11175627	11275529	11380731	11491445
32	11082366	11177249	11277238	11382530	11469338
33	11083906	11178873	11278949	11384331	11495233
34	11085448	11180499	11280661	11386134	11497140
35	11086990	11182125	11282374	11387938	11499028
36	11088535	11183753	11284089	11389744	11500928
37	11090082	11185383	11285805	11391551	11502829
38	11091629	11187014	11287524	11393359	11504731
39	11093178	11188647	11289244	11395169	11506626
40	11094729	11190281	11290965	11396981	11508532
41	11096280	11191916	11292688	11398793	11510450
42	11097833	11193553	11294412	11400609	11512360
43	11099387	11195191	11296132	11402425	11514271
44	11100943	11196831	11297864	11404243	11516183
45	11102500	11198472	11299593	11406063	11518097
46	11104058	11200114	11301324	11407884	11520013
47	11105618	11201758	11303056	11409706	11521930
48	11107179	11203404	11304789	11411530	11523849
49	11108741	11205051	11306523	11413356	11525770
50	11110306	11206700	11308259	11415183	11527692
51	11111871	11208350	11309996	11417012	11529616
52	11113438	11210001	11311735	11418842	11531542
53	11115006	11211654	11313476	11420673	11533469
54	11116575	11213308	11315218	11422507	11535398
55	11118145	11214963	11316961	11424342	11537328
56	11119717	11216620	11318706	11426178	11539260
57	11121290	11218278	11319452	11428016	11541193
58	11122865	11219938	11322199	11429856	11543128
59	11124442	11221590	11323949	11431689	11545065

①	30 grad.	31 grad.	32 grad.	33 grad.	34 grad.
0	11547004	11666331	11791783	11923633	12062179
1	11548944	11668371	11793927	11925886	12064546
2	11550886	11670413	11796073	11928141	12056916
3	11552829	11672457	11798221	11930397	12069286
4	11554774	11674502	11800371	11932656	12071660
5	11556720	11676548	11802522	11934917	12074036
6	11558669	11678597	11804675	11937180	12076413
7	11560619	11680647	11806830	11939445	12078792
8	11562570	11682698	11808987	11941701	12081174
9	11564523	11684752	11811145	11943979	12083558
10	11566480	11686807	11813306	11946250	12085943
11	11568434	11688864	11815468	11948522	12088330
12	11570393	11690923	11817632	11950796	12090720
13	11572353	11692984	11819797	11953071	12093111
14	11574314	11695046	11821965	11955349	12095504
15	11576277	11697110	11824134	11957629	12097899
16	11578242	11699176	11826306	11959910	12100296
17	11580208	11701243	11828479	11962194	12102696
18	11582175	11703312	11830654	11964479	12105097
19	11584145	11705383	11832830	11966766	12107500
20	11586116	11707455	11835008	11969055	12109905
21	11588089	11709530	11837188	11971346	12112312
22	11590064	11711606	11839369	11973638	12114722
23	11592040	11713684	11841552	11975932	12117133
24	11594018	11715764	11843737	11978229	12119546
25	11595998	11717845	11845924	11980527	12121960
26	11597979	11719928	11848114	11982828	12124377
27	11599961	11722012	11850305	11985131	12126796
28	11601946	11724099	11852498	11987435	12129216
29	11603932	11726187	11854693	11989741	12131638

①	30 grad.	31 grad.	32 grad.	33 grad.	34 grad.
30	11605919	11728276	11856890	11992050	12134063
31	11607909	11730367	11859088	11994360	12136490
32	11609900	11732460	11861288	11996672	12138919
33	11611893	11734555	11863489	11998986	12141350
34	11613888	11736653	11865693	12001303	12143783
35	11615876	11738751	11867899	12003619	12146218
36	11617882	11740851	11870107	12005938	12148656
37	11619881	11742953	11872316	12008259	12150095
38	11621882	11745057	11874527	12010582	12153536
39	11623885	11747162	11876739	12012907	12155978
40	11625889	11749269	11878954	12015233	12158423
41	11627996	11751378	11881171	12017562	12160870
42	11629904	11753489	11883389	12019893	12163319
43	11631913	11755603	11885609	12022226	12165770
44	11633924	11757718	11887831	12024560	12168223
45	11635937	11759834	11890055	12026897	12170677
46	11637952	11761951	11892280	12029236	12173135
47	11639968	11764069	11894508	12031576	12175594
48	11641986	11766190	11896737	12033919	12178055
49	11644005	11768312	11898968	12036264	12180518
50	11646026	11770437	11901202	12038610	12182983
51	11648049	11772564	11903437	12040958	12185450
52	11650075	11774696	11905674	12043309	12187919
53	11652099	11776822	11907912	12045661	12190390
54	11654127	11778954	11910153	12048016	12192864
55	11656156	11781088	11912395	12050372	12195340
56	11658188	11783223	11914640	12052730	12197817
57	11660221	11785361	11916886	12055089	12200296
58	11662256	11787500	11919133	12057451	12202777
59	11664292	11789640	11921382	12059814	12205260

①	35. grad.	36 grad.	37 grad.	38 gard.	39 grad.
0	12207745	12360678	12521357	12690184	12867599
1	12210233	12363290	12524103	12693070	12870632
2	12212723	12365906	12526851	12695957	12873667
3	12215214	17368524	12529601	12698847	12876704
4	12217708	12371144	12532354	12701739	12879744
5	12220204	12373766	12535110	12704634	12882787
6	12222702	12376391	12537867	12707531	12885832
7	12225201	12379018	12540627	12710430	12888879
8	12227703	12381647	12543389	12713332	12891929
9	12230207	12384278	12546152	12716236	12894982
10	12232713	12386911	12548918	12719143	12898037
11	12235221	12389546	12551686	12722052	12901094
12	12237732	12392183	12554456	12724964	12904155
13	12240245	12394822	12557229	12727878	12907219
14	12242759	12397464	12560005	12730794	12910283
15	12245275	12400108	12562783	12733713	12913351
16	12247794	12402754	12565563	12736635	12916422
17	12250315	12405402	12568345	12739559	12919494
18	12252837	12408053	12571130	12742485	12922569
19	12255361	12410705	12573917	12745413	12925647
20	12257888	12413359	12576706	12748344	12928727
21	12260417	12416015	12579597	12751277	12931809
22	12262948	12418674	12582912	12754213	12934895
23	12265481	12421335	12585087	12757151	12937983
24	12268016	12423998	12587885	12760092	12941073
25	12270553	12426663	12590685	12763035	12944166
26	12273093	12429331	12593488	12765981	12947262
27	12275634	12432001	12596293	12768929	12950360
28	12278187	12434673	12599101	12771886	12953461
29	12280722	12437148	12601911	12774833	12956565

①	35 grad.	36 grad.	37 grad.	38 grad.	39 grad.
30	12283270	12440024	12604723	12777788	12959671
31	12285820	12442702	12607539	12780746	12962780
32	12288372	12445383	12610356	12783707	12965892
33	12290925	12448066	12613175	12786670	12969007
34	12293481	12450751	12615997	12789635	12972124
35	12296039	12453438	12618821	12792602	12975243
36	12298599	12456128	12621648	12795573	12978366
37	12301161	12458821	12624477	12798546	12981491
38	12303725	12461516	12627308	12801521	12984618
39	12306291	12464213	12630141	12804498	12987747
40	12308859	12466913	12632977	12807478	12990880
41	12311430	12469614	12635815	12810460	12994015
42	12314003	12472317	12638655	12813445	12997153
43	12316578	12475022	12641597	12816432	13000293
44	12319156	12477730	12644343	12819422	13003436
45	12321736	12480440	12646191	12822415	13006582
46	12324317	12483152	12650041	12825410	13009730
47	12326900	12485866	12652893	12828407	13012881
48	12329486	12488583	12655748	12831407	13016014
49	12332074	12491302	12658605	12834409	13019189
50	12334664	12494022	12661464	12837414	13022348
51	12337256	12496744	12664325	12840421	13025509
52	12339851	12499469	12667189	12843431	13028673
53	12342448	12502197	12670055	12846443	13031839
54	12345046	12504927	12672924	12849458	13035008
55	12347646	12507659	12675795	12852475	13038180
56	12350249	12510394	12678668	12855495	13041354
57	12352854	12513132	12681543	12858517	13044530
58	12355460	12515871	12684421	12861542	13047710
59	12358068	12518613	12687301	12864569	13050892

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
0	13054077	13250131	13456326	13673275	13901636
1	13057264	13253482	13459851	13676986	13905542
2	13060455	13256835	13463380	13680700	13909452
3	13063646	13260192	13466912	13684417	13913365
4	13066843	13263582	13470447	13688138	13917281
5	13070041	13266915	13473985	13691861	13921201
6	13073242	13270282	13477527	13695587	13925126
7	13076445	13273651	13481071	13699316	13929052
8	13079651	13277023	13484618	13703048	13932982
9	13082859	13280397	13488168	13706783	13936916
10	13086071	13283775	13491721	13710523	13940854
11	13089285	13287155	13495276	13714266	13944795
12	13092502	13290538	13498835	13718012	13948739
13	13095721	13293924	13502397	13721761	13952686
14	13098944	13297313	13505962	13725514	13956638
15	13102169	13300704	13509530	13729270	13960592
16	13105397	13304098	13513101	13733029	12964550
17	13108627	13307495	13516675	13736790	13968511
81	13111861	13310896	13520252	13740555	13972476
19	13114098	13314299	13523832	13744322	13976444
20	13118337	13317705	13527416	13748092	13980416
21	13121578	13321114	13531003	13751867	13984391
22	13124823	13324526	13534593	13755644	13988370
23	13128070	13327941	13538185	13759424	13992352
24	13131320	13331359	13541781	13763209	13996338
25	13134572	13334779	13545380	13766997	14000327
26	13137828	13338203	13548981	13770788	14004319
27	13141085	13341629	13552585	13774582	14008315
28	13144346	13345058	13556193	13778380	14012314
29	13147509	13348490	13559803	13782181	14016316

①	40 grad.	41 grad.	42 grad.	43 grad.	44 grad.
30	13150874	13351924	13563417	13785985	14020322
31	13154142	13355361	13567034	13789792	14024332
32	13157413	13358802	13570654	13793603	14028345
33	13160687	13362245	13574277	13797416	14032361
34	13163964	13365691	13577903	13801233	14036381
35	13167243	13369140	13581532	13805053	14040404
36	13170526	13372592	13585164	13808876	14044431
37	13173811	13376057	13588799	13812703	14048461
38	13177099	13379505	13592438	13816534	14052494
39	13180389	13382966	13596079	13820368	14056531
40	13183682	13386430	13599723	13824205	14060572
41	13186978	13389897	13603370	13828045	14064616
42	13190276	13393367	13607021	13831889	14068664
43	13193577	13396839	13610675	13835736	14072715
44	13196882	13400315	13614332	13839586	14076770
45	13200189	13403794	13617992	13843439	14080829
46	13203499	13407275	13621656	13847296	14084891
47	13206812	13410759	13625323	13851156	14088956
48	13210128	13414247	13628993	13855019	14093026
49	13213447	13417738	13632666	13858885	14097099
50	13216769	13421232	13636342	13862755	14101175
51	13220093	13424728	13640021	13866628	14105255
52	13223421	13428227	23643704	13870505	14109339
53	13226750	13431729	13647390	13874385	14113427
54	13230082	13435234	13651078	13878268	14117518
55	13233417	13438742	13654769	13882154	14121612
56	13236754	13442253	13658464	13886044	14125709
57	13240094	13445767	13662162	13889936	14129810
58	13243437	13449284	13665863	13893833	14133915
59	13246783	13452804	13669567	13897733	14138023

①	45 grad.	46 grad.	47 grad.	48 grad.	49 grad.
0	14142135	14395564	14662790	14944764	15242532
1	14146251	14399901	14667366	14949594	15247634
2	14150371	14404242	14671946	14954429	15252741
3	14154494	14408587	14676530	14959268	15257852
4	14158621	14412937	14681119	14964112	15262969
5	14162751	14417290	14685712	14968960	15268990
6	14166884	14421647	14690309	14973812	15273216
7	14171021	14426008	14694910	14978668	15278347
8	14175162	14430374	14699514	14983530	15283484
9	14179306	14434743	14704122	14988396	15288626
10	14183455	14439116	14708735	14993266	15293773
11	14187606	14443493	14713352	14998104	15298924
12	14191761	14447874	14717973	15003020	15304080
13	14195919	14452259	14722596	15007903	15309240
14	14200082	14456648	14727228	15012791	15314405
15	14204248	14461040	14731862	15017683	15319574
16	14208418	14465437	14736500	15022580	15324748
17	14212591	14469838	14741142	15027481	15329926
18	14216769	14474242	14745788	15032387	15335109
19	14220950	14478650	14750434	15037297	15340297
20	14225135	14483062	14755094	15042212	15345491
21	14229324	14487478	14759753	15047131	15350689
22	14233517	14491898	14764416	15052054	15355892
23	14237713	14496322	14769083	15056982	15361100
24	14241912	14500750	14773755	15061915	15366313
25	14246115	14505182	14778430	15066852	15371530
26	14250321	14509617	14783110	15071791	15376752
27	14254531	14514056	14787794	15076739	15381980
28	14258745	14518500	14792482	15081690	15387212
29	14262961	14522946	14797174	15086645	15392449

①	45 grad.	46 grad.	47 grad.	48 grad.	49 grad.
30	14267182	14527397	14801871	15091605	15397692
31	14271407	14531852	14806571	15096569	15402939
32	14275635	14536311	14811276	15101538	15408191
33	14279867	14540773	14815985	15106511	15413447
34	14284103	14545240	14820698	15111490	15418708
35	14288343	14549711	14825416	15116472	15423974
36	14292587	14554186	14830139	15121459	15429246
37	14296834	14558665	14834866	15126451	15434522
38	14301086	14563148	14839597	15131447	15439803
39	14305341	14567635	14844332	15136447	15445089
40	14309599	14572126	14849072	15141453	15450380
41	14313861	14576621	14853815	15146463	15455675
42	14318127	14581120	14858563	15151478	15460976
43	14322396	14585624	14863315	15156497	15466282
44	14326670	14590131	14868071	15161520	15471593
45	14330947	14594642	14872831	15166548	15476908
46	14335228	14599157	14877597	15171581	15482229
47	14339513	14603676	14882367	15176619	15487554
48	14343802	14608199	14887141	15181661	15492885
49	14348095	14612725	14891919	15186708	15498220
50	14352391	14617256	14896701	15191760	15503560
51	14356691	14621791	14901487	15196816	15508905
52	14360995	14626330	14906278	15201877	15514256
53	14365303	14630873	14911073	15206943	15519611
54	14369615	14635421	14915873	15212013	15524972
55	14373930	14639973	14920677	15217088	25530338
56	14378250	14644528	14925486	15222168	15535707
57	14382572	14649087	14930299	15227253	15541083
58	14386900	14653651	14935116	15232342	15546463
59	14391230	14658218	14939938	15237435	15551848

①	50 grad.	51 grad.	52 drag.	53 grad.	54 grad.
0	15557239	15890158	16242692	16616401	17013016
1	15562635	15895869	16248742	16622819	17019832
2	15568036	15901586	16254799	16629243	17026654
3	15573441	15907307	16260861	16635673	17033482
4	15578852	15913034	16266929	16642109	17040318
5	15584267	15918766	16273003	16648551	17047160
6	15589688	15924504	16279083	16655001	17054010
7	15595114	15930247	16285169	16661457	17060866
8	15600545	15936095	16291261	16667919	17067729
9	15605981	15941748	16297358	16674408	17074599
10	15611422	15947508	16303461	16680864	17081476
11	15616868	15953272	16309570	16687345	17088359
12	15622319	15959044	16315685	16693834	17095250
13	15627775	15964820	16321806	16700328	17102148
14	15633237	15970603	16327934	16706829	17109053
15	15639704	15976390	16334067	16713336	17115965
16	15644177	15982184	16340197	16719850	17122885
17	15649655	15987983	16346353	16726362	17129812
18	15655138	15993788	16352505	16732877	17136747
19	15660626	15999599	16358663	16739430	17143689
20	15666119	16005416	16364827	16745970	17150638
21	15671617	16011237	16370996	16752517	17157593
22	15677121	16017065	16377172	16759070	17164556
23	15682630	16022898	16383359	16765629	17171525
24	15688144	16028736	16389542	16772195	17178502
25	15693663	16034579	16395736	16778767	17185485
26	15699188	16040429	16401936	16785347	17192476
27	15704717	16046283	16408152	16791933	17199472
28	15710252	16052143	16414365	16798525	17206477
29	15715792	16058008	16420573	16805124	17213488

①	50 grad.	51 grad.	52 grad.	53 grad.	54 grad.
30	15721337	16063878	16426798	16811729	17220507
31	15726887	16069754	16433027	16818341	17227532
32	15732443	16075637	16439263	16824960	17234565
33	15738003	16081524	16445505	16831585	17241605
34	15743569	16087418	16451754	16838217	17248653
35	15749141	16093318	16458008	16844856	17255708
36	15754718	16099224	16464269	16851502	17262770
37	15760300	16105135	16470536	16858154	17269839
38	15765887	16111053	16476809	16864813	17276917
39	15771479	16116976	16483089	16871479	17284002
40	15777077	16122905	16489385	16878151	17291095
41	15782680	16128839	16495668	16884830	17298194
42	15788289	16134779	16501967	16891515	17305300
43	15793903	16140724	16508272	16898207	17312413
44	15799523	16146676	16514582	16904907	17319514
45	15805147	16152634	16520898	16911613	17326662
46	15810777	16158598	16527220	16918326	17333798
47	15816412	16164567	16533548	16925046	17340941
48	15822052	16170542	16539883	16931772	17348091
49	15827697	16176522	16546224	16938504	17355249
50	15833349	16182509	16552571	16945244	17362415
51	15839005	16188501	16558925	16951990	17369587
52	15844667	16194499	16565286	16958743	17376767
53	15850335	16200503	16571642	16965495	17383954
54	15856008	16206513	16578026	16972270	17391148
55	15861676	16212528	16584406	16979044	17398350
56	15867370	16218550	16590792	16985824	17405560
57	15873058	16224577	16597184	16992611	17412776
58	15878753	16230610	16603584	16999406	17420000
59	15884453	16236648	16609989	17006208	17427231

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
0	17434469	17882917	18360816	18870800	19416039
1	17441715	17890632	18369014	18879589	19425445
2	17448968	17898356	18377251	18888389	19434862
3	17456229	17906089	18385497	18897196	19444290
4	17463499	17913830	18393753	18906018	19453727
5	17470775	17921579	18402017	18914846	19463175
6	17478059	17929337	18410291	18923685	19472635
7	17485351	17937102	18418574	18932534	19482114
8	17492650	17944876	18426865	18941393	19491595
9	16499957	17952658	18435165	18950261	19501076
10	17507272	17960448	18443454	18959139	19510578
11	17514594	17968247	18451792	18968027	19520091
12	17521924	17976054	18460120	18976926	19529615
13	17529262	17983869	18468456	18985834	19539150
14	17536607	17991693	18476802	18994752	19548697
15	17543959	17999525	18485157	19003680	19558254
16	17551319	18007365	18493521	19012618	19567822
17	17558687	18015214	18501895	19021516	19577401
18	17566063	18023071	18510278	19030523	19586991
19	17573446	18030936	18518670	19039491	19596592
20	17580837	18038811	18527072	19048468	19606204
21	17588236	18046693	18535483	19057455	19615827
22	17595643	18054584	18543903	19066453	19625462
23	17603057	18062482	18552332	19075461	19635107
24	17610480	18070389	18560770	19084480	19644765
25	17617909	18078305	18569217	19093509	19654434
26	17625347	18086229	18577674	19102549	19664114
27	17632793	18094161	18586139	19111598	19673805
28	17640246	18102102	18594614	19120658	19683507
29	17647707	18110051	18603098	19129727	19693220

①	55 grad.	56 grad.	57 grad.	58 grad.	59 grad.
30	17655175	18118009	18611591	19138807	19702945
31	17662651	18125975	18620094	19147897	19712680
32	17670136	18133950	18629606	19156998	19722428
33	17677627	18141934	18637127	19166109	19732186
34	17685127	18149926	18645658	19175231	19741956
35	17692635	18157927	18654198	19184362	19751738
36	17700151	18165937	18662748	19193504	19761531
37	17707674	18173956	18671307	19202656	19771335
38	17715206	18181984	18679875	19211818	19781141
39	17722744	18190021	18688452	19220990	19790968
40	17730290	18198065	18697038	19230172	19800808
41	17737844	18206118	18705634	19239365	19810658
42	17745407	18214179	18714239	19248569	19820320
43	17752978	18222249	18722854	19257783	19830193
44	17760555	18230328	18731480	19267008	19840277
45	17768142	18238416	18740115	19276242	19850172
46	17775740	18246513	18748760	19285488	19860079
47	17783343	18254618	18757414	19294744	19869997
48	17790955	18262732	18766078	19304010	19879927
49	17798575	18270854	18774752	19313287	19889868
50	17806203	18278986	18783436	19322574	19899820
51	17813838	18287126	18792130	19331872	19909784
52	17821481	18295276	18800833	19341181	19919760
53	17829132	18303434	18809546	19350501	19929748
54	17836792	18311601	18818268	19359831	19939749
55	17844460	18319776	18826999	19369172	19949760
56	17852135	18327961	18835741	19378524	19959784
57	17859818	18337154	18844492	19387886	19969820
58	17867509	18344356	18853252	19397260	19979868
59	17875209	18352567	18862021	19406644	19989928

①	60 grad.	61 grad.	62 grad.	63 grad.	64 grad.
0	20000000	20626654	21300545	22026892	22811726
1	20010083	20637484	21312206	22039475	22825329
2	20020179	20648338	21323882	22052074	22838962
3	20030285	20659184	21335570	22064690	22852612
4	20040404	20670054	21347275	22077322	22866281
5	20050534	20680937	21358993	22089970	22879968
6	20060676	20691834	21370727	22102635	22893674
7	20070832	20702744	21382475	22115316	22907398
8	20080995	20713667	21394238	22128014	22921140
9	20091172	20724603	21407016	22140727	22934901
10	20101361	20735554	21417808	22153459	22948680
11	20111562	20746517	21429615	22166204	22962478
12	20121776	20757494	21441438	22178971	22976294
13	20132001	20768484	21453275	22191751	22990129
14	20142239	20779488	21465128	22204548	23003983
15	20152489	20790505	21476995	22217361	23017855
16	20162751	20801535	21488877	22230191	23031747
17	20173035	20812579	21500774	22243038	23045657
18	20183321	20823636	21512686	22255902	23059586
19	20193619	20834706	21524612	22268782	23073534
20	20203930	20845791	21536553	22281680	23087501
21	20214252	20856888	21548509	22294595	23101486
22	20224588	20868000	21560481	22307526	23115490
23	20234936	20879125	21572467	22320474	23129513
24	20245296	20890264	21584469	22333439	23143556
25	20255669	20901416	21596487	22346420	23157616
26	20266054	20912582	21608520	22359419	23171696
27	20276452	20923761	21620568	22372434	23185795
28	20286863	20934955	21632631	22385466	23199913
29	20297286	20946162	21644710	22398418	23214050

①	60 grad.	61 grad.	62 grad.	63 grad.	64 grad.
30	20307721	20957383	21656804	22411584	23228205
31	20318170	20968618	21668913	22424667	23242380
32	20328630	20979867	21681038	22437768	23256574
33	20339102	20991130	21693178	22450886	23270797
34	20349587	21002406	21705334	22464022	23285021
35	20360084	21013696	21717505	22477175	23299273
36	20370594	21025001	21729691	22490346	23313546
37	20381116	21036319	21741893	22503543	23327838
38	20391751	21047651	21754111	22516748	23342150
39	20402198	21058997	21766344	22529965	23356481
40	20412758	21070357	21778593	22543201	23370832
41	20423331	21081731	21790858	22556358	23385203
42	20433916	21093119	21803138	22569723	23399593
43	20444514	21104522	21815434	22583025	23414003
44	20455126	21115938	21827745	22596336	23428433
45	20465750	21127368	21840072	22609663	23442882
46	20476387	21138814	21852415	22623009	23457351
47	20487037	21150273	21864774	22636372	23471840
48	20497700	21161747	21877149	22649753	23486348
49	20508376	21173235	21889539	22663152	23500876
50	20519074	21184737	21901946	22676569	23515424
51	20529765	21196253	21914369	22690004	23529992
52	20540479	21207783	21926808	22703456	23544580
53	20551205	21219328	21939263	22716924	23559188
54	20561945	21230887	21951734	22730414	23573817
55	20572697	21242460	21964220	22743919	23588565
56	20583463	21254048	21976722	22757443	23603134
57	20594242	21265650	21989240	22770984	23617822
58	20605033	21277267	22001775	22784543	23632532
59	20615837	21288899	22014325	22798129	23647262

①	65 grad.	66 grad.	07 grad.	68 grad.	69 grad.
0	23662013	24585936	25593051	26694672	27904284
1	23676784	24602010	25610602	26713907	27925445
2	23691575	24618107	25628180	26733172	27946642
3	23706387	24634227	25645783	26752467	27967873
4	13721220	24650370	25663414	26771791	27989139
5	23736073	24666536	25681071	26791145	28010440
6	23750947	24682727	25698754	26810529	28031776
7	23765842	24698940	25716464	26829942	28053147
8	23780757	24715178	25734201	26849390	28074553
9	23795692	24731439	25751965	26868867	28095994
10	23810648	24747724	25769755	26888373	28117469
11	23825625	24764033	25787572	26907910	28138980
12	23840623	24780365	25805417	26927479	28160527
13	23855642	24796721	25823287	26947078	28182108
14	23870683	24813101	25841185	26966709	28203725
15	23885744	24829504	25859104	26986370	28225378
16	23900827	24845932	25877061	27006062	28247067
17	23915931	24862383	25895040	27025785	28268793
18	23931055	24878858	25913046	27045539	28290553
19	23946200	24895356	25931080	27065323	28312349
20	23961367	24911878	25949142	27085138	28334181
21	23976553	24928423	25967230	27104985	28356049
22	23991762	24944993	25985345	27124864	28377954
23	24006992	24961587	26003487	27144774	28399894
24	24022245	24978205	26021658	27164717	28421871
25	24037518	24994847	26039855	27184690	28443884
26	24052814	25011514	26058081	27204686	28465934
27	24068130	25028205	26076333	27224734	28488021
28	24083469	25044920	26094614	27244804	28510144
29	24098830	25061660	26112923	27264906	28532304

①	65 grad.	66 grad.	67 grad.	68 grad.	69 grad.
30	24114213	25078426	26131259	27285040	28554506
31	24129616	25095216	26149623	27305205	28576739
32	24145041	25112030	26168015	27325402	28599012
33	24160487	25128869	26186436	27345631	28621319
34	24175956	25145732	26204884	27365893	28643662
35	24191445	25162620	26223361	27386186	28666049
36	24206956	25179532	26241867	27406513	28688470
37	24222488	25196469	26260400	27426882	28710928
38	24238043	25213432	26278963	27447264	28733424
39	24253619	25230418	26297555	27467688	28755958
40	24269217	25247431	26316176	27488145	28778529
41	24284838	25264469	26334825	27508635	28801139
42	24300481	25281541	26353503	27529157	28823787
43	24316147	25298630	26372209	27549712	28846473
44	24331839	25315743	26390945	27570301	28869196
45	24347549	25332879	26409709	27590922	28891157
46	24363281	25350043	26428502	27611578	28914756
47	24379039	25367234	26447323	27632266	28937594
48	24394818	25384450	26466174	27652989	28960471
49	24410620	25401680	26485053	27673745	28983386
50	24426446	25418956	26503962	27694535	29006340
51	24442294	25436250	26522890	27715358	29029335
52	24458164	25453570	26541867	27736215	29052368
53	24474056	25470915	26560863	27757105	29075439
54	24489975	25488286	26579889	27778029	29098546
55	24505908	25505683	26598945	27798986	29121697
56	24521869	25523105	26618030	27819978	29144888
57	24537851	25540553	26637145	27841003	29168118
58	24553857	25558027	26656291	27862060	29191388
59	24569885	25575526	26675466	27883156	29214697

①	70 gr.	71 gr.	72 gr.	73 gr.	74 gr.
30	29957438	31515448	33255094	35209369	37419788
31	29982069	31542873	33285803	35243981	37459081
32	30006743	31570349	33316571	35278664	37498460
33	30031460	31597875	33347398	35313418	37537923
34	30056220	31625453	33378286	35348244	37577471
35	30081023	31653080	33409232	35383140	37617104
36	30105870	31680758	33440240	35418110	37656824
37	30130760	31708486	33471407	35453152	37696632
38	30155714	31736265	33502436	35488268	37736518
39	30180672	31764094	33533625	35523456	37776513
40	30205694	31791974	33564875	35558718	37816588
41	30230760	31819906	33596187	35594032	37856751
42	30255871	31847891	33627561	35629460	37897004
43	30281026	31875929	33658998	35664940	37937146
44	30306226	31904019	23690497	35700494	37977779
45	30331460	31932164	33722059	35736121	38018300
46	30356759	31960358	33753683	35771822	38058912
47	30382092	31988606	33785370	35807597	38099614
48	30407470	32016909	33817120	35843447	38140406
49	30432893	32045263	33848934	35879373	38181288
50	30458361	32073672	33880813	35915374	38222261
51	30483873	32102132	33912753	35951451	38263324
52	30509430	32130646	33944756	35987602	38304479
53	30535033	32159212	33976821	36023829	38345725
54	30560682	32187832	34008950	36060132	38387064
55	30586375	32216504	34041141	36096510	38428495
56	30612115	32245231	34073395	36132966	38470019
57	30637890	32274012	34105712	36169497	38511635
58	30663732	32302846	34138091	36206107	38553344
59	30689608	32331735	34170523	36242794	38595146

①	75 gr.	76 gr.	77 gr.	78 gr.	79 gr.
0	38637042	41335654	44454097	48097335	52408433
1	38679033	41383937	44510183	48163251	52486983
2	38721117	41432338	44566415	48229350	52565774
3	38763296	41480856	44622793	48295633	52644807
4	38805571	41529492	44679318	48362102	52724084
5	38847941	41578245	44735990	48428756	52803604
6	38890408	41627117	44792810	48495599	52883368
7	38932971	41676108	44849777	48562631	52963377
8	38975632	41725219	44906892	48629854	53043632
9	39018390	41774450	44964155	48697269	53124134
10	39061246	41823802	45021567	48764877	53204885
11	39104200	41873273	45079129	48832678	53285884
12	39147252	41922863	45136843	48900673	53367134
13	39190423	41972573	45194707	48968853	53448635
14	39233653	42022405	45252726	49037249	53530390
15	39277002	42072357	45310898	49105830	53612399
16	39320449	42122431	45369224	49174607	53694666
17	39363994	42172625	45427703	49243590	53777191
18	39407640	42222942	45486338	49312751	53859976
19	39451384	42273380	45545127	49382118	53943022
20	39495228	42323942	45604073	49451684	54026331
21	39539172	42374627	45663175	49521449	54109903
22	39583218	42425439	45722435	49591416	54193739
23	39627364	42476377	45781853	49661584	54277840
24	39671613	42527442	45841429	49731956	54362206
25	39715965	42578635	45901164	49802532	54446842
26	39760420	42629957	45961059	49873313	54531744
27	39804979	42681409	46021115	49944301	54616915
28	39849642	42732991	46081333	50015497	54702356
29	39894411	42784705	46141715	50086901	54788068

ⓘ	75 grad.	76 grad.	77 grad.	78 grad.	79 grad.
30	39939286	42836551	46202261	50158514	54874053
31	39984263	42888527	46262969	50230335	54960312
32	40029344	42940631	46323841	50302367	55046847
33	40074528	42992865	46384877	50374610	55133659
34	40119816	43045229	46446076	50447065	55220751
35	40165289	43097722	46507440	50519732	55308122
36	40210709	43150347	46568970	50592614	55395775
37	40256316	43203103	46630665	50665711	55483710
38	40302033	43255992	46692527	50739024	55571930
39	40347858	43309012	46754555	50812553	55660434
40	40393792	43362166	46816752	50886299	55749226
41	40439834	43415454	46879117	50960263	55838300
42	40485985	43468877	46941653	51034447	55927677
43	40532245	43522435	47004361	51108850	56017340
44	40578613	43576129	47067242	51183475	56107297
45	40625091	43629959	47130297	51258321	56197549
46	40671678	43683925	47193526	51333391	56288099
47	40718374	43738028	47256930	51408684	56378948
48	40765180	43792268	47320509	51484204	56470007
49	40812093	43846646	47384264	51559951	56561548
50	40859121	43901162	47448295	51635936	56653302
51	40906259	43955817	47512302	51712129	56745360
52	40953510	44000612	47576586	51788563	56837723
53	41004876	44065548	47641048	51865227	56930392
54	41048358	44120625	47705689	51942124	57023369
55	41095957	44175844	47770510	52019254	57116653
56	41143668	44231207	47835511	52096618	57210246
57	41191492	44286712	47900693	52174216	57304150
58	41239431	44342362	47966058	52252051	57398367
59	41287425	44398156	48031605	52330123	57492896

①	80 grad.	81 grad.	82 grad.	83 grad.	84 grad.
0	57587740	63924495	71852975	82055127	95667689
1	57682901	64042118	72002006	82249986	95933204
2	57778381	64160180	72151659	82445779	96200195
3	57874180	64278683	72301942	82642513	96468673
4	57970302	64397632	72452863	82840196	96738655
5	58066748	64517028	72604421	83038833	97010253
6	58163520	64636873	72756618	83238436	97283267
7	58260619	64757168	72909461	83439009	97557932
8	58358049	64877918	73062954	83640561	97834057
9	58455810	64999124	73217100	83843097	98111843
10	58553904	65120789	73371903	84046626	98391211
11	58652333	65242916	73527367	84251153	98672171
12	58751099	65365508	73683499	84456680	98954738
13	58850205	65488566	73840302	84663213	99238930
14	58949653	65612095	73997782	84870760	99524766
15	59049444	65736097	74155942	85079327	99812250
16	59149581	65860567	74314786	85288957	100101400
17	59250065	65985531	74474318	85499628	100392329
18	59350898	66110967	74634544	85711347	100684851
19	59452082	66236886	74795468	85924121	100979193
20	59553618	66363291	74957095	86137958	101275259
21	59655506	66490185	75119429	86352864	101572962
22	59757728	66617572	75282475	86568849	101872522
23	59860346	66745453	75446258	86785921	102173854
24	59963291	66873831	75610721	87004089	102476971
25	60066612	67002708	75775928	87223362	102781890
26	60170285	67132088	75941864	87443750	103088639
27	60274319	67261972	76108538	87665261	103397202
28	60378718	67392365	76275941	87887909	103707656
29	60483482	67523270	76444091	88111704	104019959

①	80 grad.	81 grad.	82 grad.	83 grad.	84 grad.
30	60588615	67654691	76612989	88336657	104334254
31	60694118	67786629	76782641	88562776	104650345
32	60799995	67919089	76953050	88790069	104968474
33	60906246	68052073	77124223	89018543	105288542
34	61012875	68185585	77296165	89248201	105610566
35	61119882	68319630	77468882	89479054	105934564
36	61227271	68454208	77642381	89711108	106260557
37	61335043	68589313	77816665	899[illegible]4373	106588558
38	61443202	68724977	77991740	90178856	106918589
39	61551749	68861175	78167612	90414568	107250680
40	61660686	68997920	78344287	90651519	107584955
41	61770013	69135215	78521769	90889717	107921201
42	61879735	69273018	78700066	91129151	108259554
43	61989853	69411469	78879183	91369917	108600151
44	62100367	69550434	79059128	91611941	108942779
45	62211280	69689963	79239905	91855265	109287702
46	62322594	69830059	79421520	92099899	109634817
47	62434312	69970726	79603976	92345849	109984143
48	62546437	70111967	79787381	92593126	110335695
49	62658971	70253786	79971439	92841739	110689503
50	62771918	70396188	80156456	93091699	111045597
51	62885274	70539174	80342336	93342963	111403988
52	62999049	70682751	80529087	93595620	111764699
53	63113241	70826919	80716713	93849647	112127750
54	63227855	70971684	80905219	94105066	112493167
55	63342890	71117047	81094612	94361964	112861097
56	63458352	71263014	81284899	94620181	113231316
57	63574240	71409586	81476087	94879901	113604036
58	63690559	71556760	81668183	95141050	113979204
59	63807309	71704564	81861195	95403639	114356941

①	85 grad.	86 grad.	87 grad.	88 grad.	89 grad
0	114737188	143355808	191073059	286537048	572987098
1	115119910	143954694	192139567	288943841	582696234
2	115505313	144558602	193218044	291391404	592740072
3	115893242	145167595	194308693	293880683	603139919
4	116283797	145781740	195411723	296413087	613910444
5	116676991	146401101	196527729	298990299	625070305
6	117072851	147025745	197656182	301611807	636642580
7	117471403	147655740	198797665	304279687	648655621
8	117872815	148291169	199952408	306996123	661136359
9	118276840	148932108	201120639	309760533	674090521
10	118683764	149578791	202303011	312576192	787573461
11	119093414	150230942	203498943	315442491	701602741
12	119506013	150888966	204709121	318361849	616229489
13	119921335	151552578	205934200	321336774	731452951
14	120339695	152222283	207173596	324366765	747356168
15	120760985	152897946	208428431	327455509	763965262
16	121185232	153579394	209698119	330602545	781323254
17	121612482	154267179	210983811	333811800	799494739
18	122042752	154961155	212284914	337082830	818534878
19	122476076	155661396	213602421	340419652	838490069
20	122912485	156368008	214936837	343823403	859453551
21	123352014	157081063	216287319	347294586	881494374
22	123794696	157800648	217655350	350837799	904682629
23	124240732	158526854	219040792	354454051	929134899
24	124689836	159259771	220443981	358145679	954945691
25	125142353	159999560	221865261	361914968	982231457
26	125598007	160746121	223305005	365763113	1011112129
27	126057149	161499724	224763453	369695332	1041753449
28	126519656	162260744	226241278	373713015	1074309940
29	126985568	163028671	227738558	377818975	1108967170

①	85 gr.	86 gr.	87 gr.	88 gr.	89 gr.
30	127454936	163804188	229255785	382016194	1145934768
31	127927785	164586836	230793360	386307709	1185438054
32	128404152	165377268	232351718	390696734	1227777193
33	128884078	166175067	233931261	395186630	1273252703
34	129367604	166980877	235532422	399780916	1322226495
35	129854921	167794536	137156211	404483275	1375118522
36	130345812	168615879	238801972	409397566	1432397932
37	130840395	169445585	240470730	414227875	1494678912
38	131338917	170283495	242163582	419278406	1562622042
39	131841076	171129820	243879838	424453607	1637036239
40	132347264	171984431	245621193	429758156	1718892212
41	132857174	172847712	247386980	475196961	1809365043
42	133371390	173719700	249178956	440775230	1909891150
43	133889600	174600528	250997450	446498305	2022234532
44	134411312	175490331	252841285	452371994	2148642981
45	134937471	176389247	250423463	458402271	2291895669
46	135467749	177297417	256612911	464595485	2455554199
47	136002235	178215000	258541565	470958329	2644450861
48	136540955	179142131	260499426	477497828	2864894681
49	137083887	180078954	262487160	484221619	3125282643
50	137631223	181025951	264505458	491139838	3437843546
51	138183016	181982628	266554348	498256113	3819709423
52	138739177	182949802	268635944	505581634	4297193536
53	139299830	183926988	270750304	513128395	4911255640
54	139865032	184915009	272898206	520901152	5729642566
55	140435034	185913698	275080457	528915798	6875687278
56	141009514	186922883	277297985	537178089	8594018365
57	141588910	187943432	279551349	545702599	11458691197
58	142172885	188975184	281841763	554505091	17188036597
59	142761897	190018342	284170013	563593031	34376072269
					Infinitum.

Canone ſecantium hactenus expoſito uſum deinceps paucis dicemus.

17 PROBLEMA. 18 PROPOSITIO.

Dati arcus ſecantem è ſecantium canone invenire.

DATVM. Cognitus arcus 37 grad. 54 ① eſto. QVAESITVM. Secantem huic arcui congruum è canone ſecantium exhibeto.

CONSTRVCTIO.

In canonis fronte 37 gr. inquirito, deinde in prima columella ſiniſtra adhærentia 54 ①, numerus 12672924 qui in communi concurſu ſelidum, illius deorſum hujus tranſvorſum ductarum occurret, erit quæſitus. & demonſtratio è tabularum ſyntheſi evidens eſt. CONCLVSIO. Quare cogniti arcus ſecantem ex propriâ tabulâ invenimus. Quod facere oportebat.

CONSECTARIVM.

Quemadmodum inventio hujus ſecantis inveſtigationi ſinus primi exempli 11 propoſitionis haud abſimilis eſt, ſic ſecundum exemplum & quæ ibidem 1, 2doque conſectario conſequuntur huc transferri poterunt: videlicet quomodo ſecans arcus quem ② claudunt, vel anguli obtuſi, vel denique complementi dati arcus invenienda ſit. Et quemadmodum 14 propoſitione arcus dato ſinui competens ſic hîc quoque datæ ſecanti congruus deprehendetur. Atque hîc fabrica canonum doctrinæ triangulorum

EXPLICITA ESTO.

LIBER
SECVNDVS
COSMOGRAPHIAE
DE
TRIANGVLIS
PLANIS.

LIBRI ARGVMENTVM

Istâ tabellâ ob oculos positum.

Liber hic de triangulis planis 8 proposit. absolvitur, è quibus sunt

- *2 theoremata,*
  - *1 De proportione inter latera dextrum & sinistrum, item sinus dextri & sinistri anguli. Prop.1.*
  - *2 Tribus angulis cognitis, tria latera inveniri non posse. Prop.2.*
- *6 problemata ad inventionem quaesiti termini è cognitis in triangulo, vel*
  - *duobus terminis, ut anguli tertii cognitis duobus. Prop.3.*
  - *tribus terminis qui sunt*
    - *latera, & anguli mixtim, ut è*
      - *duobus angulis & latere uno, reliqua latera & angulos invenire. Prop.4.*
      - *uno angulo & duobus lateribus quae continent*
        - *angulum ignotum, reliquos angulos & tertium latus invenire. Prop.5.*
        - *angulum cognitum, reliquos angulos & tertium latus invenire. Prop.6.*
    - *merè*
      - *anguli, ad inveniendum rationem trium laterum. Prop.7.*
      - *latera, ad inveniendum tres angulos. Prop.8.*

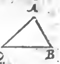
Ad calcem hujus libri subjunximus ADDITAMENTVM de Multangulis planis.

DEFINITIONES.

I DEFINITIO.

Trianguli latere quocunque deorsum tanquam basi constituto: angulum, sinum, & latus ad dexteram sita, dextrum angulum, dextri anguli sinum, & dextrum latus dicimus: Sed & ad sinistram posita, sinistrum angulum, anguli sinum, & latus appellamus.

TRianguli ABC latus BC ponatur ut basis, angulus A sursum: hinc angulus qui ad dextram situs est, ut B, angulus dexter dicitor, sinus ejus dextri anguli sinus, denique latus AB latus dextrum: Angulus autem ad sinistram ut C, angulus sinister, sinus ejus anguli sinistri sinus, latus AC sinistrum latus appellator.



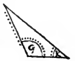
EXPLICATIO NOTARVM QVIBVS DEINCEPS VTEMVR.

Cvm loco nimis quàm prolixarum vocum breves quasdam notas usurpare sit animus, idque illi fini quem postea exponam, paucis hoc negotium declarabo, eo quo sequitur modo: Triangulum planum quodcunque, ut ipsa nominis notatio arguit, tribus angulis, & totidem lateribus constat, quæ simul numero sunt sex, quos vulgò terminos dicimus: Ex his semper dantur tres cogniti, ad reliquos tres ignotos adsequendum, (nisi cum duobus angulis cognitis tertius quæritur) ut cognitis duobus angulis, & uno latere, tertius angulus, & reliqua latera: Vel duobus lateribus, & uno angulo cognitis, tertium latus, & reliqui anguli cognoscuntur: Vel cognitis tribus angulis laterum ratio cognoscitur: Vel cognitis lateribus, anguli inveniuntur. Vt itaque cognitos terminos succinctè & breviter designemus, notandum venit literam R (quæ prima est in voce *recht* Belgis rectum significante) ad angulum positam indicare eum rectum esse: K (primus character dictionis *Klein* hoc est parvus) minorem recto seu à recto κλίνειν acutum versus: G (prima nota vocis *Groot* quod grandem sonat) majorem recto seu obtusum denotare. Verum iidem characteres trianguli sphærici lateribus affixi, indicio sunto ea deficere aut excedere 90 grad. Cur autem potius literis G & K majus & minus, quam P & S *plomp* id est obtusum, & *scherp* hoc est acutum significantibus usus sum, hæc ratio me potissimum movit ut lateribus & angulis sphæricorum triangulorum communes forent, latera enim majora minorave dicuntur quadrante peripheriæ circuli, nec ideo tamen acuti aut obtusi appellationem sortiuntur. Latera autem & anguli punctis distincta quibus nulli numeri affixi sunt, & notæ hæ R, K, G, non adscriptæ fuerint, ea sunto quæ ut data quidem intelligantor, veruntamen tantum ex thesi posita, hoc est absque explicatione quantitatis eorum, ideoque puncta ista numeros indeterminatos significant. Per has temporis momento

 explica-

explicamus, ea quæ aliàs longis verborũ ambagibus opus haberent: Sic exempli gratiâ ad propositum hoc diagramma enuntiandum, omnibus his vocibus utendum foret.

Planum triangulum habens duos cognitos angulos, alterum acutum, reliquum obtusum, & latus cognitum, cognito acuto angulo oppositum.



COMPENDIVM autem hoc, etiam inter cætera, utilitatem afferet cum è cognitis trianguli terminis ignoti inveniendi sunt: Hæc enim signata triangula infra in unum locum tanquã tabulam concenturiabimus, ibiq; PLANORVM ΤΡΙΓΩΝΟΠΙΝΑΞ dicetur, quia istinc indicium sumitur, ut statim 2 hoc libro simile paradigma inveniatur ei quod quis sequi volet, ne sit necesse mentem excruciare aliquo præcedentium præceptorum: Verum hunc planorum τριγωνοπίνακα clarius explicabimus ad calcem hujus libri. Quod si aliquis, propter eas rationes quas attulimus in notis ad finem ultimæ definitionis libri primi de Fabrica sinuum, sese exercere velit inveniendo ignotos terminos planorum triangulorum, quamvis primò quidem non intellectis causis & demonstrationibus calculi, poterit ad usum accedere, qui exhibetur per dictum planorum τριγωνοπίνακα: nec non ad usum planorum multangulorum, qui nobis in appendice ibidem sequente descriptus est, si modò eligat paradigma aliquod imitandum pro ratione dati. Eorumque usu aliquantulum intellecto, deinde ad causarum inquisitionem animum adjicere poterit.

Triangulorum catalogus sive index.

DEINCEPS PROPOSITIONES SVCCEDVNT.

Sinus angulorum, basibus eorundem proportionales sunt.

1 THEOREMA. 1 PROPOSITIO.

QVEMADMODVM trianguli plani latus dextrum, ad latus sinistrũ, ita dextri anguli sinus, ad sinũ anguli sinistri.

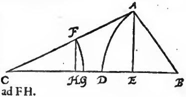
ET quia alter, in hac proportione, sinus est anguli acuti, recti, aut obtusi, tria diversa paradigmata describemus.

1 Exemplum, ubi uterque comparatorum sinuum fuerint acutorum singulorum.

DATVM. Sit ABC planum triangulum, cujus anguli B, C, in comparatione, sunto ambo acuti, & puncto B tanquam centro, intervallo AB ut semidiametro, describatur arcus AD, cujus sinus sit AE, perpendicularis in CB: similiter centro C, intervallo CF, æquante rectam AB, tanquam semidiametro, arcus FG descriptus esto, sinus FH etiam normaliter in CB insistit. QVAESITVM. Demonstrandum est latus dextrum AB, ad sinistrum latus AC, eandem habere rationem, quam sinistri anguli sinus FH, ad dextri anguli sinum AE.

DEMON-

DEMONSTRATIO.



NAMQUE cum in triangulo ACE duæ sunt parallelæ, nempe FH ad AE, ideo AC eandem habet rationem ad AE: quam FC ad FH. Verum AB æqualis est FC è dato, Quare

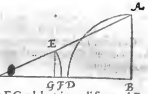
Vt AC, ad AE, ita AB ad FH.

Et alternè,

Vt AB, ad AC, ita FH ad AE.

2 *Exemplum ubi alter comparatorum sinuum fuerit anguli recti.*

DATUM. Esto ABC trianguli plani, angulus B rectus, centro autem B, semidiametro AB descriptus arcus AD, sinus ejus necessario fuerit AB: simili modo è puncto C tanquam centro, delineatus sit, intervallo CE æquante rectam AB tanquam semidiametro arcus EF, hujus sinus erit EG.



QUÆSITUM. Demonstrandum est dextrum latus AB, ad sinistrum AC sicC se habere, quemadmodū anguli sinistri sinus EG ad dextri anguli sinum AB: ubi notandum venit eandem AB & lateris & sinus vicem fungi.

DEMONSTRATIO.

IN triangulo enim ABC, rectæ EG & AB parallelæ sunt, ideoque ajo,

Vt AC, ad AB, ita EC, ad EG.

Verum AB æquatur EC ex dato, Quare erit

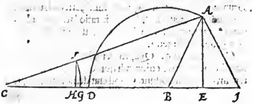
Vt AC ad AB, ita AB ad EG.

Et inversè,

Vt AB, ad AC, ita EG, ad AB.

3 *Exemplum ubi alter comparatorum sinuum fuerit anguli obtusi.*

DATUM. Esto ABC triangulum planum, anguli autem quorum sinus comparantur C, & ABC, horum alter ABC obtusus, & è puncto B tanquam centro, intervallo rectæ AB tanquam semidiametro describatur arcus AD, sinus ejus sit AE, perpendicularis in productam BC: simili modo centro C, intervallo CF æquante rectam AB, delineatus sit arcus FG, cujus sinus FH ad angulos rectos in CB insistit.



QUÆSITUM. Demonstrandum est latus dextrum AB, ad sinistrum AC eandem rationem habere, quam anguli sinistri

ſinus FH, ad dextri anguli ſinum AE. PRAEPARATIO. Recta AI cum producta baſi CB compræhendat angulum AIB, æqualem angulo ABI.

DEMONSTRATIO.

Cum angulus AIB æquetur angulo ABI, recta AI quoque æquabitur rectæ AB: ſed AB æquatur CF ex dato, AI igitur quoque æqualis erit CF, & AE erit etiam ſinus anguli ad I: Quare per primum paradigma hujus prop. erit,

Vt latus dextrum AI, trianguli ACI,
Ad ſiniſtrum latus AC,
Ita anguli ſiniſtri ſinus FH,
Ad dextri anguli ſinum AE.

Sed AB æquatur AI, & AE ſinus quoque refertur ad angulum ABC trianguli ABC ex dato, Ideoque

Vt dextrum latus AB,
Ad latus ſiniſtrum AC,
Ita anguli ſiniſtri ſinus FH,
Ad dextri anguli ſinum AE.

CONCLVSIO. Quare quemadmodum trianguli plani latus dextrum ad latus ſiniſtrum, ita anguli ſiniſtri ſinus ad ſinum anguli dextri. Quod demonſtrare oportuit.

2 THEOREMA. 2 PROPOSITIO.

IGNORATIS tribus lateribus trianguli, ſed cognitis tribus angulis: Latera hinc inveniri non poſſunt.

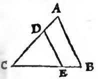
DATVM. Eſto ABC triangulum, cujus tria latera ignorata, tres verò anguli cogniti ſunt.

QVAESITVM. Ex cognitis angulis ignorata latera concludi non poſſe demonſtrandum eſt.

PRAEPARATIO. Parallela uni laterum ducatur, ut DE ad AB.

DEMONSTRATIO.

TRIANGVLVM DEC triangulo ABC ſimile eſt, quapropter dati (ſi fuerint dati) trium angulorum numeri, non minus angulis trianguli DEC quam angulis ABC, & infinitis aliis ſimilium triangulorum angulis cõvenirent, unde nihil certi de lateribus concludi manifeſtum eſt. Sed quia ratio laterum eadem manet, tantùm rationem lateris ad latus inveniri poſſe, ut 7 prop. intelligetur.



CONCLVSIO. Quapropter trianguli tribus ejus lateribus ignoratis, etſi anguli quidem cogniti ſint, latera inveniri non poſſunt. Quod erat demonſtrandum.

I PRO-

I PROBLEMA. 3 PROPOSITIO.

E cognitis in triangulo plano duobus angulis: tertium invenire.

COGNITI duo termini, ut generali forma comprehendam, hujusmodi sunt.



DATVM. Esto triangulum planum A B C, ejusq; angulus ad B sit 50 gr. ad C 60 grad. QVAESITVM. Angulus tertius ad A inveniendus est esto.

CONSTRVCTIO.

ADDITIS 50 grad. & 60 grad. totus est 110 grad. quo de 180 subducto reliquus est 70 grad. pro angulo quæsito ad A.

DEMONSTRATIO.

Cujuscunque trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales, deductis igitur duobus angulis B, C, de duobus rectis, hoc est 180 grad. reliquus tertio angulo ad A debetur. Si datorum angulorum alter rectus est, alter tantum compendii causa de 90 grad. deductus, numerum tertii anguli relinquet. Esto exempli gratia angulus unus 90 grad. alter 30, hoc de 90 grad. ab lato reliquus est 60 grad. pro tertio angulo, qui ob evidentes rationes tantus est, quantus esset si 90 & 30 additos de 180 grad. subduxisses. CONCLVSIO. Quapropter trianguli rectilinei cognitis duobus angulis, tertium invenimus. Quod erat faciendum.



2 PROBLEMA. 3 PROPOSITIO.

COGNITIS trianguli plani duobus angulis, & uno latere: tertium angulum, & reliqua latera invenire.

TRES cogniti termini in unam harum trium formularum incidunt.



NOTA.

IGNOTI termini in triangulis tam sphæricis quam planis variè inveniuntur: Sed ad unumquodque exemplum non nisi una via insistemus, & quidem ea quæ nobis cum ista scriberemus aptissima brevissimaque visa fuit, non quod utilissimum aliorum laborem improbemus, qui ad idem exemplum varias exponunt vias, hinc enim quam diversimodè humanum ingenium inde a priscis illis seculis in hoc pulvere desudarit, elucet. Sed ita studium & propositum nostrum

noſtrum declarare voluimus, quippe quod ad brevem artis explicationem & praxi utilem contendamus. Si quis autem inſuper varietatis ſtudioſior eſt; alios legat qui hac de re ſcripſerunt, & inde, ſi poſſit, breviorem ac expeditiorem viam, quam hæc ipſa eſt, contrahere adnitatur.

Neque illud ſilentio prætereundum quod deinceps tam in ſphæricorum quam planorum triangulorum *operationibus ad minores arcuum particulas quam ① (niſi ſingularis aliqua, quæ tum exponetur, ratio nos cogat) non ſimus progreſſuri. Huic fini è partibus ſemidiametri quæ in canonibus ſinuum, tangentium & ſecantium in 10000000 tribuitur, tantum uſurpabimus 10000, tribus de ſemidiametro notis & totidem ab aliis quibuſvis canonum numeris detractis, pluribus enim aſſumptis major eſſet calculi labor, nec tamen major certitudo, pauciores autem, majorem quidem facilitatem, attamen incertitudinem quoque concluſioni inducerent. Sed cum iſta hactenus ſimpliciter ſine demonſtratione dicta ſint, hujus cauſa deinceps nobis explicabitur.

* σταγμα-τιαις.

De numero characterum quos ſemidiametro circuli aſſignare oportet, quando trianguli ignoti termini inquiruntur.

Vt in propoſito quovis paradigmate ſemidiametro conveniens characterum numerus aſſignetur, operæpretium fuerit intelligere ſemidiametri minimas quaſque particulas, minimis quibuſque quadrantis peripheriæ circuli particuli quam proximè æquari debere, quibus calculum inire velimus: aut ſi præcipuus ſcopus rectas lineas ſpectet, ut tum viciſſim minimæ quævis quadrantis peripheriæ particulæ proximè accedant ad eas in quas ſemidiameter conciditur, ut iſtis ratiocinium in eas. Quod ut exemplo illuſtrius evadat, non minoribus quadrantis peripheriæ circuli particulis quam ①, ut ferè ſit, numerare propoſitum eſto. Quæritur quis numerus quotvè characteres ſemidiametro aſſignari debeant? Vt iſtud expedias, conſiderandum in quot ſcrupula prima peripheriæ quadrans partitus ſit, nempe in 60^{ies} 90^{gena}, quæ ſunt 5400 ①. Hinc ajo ut 11 ad 7 (quæ juxta Archimedis demonſtrationem quadrantis perimetri ad ſemidiametrum circuli ratio valde propinqua eſt) ita 5400 ad quem? Concludam 3436, ſemidiametri itaque in 3436 diſtributi pars quæcunque, quadrantis perimetri parti in 5400 diviſi quam proximè æqualis erit. Vt autem pro ſemidiametro characterum numerus proximè uno major aſſumatur, is abſque controverſia 10000 fuerit: Ideoque hic erit aptus & ſemidiametro conveniens numerus, quo etiam ad ſcrupula prima quadrantis calculus deſcendere valeat.

Si verò ut accuratior fiat calculus ad ② progredi propoſitum ſit, proceſſus erit idem cum ſuperiore. Quem tamen hic adſcribo. Quadrans circularis perimetri 324000 ② complectitur, unde ſic ajo, ut 11 ad 7, ſic 324000 ad quem? concluditur 206182, ſemidiametro igitur in totidem partes tributa, ſingulæ ſingulis quadrantis partibus in 234000 diviſi quam proximè æquales erunt. Si verò pro ſemidiametri numero alius aſſumendus eſt quam proximè uno charactere major, is dubio procul 1000000 erit. Vt hic ſemidiametro conveniens numerus ſit, quo vel ad ② quadrantis numerari poteſt.

Tertiò ſi ad ⊙ uſque accuratus calculus requiratur, comperio in quadrante 19440000 ⊙ eſſe, quare cum 11 dant 7, 19440000 quid dabunt? concluditur 12370909, itaque ſemidiametro in totidem partes partita, unaquæque harum ferè æquabit quamlibet quadrantis partem in 19440000 diſtributi. Si pro radio numerus

numerus sumendus esset qui uno duntaxat charactere illum proximè excedit is profectò 10000000 fuerit, At numerus in canone sinuum maximus est tantum 10000000, Qui tamē in usu per tertia scrupula numeranti sufficere possit; Nam etsi unaquæque semidiametri pars ferè dupla sit ad quamlibet quadrantis circularis perimetri partem, pro exiguo tamen discrimine habendum. Verum si horum canonum ductu ubi semidiameter est 10000000 scrupula quarta numeranda essent, nimis magnum discrimen foret nec veritas satis accurata, nam secundum regulam paulò supra positam, semidiametro in 1000000000 secta opus esset.

Per eorum quæ dicta sunt reciprocationem, satis constat, quales particulæ graduum quadrantis, ad semidiametrum in optatas partes sectam assumi debēt.

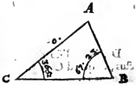
Hactenus de re ipsa sine demonstratione diximus, Verum ut exemplis illustremus rationem unde ista dependent, Esto A B C rectangulum planum & ejus latus A B perticis (quarum singulæ 12 pedes longæ sunt) tanquam minima mensura dimensum, sitque plus minus 12 perticarum, neque enim dimidiæ aut tertiæ partis ratio admodum habenda est, quia pertica hic tanquam minima mensura usurpatur: verum latus A D multò exactius (sic enim pono) ut digitis, quorum 144 unam perticam constituunt, mensuretur, sitq; 30 perticarū & 1 digiti, id est $30\frac{1}{144}$ perticarum. Hoc dato, area rectanguli perticarum $360\frac{1}{12}$ esse invenitur. Verum in lateris longitudine neglecta $\frac{1}{144}$, area 360 perticarum erit, quæ à prioribus tantum $\frac{1}{12}$ absunt. His ritè perceptis, ajo supervacuum esse A D adeò accurate mensurari, cum A B negligentius minusque exactè dimensa sit: si enim A B $\frac{1}{2}$ perticæ aut plus aut minus sit quam 12 (quod ignotum esse potest, quia negligitur nec ad ratiociniū venit) area erit $375\frac{23}{288}$ vel $345\frac{23}{288}$, differentia est 15 major aut minor priore conclusione, quid igitur magno molestoq; calculo $\frac{1}{12}$ amplius invenire juvat, cum differentia latenter 15 major aut minor sit? Hinc ratio patet cur minimæ partes utriusque lateris tam A B quam A D quam proximè quantitate pares esse & congruere debeant, & consequentèr quoque minimæ partes arcus & semidiametri, quandoquidem horum partes inter se in operatione multiplicantur ut supra A B in A D.



1 *Exemplum de 1 hujus formæ triangulo.*

DATUM. Esto trianguli plani A B C, angulus ad C 36 grad. 25 ①, qui ad B 67 grad. 23 ①, latus autem A C 20.

QUÆSITUM. Tertius angulus ad A & reliqua duo latera invenienda sunto.



CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli ad A.

CVM duo anguli ad B & C cogniti sint, reliquus ad A invenitur è 3 propositione hujus 75 gr. 45.

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum dextri anguli B sinus 9231.
Ad sinistri anguli C sinum 6000.
Ita sinistrum latus A C 20 ad quem?
Concluditur pro quæsito latere A B $12\frac{9228}{9231}$

Investigatio lateris B C.

Primum inquirito angulum ad A, quem per 3 propositionem invenies 75 gr. 25.
Hinc A B deorsum statuito tanquam basin & dicito: Quemadmodum sinistri anguli B sinus 9231.
Ad dextri anguli A sinum 9692.
Ita latus dextrum A C 20 ad quem?
Concludetur pro quæsito latere B C $20\frac{9220}{9231}$

DEMONSTRATIO.

INVENTIO anguli ad A ipso opere manifesta est, laterum autem A B, B C inventio prima propositione nititur.

2 *Exemplum de 2 hujus forma trianguli.*



TERTIVS angulus è tertia propositione deprehenditur, tumque erit triangulum ejusdem modi, cum 1 exemplo, quippe cum habeat duos angulos cognitos, & latus quod uni cognitorum angulorum subtenditur quoque cognitum, è quibus terminos ignoratos adsequeris, juxta viam 1 exempli.

3 *Exemplum de 3 hujus forma trianguli.*





DATVM. Esto trianguli plani A B C, angulus ad B rectus, & qui ad C 53 grad. 8 ①, latus autem B C utrique adjacens 12.

QVÆSITVM. Tertius angulus ad A & reliqua duo latera A B, A C invenienda sunto.

CON-

CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli ad A.

Cum duo anguli ad B & C cogniti sint tertius quoque per propositionem 3, erit	36 gr. 52.

Investigatio perpendiculi AB.

Quemadmodum sinus recti seu totus	10000.
Ad tangentem dati acuti	13335.
Ita CB	12 ad quem?
Concluditur pro quæsita AB	$16 \frac{3}{1000}$

Investigatio Hypotenusæ AC.

Quemadmodum sinus recti seu totus	10000.
Ad secantem dati acuti	16668.
Ita CB	12 ad quem?
Concluditur pro quæsita AC	$20 \frac{16}{1000}$

CONSECTARIUM.

Si alterum latus circa rectum, puta BC foret 10000, quod in calculo astronomico non rarò usu venit: clarum est AB & AC, tum sine magno aut molesto multiplicationis divisionisve calculo inveniri, tangens enim anguli ad C, qui in canone deprehenditur 13335 exhibet AB, & secans ejusdem anguli quæ est 16668 fuerit pro AC.

NOTA.

Siquidem non nemo mirari possit, quid sit causæ cur hæc AB per regulam generalem 1 exempli quæsita non sit, eam hanc dico: Quia sic unica multiplicatione quæsitum assequimur, cum aliàs & multiplicatio & divisio nobis adhibenda foret, tumque contra propositum viam brevissimam non fuissemus ingressi.

DEMONSTRATIO.

Si CB assumatur ut semidiametros circuli 80000 partium & AB ut tangens, ea erit (quia angulus ad C ponitur 52 gr. 8 ①) 13335: Si itaque dixeris CB 10000 quæ sinus recti quoque est, exhibet AB 13335, Quid dabit 12? quod hinc exurget videlicet $16 \frac{3}{1000}$ necessario pro AB fuerit & quidem earundem partium qualium BC assumitur 12.

Conclusio. Quare cognitis in triangulo plano duobus angulis, & latere: tertium angulum, & reliqua duo latera invenimus. Quod erat faciendum.

NOTA.

E tribus ignoratis trianguli terminis uno aut altero invento, quatuor aut quinque jam cogniti erunt, adeò ut tres cogniti per quos unus modo ignoratus inquiritur, tum multis modis & variè sumi possint, Verùm cum sæpe in praxi tantum unus terminus expetatur; ideò ubique tam in sphæricis quam in planis triangulis, inventionem uniuscujusq; quæsiti termini describemus, tanquam nulli alii præter tres datos cogniti forent, ut in sequentibus semper exemplo sit, quomodo singuli quæsiti termini inveniantur.

3 PRO-

3 PROBLEMA. 5 PROPOSITIO.

COGNITIS trianguli plani uno angulo & duobus lateribus quæ ignoratum continent angulum: Tertium latus & reliquos angulos invenire.

TRES cogniti termini, ut generatim exprimam, hujusmodi sunt.



1 NOTA.

REGULA operationis generalis hæc est: Latus ignoratum tanquam basis statuitur, & sive quæratur angulus superior seu tertium latus, ante inquiritur dexter angulus, aut angulus sinister prout eorum alter ignoratur, tumque dicito (si fortè angulus dexter ignotus sit) quemadmodum dextrum latus, ad latus sinistrum, ita sinistri anguli sinus ad quem? quod hinc exurget erit pro sinu anguli dextri, cujus arcus magnitudinem anguli dextri definit. Sed utrum numerus suprascripti sinus qui ex canone sumitur, anguli acuti sit, an vero complementi ejus ad semicirculum hoc est obtusi, id ipsum in quibusdam exemplis certum est, in nonnullis ambiguum: Adeò ut si ignoretur dexter angulus obtususné sit an acutus solutio sit anceps. Verum ut quæ triangula unam queve duplicem solutionem admittant dignosci queat, duas sequentes regulas describemus.

De duobus generalibus præceptis, ad triangula hujus Propositionis.

1 REGULA.

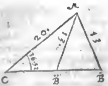
SI cognitum latus cognito adjacens angulo, excesserit reliquum cognitum, & præterea ignotus angulus ignoto adjacens lateri, è calculo obliquus deprehendatur, determinatio erit anceps.

2 REGULA.

RELIQUORUM autem triangulorum hujus propositionis determinatio est simplex.

EXPLICATIO.

ESTO enim triangulum rectilineum A B C, cujus angulus C sit 36 grad. 52 ①, latus A C 20, & A B 13, quòd triangulum est ejus formæ qualis à 1 regula exigitur: In hoc diagrammate litera B bis scripta cernitur, altera unico puncto sic Ḃ: Altera gemino sic B̈, idq; illi fini: quod liquidò cõstat tres cognitos terminos triãguli A B̈ C, æquales esse tribus cognitis triãguli A Ḃ C, & tamen tres ignotos terminos unius trianguli, nõ æquari tribus ignotis alterius.



alterius. Quare si non inspecto triangulo dicas: trianguli A B C, anguli ad C est 36 grad. 52 ①, latus A C 20, B C 13. Quanti erunt termini ignorati? Apparet manifestè ambiguum esse utrum proponentis animus tendat ad triangulum A B C, an verò ad triangulum A B C: Imò qnamvis triangulum oculis subjiciatur, evenire poterit minimum latus cognitum A B, adeò vicinum esse angulo recto, ut visus distinguere nequeat an angulum A B C acutum obtusumvé faciat: Et tamen posito, visu hæc dijudicari posse, non fuerit ideò necessarium angulum illum qui obtusus pingitur propterea verè obtusum esse, circumstantiæ enim nonnunquam contrarium postulant, quia aliæ lineæ aut magnitudines, nimis exiguæ essent quam ut simili mensura descriptæ forent, idq; in mathematicis propositionibus non rarò evenire quotidiana experientia docet. Atque hæc quidem causa est cur triangula ambiguæ determinationis occurrant. Si tamen à proponente aut aliundè definiretur (ut plerunque fieri assolet) species anguli ad B, acutusne an obtusus sit, determinatio erit simplex. Hæc de prima regula dicta sunto. In secunda scripsimus reliqua omnia hujus propositionis triangula unam tantum determinationem admittere: Atque illa quidem hujusmodi sunt.

1 Cum A C major est quam A B, & insuper angulus ad B obtusus esse definit[ur].
2 Cum A C major est quam A B, & insuper angulus ad B acutus esse definitur
3 Cum ponitur A C major esse quam A B, tamen angulus ad B ex calculo rectus deprehenditur.
4 Cum A C æquatur A B, tum anguli ad B & C quoque æquales sunt.
5 Cum A C minor est quam A B, tùm angulus ad B acutus fuerit. Omnes istæ species unam & simplicem habebunt determinationem.

2 Nota.

Nec te fugiat ut exemplum imitabile, ad datum huic propositioni conforme triangulum, nancisearis, considerandum esse utrum ad primam an ad secundam regulam referendum sit, si ad primam sequens paradigma imitabere, secus secundi exempli ductum sequeris.

1 *Exemplum de triangulo ad formam regulæ primæ.*

Datum. Esto A B C suprascripti trianguli plani angulus C ut ibi assumptus fuit 36 gr. 52 ①, latus A C 20, A B 13, neque tamen exprimatur species anguli ad B rectoné major an minor sit: imò planè definitum non sit utrum de triangulo A B C an verò A B C quæstio instituatur. Quaesitum. Tertium latus B C, & reliqui duo anguli A B C, C A B, invenienda sunto.

1 Constructio ad determinationem primam.

Primum considero latus A C quod cognito adjacet angulo, majus esse latere A B, quamobrèm duplicem, aut etiam unam tantum solutionem admiserit. Verum ut cognoscam ad utrum horum referendum sit, angulus A B C ante inveniendus est eo quo sequitur modo.

O Investi-

Investigatio anguli A B C.

Quemadmodum latus dextrum A B 13.
Ad latus sinistrum A C 20.
Ita sinistri anguli C sinus 6000 ad quem?
Concludetur sinus 9231.
Qui cum non sit sinus recti sive totus, triangulum erit ambiguæ determinationis. Si quæstio de triangulo A Ḃ C primum proposita fuisse intelligatur, inventus 9231 sinus fuerit acuti anguli ad Ḃ, cujus arcus pro prima determinatione est 67 gr. 23.

Investigatio anguli C A Ḃ.

Primùm invenio angulum Ḃ 67 gr. 23.
Ad hunc addo angulum C 37 gr. 52.
Totus erit 104 gr. 15.
His deductis de 180 gr.
Relinquuntur pro quæsito angulo C A Ḃ primæ determinationis 75 gr. 45.

Investigatio lateris Ḃ C.

Primùm invenio angulū C A Ḃ ut supra pro prima determinatione 75 gr. 45.
Deinde statuo A C tanquam basin & dico, Quemadmodum dextri anguli C sinus 6000.
Ad sinistri anguli C A Ḃ sinum 9693.
Ita sinistrum latus A Ḃ 13 ad quem?
Concludetur pro quæsito latere B C primæ determinationis 21 $\frac{9}{6000}$

2 CONSTRUCTIO ad determinationem secundam.

Investigatio anguli A B̈ C.

Primùm invenio, è constructione 1 de investigatione anguli A Ḃ C, angulum ad Ḃ primæ determinationis, esse 67 gr. 23.
Qui detractus de 180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo A B̈ C determinationis secundæ 112 gr. 37.

Investigatio anguli C A B̈.

Primùm invenio è præcedenti operatione angulum A B̈ C secundæ conclusionis ut supra 112 gr. 37.
Cum hoc componatur angulus ad C 36 gr. 52.
Totus erit 149 gr. 29.
Qui deductus de 180 gr.
Relinquet pro quæsito C A B̈ 2 determinationis 30 gr. 31.

Investigatio lateris B̈ C.

Primùm invenio è secunda constructione angulum C A B̈ pro 2 determinatione ut supra 30 gr. 31.
Deinde statuo A C tanquam basin & dico, Quemadmodum anguli dextri C sinus 6000.
Ad sini-

Ad sinistri anguli C A B sinum 5075.
Ita latus sinistrum A B 13 ad quem?
Concludetur pro quæsito latere B C secundæ determinationis 10 [illegible]

2 *Exemplum de triangulis ad formam regulæ secundæ.*

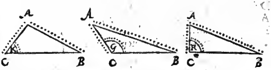
Si A C majus sit quam A B, & insuper angulus ad B obtusus ponatur, ad proximè antecedentis 2 constructionis imitationem operandum erit. In cæteris autem omnibus 1 cõstructio imitanda est: cum vero in triangulo latus A C æquabitur lateri A B, id compendii hinc erit ut angulus ad B angulo ad C absque inquisitione statim æqualis pronuncietur.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio primæ regulæ manifesta est per explicationem quam ibidem subjunximus. E secunda regula quæ quinque triangulorum genera complectitur, ut supra annotavimus, quatuor priorum demonstratio, quippe quorum determinatio sit simplex ideoque satis manifesta, explicatione nulla indiget.

Sed ad demonstrationem quinti generis, quod est cum A C minor fuerit quam A B, tum unam duntaxat determinationem dari & angulum ad B acutum esse, figuretur triangulum planum A B C ex sententia 2 regulæ, nempe ut latus A C minus sit quam A B, & angulus ad C acutus, obtusus, aut etiam rectus prout libebit. Quæsitum. Demonstrandum est angulum ad B solummodo acutum esse.

DEMONSTRATIO.



Si enim angulus ad B rectus aut obtusus foret, angulus ad C multo major esset, Quia latus eum subtendens majus est latere quod angulum ad B subtendit, & consequentèr tres anguli A, B, C, simul majores essent duobus rectis, cumque hoc sit impossibile angulus ad B duntaxat acutus erit. Constructionis autẽ uniuscujusq; demonstratio, ubique dependet è 1 & 3 propositione hujus.

Conclusio. Cognitis itaque trianguli plani uno angulo & duobus lateribus ignotum angulum continentibus: tertium latus & reliquos duos angulos invenimus. Quod erat propositum.

4 PROBLEMA. 6 PROPOSITIO.

Cognitis in triangulo plano duobus lateribus quæ cognitum continent angulum: tertium latus & reliquos duos angulos invenire.

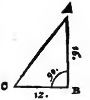
Tres cogniti termini hujus sunt formæ.



Cumq; eorum cõstructio sit sextuplex, singulas singulis exẽplis illustrabimus.

1 *Exemplum de 1 hujus formæ triangulo.*





DATUM. Esto triangulum planum A B C cujus angulus ad B sit rectus, latus A B 16, B C 12.

QUÆSITUM. Hypotenusa A C, & reliqui duo anguli A, C, inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli ad A.

Quemadmodum crus, recti anguli, quæsito adjacens, id est A B	16.
Ad alterum recti crus B C	12.
Ita sinus recti seu totus	10000 ad quem?
Concludetur tangens	7500.
Ejus arcus pro quæsito angulo ad A	36 gr. 52.

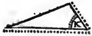
Investigatio anguli ad C.

Similis est inventioni anguli A, ad cujus imitationem deprehendetur 53 gr. 8.

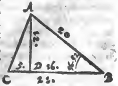
Investigatio subtensæ A C.

Primum invenito alterum acutorum angulorum puta A	36 gr. 52.
Deinde dicito, Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem 36 gr. 52 ①, numeri hoc ordine primi, quæ est	12500.
Ita crus recti dato angulo A adjacens nempe A B	16 ad quem?
Concludetur pro quæsita hupotenusa A C	20.

2 *Exemplum de 2 hujus formæ trianguli.*



DATUM. Esto planum triangulum A B C, cujus latus A B 20, B C 21; & angulus B acutus 36 grad. 52 ①. QUÆSITUM. Tertium latus A C, reliquique duo anguli C, & C A B inveniendi sunto.



PRÆPARATIO. A termino minoris lateris cogniti ut A B, demittito in majus latus cognitum B C, perpendicularem A D, hæc intra triangulum cadet, quia angulus B acutus est: His assertis, erit A D B triangulum rectangulum cujus duo anguli, & latus A B cogniti sint, cumque hoc sit ejus formæ qualis propositione quarta exigitur, indidem duo latera A D, D B, invenito, nempe A D, satis accuratè 12.

Et D B	16.
Qua subducta de C B	21.
Reliqua D C erit	5.

Quibus

Quibus positis erunt in triangulo rectangulo A D C tres termini cogniti, unde ignoratos assequemur eo quo sequitur modo.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris A C.

Omnibus constitutis ut supra, quoniam triangulum A D C tres cognitos terminos habet, nempe duo latera A D 12, D C 5, & angulum A D C rectum, ex his inveniam juxta primum exemplum hujus, Hupotenusam A C, utpote latus quæsitum, 12 $\frac{9228}{9231}$

Investigatio anguli C.

Ante constitutis omnibus ut supra, quoniam in triangulo A D C tres cogniti sunt termini, videlicet A D 12, D C 5, & angulus A D C rectus, ex his assequar juxta primum exemplum hujus quæsitum angulum C 67 gr. 23.

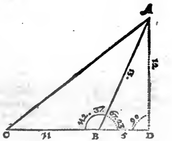
Investigatio anguli C A B.

Iisdem cōstitutis ut supra, quia in triangulo A D C tres termini sunt cogniti, nempe duo latera A D 12, D C 5, & angulus A D C rectus, deprehendam juxta primum exemplū hujus angulum C 67 gr. 23.

Huc si addatur datus angulus B	36 gr. 52.
Totus erit	104 gr. 15.
Quibus deductis de	180 gr.
Relinquetur pro quæsito C A B	75 gr. 45.

3 *Exemplum de 3 hujus forma trianguli.*





DATVM. Esto trianguli plani A B C, latus A B 13, B C 11, & angulus A B C obtusus 112 gr. 37 ⑨.

QVAESITVM. Tertium latus A C, & duo anguli C, C A B invenienda sunto.

PRAEPARATIO. Ab altero ignoratorum angulorum demittito perpendicularem in productā ejusdem anguli basin, ut hic ab ignorato angulo C A B, perpendicularis A D, in productam C B, ea (quia angulus A B C obtusus ponitur) extra triangulum cadet. Deinde subducito angulum A B C 112 gr. 37.

De 180 gr.

Relinquetur pro angulo A B D 67 gr. 23.

His assertis, erit A B D triangulum rectangulum, cujus duo anguli, cum latere A B sint cogniti, cumque sit tale triangulum quale

 propo-

propositione 4 postulatur, inde dem duo latera AD, BD invenies, nempe AD satis accuratè 12.
Et BD 5.
Hæc composita cum CB, quæ est ex dato, partium 11.
Summa fuerit pro DC 16.
Quibus concessis, Erunt in triangulo rectangulo ADC, tres termini cogniti, unde ignoratos assequi possimus.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris AC.

Omnibus constitutis ut priùs, Quoniam triangulum ADC tres cognitos habet terminos, videlicet duo latera AD 12, DC 16, & angulum ADC rectum, hinc juxta 1 exemplum hujus, quæsitam hypothenusam AC deprehendam 20.

Investigatio anguli C.

Omnibus cõstitutis ut priùs, quia in triangulo AD tres cogniti sunt termini nempe duo latera AD 12, DC 16, & angulus ADC rectus, ex his juxta 1 exemplum hujus quæsitum angulum C inveniam 36 gr. 52.

Investigatio anguli CAB.

Omnibus constitutis ut priùs, quandoquidem triangulum ADC tres cognitos habeat terminos, duo quippe latera AD 12, DC 16, & angulum ADC rectum, hinc juxta, exemplum hujus angulum C inveniam 36 gr. 52.
Huc addito angulo B 112 gr. 37.
Summa erit 149 gr. 29.
Quæ dempta à 180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo CAB 30 gr. 31.

4 *Exemplum de 4 hujus forma triangulo.*



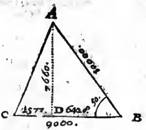
QVAMVIS proximè antecedentis regulæ pragmatia generalis sit tam ad triangula quorum unum cognitorum laterum sit sinus recti 10000, quam alter quicunque numerus, quia tamen 10000 aliquod compendium præparationi suppeditat, & hujusmodi triangula in calculo Astronomico non rarò occurrunt, hanc brevitatem peculiaribus exemplis illustrabimus.

DATVM. Esto trianguli plani ABC, latus AC 10000, BC 9000, angulus B 50 grad.

QVAESITVM. Tertium latus AC, reliquique anguli C & CAB invenienda sunto.

PRAEPARATIO. Ab angulo ignoto qui lateri 10000 adjacet, hoc est ab A in basin BC perpendicularem demittes, quæ utrum intra an extra triangulum cadat

cadat sic cognosces, sinus arcus differentiæ datorum 50 gr. nempe sinus 40 grad. est 6428, cumque hic numerus sit minor numero datæ B C 9000, perpendicularem A D intra triangulum ducito: Quod si vero sinus arcus differentiæ major foret extra triangulum caderet, tumque ad sequentis 5 exempli imitationem operandum esset.



Cumque A D intra cadat, D B utpote sinus anguli D A B 40 grad. valebit suprascripta	6428.
Hæc deducta de C B quæ est, ex dato, partium	9000.
Relinquunt pro D C	2572.
Et sinus datorum 50 grad. anguli B est	7660.

CONSTRVCTIO.

His assertis, erunt in triangulo rectangulo A D C, tres termini noti, unde ignoratos erues juxta modum secundi exempli: ex cujus imitatione A C invenietur 8080.

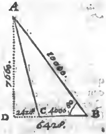
Quæsitusque angulus C	71 gr. 26.
Item C A B	58 gr. 34.

5 Exemplum de 5 hujus formæ triangulo.



DATVM. Esto plani trianguli A B C latus A B 10000, B C 4000, angulus B 50 grad.

QVAESITVM. Tertium latus A C & duo reliqui anguli A C B, C A B invenienda sunto.



PRAEPARATIO. Ab ignorato angulo qui lateri 10000 adjacet, nempe ad A perpendicularem in oppositum latus B C demittito, quæ utrum intra an extra triangulum cadat ita cognosces: Sinus arcus differentiæ datorum 50 grad. qui sunt 40 grad. est 6428, cumque hic major sit dato numero rectæ B C 4000, perpendicularem A D extra triangulum demittes, in productam B C: Sin vero sinus arcus differentiæ minor foret, intra triangulum caderet, atque tum proximum 4 exemplum imitandum esset: Iam verò cum A D extra triangulum cadat, D B tanquam sinus anguli D A B 40 grad. erit 6428.

Hæc multata rectâ C B quæ, ex dato, est	4000.
Relinquet pro D C	2428.
Et sinus, datorum 50 grad. anguli B est pro rectâ A D	7660.

CONSTRVCTIO.

His assertis, Erunt in triangulo rectangulo A D B tres termini cogniti, unde

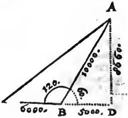
unde ignoratos invenire poteris, secundum pragmatiam 1 exempli, ex cujus imitatione quæsitum latus A C deprehendetur	8037.
Angulus A C D	72 gr. 25.
Quibus demptis de	180 gr.
Restabunt pro quæsito angulo A C B	107 gr. 35.
Hæc composita cum dato angulo B 50 gr. constituent summam	157 gr. 35.
His subductis de	180 gr.
Supererunt pro quæsito angulo C A B	22 gr. 25.

6 *Exemplum de 6 hujus formæ triangulo.*



DATVM. Esto plani trianguli A B C, latus A B 10000, B C 6000, & angulus A B C obtusus 120 grad.

QVAESITVM. Latus A C, reliquique anguli C, C A B, invenienda sunto.



PRAEPARATIO. Ab angulo ignorato qui lateri 10000 adjacet, videlicet ab A, perpendicularem A D, in continuatum latus C B demittito: & datum angulo A B C

	120 gr.
Subducito de	180 gr.
Reliqui erunt pro angulo A B D	60 gr.
Hujus sinus pro latere ei opposito A D	8660.
Deinde etiam angulo A B D 60 gr. qui hoc ordine tertius est, subducto de 90 grad. supererunt pro angulo B A D	30 gr.
Sinus ejus pro latere opposito B D	5000.
Cum hoc composita B C quæ datur partium	6000.
Constituent totam C D	11000.

CONSTRVCTIO.

HIS assertis, In triangulo rectangulo A D C, tres erunt cogniti termini, quorum ope ignorati inveniri possunt, secundum pragmatiam 1 exempli, ad cujus imitationem, quæsita A C deprehendetur	13999.
Quæsitusque angulus C	38 gr. 13.
Et angulus C A D	51 gr. 47.
Hic multatus angulo D A B qui numerus in præparationis ordine quintus est	30 gr.
Restabit pro quæsito C A B	21 gr. 47.

NOTA.

COMPENDIVM quod hæc triangula, quorum unum latus est 10000, præ cæteris habent in eo consistit quia universa hæc pragmatia sine ulla multiplicatione aut divisione absolvitur, cum reliquæ præparationes duplici multiplicatione laborent. Si fortè quis suspicetur hanc compendiariam viam cuilibet satis ob-

tis obviam fore, qui generalem methodum 2 & 3 exempli sequetur, ideoque hoc documentum nostrum supervacuum esse: Ei responsum volumus, id tum demum verum esse cum perpendicularis demittitur ab ignorato angulo qui lateri 10000 adjacet, quemadmodum hic ducta fuit, non autem cum à reliquo ignorato ducitur: Atque ideo compendium hoc adnotasse erat operæpretium.

DEMONSTRATIO.

Pragmatia investigationis anguli A primi exempli sic demonstratur: In diagrammate, 1 definitionis 1 libri tractatus triangulorum, manifestum est ABI esse triangulum rectangulum, hujus latus AB, cum sit æquale sinui recti AE, poterit assumi tanquam sinus recti, undè liquet istiusmodi sinum rectum ejusque tangentem, esse duo crura trianguli rectanguli: Et ex reciprocatione illius, duo quælibet recti anguli crura statui posse alterū pro sinu recti, reliquum verò pro tangente ejusdem: Si itaque in diagraphe 1 exempli hujus propositionis AB assumatur instar sinus recti, BC erit tangens ejus: Verum quandoquidem numeri 16 & 12, non sint ii ad quos canones constituti sunt, iis autem duntaxat proportionales, sic ratiocinabor: Posita AB 16, BC valebit 12, Quanta igitur erit BC si AB (ut in canonibus) sumatur 10000? cōcludetur pro BC in canone tangentium 7500. Et arcus ejus, qui deprehenditur 36 gr. 52 ①, erit amplitudo anguli A, ex adverso tangentis BC. Cumque dicta pragmatia isti fundamento innitatur, 36 gr. 52 ①, erit vera magnitudo anguli A. Similitèr demonstrabitur investigatio anguli C. Reliquorum autem demonstratio, ex ipso opere deducitur, & maximam partem è 1 propositione derivatur. Conclusio. Quare si in triangulo plano duo latera cognitum angulum comprehendentia cognita sint: Reliquum latus, reliquosque angulos invenimus. Quod erat faciendum.

5 PROBLEMA. 7 PROPOSITIO.

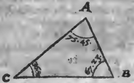
Cognitis tribus trianguli plani angulis: trium laterum rationem invenire.

Tres cogniti termini ut generatim exprimam istiusmodi sunt.



Datum. Esto trianguli plani ABC, angulus A 75 gr. 45 ①, B 67 gr. 23 ①, C 36 gr. 52 ①.

Quaesitum. Trium laterum rationes inveniendæ sunto.



CONSTRVCTIO.

Sinus anguli A, est pro opposito latere BC 9692.
Sinus anguli B, est pro opposito latere AC 9231.
Sinus anguli C, est pro opposito latere AB 6000.
Quare ut 9692 ad 9231, ita BC ad AC, & sic in cæteris.
Demonstratio liquidò constat è 1 propositione hujus.

Con-

CONCLVSIO. Cognitis igitur tribus trianguli plani angulis, rationem trium laterum invenimus. Quod erat faciendum.

NOTA.

Etiamsi duo anguli tantummodo dentur, ratio laterum tamen explicari poterit, nam tertius angulus è tertia propositione cognoscitur.

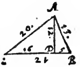
6 PROBLEMA. 8 PROPOSITIO.

COGNITIS tribus trianguli plani lateribus: tres angulos invenire.

COGNITI tres termini ut generatim exprimam istiusmodi sunt.



DATVM. Esto trianguli plani A B C, latus A B 13, B C 21, A C 20. QVAESITVM. Tres anguli B A C, B & C inveniendi sunto.



PRAEPARATIO. In maximum trianguli latus videlicet B C, demittito perpendicularem A D, quæ necessario, quamvis datum triangulum sit obtusangulum, cadet intra: Hinc dicito,

Quadratum minimi lateris A B 13 est	169.
Cum eo compositum quadratum maximi lateris B C 21, quod est	441.
Exhibet summam	610.
Vnde subductum, lateris A C 20, quadratum	400.
Relinquet	210.
Hujus semissis	105.
Divisus per maximum B C 21, dabit quotum pro D B	5.
Quibus subdictis de B C 21, supererunt pro D C	16.

His assertis, Erunt duo rectangula triangula A D B, A D C, atque singulorum tres termini cogniti, quorum ope ignorati eruuntur, eo quo deinceps sequitur modo.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli B.

Omnibus constitutis ut prius, quoniam triangulum A D B duo cognita habet latera, A B 13, B D 5, & angulum A D B rectum, per 5 propositionem hujus quæsitus angulus B deprehendetur 67 gr. 23.

Investigatio anguli C.

Omnibus constitutis ut prius, quoniam trianguli A D C duo latera A C, C D cognita sunt & angulus A D C rectus, hinc per 5 propositionem hujus quæsitus angulus C concludetur 36 gr. 52.

Investi-

Investigatio anguli C A B.

Omnibus constitutis ut prius, Cum triangulum A D B habeat duo latera cognita A B, B D, & angulum A D B rectum, concludam per propos. 5. hujus libri pro amplitudine anguli D A B 22 gr. 37.

Præterea, quoniam in triangulo A D C, duo latera A C, C D sunt cognita & angulus A D C rectus, hinc per 5 propositionem hujus inveniam angulum D A C 53 gr. 8.

Huc additis 22 gr. 37 ① numero hoc ordine primo, totus erit pro quæsito angulo C A B 75 gr. 45.

DEMONSTRATIO.

Ad demonstrationem præparationis sic arguo: Quandoquidem duo quadrata A B, B C simul, excedant quadratum A C, duplici rectangulo A C in B D: Consequens erit semissem suprascripti numeri 210 (quo quadrata A B, A C simul addita, quadratum A C superant) nempe 105, æquari rectangulo sub B C, B D semel comprehenso: Ideoque rectangulo 105 per latus B C 21 diviso, quotus 5, erit pro reliquo latere B D: Eoque detracto de B C 21, residuus 16 fuerit pro C D, ut supra in præparatione invenimus. Constructionis autem demonstratio, ex ipso opere liquidò constat. *13 p. 2. Eucl.*

CONCLUSIO. Quare cognitis tribus trianguli plani lateribus, tres angulos invenimus. Quòd erat faciendum.

PLANORUM * TRIGONOPINAX.

** Triangulorum index seu catalogus.*

Qui tabulæ instar est, indicium facientis quonam modo triangula ex doctrina jam dicta repeti possint, ut dato triangulo cujus ignoratus terminus terminíve inveniendi sunt, operatio illis similiter instituatur.

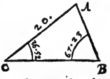
QVandoquidem expositæ regulæ quibus planorum triangulorum ignota latera inveniuntur quam dissimillimæ maximæque variæ sint, ideoq; difficillimè memoria comprehendi possint, certa nobis ratio ineunda fuerit ut illas molestias antevertamus, & ad quævis paradigmata explicãda simile aliquod è superioribus desumi possit, cujus ratiocinium per omnia sequi liceat, ne animum sua varietate discrucient. Huic fini sequentem istam planorum triangulorum descriptionem tabulæ in morem concenturiavimus, cujus usum per exempla declarabimus.

PLANO-

PLANORVM TRIANGVLORVM INDEX.

VSVS HVIVS PLANORVM TRIGONOPINACIS.

IGNOTVS terminus terminive trianguli A B C inveniendi sunto. Primum, ut eos assequar, video duos angulos B, C, item latus A C eorum alteri oppositum nota esse. In Trigonopinace igitur hujusmodi triangulũ quæsitum & secundo loco inventum ad 1 exemplum 4 prop. 149 pag. lectorem remittit. Cujus ratiocinium secutus voti compos erit. De aliis simile judicium esto.



SI in dato triangulo non latus A C, sed A B notum esset, operatio eadem foret cum triangulũ specie idem sit. Hoc casu dati trianguli loco aliud designare, licebit conforme illi quod in libro designatum fuerit, ejusq; terminos literis quos imitabile triangulũ habet notare, ne literarũ diversitate animis distrahãtur.

ADDI-

ADDITAMENTUM
DE PLANIS MULTANGULIS.

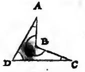
Hactenus de inventione ignotorum terminorum in triangulo plano dictum est: Quamvis autem hinc inveniri possint ignoti termini cujusvis plani rectilinei modo certò sint definiti, quia vel in triangula dividua sunt, aut additione ad triangula redigi possunt, tamen quia res explicationem postulat, descriptionem paulò pleniorem adjiciemus, quod Additamentum vocamus.

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

Inversum angulum dicimus quicunque 180 gradibus major est.

Talis angulus in triangulum non cadit, quod ejus anguli 180 gradibus aequentur, sed in multangulum quod angulos quam triangulum plures habet, ut in quadrangulo A B C D, ubi angulus B 180 gradibus major inversus nobis dicitur. Ratio nominis ista est: Illud, ut vulgò loquimur, in angulo esse dicitur, quod propè duarum linearum angulum comprehentium mutuam inclinationem & concursum fuerit, magnitudo autem arcus, ea parte qua linearum fit inclinatio, descripti amplitudo anguli appellatur. Quia vero cum arcubus, qui altera parte seu inverso latere communis anguli 180 gradibus majores sunt, negotium nobis erit, majorem linearum seu crurum devaricationem angulum inversum appellamus.

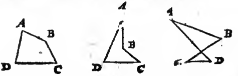


2 DEFINITIO.

Si quadrangulum quatuor angulos habeat, absque angulo inverso vel lateribus se mutuo secantibus, Quadrangulum usitatum dicimus: Si angulum habeat inversum, Quadrangulum * cavangulum: Sin lineas habeat se mutuò secantes quadrangulum * decussatum.

* Zenodoro κοιλογώνιον
* χιαστόν,

Inter quatuor puncta quorum tantum duo quælibet in directum sunt constituta, quatuor lineæ trifariam duci possunt, tria quadrangula triplicis figuræ comprehendentes, ut inter quatuor puncta A, B, C, D.



P Primum

Primum communi modo absque inverso angulo aut secantibus se lineis est designatum, quamobrem Quadrangulum usitatum appellamus: Alterum inverso angulo & quasi cavo ad B quod propterea inversi anguli quadrangulum vel potius cavangulum dicimus. Tertium duobus lateribus sese decussatim secantibus, ideoque decussatum quadrangulum nomen invenit, & quamvis novissimum istud ex communi quadranguli definitione, Quadranguli nomine indignum videatur, appelletur tamen quadrangulum quia & quatuor habet angulos, & propter doctrinam trium specierū communem in terminorum ignotorum, quinque cognitis, inventione, de qua in sequentibus propositionibus deinceps dicetur.

PROPOSITIONES.

I THEOREMA. I PROPOSITIO.

PLANVM rectilineum æquat angulos totidem rectorum paribus, quot angulos habet minus duobus.

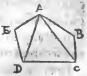
SENSVS hic est. Posito quinquangulo ordinato, inordinato quale quale sit, omnes ejus anguli simul sumpti æquales sunt tribus rectorum paribus seu ter binis rectis, nempe totidem binis angulis, quot data figura angulos habet duobus minus. Eodem planè modo universi anguli septendecanguli quindenis rectorum paribus æquabuntur, & quinquagintangulum bis quadragenis octonis rectis, &[illegible]deinceps in infinitum. Hoc intellecto ad rem progredimur.

DATVM. Esto ABCDE rectilineum quinquangulum.

QVAESITVM. Demonstrandum est quinque ejus angulos æquales esse bis ternis rectis. PRAEPARATIO. Lineas AD, AC duco quæ quinquangulum in tria triangula ABC, ACD, ADE, dirimunt.

DEMONSTRATIO.

32.pr.1.lib. Eucl. TRIANGVLI ABC tres anguli æquantur duobus rectis, vel quod idem est rectorum pari (qui cum theoremate convenit trianguli enim tres anguli sunt æquales duobus rectis tot nempe binis rectis quot anguli sunt, minus duobus) Ad duos rectos in triangulo ABC comprehensos, adde trianguli ACD, tres angulos ACD, CDA, DAC, qui itidem duobus rectis æquantur, constitues duo rectorum paria quæ angulis quadranguli ABCDE, æqualia sunt: Cum istis denique bis binis rectis, tres angulos ADE, DEA, EAD, trianguli ADE, itidem duobus rectis æquales compone, universorum summa ter bini recti sunt æquales quinque angulis quinquanguli ABCDE.



Aliud exemplum ubi fuerit angulus inversus.

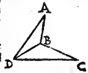
DATVM. Esto ABCD quadrangulum cavangulum, in quo sit angulus inversus ABC. QVAESITVM. Demonstrandum est quatuor angulos ut A, inversum angulum ABC tum C, denique ADC bis binis rectis æquari.

PRAEPARATIO. Ducatur recta BD.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

TRIANGVLI ABD tres anguli A, ABD, BDA, æquales sunt duobus rectis, quemadmodum & trianguli BCD tres anguli C, CBD, BDC: Sex autem anguli duorum triangulorum bis binos rectos efficiunt. Atqui duo anguli ABD, CBD comprehendunt angulum inversum ABC: Præterea duo anguli BDA, BDC angulum ADC cōponunt: Quare quatuor anguli ut A, inversus ABC, C, & ADC, simul sumpti æquantur bis binis rectis.



CONCLVSIO. Anguli igitur plani rectilinei, æquantur totidem rectorum paribus quot ipsum rectilineum angulos habet minus duobus. Quod demonstrare oportuit.

1 PROBLEMA. 2 PROPOSITIO.

DATIS omnibus rectilinei angulis præter unum: incognitum angulum invenire.

DATVM. Esto quinquangulum ABCDE, ejusque angulus A 60 grad. B 280 gr. C 50 gr. D 80 gr. E verò incognitus est.

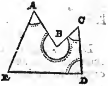
QVAESITVM. Angulus E inveniendus esto.

CONSTRVCTIO.

A dati rectilinei angulis duo subducantur, ut hic à quinquanguli quinque angulis duobus subductis, reliquus est 3, qui per 180 gr. semper multiplicatus, faciet pro omnibus angulis	540 gr.
Vnde subductâ datorum angulorum summâ	470 gr.
Relinquitur pro angulo E	70 gr.

DEMONSTRATIO.

Quandoquidem summa quinque angulorum 540 gr. sunt, & quatuor anguli inde subducti sint 470 grad. necesse est 70 grad. pro angulo quinto ad E relinqui.



2 *Exemplum quadranguli decussati.*

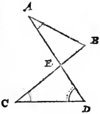
DATVM. Detur ABCD quadrangulum decussatum, cujus latera AD & BC semutuo intersecant, ejusque anguli A, D, C, sunt cogniti, nimirum A 30 gr. D 60 gr. & C 40 gr. B verò incognitus.

QVAESITVM. Itaque B angulus inveniendus esto.

CONSTRVCTIO.

Duo cogniti anguli qui in eodem sunt triangulo ut C & D, simul additi valent	100 gr.
Hinc deductus tertius cognitus angulus A	30 gr.
Relinquit pro quæsito angulo B	70 gr.

DEMONSTRATIO.



TRES anguli trianguli CED, simul sumpti æquivalent 180 grad. quibus quoque anguli in triangulo AEB æquantur. Hinc angulus CED trianguli CED, æqualis est angulo AEB trianguli AEB quia ad verticem sunt, subducto igitur angulo CED de tribus angulis trianguli CED, similiter angulo AEB subducto de tribus angulis trianguli AEB remanent anguli C & D, æquales angulis A & B: Cum autem bini anguli unius trianguli æquentur binis angulis alterius, sequitur subducto angulo A de summa angulorum C & D (ut in constructione) reliquum esse pro angulo ad B. CONCLVSIO. Datis igitur rectilinei plani angulis præter unum: ignotum angulum invenimus. Quod erat faciendum.

NOTA.

AD rem ipsam accedere jam tempus esset, inventionem nimirum ignotorum terminorum cujusvis plani rectilinei. Verum quemadmodum supra proposit. 6. in triangulis planis inextricabilis difficultas & ἀδυνατία quædam unde se nemo expediverit proposita fuit, qualis est trianguli plani trium ignotorum laterum inventio, ita etiam hic in multangulis planis, aliæ plures difficultates, quæque nullam certam determinationem admittant, occurrunt, de quibus tria theoremata præmittere operæpretium putavi.

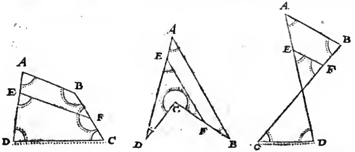
2 THEOREMA. 3 PROPOSITIO.

SI plani rectilinei tria latera incognita sint, & si reliqui termini sint cogniti: tria tamen latera incognita, per reliquos terminos notos cognosci non possunt.

VERITAS theorematis hujus specialiter in triangulis demonstrata est 2 propos. de Triangulis planis, nunc autem de quovis plano rectilineo generaliter demonstranda est.

1 *Exemplum in Quadrangulo.*

DATVM. Esto quadrangulum ABCD & quidem triplex primum usitatum, alterum cavangulum, tertium decussatum, quorum quatuor anguli sunt cogniti cum uno latere, ut CD, tria verò reliqua AB, BC, AD incognita.

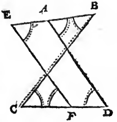


QVÆSI-

Quaesitum. Tria latera incognita per ista cognita inveniri non posse demonstrandum est. Praeparatio. Ducatur uni laterum parallela, ut EF ad AB, cujus terminus E sit in AD, & F in BC.

DEMONSTRATIO.

Angulus DEF angulo DAB æquatur, & CFE angulo CBA, ut dati numeri (fingamus datos) duorum angulorum DAB, CBA, angulis DEF, CFE quoque communes sint, & propterea consequens est quinque datos numeros horum cognitorum quinque terminorum, communes esse, nec magis ad quadrãgulum ABCD quàm ad EFCD, aliaq; infinita similia quadrangula pertinere, unde consequitur nihil certi hinc concludi posse.



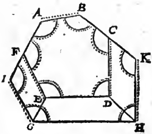
Si verò rectarum se mutuò secantium altera sit cognita ut hic CB, cum omnibus angulis, cæteræ verò incognitæ, linea EF parallela ad AD ducatur, cognitorum terminorum dati numeri tam decussato quadrangulo EBCF quam ABCD & infinitis similibus congruunt.

2 *Exemplum de plano rectilineo prout occurrit.*

Datum. Propositi sexanguli ABCDEF tria latera BC, DE, FA, ignorentur, reliqui autem omnes termini cogniti sint. Quaesitum. Ignota latera hinc inveniri non posse demonstrandũ est. Praeparatio. Quandoquidem alia sexangula delineari possunt, quorum cogniti termini, datis æquentur, ignoti autem, ignotis propositæ figuræ terminis inæquales sint. Ideò istiusmodi sexangulum deinceps formabimus: Infinitam aliquam parallelam ducito ad ED, ut GH, deinde AF continuetur infinitè in I, & BC in K, atque ab E ducta EG parallela contra FI secet rectam infinitam GH, tum GI sit æqualis & parallela ad EF; Præterea à D, infinitam GH intersecans recta DH ducatur parallela ad CK, deniq; HK æqualis & parallela rectę DC.

DEMONSTRATIO.

Horum duorum sexangulorum ABCDEF, ABKHGI, cogniti termini invicem æquãtur, primò enim anguli A & B utrique sexangulo communes sunt, anguli autem BCD, CDE, DEF, EFA, eodem ordine æquantur angulis CKH, KHG, HGI, GIA, propter parallelismum rectarum CD & KH, DE & HG, EF & GI: Et latus AB utrique sexangulo quoque commune est, postremò KH rectæ CD, & GI ipsi EF æquatur, quia CKHD, & FEGI parallelogramma sunt, ex præparatione. Iam autem tres incogniti termini BK, HG, IA, non æquantur tribus propositæ figuræ ignotis terminis BC, DE, FA, verum manifestè iisdem majores sunt, ideoque con-



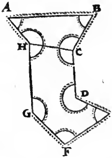
ſequens eſt iſtos certè definiri non poſſe. Eodemque modo de cæteris planis multangulis demonſtrabitur.

CONCLVSIO. Si itaque plani rectilinei tria latera ignorentur, quamvis reliqui omnes termini cogniti ſint, tria ignota latera hinc inveniri non poſſunt. Quod demonſtrandum fuit.

3 THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

SI plani rectilinei duo latera ignota ſint parallela, etſi reliqui termini cogniti ſint: duo tamen incognita latera hinc inveniri non poſſunt.

DATVM. Sit ABCDEFGH octangulum rectilineum, cujus duo latera parallela CD, HG ignorentur, reliqui verò omnes termini cogniti ſint. Ratio autem unde rectarum HG, CD, paralleliſmus deprehenditur, in eo conſiſtit: Si ducta recta HC vel GD, ſit ſanè HC, duo anguli GHC, DCH, 180 gr. æquales ſint (quod vel è datis angulis, vel è ſequenti propoſitione cognoſcetur) erunt inter ſe parallelæ, ſi verò ab his deficiant aut excedant, non erunt parallelæ.



QVAESITVM. Duo ignota latera inveniri non poſſe demonſtrandum eſt.

DEMONSTRATIO.

ETENIM quamvis duo ignota latera CD, HG, producantur aut contrahantur, cogniti tamen termini non variantur, quamobrem dati termini (fingantur enim dati) non minus accommodi erunt immutatæ figuræ, quam propoſitæ. Vnde conſequens eſt certam horum laterum determinationem dari non poſſe. Idem de cæteris planis rectilineis judicium eſto. CONCLVSIO. Si itaque plani rectilinei duo latera parallela ignorentur, reliquis omnibus terminis cognitis, illa incognita latera tamen inveniri non poſſunt. Quod erat demonſtrandum.

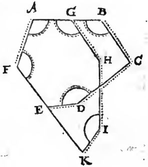
4 THEOREMA. 5 PROPOSITIO.

SI plani rectilinei plures quàm tres termini ignorentur, ex reliquis omnibus cognitis inveniri non poſſunt, niſi angulus ignotus quãdo reliqui omnis anguli cogniti fuerint.

QVOD ſi cum ignoti termini tribus plures ſunt, ut puta quatuor, unus angulus & tria latera ignorentur, angulus ille per 2 propoſ. hujus additamenti quidem invenietur, verùm reliqui tres termini inveniri nequeunt, ut patet propoſ. 3. Si autem ex iſtis tres aut quatuor anguli ignoti ſint, nullius planè lateris, aut anguli quantitas inveniri poterit, ut in diagrammate ſequenti demonſtrabimus. DATVM. Sexanguli ABCDEF, quatuor termini ignorentur, nimirum duo anguli C, & DEF, item duo latera AB, EF, cæteri autẽ omnes termini

termini cogniti ſunto. QVAESITVM. Quatuor ignotos terminos hinc inveniri non poſſe demonſtrandum eſt.

PRAEPARATIO. Quandoquidem alia ſexangula quorum cogniti termini, cognitis propoſitæ figuræ terminis æquentur, deſcribi poſſint, ex infinitis iſtiuſmodi unicum A G H I K F ſexangulum figuremus, in quo A G pars ſit rectæ A B, G H æqualis & parallela rectæ B C, deinde H I æqualis C D, angulus autem H angulo C inæqualis ſit, tum I K æquetur D E, & angulus I angulo D, ſed angulus K qui adjacet continuatæ F E, angulo D E F inæqualis eſto. His poſitis, omnes termini cogniti in ſexangulo A G H I K F, æquantur cognitis ſexanguli A B C D E F terminis, ignoti autem inter ſe diſcrepant.



DEMONSTRATIO.

Quandoquidem cogniti termini ſexanguli A G H I K F, cognitis terminis ſexanguli A B C D E F æquales ſint, dati numeri (puta dari) utrique figuræ pariter inſervient, nec non infinitis aliis iſto modo delineatis, unde cõſequitur hinc nihil certo definiri. Ex iſto diagrãmate ubi duo anguli & duo latera ignorantur, facile de cæteris judicium fieri poterit quando tres anguli & unum latus, aut quatuor latera ignorabuntur, idq; in quolibet plani rectilinei genere. Cum verò quatuor ignoti termini nullam determinationem certam recipiant, ideo longè firmiori ratione ſi plures quam quatuor ignorentur eoſdem inveniri non poſſe, convincetur. CONCLVSIO. Quare ſi in plano rectilineo, plures termini quam tres ignorentur, ex omnibus reliquis cognitis inveniri nequeunt, niſi unus angulus ignotus, quando reliqui omnes anguli cogniti fuerint. Quod demonſtrandum erat.

2 PROBLEMA. 6 PROPOSITIO.

DATI quadranguli plani, quod quinque terminos notos, & tres quæ tamen non ſint meræ lineæ ignotos & ex his duo ignota latera non parallela habet, ignoratos terminos invenire.

CVR hac 6 & deinceps ſuccedente 7 propoſ. tres ſummùm termini ignorari poſſint, qui neque meræ ſint lineæ, neque duo latera parallela habeant, 3, 4 & 5 propoſitione abundè demonſtratum fuit: eoque ritè intellecto ad rem ipſam aggrediemur.

Quinque cogniti atq; tres ignorati termini octo modis variari poſſunt, quos omnes in ſubjectis quadrangulis A B C D ſpectandos exhibemus, quibus tria quadrangulorum genera nimirum uſitatum, cavangulum, & decuſſatum, complexi ſumus, atque è ſingulis octo figuras deſcripſimus.

Primò, tria prima quadrangula tres habent ignotos angulos A, A B C, A D C, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Secundò, duos ignotos angulos A, A B C, & latus inter eos medium ignotum habent, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Tertiò, duos ignotos angulos A, A B C, & latus A D inter notum & ignotum angulum intermedium quoque ignotum habent, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Quartò, habent ignotum angulum A à duobus ignotis lateribus comprehensum, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Quintò, duo ignota latera habent, angulum cognitum A comprehendentia, ex adverso ignoti anguli C, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Sextò, duo habent ignota latera A B, A D, quæ angulum notum A comprehendunt, prope ignotum angulum B, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Septimò, duo habent opposita latera A B, D C ignota, eorumque alterum utpote A B, inter cognitum A, & ignotum A B C intermedium, alterum autem ut D C inter duos notos angulos constitutum, reliquos autem quinque terminos cognitos.

Denique Octavò, latus D C ignotum duobus ignotis angulis A, A B C oppositum habent, reliquos autem quinque terminos cognitos.

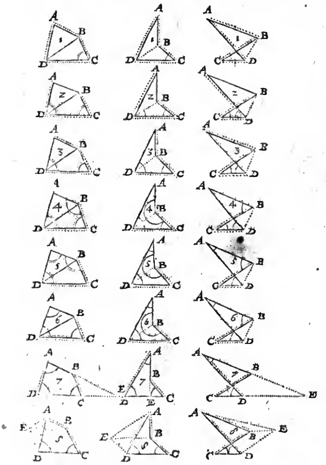
Verum omnem istam varietatem tribus Exemplis explicabimus.

NOTA.

In omnibus his diagrammatis reliquos angulos excepto B quadranguli usitati, & inverso angulo B acutos ponimus. Quamvis autem obtusi anguli nonnullam pragmatiæ dissimilitudinem inducere possint, ut pro subductione additio usurpanda sit, & contra: & præterea quamvis recti anguli compendium pragmatiæ suppeditent: Tamen quia nimis prolixum & tædiosum foret omnem istam varietatem sigillatim persequi, & additio aut subductio aut etiam compendia ista operantibus satis planæ & obviæ sunt, arbitramur diversitatem istam, è tribus his acutorum angulorum exemplis satis intelligi.

Quantum ad præparationem uniuscujusque sequentium diagrammatum attinet, præcepta de his tradita, omnibus ejusdem generis Figuris communia sunt, sive obtusorum seu rectorum sive etiam acutorum angulorum major sit multitudo.

1 Exem-



1 *Exemplum ad 1,2,3,4,5 & 6 diagramma.*

DATVM. Sit primùm proposita figura quadrangula ABCD, in qua omnia latera, & angulus C cognita sint.

QVAESITVM. Tres reliqui ignorati anguli inveniendi sunto.

PRAEPARATIO. Ducito rectam DB.

CONSTRVCTIO.

Quandoquidem quadrangulum à recta DB in duo triangula dispescitur, atque triangulum DBC tres terminos habet cognitos, nempe C, BC, & CD. Igitur reliqui tres ignorati termini horum ope explicantur, per propos.

propos. 5. triangulorum planorum utpote angulus DBC.
Item angulus BDC.
Et latus DB.
His assertis, tria trianguli A D B latera erunt cognita, unde tres anguli, per propos. 8. triang. planorum, cognoscentur, quæsitus quippe angulus A.
Angulus ADB.
Item angulus DBA.
Si in quadrangulo usitato, & cavangulo, D B C primus addatur ad D B A hoc ordine sextum, & in quadrangulo decussato D B C subducatur de D B A, cognoscetur quæsitus angulus ABC.
In quadrangulo usitato, & cavangulo addatur A D B hoc ordine quintus ad B D C secundū, sed in quadrangulo decussato, A D B subducatur de B D C, & cognoscetur quæsitus angulus ADC.
Cujus demonstratio ex ipso opere apparet. Planè consimilis modus erit in 2, 3, & 4 figura, acta recta D B, ac ubique pro ratione dati operatione instituta. Quantum ad 5 & 6 triangulum attinet, ubi ducta D B statim tres termini trianguli D B C in cognitionem non veniunt, eos assequemur prius invento angulo C per cognitos tres angulos juxta 2 propos. hujus additamenti.

2 *Exemplum ad 7 diagramma.*

DATUM. Sit septima figura quadrangula, cujus opposita latera A B, D C ignorentur, horum alterum ut A B esto commune crus cogniti anguli A, & ignoti A B C, reliquum vero ignotum latus D C inter duos cognitos angulos consistat, & duo latera A D, B C, cognita sint.

QUAESITUM. Tres ignoti termini inveniendi sunto.

PRAEPARATIO. Cum ducta recta D B, aut A C, quadrangulum ut in antecedenti exemplo in duo triangula nō diducatur quorū alterum tres cognitos habeat terminos, quod in superioribus sex exemplis eveniebat, itaque præparatio alitèr instituenda erit: Nimirum altero ignotorum laterum continuato donec reliquum ignotū latus ipsum aut ejus continuationem secet in puncto E.

CONSTRUCTIO.

Primùm è tribus cognitis angulis A, D, D C B, invenitur per 2 propositionem hujus additamenti quartus quæsitus angulus ABC.
Triangulum E A D tres cognitos habet terminos, ut pote angulū A, angulum D, & latus A D ex dato, hinc per propositionem 4 planorum triangulorum, reliqui tres ignoti inveniuntur, nimirum angulus E.
Latus AE.
Et DE.
In triangulo B C E tres cogniti sunt termini, videlicet angulus E qui hoc ordine secundus est, latus B C ex dato, & indidem quoque angulus B C E, Nam in quadrangulo cavangulo & decussato ipse planè ex dato cognitus est, in quadrangulo autem usitato est complementum semiperipheriæ dati B C D: Unde inveniuntur per propos. 4. reliqua duo plani trianguli latera nimirum BE.
Et CE.

Si in

Si in quadrangulo usitato à DE, hoc ordine quarta, subducatur
CE hoc ordine sexta: In quadrangulo autem cavangulo DE addatur ad CE: Verum in quadrangulo decussato DE detrahatur de CE tum habebitur quæsita DC.

Et BE hoc ordine quinta subducta de AE hoc ordine tertia, relinquet quæsitam AB.

Cujus demonstratio è constructione liquidò constat.

Eadem ratio erit octavi diagrammatis, altero ignotorum laterum producto, donec cum reliquo ignoto latere aut ejus continuatione concurrat: Et quamvis triangulum EAD needum tres cognitos habeat terminos; tamen illi cognoscuntur prius invento angulo A, è datis tribus cognitis angulis, juxta modum 2 propositionis hujus additamenti.

3 *Exemplum ad 8 diagramma.*

Datum. Octavum diagramma sit quadrangulum cujus ignotum latus DC, duobus ignotis angulis A, ABC opponitur, reliqui autem quinque termini cogniti sunt. Quæsitum. Tres ignoti termini inveniendi sunto.

Præparatio. Quandoquidem quadrangulum ducta DB aut AC ut in primo exemplo, aut etiam continuatione duorum laterum ut in secundo exemplo, ad duo triangula quorum alterum tres cognitos habeat terminos reduci nequit, quemadmodum in superioribus exemplis contingit, ideò præparationem sic institues: ducito BE æquale & parallelam rectæ CD, deinde connectas AE, & DE, hæc necessario æqualis & parallela erit ipsi CB.

Constructio.

Datus angulus C, detractus de 180 grad. relinquet (quia ED & CB parallelæ sunt) angulum CDE.

Unde deductus datus angulus ADC, restabit angulus ADE.

Trianguli ADE tres termini sunt cogniti, nempe angulus ADE hoc ordine secundus, latus AD ex dato, & DE quæ ex præparatione æquat datam CB, quorum ope tres ignorati termini inveniuntur per propos.6. triang. planorum, nimirum latus AE.

Angulus EAD.

Item angulus AED.

Hinc subducto angulo BED, qui dato angulo C æquatur, reliquus erit angulus AEB.

Triangulum AEB tres habet cognitos terminos, nimirum angulum AEB hoc ordine sextum, latus AB ex dato, & AE hoc ordine tertium. Quorum ope tres ignorati termini per propos.5. triang. planorum invenientur, ut latus EB, quæ ex præparatione æqualis est DC ideoque assumitur pro quæsita DC.

Angulus EBA.

Item EAB.

Ab hoc in quadrangulo usitato & cavangulo subducatur angulus EAD hoc ordine quartus, sed in quadrangulo decussato EAB subducatur de angulo EAD reliquus erit angulus BAD.

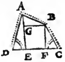
Atque è tribus cognitis angulis BAD, C & D per 3 propos. invenitur quartus quæsitus angulus ABC.

Cujus demonstratio ex pragmatiæ deductione manifesta est.

NOTA.

NOTA.

QVAMVIS multiplex & varia sit ratio qua præparatio horum diagrammatum confici possit, ideóque diversæ sint pragmatiæ ad conclusionem ignoti termini, nos brevitati studentes unicam modo adhibuimus viam. Veruntamen quia Ptolomæus ad inventionem ignotorum terminorũ 8 diagrammatis, paulò secus præparationem instituit 9 cap. 10 lib. magni operis, eandem hic referre non videtur alienum. DATVM. Esto, dicis causa, Quadrangulum A B C D octavi modi. QVAESITVM. Ignoti termini nimirum anguli D A B, A B C & latus D C invenienda sunto.



PRAEPARATIO. Ab A & B in rectam subjectam D C etiam continuatam si opus sit, duas perpendiculares A E, B F, demittito, denique B G normaliter insistat in A E.

CONSTRVCTIO.

Trianguli A D E tres termini cognoscuntur, nam A E D ex præparatione rectus est, angulus D, & latus A D ex dato cogniti sunt. Vnde tres ignoti termini per 4 propos. triang. planorum inveniuntur, nimirum angulus D A E.
Recta D E.
Et A E.
Trianguli B F C tres termini cognoscuntur, videlicet angulus B F C rectus ex præparatione, angulus C, & latus B C ex dato. Quorum subsidio ignoti termini per propos. 4. triang. planorum eruuntur, nempe angulus F B C.
Recta F C.
Et B F.
Cumque B F æquetur G E, ipsa G E tantundem valebit, quare hac G E subducta de A E hoc ordine tertia, supererit cognita G A.
Triangulum A G B tres terminos cognitos habet, nimirum G A hoc ordine septimum, angulum A G B rectum ex præparatione, & A B cognitum ex dato. Quorum auxilio reliqui tres ignoti termini per 5 propos. triang. planorum inveniuntur, nimirum latus G B.
Angulus B A G.
Item angulus A B G.
Cum hoc compositus angulus rectus G B F, & F B C hoc ordine quartus totus erit quæsitus angulus A B C.
Ad angulum G A B hoc ordine nonum, addatur angulus D A E hoc ordine tertius totus erit quæsitus D A B.
Et quia E F æquatur G B termino hujus ordinis octavo ipsa quoque cognita est, ad quam additis D E & F C hoc ordine prima & quinta, dabitur tota D C.

Atque hæc præparationis ratio ad 2, 7 & 8 diagramma, idque in unoquoque quadrilateri generi, adhiberi potest.

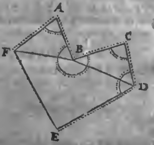
CONCLVSIO. Cognitis itaque dati quadranguli plani, quinque terminis, & tribus ignoratis, quæ non sint meræ lineæ neque ex ignotis duo latera parallela habent: Tres ignotos terminos invenimus. Quod erat faciendum.

3 PRO-

3 PROBLEMA. 7 PROPOSITIO.

DATI plani rectilinei, cognitis omnibus terminis præter tres qui non ſint meræ lineæ, neque duo ignota latera parallela habent: Tres ignotos terminos invenire.

DATUM. Eſto ſexangulū ABCDEF, cujus latus EF, & duo anguli E, AFE ignorentur, reliquis tamen omnibus terminis cognitis.



CONSTRUCTIO.

RECTAE, quibus multangula plana ad triangula aut quadrangula reſolvuntur, variis modis duci poſſunt, ut tamen nihilominus tandem idem cōcludatur. Nos hoc ſexangulum actis rectis BD, BF in duo triangula BCD, ABF, & unum quadrangulum BDEF diſpeſcimus, deinde ſic procedimus.

Triangulum BCD tres cognitos habet terminos, nimirum angulum C, & latera BC, CD. Quorum adjumento tres ignoti termini, per 6 propoſ. triang. planorum inveniuntur, utpote angulus CBD.
Item CDB.
Et latus BD.
Deinde triangulum ABF tres terminos cognitos habet, videlicet angulum A, latus AF, & AB. Unde tres ignorati termini deprehenduntur per 6 propoſ. triang. planorum, nimirum angulus ABF.
Angulus AFB.
Et latus BF.
Subducto angulo CDB hoc ordine ſecundo à dato CDE, ſupererit angulus BDE.
Subductis duobus angulis CBD hoc ordine primo, & ABF quinto, à dato inverſo angulo ABC, reſtabit angulus FBD.
His aſſertis; In quadrangulo BDEF quinque termini ſunt cogniti, nimirum angulus BDE hoc ordine ſeptimus, FBD octavus, BF ſextus, BD tertius, & ED ex dato. Quorum ope ignoti termini invenientur per hujus additamēti 6 propoſitionis 1 exemplum, (quia hoc quadrangulum conforme eſt ſecundo diagrammati illius) quæſitus nempe angulus E.
Latus EF.
Et angulus BFE.
Ad hunc addatur AFB hoc ordine quintus, totus erit quæſitus angulus AFE.
Cujus demonſtratio ex pragmatiæ conſequentia apparet.

Eadem methodus in omnibus planis rectilineis obſervetur, namque propter terminos qui ut cogniti dantur, ad triangula aut quadrangula reducuntur, unde quæſi eruuntur ut ſupra.

CONCLVSIO. Cognitis itaque universis plani rectilinei terminis præter tres, qui non sunt meræ lineæ neque duo ignota latera parallela habent: Hos tres ignoratos terminos invenimus. Quod erat propositum.

Planorum Triangulorum

FINIS.

LIBER

LIBER TERTIVS
COSMOGRAPHIAE
DE
SPHÆRICIS
TRIANGVLIS.

ARGVMENTVM.

Librum hunc in tria Membra partiti sumus: Primum 22 Theoremata complectitur, quæ tanquam fundamentum & basis sequentibus propositionibus serviant. Secundum 9 Theoremata, unde ratio pragmatiæ problematum tertii membri derivatur. Tertium 13 Problemata de inventione quæsitorum angulorum & laterum in datis sphæricis triangulis.

His subjunximus ADDITAMENTUM *de sphæricis multangulis.*

Deinde APPENDICEM *tractatus triangulorum.*

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

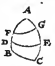
SPHÆRICUM triangulum est, quod in globi superficie à tribus maximæ peripheriæ arcubus, quorum singuli semiperipheriâ minores sunt, comprehenditur.

SI quando igitur in doctrina sequenti vel peripheriæ vel arcus mentio incidet, de maxima peripheria vel maximæ peripheriæ arcu intelligendum est. Causa cur hic arcus semiperipheria minor sumitur in APPENDICE declarabitur.

2 DEFINITIO.

MAGNITUDO sphærici anguli designatur à maximæ peripheriæ arcu, qui tamen quam semiperipheria minor est, quique inter duos arcus, utpote crura anguli, ex vertice ejusdem tanquam polo descriptus sit.

Sunto AB, AC duo maximæ peripheriæ arcus, sphæricum angulũ BAC comprehendentes: Hinc DE alterius peripheriæ arcus esto inter duos angulares arcus AB, AC è puncto A tanquam polo delineatus: Hoc posito magnitudinem anguli BAC arcu DE definiri dico. Exempli gratia, si arcus DE sit 80 gr. magnitudinem anguli A 80 gradibus definiri dicimus. Plenioris autem intelligentiæ causa inter DA & EA puncta F & G signantor, & ductis maximis arcubus FG, BC cum angulus BAC, DAE, FAG idem sit, non minus arcu DE quantitatem anguli BAC in triangulo BAC, & anguli FAG in triangulo FAG, definiri intelliges, quam anguli DAE in triangulo DAE.



Ad majorem rei evidentiã & illud addere licet, quod magnitudo anguli A, æstimari potest angulo qui à duobus maximorum circulorum planis comprehenditur quorum arcus sunt AB, AC. Si enim duo plana rectum angulum comprehendant angulus A est rectus, si acutum acutus, si obtusum obtusus, & quot graduum est apertura vel recessus horum duorum planorum, totidem est magnitudo anguli A: Vt autem apertura planorum è linearum recessu gradibus commodè definiri possit, duas rectas à punctis D & E ad globi centrum duci fingamus, quandoquidem magnitudo plani anguli (quam arcus DE indicat) etiam sphærici anguli magnitudo est: Atque hic modus in quibusdam exemplis non sine compendio cogitari potest. Quantum ad terminos adjunctorum globi, ut forma universa, superficies, axis, polus & alia hujusmodi, tanquam nota à geometricis elementis assumpsimus.

NOTA.

Quandoquidem in doctrina mathematicarum artium magno compendio est, si formæ quibus ad propositi nostri explicationem utimur cum rebus significatis convenientem similitudinẽ habeant, & quia sphærica triangula eorumq;

arcus, in plano ut charta vel abaco plerumque inimitabilia sunt, unde etiam plus obscuritatis & erroris ad hãc doctrinam accedit: fit ut celestis aut terrestris globus suis circulis & circulorum gradibus distinctus, aut globus è ligno aliave duriore materia, in quo notæ longitudinis arcus ducantur, adhiberi soleat: Aut si tantum theorematum intelligentiæ serviat & expressa graduum multitudine opus non sit, cereo globo uti licebit, quali globulo è flava cera cujus diameter pollice major non fuit ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS usus est, in eo peripherias, arcus majores, minores, angulos rectos, acutos, obtusos, prout occurrebant delineans, eaque omnia postea inducens, non secus quam quæ in abaco scripta sunt deleri solent, iisque nova pro arbitrio substituens, quod ad firmandam memoriam non parum adjumenti adfert. Itaque quisquis ad doctum hunc pulverem se accinget, simili modo prospicere sibi potest ut facilè & manifestò intelligat, quæ in planis descripta obscuritatem afferunt & nebulas menti offundunt.

Denique si ob causas, supra in notis ad novissimam definitionem lib. 1. de Fabrica sinuum additis, dictas, in ignotorum terminorum dati trianguli sphærici inventione aliquis exercere se volet, licet initio causas & fundamenta operationum non intelligat, ad usum tamen in sphæricorum triangulorum indice declaratum accedere poterit, imo etiam multangulorum sphæricorum quæ in Additamento illi subjecto explicantur, imitatus exemplum pro ratione dati. Et usu intellecto ad causarum investigationem demum animum applicare poterit.

PRIMVM

PRIMVM TMEMA THEOREMATVM, QVAE TANQVAM BASIS SEQVENTIBVS PROPOSITIONIBVS SERVIVNT.

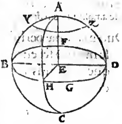
I THEOREMA. I PROPOSITIO.

Si maximus circulus per maximi circuli polum transeat, sibi mutuo normaliter insistunt.

Datum. Sphæræ A B C D centrum est E, & ex puncto A tanquam polo maximus circulus B F D G descriptus est.

Quæsitum. Duos hos circulos inter se normales esse demonstrandum esto.

Præparatio. Agatur dimidius axis AE.



DEMONSTRATIO.

Quandoquidem dimidius axis A E subjecto plano circuli B F D G perpendicularis est, id enim ex præparatione sequitur, & idem axis quoque sit in plano circuli A B C D, necessariò circulus hic circulo B F D G perpendicularis erit.

Conclusio. Si igitur maximus circulus per maximi circuli polum transeat, inter se sunt normales. Quod erat ostendendum.

NOTA.

Quia nonnullæ hujus generis propositiones ita perspicuæ sunt ut peculiaribus propositionibus non egeant, eas brevitatis gratia his sequentibus consectariis exponemus.

I Consectarium.

Liquidò constat arcum A B esse peripheriæ quadrantem, per cujus terminum B, arcus seu peripheria B F D G ducta est perpendicularis in A B, ideoq; A polum esse peripheriæ B F D G: unde generale porisma derivatur.

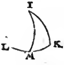
Alter quadrantis terminus est polus illius arcus, qui normalitèr per reliquum terminum transit.

2 Consectarium.

Si ab A puncto, maximæ peripheriæ arcus delineetur, donec peripheriæ B F D G occurrat, ut A H, constat hunc quoque quemadmodum A B quadrantem peripheriæ esse, & eidem peripheriæ B F D G perpendicularem. Vnde generale præceptum deducitur.

Si ab altero quadrantis termino arcus ducatur, donec occurrat arcui cui idem quadrans normalis est, descriptus hic arcus erit peripheriæ quadrans, & arcui in quem ducitur quoque normalis erit.

Ad majorem perspicuitatem esto I K in hac subjecta speciali figura circuli quadrans, perpendicularis arcui K L, à cujus extremitate I ductus sit arcus donec ipsam K L secet, ut I M: Quibus positis, eadem hæc I M est circuli quadrans, anguli autem I M K, & I K M recti.



3 CONSECTARIUM.

Præterea evidens est singulos arcus A B C, A H C semiperipheriam æquare, sese mutuò in duobus punctis A & C intersecãtes, adeò ut duo anguli quos comprehendunt, ut A C H, B A H inter se æquales sint, quia arcus B H utriusque amplitudinem definit ex definitione 2: Quare:

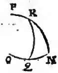
Duo maximæ peripheriæ arcus utrinque cõtinuati donec se mutuò secent, singuli semiperipheria sunt, ad utrumque sectionis terminum æquales angulos comprehendentes.

4 CONSECTARIUM.

Si ab aliquo peripheriæ B F D G puncto ut H, maximæ peripheriæ arcus infinitè producatur quæ in eandem B F D G normaliter insistat, hæc necessariò arcum B A D secabit ut in A, ideoque erunt A D & A H duo quadrantes circularis perimetri, & cõmunis eorum sectio A, erit polus circuli B F D H: Unde hoc generaliter deduco.

Si in arcum aliquem, alter ei perpẽdicularis erigatur donec tertium intersecet qui in primum quoque perpendicularis sit: secundus & tertius quadrantem à se mutuò auferunt, & communis eorum sectio est polus primæ peripheriæ.

Plenioris intelligentiæ causa sit in hoc peculiari diagrammate arcus N O, in quem alter N P perpendicularis sit. Deinde à quocunque arcus O N puncto ut Q excitetur arcus aliquis perpendicularis in O N, donec N P arcum secet, id puta fieri in R: Hoc posito, tam arcus Q R quam R N singuli erunt quadrans peripheriæ, & R punctum polus peripheriæ O N.



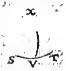
5 CONSECTARIUM.

Si puncta E, & H connectantur recta E H, duo anguli H E B, H E D duobus

duobus rectis rectilineis angulis æquabuntur: Sed planus angulus H E B, & sphæricus H A B æquales sunt, quia amplitudo utriusque eodem arcu B H definitur ex def. 2: simili modo sphæricus H A D plano angulo H E D æqualis est, quare duo sphærici anguli H A B, H A D (quos arcus H A in arcum B A D insistens facit) duobus rectis æquales sunt, & æquales sinus habent per def. 2. de Fab. sinuum: Vnde istud generatim concluditur.

Arcus in arcum insistens facit duos deinceps angulos, duobus rectis æquales, atque eorum sinus, tangentes, secantes quoque æquales sunt.

Sic majoris evidentiæ gratia in subjecto hoc diagrammate, arcus V X insistat in arcum S T, quare duo anguli S V X, T V X æquantur duobus rectis: Ideoq; si alter sit acutus reliquus erit obtusus, sin rectus & reliquus rectus erit, & uno cognito reliqui quantitas quoque innotescet. Exempli causa si angulus T V X sit 50 gr. hic de duobus rectis hoc est 180 gr. detractus relinquet S V X 130 grad. Præterea 50 gr. & 130 gr. æquales habent sinus utpote 7660445 per 2 def. de Fabrica sinuum.



6. Consectarium.

Si arcus A H continuetur usq; ad C, arcus A C, intersecans arcum B H D in H, quatuor angulos facit, nempe A H D, D H C, C H B, B H A, è quibus anguli ad verticē æquales sunt, ut A H D & C H B, item D H C & B H A, quia duo deinceps anguli B H A, A H D, æquantur duobus rectis, itidem quoq; duo anguli A H D, D H C per 5 consect. quare duo anguli B H A, A H D, duobus A H D, D H C æquales erunt: Si igitur utrimque tollatur communis angulus A H D, reliquus B H A, æquat reliquum sibi ad verticem D H C: Simili planè demonstratione ostendemus angulum A H D, angulo C H B sibi ad verticem opposito æqualem esse: Vnde tanquam generali regulâ istud concluditur.

Duo maximarum peripheriarum arcus sese mutuò secantes, angulos qui ad verticem sunt æquales habent.

7 Consectarium.

Si ex A tanquam polo minor peripheria Y Z describatur, hæc necessariò peripheriæ B F D H parallela erit, quæ ex thesi, ex eodem polo delineata est, præterea cum maxima peripheria A B C D, maximæ peripheriæ B F D H perpendicularis sit, planum ejus plano circuli Y Z quoque perpendiculare erit: Vnde istud generale consectarium derivatur.

Si in sphæra maximā peripheria per minoris polum trāseat, illius planum hujus plano normale erit.

8 Consectarium.

Quia latus A H rectanguli trianguli A H B crus est recti anguli ad H, necessario

cessario angulus A B H, quem latus A H subtendit, quoque rectus erit. Vnde ita concludo:

Si in triangulo crus anguli recti sit peripheriæ quadrans, angulus ei oppositus rectus erit.

9 CONSECTARIUM.

Quia alterum latus A H rectanguli trianguli A H B peripheriæ quadrans est, sine controversia recti anguli H, basis A B, etiam quadrans erit. Vnde istud derivatur:

Si unum crus recti anguli quadrans sit, basis recti quoque quadrans erit.

10 CONSECTARIUM.

Quia in rectangulo triangulo A H B, A B basis recti anguli H, peripheriæ quadrans est, dubio procul alterum recti crus ut A H, quoque quadrans erit: Vnde corollarium:

Si in sphærico rectangulo triangulo, basis recti sit peripheriæ quadrans, alterum crus recti, quoque quadrans erit.

11 CONSECTARIUM.

Quandoquidem in triangulo A H B angulus B, qui adjacet basi A B recti anguli H, quoque rectus est, consequens est eandem basin A B peripheriæ quadrantem esse: Vnde hoc porisma deducitur:

Si in sphærico rectangulo triangulo, alter angulus qui basi recti adjacet, etiam rectus sit, basis hæc peripheriæ quadrans erit.

12 CONSECTARIUM.

Quandoquidem in triangulo A H B, A B basis recti anguli H, peripheriæ quadrans est, necesse est unum angulorum quorum commune crus est, ut angulum B rectum esse: Vnde in genere ita propono.

Si in sphærico rectangulo triangulo, basis recti peripheriæ quadrans sit: Alter angulus quorum commune est crus rectus erit.

13 CONSECTARIUM.

Manifesto tenetur A B, A H duos esse quadrantes, ab eodem polo A, in eundem tertium arcum B H ductos, & ideo angulos A B H, A H B rectos esse: Vnde lemma tale.

Duo quadrantes ab eodem polo in tertium arcum demissi, eidem normales sunt.

2 THEO-

2 THEOREMA. 2 PROPOSITIO.

Si in sphærico rectangulo triangulo, recti anguli crus quadrante minus sit, angulus quem subtendit erit acutus: Sin vero majus, angulus quem subtendit erit obtusus.

Datum primæ partis. Esto A B C sphæricum rectangulum triangulum cujus angulus B rectus sit, & alterum crus recti ut A B sit minus quadrante.

QUAESITUM. Angulum ei subtensum acutum esse demonstrandum est. PRAEPARATIO. B A continuetur in D, ut B D quadrans sit, & connectatur arcus D C.



DEMONSTRATIO.

Cum latus B D quadrans sit, punctum D (nam D B in B C perpendiculariter insistit) polus erit arcus B C per 1 consect. 1. propos. cumque ab hoc polo demissus sit arcus usque in C, hic arcui B C normalis erit, & angulus D C B rectus per 2 consect. 1. propos. & per consequens angulus A C B acutus, utpote minor recto D C B.

Datum secundæ partis. Sit rursum B D quadrans ut supra, qui continuetur in E, hinc describatur maximæ peripheriæ arcus E C.

DEMONSTRATIO.

Cum angulus D C B quià quadrante D B subtenditur rectus sit, ex antecedente, angulus E C B qui illo major est necessariò obtusus fuerit. Ideoque si latus E B majus sit quadrante, angulus E C B ab eo subtensis erit obtusus.

CONCLUSIO. Si itaque sphæricum rectangulum triangulum, unum recti crus habeat minus quadrante, angulus ei subtensus est acutus: Sin majus, obtusus: Quod demonstrare oportuit.

CONSECTARIUM.

Quandoquidem, si latus A B minus sit quadrante, angulum sibi oppositum A C B acutum facit, etiam reciprocè angulus acutus A C B latus sibi subtensum quadrante minus efficiet: Et similitèr angulus obtusus E C B latus sibi subtensum quadrante majus constituet, Quare hoc theorema ita converto:

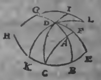
Si in sphærico rectangulo triangulo alter obliquorum angulorum sit acutus, latus eum subtendens est quadrante minus: Sin obtusus sit, latus subtendens erit majus.

3 THEOREMA. 3 PROPOSITIO.

Si sphæricum rectangulum triangulum, singula recti anguli crura quadrante paritèr minora, aut paritèr majora habeat, Basis recti erit quadrante minor: Sin alterũ majus alterum minus, basis recti erit major.

Datum

Datum primæ partis. Sit A B C sphæricum rectangulum triangulum, cujus angulus B rectus, & singula latera rectum ambientia ut A B, C B minora quadrante peripheriæ.



QVÆSITVM. Basin recti A C quadrante minorem esse demonstrandum est.

PRÆPARATIO. B A continuetur in D, & C B in E, ut tam B D quam C E quadranti æquentur: Deinde ducatur maximæ peripheriæ arcus D E, & C A continuetur donec ipsi D E in F occurrat.

DEMONSTRATIO.

Cum angulus A B C rectus sit, & B D quadrans, ideò D erit polus peripheriæ C E per 1 consec. 1 propos. & angulus D E C rectus per 1 propos. Præterea cum D E C angulus rectus sit, & C E peripheriæ quadrans, ideo C, per citatum 1 consect. erit polus peripheriæ D E quare C F quoque quadrans erit, per 2 consect. 1. propos. cujus segmentum C A ipso minus est.

Datum secundæ partis. Quadrans B D continuetur in G, & B C continuetur in H ut C H peripheriæ quadrans sit, deinde ducatur arcus H G: Quo posito, trianguli G B H angulus G B H rectus est, & duo ejus crura G B, H B, majora sunt quadrante. QVÆSITVM. Anguli recti B, basin G H quadrante minorem esse demonstrandum est. PRÆPARATIO. A' puncto C per D maximæ peripheriæ arcum ducito qui occurrat H G producto in I.

DEMONSTRATIO.

Cum enim angulus D B H rectus sit, & B D peripheriæ quadrans, D erit polus arcus B H, per 1 consect. 1 propos. & angulus D C B rectus per 2 consect. Præterea cum arcus C H quadrans sit, H propter rationes jam dictas, erit polus arcus I C, quare etiam arcus H I quadrans erit, cumque G H ejus pars sit, eadem G H illo minor erit.

Datum tertiæ partis. Statuatur inter H & C punctum K, atque ab eo maximæ peripheriæ arcus ducatur per D, donec continuatum quadrantem H I secet in L. Cum autem D sit polus peripheriæ E H, ut ex antecedente patuit, D K quoque quadrans erit, & K L major, H K (pars quadrantis H C) minor peripheriæ quadrante, & angulus D K H rectus, cujus basis est H L Quare triangulum L K H ex sententia hujus propositionis habet duo recti anguli crura L K, H K, hoc minus, illud majus quadrante.

QVÆSITVM. Recti anguli L K H basin H L, majorem esse peripheriæ quadrante demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

Siquidē H I sit quadrans, ex demōstratis ad partem secundam, sitq; segmentum arcus H L, etiam ipso H L minor erit. CONCLVSIO. Quare si sphæricum rectangulum triangulum utraque recti anguli crura, &c.

CONSECTARIUM.

E prima parte constat, si in rectangulo triangulo A B C recti anguli A B C utrumque crus A B, A C, à quadrante deficiat, & recti anguli A B C basin A C quadrante minorem esse.

Secundò

Secundò autẽ ostensum est, si rectanguli trianguli G B H, recti anguli G B H utrumque crus G B, H B quadrantem excedat, G H basin recti G B H, quadrante minorem esse.

Denique tertiò demonstratum est, quod si rectanguli trianguli L K H, alterum recti anguli L K H, crus H K minus quadrante, alterum vero L K majus sit, L H basin recti L K H, quadrante majorem esse. E cujus reciprocatione (ut in diagrammate clarè patet) etiam hujus theorematis conversum concluditur, in hunc modum:

Si sphæricum triangulum rectangulum basin recti quadrante minorem habet, utraque recti anguli crura aut paritèr minora aut paritèr majora sunt quadrante: Si verò basis quadrante major sit, alterum recti crus erit quadrante minus, alterum majus.

4 THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

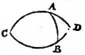
Si in sphærico rectangulo triangulo, & basis & crus recti quadrante majus sit: Tertium latus erit minus.

DATVM. Sit A B C sphæricum rectangulum triangulum, & angulus B rectus, hujus basis A C & crus B C, singula quadrante majora sint.

QVAESITVM. Demonstrandum est tertium latus A B quadrante minus esse. PRAEPARATIO. C A, C B continuentur donec sese mutuò intersecent, ut in D.

DEMONSTRATIO.

Singuli hi arcus C A D, C B D semiperipheriæ sunt per 3 conf. 1. propos. unde subductis arcubus C A, C B qui singuli quadrante majores sunt, reliqui erunt A D, B D, quadrante minores: cum autem angulus A B C rectus sit, etiã A B D per 1 consect. 1 propos. rectus erit. Sed A B D rectangulum triangulũ, habet recti basin A D quadrante minorem, quare recti anguli duo crura A B, B D paritèr quadrante minora, aut majora erunt per cõversam 3 propos. B D autem minor, A B igitur quoque minor erit.



CONCLVSIO. Si igitur & basis & crus recti in sphærico rectangulo triangulo majus sit quadrante: tertium latus erit minus. Quod ostendendum fuit.

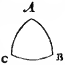
5 THEOREMA. 5 PROPOSITIO.

Si in sphærico rectangulo triangulo, duo obliqui anguli paritèr acuti aut pariter obtusi sint, recti anguli basis quadrante minor erit: Si vero unus acutus alter obtusus sit, basis erit major.

Datum 1 partis. Esto sphæricum rectangulum triangulum A B C, cujus angulus B rectus sit, duo obliqui A, C, paritèr acuti vel paritèr obtusi sint.

R QVAE-

QVAESITVM. Recti basin A C quadrante minorem esse demonstrandum est.



DEMONSTRATIO.

Cum enim duo anguli A, C, aut pariter acuti aut pariter obtusi sint, duo crura A B, & B C pariter quadrante minora, aut pariter majora fuerint per 2 propos. Et consequentèr per 3 propos. A C minor erit.

Datum 2 partis. Sit jam alter horum angulorum A, C, acutus, alter obtusus. QVAESITVM. Basin A C quadrante majorem esse demonstrandū est.

DEMONSTRATIO.

Quandoquidem angulorum A, C, alter acutus, alter obtusus est, etiam alterum crus A B, B C quadrante majus, alterum minus erit ex consect. 2. propos. ideoque basis A C major per 3 propositionis partem 3.

CONCLVSIO. Itaque si in triangulo sphærico, duo obliqui anguli pariter acuti aut pariter obtusi sint, recti basis quadrante minor erit: Si verò alter acutus reliquus obtusus sit, basis erit quadrante major. Quod demonstrare oportuit.

CONSECTARIUM.

Ex reciprocatione hujus propositionis (nam istud in diagrammate suprascripto manifestè videre licet) istud quoque evidens est.

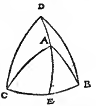
Si in sphærico rectangulo triangulo, basis recti quadrante minor sit, duo obliqui anguli aut simul acuti, aut simul obtusi erunt: Si verò basis quadrante major sit, alter eorum erit acutus, alter obtusus.

6 THEOREMA. 6 PROPOSITIO.

SI in sphærico triangulo duo acuti aut duo obtusi sint anguli, perpendicularis à tertio angulo demissa intra triangulum cadit: Si vero unus acutus reliquus obtusus sit, cadit extra.

Datum 1 partis. Esto A B C sphæricū triangulum, cujus duo anguli A B C, A C B acuti sint. QVAESITVM. Perpendicularem ab angulo tertio A, in latus oppositum demissam, intra triangulum cadere demonstrandum est.

PRAEPARATIO. Sit D polus peripheriæ C B, & arcus D C, D B ducti sunto.



DEMONSTRATIO.

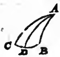
Quandoquidem arcus D B, à polo D in peripheriam suam C B demissus est, angulus D B C rectus erit, per 1 propos. Verùm angulus A B C minor est nempe acutus, ideoque punctum A erit ad sinistram arcus D B, consimili planè modo ostēdetur punctum A esse ad dexteram arcus D C, quare etiam necessario intra triangulum D B C erit: nec non arcus D A: Et si D A continuetur in E intra

intra triangulum A B C cadet, fecus enim si extra caderet quadrans D A E ad A haberet angulum minorem angulo D A B quod absurdum est: Igitur A E non cadit extra triangulum ad dextram: Eadem ratione demonstratur neq; ad sinistrum cadere, quare intra triangulum cadet: Eadem ratio est si anguli C, B, obtusi ponantur.

Datum 2 partis. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus angulus C acutus, B obtusus sit. QVAESITVM. Perpendicularem ab angulo tertio A in oppositum latus etiam infinitè productum, demissam, extra triangulum cadere demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

Si enim non caderet extra triangulum, aut perpendicularis ipsa erit alterum latus A B, A C, aut intra triangulum cadet: Perpendicularis autem illa latus alterum non est, quia tum angulus B aut C rectus foret, contra thesin. Si vero intra cadat, puta ab A ad D, duo anguli A D B, A D C essent recti, eos autem rectos non esse ita convincetur: Si enim anguli A D B, A D C, recti sint, duo erunt rectangula triangula A D B, A D C, cujus commune crus est A D, cumque subtendat acutum angulum C, quadrante minus erit per consf. 2 propositionis: Sed cum subtendat quoque obtusum angulum B etiam quadrante majus erit per idem consect. Sed eodem majus & minus esse absurdum est. Quare perpendicularis ab angulo C A B in latus oppositum demissa, extra triangulum cadet. CONCLVSIO. Itaque si in triangulo sphærico duo acuti, aut duo obtusi sint, perpendicularis à tertio angulo in basin suam demissa intra triangulum cadet: Si alter eorum acutus alter obtusus sit, cadet extra. Quod demonstrare oportuit.



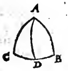
7 THEOREMA. 7 PROPOSITIO.

Si in sphærico triangulo sint tres acuti anguli: unumquodque latus quadrante minus est.

DATVM. Esto sphæricum triangulum cujus tres anguli acuti sint.

QVAESITVM. Singula latera quadrante minora esse ostendendum est.

PRAEPARATIO. Ducatur enim ab A arcus perpendicularis in C B, utpote A D, qui per sextam propositionem necessario intra triangulum cadet, ambo enim anguli C, B acuti sunt.



DEMONSTRATIO.

Etenim anguli A D C, A D B ex præparatione seu fabrica sunt recti, sed quandoquidem D A B & B anguli acuti sunt, A B quadrante minus erit, per propos. 5. consimili modo demonstrabitur de A C, nec non de C B, si A B tanquam basis trianguli intelligatur ut C B ante assumptus fuit.

CONCLVSIO. Quare si in sphærico triãgulo tres acuti anguli sunt, unumquodque latus quadrante minus est. Quod ostendum erat.

8 THEOREME. 8 PROPOSITIO.

Si sphæricum triangulũ duos acutos angulos æquales habeat: latera quæ eos subtẽdunt quadrante minora sunt.

DATVM. Esto sphæricum triangulum A B C, quod habeat duos angulos ad B & C æquales & acutos. QVAESITVM. Horum basis A B, A C quadrante minores esse demonstrandum est. PRAEPARATIO. Ducatur à D puncto in latere B C medio, arcus A D, & continuetur in E, ut arcus E D quadranti æqualis sit: denique describantur duo arcus E C, E B.

DEMONSTRATIO.

Cum A B C & A C B anguli ex thesi æquentur, A B & A C quoque æquabuntur, & propterea A D qui arcum C B bisecat, eum rectè secabit, ideoque etiam E D eidem normalis erit, & E polus arcus C B per 1 consect. 1 propos. item E C, E B, qui in eundem C B normalitèr incidunt, erunt quadrantes per 2 consect. 1 propos. & quia angulus A B C acutus, E B C autem rectus est, punctum A infra E consistit, & A D arcus quadrante minor. Præterea arcus D B etiam minor est quia totus C B, cujus semissis est D B, à semiperipheria deficit per 2 def. In triangulo igitur rectangulo A D B, utrumque recti anguli crus A D, D B est quadrante minus, ideoque etiam tertium latus A B per 3 propos. Simili modo A C à quadrante deficere demonstrabitur. CONCLVSIO. Itaque si sphæricum triangulum duos angulos æquales habeat, bases eorum quadrante minores sunt. Quod erat demonstrandum.

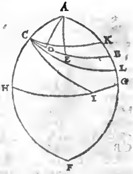


9 THEOREMA. 9 PROPOSITIO.

Si sphæricum triangulum duos angulos acutos inæquales habeat, & tertium obtusum: Basis acutissimi erit quadrante minor, reliqua autem latera quadranti æqualia, minora, majoravé esse possunt.

DATVM. Sic sphæricum triangulũ A B C habeat duos inæquales, acutos angulos A B C, A C B, quorum minimus sit A B C, angulus autem C A B obtusus esto.

QVAESITVM. Demonstrandum est A C, basin acutissimi anguli A B C, quadrante minorem esse, bases autem reliquorum variari & modò quadranti æquales, modò majores, modò minores esse.



Præparatio primæ partis. Ducatur ab A in B C arcus perpendicularis A D: hic intra triangulum cadet per propos. 6, quia duo anguli A B C, A C B, acuti sunt, eritque hic A D vicinior angulo A C B, quam A B C, quia A B C acutior est quam angulus A C B, ideoque in B C poterit E punctum signari ut segmenta D E & D C æqualia sint; hoc facto describatur arcus A E.

Demon-

Demonstratio primæ partis. Triangulum enim A C E, duos acutos habet angulos ad C & E, quare A C per propos 8. quadrante minor est.

Præparatio secundæ partis. Arcus A B & A C producantur donec mutuo secent in F, deinde punctum H in semiperipheria A C F, & punctum G in A B F, quadrantem ab A remota, connectantur arcu G H, inque eo signetur I ut H I quoque quadrans sit, & describatur arcus C I. Cumq; arcus C B quadranti æqualis, major, aut minor sit, sumatur hic C B quadranti æqualis, atque inter A & B signetur punctum K ut tamen A K major sit quam A C, nam ducto arcu C K, angulus A K C, ut è demonstratione primæ partis liquet, acutior & minor erit angulo A C K. Deniq; ad punctum L inter B & G constitutum, adjungatur arcus G L.

Demonstratio 2 partis. Quandoquidem C B ut quadrans assumitur, igitur primùm basis obtusi C A B quadranti æquatur. Secundò C K quadrante C B minor est, C K autem est basis dati obtusi anguli, in triangulo A C K, juxta formam hujus propositionis, per fabricam seu præparationem 2 partis, ideoque latus ei subtensum fuerit quadrante quoque minus. Deinde C L major est quadrante C B, verùm C L est basis dati obtusi C A B, idque in triangulo ad hujus propositionis thesin descripto (nam angulus C A L obtusus ponitur, & angulus A L C acutior est angulo A B C, angulus autem A C L minus acutus quam A C B, neque tamen obtusus cum adhuc minor sit recto A C I, adeò ut A L C acutior sit angulo A C L) Quare basis obtusi etiam quadrante major esse potest.

Vt ad basin anguli minus acuti A C B deveniamus, sic arguo: Arcus A B aut quadrans est aut quadrante major, vel minor, si sit quadrans etiam basis anguli minus acuti quadrans fuerit: Simili modo cum A K minor sit quadrante A B, & A L major, cumque A K, & A L sint basis anguli minus acuti in proprio triangulo consideratæ per priorem partem, etiam reliqua pars demonstrata est. Conclusio. Si igitur sphæricum triangulum duos inæquales acutos angulos habeat & tertium obtusum, basis acutissimi quadrante minor est, reliqua autem latera quadranti æqualia, majora, aut minora esse possunt.

10 THEOREMA. 10 PROPOSITIO.

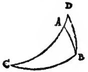
Si sphærici trianguli singula latera quadrante minora sint, anguli à duobus minimis lateribus subtensi acuti erunt is autem qui à maximo subtenditur acutus, rectus aut obtusus esse poterit.

Cum angulus à maximo latere subtensus acutus, rectus, vel etiam obtusus sit, demonstrationem pro triplici varietate trifariam dividimus.

Prima pars constat ex 7 propositione, nimirum si triangulum tres acutos habeat angulos, singula latera quadrāte minora esse, ideoque duos angulos à duobus minimis lateribus subtensis acutos esse, & tertium quoque à maximo latere subtensum.

Secunda pars patet in rectangulo triangulo cujus singula latera quadrante minora sunt, ut A B C, ubi A, & C anguli subtēsi à minimis lateribus A B, B C,

quæ crura sunt anguli recti B, acuti sunt per 2 propos. sed angulus B à tertio maximo latere A C subtensus, rectus est.



Tertia pars ita demonstratur, continuetur arcus C A usque ad D; & adjungatur arcus B D, ut tamen C D quadrante minor sit, & B D quam C A quoque minor: Eo posito, cum angulus C acutus sit, angulus D minor acuto angulo C A B, D quoque acutus erit. Quantū ad angulum D B C attinet qui à maximo latere D C subtenditur is necessariò obtusus fuerit, cum major sit recto A B C.

CONCLVSIO. Si igitur sphæricum triangulum singula latera quadrante minora habeat: anguli minimis lateribus oppositi acuti erunt, is autem qui maximo lateri subtenditur acutus, rectus, vel obtusus esse potest. Quod ostendere oportuit.

II THEOREMA. II PROPOSITIO.

Si sphæricum triangulum duo latera habeat singula quadrāte minora, tertium autem utrolibet majus: perpendicularis demissa ab angulo qui à duobus minimis comprehenditur intra triangulum cadet.

DATVM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus utrumque latus tam A B, quam A C, quadrante minus sit, tertium autem B C majus utrolibet A B vel A C, & A D sit perpendicularis ab angulo C A B in maximum latus B C. QVAESITVM. A D intra triangulum A B C cadere demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

Tertium latus ut B C quadrāte minus, æquale aut majus est, sit primo minus, igitur cum A B C trianguli singula latera quadrante minora sint, duo anguli à minimis subtensi C, & A B C acuti erunt per 7 propos. & perpendicularis A D per 6 propos. cadet intra. Secundo tertium maximum latus quadrantem æquet, puta arcum C B continuatum in E trianguli A E C, ut tamen A E minus sit quadrante & minus quoque quam C E: erit A D basis acuti C, in rectangulo triangulo A D C quadrante minor per 2 propos. & A E D quem idem A D subtendit in rectangulo triangulo A D E per eandem propositionem acutus erit, ideoque A D inter utrumque intra triangulum cadet per 6 propos. Similis demonstratio fuerit de tertio maximo latere si quadrantem superet, videlicet productā C E in F trianguli A F C, ut tamen A F minor sit quadrante & minor quoque quam C F.



CONCLVSIO. Itaque si triangulum sphæricum duo habeat latera quadrante minora, tertium autem utrolibet horum majus: Perpendicularis ab angulo à minimis duobus comprehenso intra triangulum cadit. Quod ostendendum fuit.

12 THEOREMA. 12 PROPOSITIO.

Si sphærici trianguli duo latera separatim minora sint quadrante, tertium autem non minus: Duo anguli à minimis subtensi acuti sunt, angulus autem maximo lateri subtensus obtusus est.

Quia latus quod quadrante non minus assumitur, vel quadrante majus vel æquale est, ideò duo hujus theorematis paradigmata proponemus.

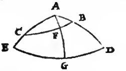
I EXEMPLUM.

DATUM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus duo latera A B, A C utraque deficiant à quadrante, tertium autem quadrantem excedat.

QUÆSITUM. Demonstrandum est duos angulos A B C, A C B à minimis lateribus subtensos acutos esse, angulum autem C A B maximo lateri C B subtensum obtusum esse. PRAEPARATIO. Arcus A B, A C producantur ad D & E, ut A D, A E, quadrantes sint, tumque ex A tanquam polo, describtus sit arcus E D, & A F perpendicularis in C B, hæc A F intra triangulum A B C cadet per 14 propos. cum A B, A C separatim quadrante minores sint & C B major utrovis; Eadem perpendicularis A F continuetur donec E D secet in G.

DEMONSTRATIO.

Etenim cum E D ex A tanquam polo descriptus sit, angulus A E D rectus erit, & A G in E D incidens quoque quadrans fuerit per 2 consect. 1. propos. Sed A F pars est arcus A G, ideoq; A F quadrante minor est: cumque basis sit anguli A C F in rectangulo triangulo A F C, angulus A C F id est A C B acutus erit per 2 propos. Eodem argumento A B C acutus ostendetur. Angulum autē C A B obtusum esse ita demonstrabitur: Si E D



quadrantem tantum æquaret, triangulum A E D æquilaterum & æquiangulum foret, singula quippe latera quadranti æqualia, & tres angulos rectos haberet, ideoque maximus arcus in eo descriptus ad summum quadranti æqualis esse posset: C B autem quadrantem superat ex thesi, & E D hoc ipso adhuc major est: Verum hic E D amplitudinem anguli E A D definit per 2 definitionem. Quare E A D vel quod idem est C A B recto major est, ideoque obtusus.

2 EXEMPLUM.

Sit secundò C B quadrans, reliquis manentibus: Hoc posito, erunt duo anguli A C B, A B C acuti ut patet è demonstratione primi exempli, angulus autem C A B obtusus esse ita coarguitur: Si E D quadranti æqualis esset, triangulum A E D æquilaterum & æquiangulum foret, nimirum singulis lateribus quadrantem æquantibus, & singulis angulis rectis, ut maximus arcus in eo descriptus, videlicet ab angulo ad basin sibi oppositam quadrans sit, reliqui verò arcus qui ab angulo ducti non sunt, ut C B, necessariò minores fuerint; at C B non est minor quadrante ex thesi, quare E D major erit: Sed E D ma-

gnitudinem anguli E A D determinat per 2 definitionem, Igitur E A D vel quod idem est C A B recto major est, ideoque obtusus.

CONCLVSIO. Si igitur sphæricum triangulum habeat duo latera separatim quadrante minora, tertium autem latus non minus: Duo anguli à minimis lateribus subtensi acuti erunt, & angulus tertio lateri subtensus obtusus. Quod demonstrandum fuit.

13 THEOREMA. 13 PROPOSITIO.

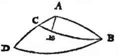
SI sphærici trianguli unum latus quadranti æquale, alterum minus, tertium majus sit, duo anguli minimis lateribus subtensi acuti, angulus autem maximo lateri subtensus obtusus erit.

DATVM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus latus A B quadrans sit, A C minus, B C majus. QVAESITVM. Angulos A B C, A C B, minimis lateribus subtensos acutos esse, angulum autem C A B maximo lateri C B subtensum obtusum esse, demonstrandum est.

PRAEPARATIO. Arcus A C producatur in D, ut A D quadrans sit: tum ex A tanquam polo, arcus B D describatur, & perpendicularis A E in C B demittatur.

DEMONSTRATIO.

Angulos A C B, A B C acutos esse hinc patet: Quia A B quadrans est, & angulus A E B rectus, E B quoque quadrans erit per 10 consf. 1. propositionis, & E C minor cum totus arcus C B semiperipheriâ minor sit per 1 defin. tum etiam A E minor est per cõs. 3. propositionis, nam cum recti anguli A E C basis A C minor sit, reliqui A E, C E separatim aut majores aut minores sunt, sed C E minor est, itaque etiam A E, & huic subtensus angulus C acutus per 2 propos. Cumque hic A E quadrante minor magnitudinem anguli A B E definiat per 2 def. angulus A B E vel A B C acutus erit.



Angulus autem C A B obtusus ita convincitur, Quia si D B quadrans esset, triangulum A D B æquilaterum & æquiangulum foret, cum singula latera quadrantes sint, & anguli omnes recti, adeò ut maximus angulus in eo descriptus duntaxat quadrans sit: C B autem ex dato major est, & D B hoc ipso adhuc major, qui amplitudinẽ anguli D A B determinat per 2 defin. Quare D A B vel quod idem est C A B recto major est, ideoque obtusus.

CONCLVSIO. Si igitur sphærici trianguli unum latus quadrans sit, alterum minus, tertium majus: Duo anguli minimis lateribus subtensi acuti erunt, sed angulus maximo lateri subtensus obtusus. Quod demonstrandum erat.

14 THEOREMA. 14 PROPOSITIO.

SPHÆRICI trianguli tres anguli, duobus rectis sunt majores.

DATVM. Trianguli sphærici A B C, tres sint anguli A, B, C.

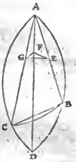
QVAESITVM. Hos paritèr tribus rectis majores esse demonstrandum sit.

PRAEPA-

PRAEPARATIO. Duo quilibet arcus ut AB, AC continuentur donec se mutuò secent in D, deinde (cum ABD, ACD, semiperipheriæ sint per 3 cons. 1. propos.) sit axis AD, & trium arcuum AB, BC, CA chordæ AB, BC, CA: signetur quoque punctum E in chorda AB, unde EF ad angulos rectos in axem AD demittatur, deinde ab F, in chorda AC, recta FG, perpendicularis in axem AD erigatur, denique connectatur recta GE.

DEMONSTRATIO.

Cum enim GF perpendicularis sit in AF, GA major erit quam GF, nam quadratum GA æquatur quadratis GF, FA: eodem argumento EA major fuerit quam EF, ideoque GFE major erit angulo GAE, sed GFE est quoque amplitudo anguli sphærici GAB per defin. 2. (quia GFE est angulus à planis duarum maximarum peripheriarum comprehensus quarum segmenta sunt AB, AC) quare angulus sphæricus CAB major est plano CAB: consimili modo demonstrabitur angulus sphæricus ABC major plano angulo ABC, & sphæricus angulus BCA major plano BCA, & per consequens tres anguli sphærici tribus planis angulis majores sunt, tres verò plani anguli æquātur duobus rectis, tres igitur sphærici duobus rectis majores erunt.



CONCLVSIO. Itaque trianguli sphærici tres anguli simul sumpti, duobus rectis majores sunt.

CONSECTARIUM.

Ex his manifestum est, si trianguli sphærici duo anguli quadrante minores sint, tertium necessario majorem esse.

15 THEOREMA. 15 PROPOSITIO.

TRIANGULI sphærici maximus angulus maximo lateri subtenditur.

DATVM. Esto in sphærico triangulo ABC 14 propositionis, maximum latus AC, & AB minus, minimum autem BC.

QVAESITVM. Angulum ABC, à maximo latere AC subtensum, majorem esse alterutro reliquorum demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

Maximus arcus à maxima chorda subtenditur, quare chorda AC harum trium maxima fuerit: chordarum autem, quæ maximum planum angulum cōstituunt, arcus maximum angulum sphæricum quoq; efficiunt, ut è 14 propos. patet: sed duæ minimæ chordæ AB, AC maximum planum angulum comprehendunt, oppositum maximo lateri AC, quare duo minimi arcus AB, BC quoque maximum sphæricū angulum continebunt subtensum à maximo arcu AC. Eadem ratione ostendetur angulus ACB, qui à latere AB subtenditur, major angulo CAB, qui à BC subtenditur, quia AB ex hypothesi major est quam BC. CONCLVSIO. Quare trianguli sphærici majus latus majori angulo subtenditur. Quod demonstrare oportuit.

16 THEO-

16 THEOREMA. 16 PROPOSITIO.

Si sphærici rectanguli trianguli unius angulus acutus sit, arcus à reliquo obliquo angulo ad oppositum sibi latus ductus, minor quidem erit recti base, major autem base acuti. Sin verò obliquus alter obtusus sit, arcus à reliquo obliquo ad oppositum latus ductus, major erit base recti, minor autem base acuti.

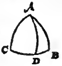
1 *Exemplum ubi alter obliquus acutus sumitur.*

DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus, C acutus, & A D arcus à reliquo obliquo A, ad oppositum latus B C ductus sit.

QUAESITUM. Arcum A D minorem esse recti base A C, majorem verò quam A B basis acuti anguli C, demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

Cum enim angulus C, in rectangulo triangulo A B C, acutus ponatur, oppositum latus A B quadrante minus erit per consect. 2. propositionis: Ideòque angulus huic A B oppositus in rectangulo triangulo A B D, acutus erit, per 2 propositionem, & A D C obtusus per cons. 1. propositionis: Quare A D C trianguli angulus C, utpote acutus, minor erit obtuso A D C, inde per 15 propositionem, A D basis minoris anguli C, minor est quam A C basis majoris A D C. Præterea cum A B basis acuti C, quadrante minor sit, angulus A D B ab eo subtensus, in rectangulo triangulo A D B, acutus erit, per 2 propos. Et cum rectanguli trianguli A D B, rectus angulus B, major sit acuto A D B, erit per 15 propositionem, A D basis majoris anguli B, major quam A B basis minoris A D B.



2 *Exemplum ubi alter obliquus obtusus ponitur.*

DATUM. Angulus C obtusus sit, cætera autem ut supra.

QUAESITUM. Demonstrandum est quod A D major sit quam basis recti A C, minor autem quam A B basis obtusi C.

DEMONSTRATIO.

Quandoquidem angulus C, trianguli rectanguli A B C, obtusus sumitur, latus A B eum subtendens quadranté excedit, per cons. 2. propositionis: Ideoq; angulus A D B huic A B subtensus, in triangulo rectangulo A B D, obtusus erit, per 2 propos. & A D C acutus, per consect. 1. propositionis: Quare A D C trianguli, angulus C, utpote obtusus, acuto A D C major est, & per 15 propos. A D basis majoris anguli C, major est quam A C, basis minoris A D C. Præterea cum A B basis obtusi C, quadrante major sit, angulus A D B ei subtensus, in rectangulo triangulo A D B, obtusus erit per 2 propositionem: Et cum A D B rectanguli trianguli rectus angulus B, minor sit obtuso A D B, erit per 15 propos. A D basis minoris anguli B, minor quam A B basis majoris anguli

guli ADB. CONCLVSIO. Quare si sphærici rectanguli trianguli unus obliquus angulus acutus sit, &c.

17 THEOREMA. 17 PROPOSITIO.

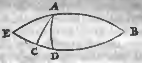
SPHÆRICI trianguli duo quælibet latera tertio sunt majora.

SI triangulum sit æquilaterum, aut duo maxima latera æqualia habeat, demonstratione nullâ opus fuerit, ideoque de eo triangulo nobis res erit, cujus tertium latus maximum est.

DATVM. Esto ABC triangulum sphæricum, cujus latus BC utrolibet reliquorū majus sit. QVAESITVM. Duo quælibet latera tertio majora esse, demonstrandū est. PRAEPARATIO. Quandoquidem BC majus est quam AB, ab arcu BC auferatur arcus BD æqualis ipsi AB, & adjungatur AD: Deinde BA, BD, continuentur donec se intersecent in E.

DEMONSTRATIO.

Cum latus BC maximum sit, hoc altero reliquorum auctum, tertio multò majus erit, cumque illud demonstrationis non indigeat, solummodò ostendemus AC & AB simul majora esse quam BC, quamobrē sic arguo: BAE & BDE semiperipheriæ sint per 3 consſ. 1. propositionis, cumq; EA, ED æquales sint (nam AB & BD æquātur) etiā angulus EAD angulo EDA æqualis erit: Et angulus EAC, detractatus de angulo EAD, relinquet CAD angulum minorem toto EAD, ideoque minorem quoq; angulo EDA, vel CDA, quare per 15 propos. AC basis majoris anguli CDA, major erit quam CD basis minoris: & quantò AC major est quam CD, tantò etiam CA, AB simul majora erunt ipsā CB.



CONSECTARIVM.

Vnde manifestum est, si duo trianguli latera simul sumpta quadrantem non excesserint, tertium quadrante minus esse. Sin verò eorum excessus quadrante non sit minor, tertium latus quadrante majus esse.

18 THEOREMA. 18 PROPOSITIO.

SPHÆRICI trianguli tria latera integrâ peripheriâ minora sunt.

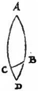
DATVM. Esto sphæricum triangulum ABC. QVAESITVM. Tria latera integra peripheria minora esse demonstrandum est.

PRAEPARATIO. Duo enim quælibet latera, ut AB, AC, producantur, donec sese intersecent in D.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Singuli arcus ABD, ACD, per 3 conſ. 1 propoſitionis, ſemiperipheria ſunt, ideoq́, ſimul integram peripheriam æquant: duo autem arcus AB, AC ſimul, peripheriæ, adfectæ multâ arcuum BD, DC, æquales ſunt: Si igitur CB, æquaretur arcubus DB, DC, tria trianguli latera peripheriam æquarent: verum CB trianguli CBD, minor eſt reliquis duobus BD, CD, per 16 propoſitionem, Quare tria latera trianguli ABC, ſimul ſumpta minora ſunt integrâ peripheriâ.



CONCLVSIO. Quamobrem tria ſphærici trianguli latera ſimul ſumpta integrâ peripheriâ minora ſunt. Quod demonſtrare oportuit.

CONSECTARIUM.

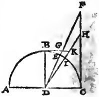
Hinc perſpicuum eſt, Si duo trianguli latera non ſint minora tribus quadrantibus, tertium minus eſſe quadrante circularis perimetri.

19 THEOREMA. 19 PROPOSITIO.

*ſeu totus.

SINVS * recti media proportionalis eſt inter propoſiti arcus tangentem, & tangentem arcus differentiæ.

DATVM. Eſto ſemicirculi ABC centrum D, & BC quadrans, in quo ſumatur arcus CE, cujus tangens CF, & BE arcus differentiæ, hujus tangẽs BG, CD autem ſinus recti. QVAESITVM. Demonſtrandum eſt DC medio loco proportionalem eſſe inter CF & BG.



DEMONSTRATIO.

Duo trianguli CFD, BDG rectos habent angulos ad C & B, & angulus FDC, alterno angulo DGB æqualis eſt, ideoq́ue ipſa triangula inter ſe ſimilia, & crura æqualium angulorum proportionalia ſunt, hoc eſt:

Vt CF ad CD, ita DB ad BG:

Sed CD, DB æqualia ſunt, erit igitur

Vt CF ad CD, ita CD ad BG.

CONCLVSIO. Itaque ſinus recti eſt media proportionalis inter dati arcus tangentem, & tangentem arcus differentiæ ejuſdem. Quòd demonſtrandũ fuit.

20 THEOREMA. 20 PROPOSITIO.

TANGENTES duorum arcuum, reciprocè proportionales ſunt tangentibus arcuum differentiæ eorundem.

DATVM. In diagrammate 19 propoſitionis, ducatur recta à D ad punctum H in recta CF, arcum BC ſecans in I: & BG continuetur ad K punctum rectæ DH: His poſitis, erunt duorum arcuum CI, CE, tangentes CH, CF, & arcuum differentiæ tangentes BK, BG.

QVAESITVM. Duorum arcuum CI, CE, tangentes CH, CF, reciprocè

procè proportionales esse arcuum differentiæ tangentibus BG, BK: id est, quemadmodum CH ad BG: ita CF ad BK.

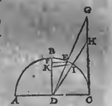
DEMONSTRATIO.

Cum enim DC per 18 propos. media proportionalis sit inter CF & BG: & eodem argumento etiam DC media proportionalis sit inter CH & BK, quadratum ex DC æquatur rectangulo CF in BG: Verùm idem quadratum æquatur quoque rectangulo CH, BK, ideoque duo hæc rectangula inter se æqualia sunt, & latera reciprocè proportionalia, hoc est. Quemadmodum CH ad CF, ita BG ad BK. CONCLUSIO. Itaque tangentes duorum arcuum reciprocè proportionales sunt tangentibus arcuum differentiæ eorundem. Quod demonstrandum fuit.

21 THEOREMA. 21 PROPOSITIO.

SINUS recti media proportionalis est, inter propositi arcus sinum & secantem arcus differentiæ.

DATUM. Esto ABC semicirculi centrum D, & BC quadrans, in quo assumpti arcus BE, sinus sit FE: Et CE arcus differentiæ, hujus secans est DG, & CD sinus recti seu totus. QUAESITUM. Demonstrandum est CD mediam proportionalem esse inter FE sinum arcus BE & DG secantē arcus differētiæ EC.



DEMONSTRATIO.

Triangulorum GDC, DEF, anguli C & F recti sunt, angulus autem GDC, angulo DEF æqualis est, quare hæc duo triangula similia erunt, & crura æqualium angulorum proportionalia, id est

Quemadmodum FE ad ED, ita DC ad DG:
Sed DC & ED æquantur, itaque
Quemadmodum FE ad DC, ita DC ad DG.
Et DC media proportionalis erit inter FE & DG.

CONCLUSIO. Itaque sinus recti seu totus media proportionalis est, inter propositi arcus sinum & ejusdem arcus differentiæ secantem. Quod demonstrare propositum erat.

CONSECTARIUM.

Manifestum etiam est sinum recti, medio loco proportionalem esse inter sinum arcus differentiæ & propositi arcus secantem: Etenim si CE ut propositus assumatur, hujus arcus differentiæ fuerit BE, dicimus itaque DC sinum recti, mediam proportionalem esse inter FE sinum arcus differentiæ BE, & DG secantem propositi EC.

22 THEOREMA. 22 PROPOSITIO.

SINUS duorum arcuum, reciprocè proportionales sunt secantibus arcuum differentiæ eorundem.

DATVM. In catagraphe 21 propositionis, agatur recta à D ad H punctum in recta C G, quæ arcum B C secet in I: Deinde perpendicularis I K in rectam D B demittatur: Duorum itaque arcuum B I, B E, sinus sunt K I, F E, & arcuum differentiæ I C, E C, secantes D G, D H.

QVAESITVM. Demonstrandum est horum duorum arcuum B I, B E, sinus K I, F E reciprocè proportionales esse suorum arcuum differentiæ secantibus, hoc est, ut K I, ad D G, ita F E, ad D H.

DEMONSTRATIO.

Etenim D C per 21 propos. est media proportionalis inter E F & D G: & eodem argumento D C quoque analogiâ media est inter extremas K I, D H, ut quadratum ex D C, æquale sit rectangulo comprehenso ab E F, D G, atque idem quadratum æquatur rectangulo K I in D H, ideoque ipsa rectangula inter se æqualia erunt, & latera reciprocè proportionalia: id est, ut K I ad D G, ita F E ad D H. CONCLVSIO. Duorum itaque arcuum sinus, reciprocè proportionales sunt secantibus arcuum differentiæ eorundem.

CONSECTARIVM.

Hinc evidens est, quod duorum arcuum differentiæ sinus quoque reciprocè proportionales sint secantibus propositorum arcuum, nam si K I & F E intelligantur ut sinus arcuum differentiæ I C, E C, dicimus hos etiam reciprocè proportionales esse B I, B E, initio positorum arcuum secantibus D H, D G: hoc est ut K I ad D G, Ita F E ad D H. Quid ostendendum erat.

SECVN-

SECVNDVM TMEMA 9 THEOREMATVM:

VNDE RATIO PRAGMATIÆ PROBLEMATVM TERTII TMEMATIS DERIVATVR.

23 THEOREMA. 23 PROPOSITIO.

In sphærico rectangulo triangulo est ut sinus recti ad sinum lateris oppositi: Ita sinus alterutrius obliqui ad sinum lateris sibi oppositi.

Duo recti anguli crura, quæ in hoc theoremate distingui necesse est, triplici modo variari possunt, aut enim singula quadrante minora, aut singula majora, aut denique hoc majus illud minus est, quorum tria diversa paradigmata exhibebimus.

NOTA.

Quia non nemo mirari posset, cur tantum hos tres casus recenseamus ut singula crura, paritèr aut minora, aut paritèr majora, aut unum majus alterum minus sit, non factâ mentione crurum quadrantes æquantium, hujus rationem paucis reddemus. Scitu dignum est, si trianguli unum aut etiam alterum latus quadrantes sint, investigatione ignoratorum terminorum opus non esse, nam anguli (hâc thesi observatâ) à quadrantibus subtensi semper recti sunt: Præterea tertium latus, & tertius angulus eâdem graduum multitudine definiuntur, ut ad istorum inventionem præcepta describere supervacuum sit, eadem ratio quoq; fuerit trianguli æquilateri quando singula latera quadrantes erunt, universi enim anguli recti sunt.

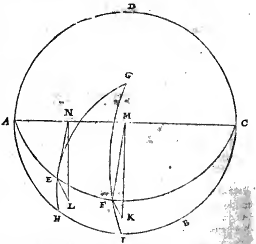
Quæ hic annotavimus, omnibus sequentibus propositionibus communia esse intelliguntor ubi similia his contingent, neque id solum in iis triangulis in quibus duo, aut tria latera quadrantes fuerint, verum etiam in iis quando trianguli duo aut tres anguli recti erunt, ista enim his similia sunt.

1 Exemplum cum singula recti anguli crura à quadrante deficiunt.

Datvm. Esto ABCD maximus sphæræ circulus, item alter maximus AEFC, quorum communis sectio sit axis AC: Et G polus circuli ABCD, à quo in peripheriam ABCD ducatur arcus GH, peripheriam AEFC intersecans in E. Tum triangulum rectangulum EHA habet singula recti anguli EHA, crura EH, HA, quadrante minora.

Qvaesitvm. Sinum recti EHA, ad sinum AE lateris recto oppositi eandem rationem habere, quam sinus obliqui anguli EAH ad sinum oppositi lateris EH, demonstrandum esto.

Praeparatio. Ad punctum I quadrantem ab A remotum, adjungatur arcus GI, qui peripheriam AEFC secet in F, unde AF quoque qua-



drans erit: deinde demittantur in planũ subjecti circuli A B C D duæ perpendiculares F K, E L, & F K quidẽ ut sinus arcus F I vel quod idem est anguli F H I hoc est E A H: E L autem tanquam sinus arcus E H nempe lateris angulo E A H oppositi: Hinc in plano circuli A E F C duę perpẽdiculares F M, E N in axem A C demissæ sunto, F M ut sinus arcus A F hoc est anguli recti, E N ut sinus arcus A E qui est recti basis, denique ducantur rectæ K M, L N: Cum igitur F M, E N, F K, E L, eodem ordine sint quatuor in hâc propositione expositi termini nimirum, quatuor sinus trianguli E H A: Nam F M est sinus recti, E N sinus lateris recto oppositi, F K sinus obliqui anguli, & E L sinus lateris dicto obliquo subtensi, demonstrandum est (ut hoc ad pleniorem quæsiti explicationem addam) F M ad E N eandem habere rationem, quam F K ad E L.

DEMONSTRATIO.

Cum enim rectæ F K, E L in planum circuli A B C D normalitèr insistant, ideoque inter se parallelæ sint, etiam ipsa triangula F K M, E L N, eidem circulo A B C D ad angulos rectos insistent, & bases K M, L N parallelæ erunt, & angulus E N L angulo F M K æqualis: Cumque anguli E L N, E K M recti sint, etiam tertius E, tertio F æqualis erit, & ipsa triangula similia, ideoque crura æqualium angulorum proportionalia habebunt, hoc est ut F M ad E N, ita F K ad E L, cumque hi sint iidem illi in theoremate expositi termini, ut fusius in præparatione ostendimus, erit ut sinus recti F M, ad E N sinum lateris recto oppositi ita F K obliqui anguli sinus, ad F L sinum lateris sibi subtensi.

2 *Exemplum cum singula recti anguli crura quadrantem superant.*

DATVM. Sphærici trianguli A B C angulus B rectus sit, singula autem recti crura quadrante majora. QVAESITVM. Sinum recti, ad sinum lateris oppositi A C, eandem habere rationem, quam sinum obliqui anguli A C B, ad sinum sibi subtensi arcus A B, demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. Vterque arcus B A, B C, continuentur donec sese intersecent in D.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Anguli D & B à semiperipheriis DAB, DCB comprehensi, æquales sunt per 3 consect. 1 propositionis, sed B angulus rectus est, quare D quoque rectus erit. Præterea cùm tam AB, quam BC quadrante major sit, AD, CD erunt minores. Trianguli igitur ADC angulus D rectus est, & utraque recti crura AD, DC quadrante minora, unde per primum exemplum hujus propositionis,



Quemadmodum sinus recti anguli D,
Ad sinum oppositi lateris AC:
Ita sinus obliqui anguli ACD,
Ad sinum sibi subtensi lateris AD.

Sinus autem anguli D, idem est qui sinus anguli B, cum uterque rectus sit per 3 consect. 1 propositionis: Et sinus anguli ACD ad angulum ACB quoque refertur per 5 consect. 1 propositionis: Denique sinus AD etiam arcui AB communis est per 2 definitionem de fabrica sinuum, ideoque erit

Sinus recti anguli B,
Ad sinum lateris oppositi AC:
Quemadmodum sinus obliqui anguli ACB,
Ad sinum sibi subtensi lateris AB.

3 *Exemplum cum alterum recti crus quadrante minus, alterum verò majus fuerit.*

Datum. Esto ABC secundi exempli sphæricum triangulum, cujus angulus C rectus, & unum recti anguli crus ut AC quadrante minus, alterum ut CB majus sit. Quæsitum. Sinum recti ACB, ad sinum lateris oppositi AB, eandem rationem habere, quam sinum obliqui anguli B, ad sinum lateris sibi subtensi AC, demonstrandum esto.

Praeparatio. Arcus BA, BC continuati sese intersecent in D.

DEMONSTRATIO.

DAB & DCB semiperipheriæ sunt per 3 consect. 1 propositionis: Et quia AC recti anguli crus quadrante minus est, reliquum autem BC majus, etiam arcus BC rectum angulum subtendens major fuerit per 3 propositionem, & cum singuli arcus AB, BC quadranti præstent, reliqui AD, CD deficient: Et angulus ACB rectus, angulum ACD rectum efficiet per 5 consect. 1 propositionis: Trianguli igitur rectanguli ACD, angulus C rectus, & singula recti crura quadrante minora sunt, unde per primum exemplum ad hanc analogiam devenitur,

Quemadmodum sinus recti anguli ACD,
Ad sinum oppositi lateris AD:
Ita sinus obliqui anguli D,
Ad sinum sibi subtensi lateris AC.

Sed sinus ACD, etiam sinus est anguli ACB, cum uterque rectus sit per 5 consect. 1 propositionis: Et sinus lateris recto oppositi AD, etiam ad AB refertur per 2 defin. de fabrica sinuum: Denique sinus anguli D, idem est qui anguli B per 3 consect. 1 propositionis,

Quemadmodum igitur ſinus recti A C B,
Ad ſinum lateris recto oppoſiti A B,
Ita ſinus obliqui anguli B,
Ad ſinum ſibi ſubtenſi lateris A C.

CONCLVSIO. Itaque, in rectangulo ſphærico triangulo, quemadmodum ſinus recti, ad ſinum lateris recto ſubtenſi, ita ſinus obliqui anguli, ad ſinum lateris oppoſiti. Quod demonſtrandum fuit.

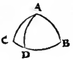
24 THEOREMA. 24 PROPOSITIO.

Quemadmodum trianguli ſphærici ſinus lateris dextri, ad ſiniſtri lateris ſinum, ita ſiniſtri anguli ſinus, ad ſinum anguli dextri.

Perpendicularis ab angulo in baſin demiſſus, aut intra, aut extra triangulum, aut in latus cadit. Si in latus cadat, triangulum erit rectangulum, ideoq; eo caſu propoſitionis hujus veritas ex alternatione 23 propoſitionis manifeſta eſt, cum autem intra aut extra cadet, duo ſequentia paradigmata idem coarguent.

1 *Exemplum ubi perpendicularis intra triangulum ſtatuitur.*

DATVM. Eſto A B C ſphæricum triangulum non rectangulum hujus, latus dextrum A B, ſiniſtrum A C, angulus ſiniſter C, & dexter B. QVAESITVM. Rationem dextri lateris A B, ad latus ſiniſtrum A C, eandem eſſe quæ ſinus ſiniſtri anguli C, ad ſinum anguli dextri B, demonſtrandum eſto.



PRAEPARATIO. Arcus A D perpendicularis in C B, intra triangulum A B C cadat, ipſúmque in duo rectangula triangula A D B, A D C diſpeſcat.

DEMONSTRATIO.

Propter rectum angulum D in triangulo A D B, erit per alternationem 23 propoſitionis,
Analogia ſinus arcus recto ſubtenſi A B,
Ad ſinum arcus A D,
Eadem quæ ſinus recti anguli A D B,
Ad ſinum anguli ab arcu A D ſubtenſi, hoc eſt anguli B.

Secundò, quia trianguli A D C angulus D etiam rectus eſt, erit quoque alternando 23 propoſitionem,
Quemadmodum ſinus recto ſubtenſi A C,
Ad ſinum A D,
Ita ſinus recti anguli A D C,
Ad ſinum anguli quem arcus A D ſubtendit, id eſt anguli C.

Sinus itaque iſtorum terminorum proportionales ſunt,
A B, A D: D, B,
A C, A D: D, C.

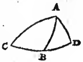
Quamobrem rectangulum à ſinibus A D & D comprehenſum, æquatur rectangulo ſinuum A B & B, item A C & C, atq; rectangula ſinuum A B & B, item

item A C & C æqualia erunt, & latera reciprocè proportionalia, id est,
Quemadmodum sinus A B,
Ad sinum arcus A C:
Ita sinus anguli C,
Ad sinum anguli B.
Hoc est:
Quemadmodum sinus lateris dextri A B,
Ad sinum sinistri lateris A C:
Ita sinus anguli sinistri C,
Ad sinum dextri anguli B.

2 *Exemplum cum perpendicularis extra triangulum cadit.*

DATVM. Sphærici obliquanguli trianguli A B C, dextrum latus sit A B, sinistrum A C, angulus sinister C, dexter B.

QVAESITVM. Demonstrandum est sinum dextri lateris A B, & sinistri lateris A C, sinibus sinistri anguli C, & dextri B proportionales esse.



PRAEPARATIO. Perpendicularis A D, extra triangulum A B C, in continuatum C B incidens, duo triangula rectangula faciat A C D, A B D.

DEMONSTRATIO.

Cum angulus D, trianguli A D C, rectus sit, alternando rationem 23 propositionis, erit
Vt sinus lateris recto subtensi A C,
Ad sinum arcus A D:
Ita sinus recti anguli D,
Ad sinum anguli ab A D subtensi, id est anguli C.

Secundò, quoniam trianguli A D B angulus D rectus est, erit quoque alternando rationem 23 propositionis,
Vt sinus lateris recto subtensi A B,
Ad sinum arcus A D:
Ita sinus recti D,
Ad sinum anguli ab A B subtensi, id est anguli B.

Et sinus istorum terminorum analogi erunt,
A C, A D: D, C.
A B, A D: D, B.

Vnde, quemadmodum in primo paradigmate, tandem concludes
Vt sinus dextri lateris A B,
Ad sinum sinistri lateris A C:
Ita sinus sinistri anguli C,
Ad sinum dextri anguli B.

CONCLVSIO. Itaque, quemadmodum in sphærico triangulo sinus lateris dextri ad sinum lateris sinistri, ita sinistri anguli sinus ad sinum anguli dextri. Vel quod idem est, sinus arcuum sinibus angulorum quos subtendunt proportionales sunt. Quod erat propositum.

25 THEOREMA. 25 PROPOSITIO.

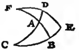
In sphærico rectangulo triangulo, sinus recti, ad sinum arcus differentiæ cruris alterius, eandem habet rationem, quam sinus arcus differentiæ reliqui cruris, ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi.

Crura recti anguli paritèr quadrante majora, aut paritèr minora sunt, aut demum hoc majus illud minus, ideoque hujus diversitatis tria paradigmata ob oculos ponemus.

1 *Exemplum cum crura anguli recti paritèr quadrante minora fuerint.*

DATUM. Esto sphæricum triangulum ABC, cujus angulus B rectus, & singula recti anguli crura AB, BC quadrante minora.

QUÆSITUM. Demonstrandum est, sinum recti, ad sinum arcus differentiæ CB unius lateris circa rectum, illam rationem habere, quam sinus arcus differentiæ reliqui cruris AB, ad sinum arcus differentiæ lateris AC rectum subtendentis.



PRAEPARATIO. Quia utrumque recti crus, tam AB quam BC, à quadrante deficit, basis recti quoque quadrante minor erit per 3 propositionem. Continuentur autem arcus CA, BA, CB donec quadrantes sint, & quidem CA in D, CB in E, BA in F, denique ducatur arcus ab E per punctum D ut quadrans sit, is necessariò terminabitur in F per 4 consect. 1 propositionis.

DEMONSTRATIO.

Quia angulus FBC rectus, & tam FE, quam FB quadrans est, angulus FEC rectus erit per 2 consect. 1 propositionis. Deinde cum CE quadrans sit, & arcus CD in EF ductus sit, is in arcum EF normalis est, ideoq; angulus CDF rectus, & per 23 propositionem erit

Quemadmodum sinus recti ADF,
Ad sinum lateris recto oppositi AF:
Ita sinus anguli obliqui F,
Ad sinum lateris sibi subtensi AD.

Sed sinus arcus BE, est sinus anguli F per 2 definitionem, quare

Quemadmodum sinus recti ADF,
Ad sinum lateris recto subtensi AF:
Ita sinus arcus BE,
Ad sinum arcus AD.

AF autem est arcus differentiæ expositi AB, & BE arcus differentiæ propositi CB, denique AD est arcus differentiæ expositi AC, Itaque

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ ipsius AB:
Ita sinus arcus differentiæ expositi CB,
Ad sinum arcus differentiæ ipsius AC.

Et alter-

Et alternè,

Quemadmodum ſinus recti,
Ad ſinum arcus differentiæ unius cruris C B:
Ita ſinus arcus differentiæ reliqui cruris A B,
Ad ſinum lateris recto ſubtenſi A C.

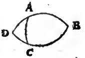
2 *Exemplum ubi ſingula recti anguli crura quadrantem ſuperant.*

Datum. Rectanguli ſphærici trianguli A B C, angulus B rectus, & utrumque crus A B, C B, quadrante majus ſit.

Quæsitum. Sinum recti, & ſinum arcus differentiæ cruris alterius recti anguli ut C B, ſinui arcus differentiæ reliqui cruris A B, & ſinui complementi lateris A C recto ſubtenſi proportionales eſſe, demonſtrandum eſto.

Praeparatio. B A & B C crura recti producantur donec ſeſe interſecent in D.

DEMONSTRATIO.



Semiperipheriæ D A B, D C B æquales continent angulos ad D & B per 3 cōſect. 1 propoſitionis: cumq; B ex theſi rectus ſit, D quoque rectus erit, & quia tam A B quam B C, quadranti præſtat, uterque arcus A D, C D à quadrante deficiet. Trianguli igitur rectanguli A D C, angulus D rectus eſt, & utrumvis recti crus quadrante minus, unde per 1 exemplū hujus propoſitionis

Quemadmodum ſinus recti,
Ad ſinum arcus differentiæ ipſius C D:
Ita ſinus arcus differentiæ ipſius A D,
Ad ſinum arcus differentiæ expoſiti A C.

Sinus autem arcus differentiæ horum C D & A D, iidem ſunt cum ſinibus arcuum differentiæ expoſitorum C B, A B, per 2 definitionem, de fabrica ſinuum, quare

Quemadmodum ſinus recti,
Ad ſinum arcus differentiæ cruris C D:
Ita ſinus arcus differentiæ reliqui cruris A B,
Ad ſinum arcus differentiæ lateris recto ſubtenſi A C.

3 *Exemplum ubi alterum recti anguli crus quadrante majus, alterum minus fuerit.*

Datum. Eſto A B C in diagrammate ſecundi paradigmatis ſphæricum triangulum, cujus angulus C rectus, & recti anguli crus A C quadrante minus, reliquum verò C B majus ſit. Quæsitum. Demonſtrandum eſt ſinum recti, ad ſinum arcus differentiæ alterius cruris recti anguli ut C B, eandem rationem habere, quam ſinum arcus differentiæ reliqui cruris A C, ad ſinum arcus differentiæ lateris recto ſubtenſi A B.

Praeparatio. Arcus A C, C B continuati ſeſe interſecent in D.

DEMONSTRATIO.

D A B, & D C B ſemiperipheriæ ſunt per 3 cōſect. 1 propoſitionis: Cumq; alterum

alterum recti crus A C à quadrante deficiat, alterum autem B C excedat, etiam basis A B quadrante major erit per 3 propositionem, & quia A B, B C singuli quadrante majores sunt, A D, C D, sigillatim minores erunt: cumque A C B rectus sit, angulus A C D ei deinceps rectus erit per 5 consect. 1 propositionis: Ideoque trianguli rectanguli A C D crura recti anguli C, sigillatim quadrante minora sunt, & per 1 exemplum,

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ ipsius C D:
Ita sinus arcus differentiæ expositi A C,
Ad sinum arcus differentiæ ipsius A D.

Sed sinus arcus differẽtiæ horum C D & A D, sunt etiã sinus arcuum differentiæ expositorum C B & A B, per 2 definitionem de fabrica sinuum, erit igitur

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ alterius recti anguli cruris C B:
Ita sinus arcus differentiæ reliqui recti cruris A C,
Ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi A B.

CONCLVSIO. Itaque in sphærico rectangulo triangulo, ut sinus anguli recti, ad sinum arcus differentiæ alterius cruris, ita sinus cruris reliqui ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi. Quod fuit propositum.

26 THEOREMA. 26 PROPOSITIO.

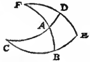
In sphærico rectangulo triangulo, sinus obliqui anguli, ad sinum recti eandem habet rationem, quam sinus anguli differentiæ reliqui obliqui, ad sinum arcus differentiæ lateris huic obliquo subtensi.

Quia obliqui anguli paritèr acuti, aut paritèr obtusi, aut unus acutus alter obtusus est, tribus diagrammatis hoc theorema explicabimus.

1 *Exemplum ubi uterque obliquus angulus, acutus fuerit.*

DATVM. Esto sphærici trianguli A B C, angulus A B C rectus, & reliqui acuti. QVAESITVM. Demonstrandum est sinum obliqui anguli C A B, & sinum recti, sinibus anguli differentiæ obliqui C, & arcus differentiæ lateris oppositi nempe A B, proportionales esse. PRAEPARATIO. Quia anguli C A B & C acuti sunt ex thesi, latera C B, A B iis subtensa sigillatim quadrante minora erunt, per consect. 2 propositionis, cumque angulus A B C rectus sit, latus eum subtendens à quadrante deficiet per 3 propositionem, producantur igitur arcus C A in D, C B in E, B A in F, ut C D, C E, B F quadrantes sint. Denique è polo C describatur arcus ab E in D donec continuatæ B A occurrat.

DEMONSTRATIO.



Etenim cum angulus A B C rectus sit, F B perpendicularis erit in C E, & F E quoq; in eundem perpendicularis fuerit, nam C D, C E quadrantes sunt, ideoque angulus F D C id est F D A rectus est per 2 consect. 1 propositionis. Erit itaq; alternando invertendoque rationes 23 propositione expositas,

Vt sinus obliqui anguli F A D,
Ad sinum recti F D A:
Ita sinus lateris obliquum angulum subtendentis F D,
Ad sinum lateris recto oppositi F A.

At angulus C A B æquatur angulo ad verticem F A D per 6 consect. 1 propositionis, angulus autem A B C rectus ex thesi, æquatur recto F D A, & F D est arcus differentiæ anguli C, denique F A arcus differentiæ ipsius A B, quamobrem

Vt sinus obliqui anguli C A B,
Ad sinum recti:
Ita sinus anguli differentiæ reliqui obliqui C,
Ad sinum arcus differentiæ lateris huic subtensi A B.

2 *Exemplum ubi uterque obliquus, obtusus fuerit.*

Datum. Sphærici trianguli A B C angulus B rectus, & reliqui obtusi sint.
Quaesitum. Sinum obliqui anguli C A B, ad sinum recti B, eandem habere rationem, quam sinum anguli differētię reliqui obliqui A C B, ad sinum arcus differentiæ lateris sibi subtensi A B, demonstrandum esto.
Praeparatio. B A, B C, continuati sese intersecent in D.

DEMONSTRATIO.



Semiperipheriæ D A B, D B C, æquales continent angulos ad D, & B, per 3 consect. 1 propositionis, & quia B rectus est, D quoque rectus erit. Præterea cum duo anguli B A C, B C A, obtusi sint, anguli deinceps D A C, D C A, acuti erunt per 5 consect. 1 propositionis: Et cum rectanguli trianguli A D C, angulus D rectus sit, & D A C, D C A acuti, erint per 1 paradigma

Quemadmodum sinus obliqui anguli C A D,
Ad sinum recti D:
Ita sinus anguli differentiæ alterius obliqui A C D,
Ad sinum arcus differentiæ lateris sibi subtensi A D.

At sinus anguli C A D, quoq; sinus est anguli C A B, per 5 consect. 1 propositionis: Sinus anguli D, idem est sinus anguli B, per 3 consect. 1 propositionis: Et sinus anguli differentiæ ipsius A C D, etiam sinus est anguli differentiæ ipsius A C B, per citatum 3 consectarium: denique sinus arcus differentiæ A D ad expositum latus A B quoque refertur, per 2 defin. de fabrica sinuum, itaque

Quemadmodum sinus obliqui anguli C A B,
Ad sinum recti B:
Ita sinus anguli differentiæ reliqui obliqui A C B,
Ad sinum arcus differentiæ oppositi lateris A B.

3 *Exemplum ubi unus acutus, alter obtusus assumitur.*

Datum. Trianguli sphærici A B C, angulus B rectus, C A B acutus, A C B obtusus esto. Quaesitum. Sinum alterutrius obliqui anguli ut A, & sinum recti A B C, item sinum anguli differentiæ reliqui obliqui A C B, & sinum arcus differentiæ lateris huic subtensi A B, in eâdem analogiâ esse demonstran-

monstrandum esto. PRAEPARATIO. AB, AC producti sese intersecanto in D.

DEMONSTRATIO.



Cum ABD, ACD, semiperipheriæ sint, angulus D, angulo A æquabitur, at A acutus est, acutus igitur & D. Et quia BCA obtusus est, angulus BCD ei deinceps acutus erit, ABC autem rectus etiam CBD rectum efficiet, per 5 consect. 1 propositionis. Itaque cum rectanguli trianguli BCD, angulus CBD rectus, D & BCD acuti sint, erit per 1 paradigma,

Quemadmodum sinus obliqui anguli D,
Ad sinum recti CBD:
Ita sinus anguli differentiæ reliqui obliqui BCD,
Ad sinum arcus differentiæ sibi subtensi lateris BD.

Sed sinus anguli D, quoque sinus est anguli A, quia inter se æquantur per 3 consect. 1 propositionis: Et sinus anguli recti CBD, idem est sinus recti ABC: item sinus anguli BCD, ad angulum ACB quoque refertur, per citatum 3 consectarium: Denique sinus arcus BD etiam arcui AB communis est per 2 defin. de fabrica sinuum, Quamobrem

Vt sinus obliqui anguli A,
Ad sinum recti ABC:
Ita sinus anguli differentiæ reliqui obliqui ACB,
Ad sinum arcus differentiæ lateris sibi subtensi AB.

CONCLUSIO. Itaque in sphærico rectãgulo triangulo, Quemadmodum sinus obliqui anguli, ad sinum recti: Ita sinus anguli differentiæ alterius obliqui, ad sinum arcus differentiæ lateris oppositi. Quod fuit propositum.

27 THEOREMA. 27 PROPOSITIO.

IN sphærico rectangulo triangulo, sinus recti, ad sinum cruris alterius eandem habet rationem, quam tangẽs obliqui anguli qui dicto cruri adjacet, ad tangentem reliqui cruris anguli recti.

Quia utraque recti anguli crura, sigillatim quadrante minora, aut majora sunt, aut demum hoc majus illud minus, tria hujus rei exempla dabimus.

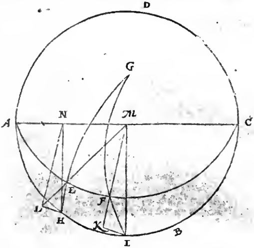
1 *Exemplum ubi singula recti anguli crura quadrante minora fuerint.*

DATUM. Esto ABCD maximus sphæræ circulus, in quem alter maximus circulus AEFC perpendicularis sit, & horum cõmunis sectio axis AC: Deinde à G, polo peripheriæ ABCD, in ipsam ABCD demissus sit arcus GH, arcum AEFC secans in E. His assertis, triangulum EHA rectangulum, unumquodque crus recti anguli quadrante (sic enim sumo) minus habet, & reliquos angulos EAH, AEH (sic enim pono) obliquos.

QUAESITUM. Sinum recti, & sinum alterius cruris recti anguli, ut AH, tangentibus obliqui anguli EAH, qui cruri AH adjacet, & reliqui cruris EH proportionales esse, demonstrandum esto.

PRÆPA-

PRÆPARATIO. Signetur punctum I, ut A I quadrans sit, & connectatur arcus G I, hic peripheriam A F C intersecans in F, arcum A F quadrantem facit. Hinc duæ infinitæ perpendiculares I K, H L, erigantur in plano circuli A B C D, tumq; à centro M in circulo AFC, recta MF producta occurrat infinitæ I K in K, ut I K tangens sit arcus IF hoc est anguli E A H: Et in eodem circulo AEFC, recta ME producta, occurrat infinitæ H L, in puncto L: ut H L sit tangēs arcus H E: Deinde HN perpendicularis sit in AC utpote sinus arcus H A, & connectatur L N, deniq; etiam M I tanquam sinus recti. M I, N H, I K, L H eo ordine sunt quatuor termini, trianguli E A H, in theoremate propositi, nam M I est sinus recti, N H sinus lateris A H, quod crus est recti, & I K tangens obliqui anguli E A H, qui adjacet dicto cruri A H, denique L H tangens reliqui cruris E H, ostendendum est (ut ad pleniorem quæsiti explicationem istud addam) M I, N H, I K, L H proportionales esse.



DEMONSTRATIO.

Punctum L ex præparatione est plano circuli AEFC infinitè producto, itaque etiam N L erit in eodem plano circuli A E F C. Præterea cum HN, I M, parallelæ sint, nec non L H, K I, utpote perpendiculares in idem planum A B C D, tertium latus L N, tertio K M, cum in eodem sint plano, parallelum erit, ideoque ipsa triangula L H N, K I M similia, & latera similter sita erunt proportionalia, hoc est,

Quemadmodum M I, ad N H: ita I K ad L H.

At ex præparatione constat M I esse sinum recti, N H sinum lateris A H, quod crus est recti anguli, & I K tangentem obliqui anguli E A H, qui adjacet lateri A H, denique L H tangentem reliqui recti cruris E H. Itaque

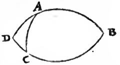
Quemadmodum M I sinus anguli recti,
Ad N H sinum alterius recti cruris A H:
Ita I K tangens obliqui anguli E A H, cujus crus quoq; est arcus A H,
Ad L H tangentem reliqui recti cruris E H.

2 *Exemplum ubi utrumque recti anguli crus quadrante majus fuerit.*

DATUM. Esto ABC sphæricum triangulum, hujus angulus B rectus, atque recti anguli crura AB, BC sigillatim quadrante majora, & reliqui duo anguli obliqui sint. QUAESITUM. Quod sinus recti, ad sinum alterius recti cruris CB eandem habeat rationem, quam tangens obliqui anguli ACB adjacẽs dicto cruri BC, ad tangẽtem reliqui recti cruris AB, demonstrandũ est.

DEMONSTRATIO.

Sunto semiperipheriæ DAB, DCB; & ideo D angulus, angulo B per 3 consect. 1 propositionis, æquatur: cumque B rectus sit, D quoque rectus erit: Et quia AB, BC sigillatim quadrante majores sint, AD, DC, sigillatim minores erunt, & cum angulus ACB obliquus sit, etiam ACD obliquus erit, per 5 consect. 1 propositionis: Quare, cum ADC triangulum rectangulum sit ad D, & crura recti AD, DC sigillatim quadrante minora, atque angulus ACD obliquus, erit per 1 paradigma hujus propositionis



Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum alterius cruris recti anguli DC:
Ita tangens obliqui anguli ACD qui adjacet cruri recti DC,
Ad tangentem reliqui recti cruris AD.

At sinus DC, ad arcum CB quoque refertur per 2 definitionem de fabrica sinuum: Sinus obliqui anguli ACD idem est sinus obliqui ACB per 5 consect. 1 propositionis: Denique tangens AD, idem tangens est arcus AB per 2 defin. de fabrica sinuum, Itaque

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum alterius recti cruris BC:
Ita tangens obliqui anguli ACB qui adjacet dicto cruri BC,
Ad tangentem reliqui recti cruris AB.

3 *Exemplum ubi alterum crus recti quadrante minus, alterum majus fuerit.*

DATUM. Esto ABC sphæricum triangulum in 2 exemplo expositum, cujus angulus C rectus, & unum recti crus AC quadrante minus, alterum BC majus, & duo reliqui anguli obliqui. QUAESITUM. Sinum recti, & sinum unius recti cruris BC, tangentibus obliqui anguli B qui adjacet recti cruri BC, & reliqui recti cruris AC proportionales esse demonstrandum esto. PRAEPARATIO. BA, BC continuata sese intersecent in D.

DEMONSTRATIO.

DAB, DCB semiperipheriæ sunt, per 3 consf. 1 propositionis: Et quia recti crura AC, BC hoc majus illud minus quadrante est, AB rectum subtendens majus erit per 3 propositionem: Cumque AB, BC sigillatim quadrante majora sint, AD, CD sigillatim minora erunt: Atque angulus ACB rectus, angulum ACD quoque rectum efficiet per 5 consf. 1 propositionis:
Cum

Cum itaque trianguli rectanguli A C D, angulus C rectus sit, & recti anguli crura sigillatim quadrante minora, aut per 1 exemplum,

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum unius recti cruris D C:
Ita tangens obliqui anguli D qui adjacet dicto recti cruri D C,
Ad tangentem reliqui recti cruris A C.

Sed sinus arcus D C, est quoque sinus arcus C B per 2 definitionem de fabrica sinuum: Et tangens obliqui anguli D, idem est tangens obliqui B per 5 consect. 1 propositionis, ideoque

Vt sinus recti,
Ad sinum alterius recti cruris C B:
Ita tangens obliqui anguli B qui adjacet dicto recti cruri C B,
Ad tangentem reliqui recti cruris A C.

CONCLVSIO. In sphærico igitur rectangulo triangulo, sinus recti, ad sinum unius recti cruris eandem habet rationem, quam tangens obliqui anguli qui dicto cruri adjacet, ad tangentem reliqui lateris circa rectum. Quod demonstrandum erat.

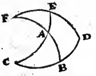
28 THEOREMA. 28 PROPOSITIO.

In sphærico rectangulo triangulo: Sinus recti, ad tangentem lateris sibi subtensi, eam habet rationem, quam sinus anguli differentiæ alterutrius obliqui, ad tangentem recti cruris eidem obliquo contermini.

Quia recti anguli crura sigillatim quadrante minora, aut sigillatim majora, aut alterum majus alterum minus est, tribus diagraphis theorema istud explicabimus.

1 *Exemplum ubi singula recti anguli crura quadrante minora fuerint.*

DATVM. Esto sphærici trianguli A B C angulus B rectus, & duo crura A B, B C sigillatim quadrante minora. QVAESITVM. Demonstrandum est sinum recti, ad tangentem lateris recto subtensi A C, eandem rationem habere, quam sinus anguli differentiæ obliqui C, ad tangentem cruris recti anguli B C eidem obliquo termini. PRAEPARATIO. Quia A B, B C, sigillatim quadrante minores sunt, etiam A C minor erit per 3 propositionem, singula itaque latera A B, B C, C A, quadrante minora erunt, continuentur igitur C B in D, C A in E, ut C E, C D quadrantes sint, denique B A donec productum D E secet in F, & ideò B F quadrans fuerit per 2 consect. 1 propositionis, quia uterque B F, D F in eundem D C perpendiculariter insistunt.



DEMONSTRATIO.

Cum C D, C F, quadrantes sint ex præparatione, uterque perpendicularis erit in D F per 2 consect. 1. propositionis, unde angulus A E F, trianguli A E F rectus erit, ideoque alternando rationes 27 propositione expositas, erit

Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem obliqui anguli F:
Ita sinus recti cruris E F dicto obliquo contermini,
Ad tangentem reliqui recti cruris E A.

Sed arcus D B est amplitudo anguli F, per 2 definitionem, igitur
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem arcus D B:
Ita sinus arcus E F,
Ad tangentem arcus E A.

B C autem est arcus differentiæ ipsius D B, & A C arcus differentiæ ipsius E A, cumque horum duorum arcuum B C, A C, tangentes reciprocè proportionales sint, tangentibus arcum D B, E A per 20 propositionem, tangens A C, ad tangentem B C, eandem habebit rationem, quam tangens D B, ad tangentem E A, ideoque
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem arcus A C:
Ita sinus arcus E F,
Ad tangentem arcus B C.

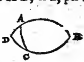
At E F est arcus differentiæ ipsius D E, id est angulus differentiæ propositi C, itaque
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem lateris recto subtensi A C:
Ita sinus anguli differentiæ obliqui C,
Ad tangentem cruris recti B C dicto obliquo contermini.

2 *Exemplum cum singula recti anguli crura quadranti præstant.*

DATVM. Esto A B C sphærici trianguli angulus B rectus, & recti crura A B, B C sigillatim quadrante majora. QVAESITVM. Sinum recti, tangentem lateris A C recto subtensi, sinum anguli differentiæ obliqui A C B, & tangentem recti cruris B C dicto obliquo contermini analogos esse, demonstrandum esto. PRAEPARATIO. Recti anguli crura B A, B C continuata sese intersecent id D.

DEMONSTRATIO.

B A D, B C D semicirculi æquales continent angulos ad D, & B, per 3 conf. 1 propositionis: At B rectus est, ideoque etiam D: Cumque A B, B C, singuli quadranti præstent, A D, C D sigillatim à quadrante deficient, & angulus A C B obliquus, angulum A C D quoque obliquum faciet per 3 consect. 1 propositionis: Trianguli igitur rectanguli A D C, angulus D rectus est, & duo recti crura A D, D C sigillatim quadrante minora, atque A C D angulus obliquus, unde per primum exemplum hujus,



Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem lateris recto oppositi A C:
Ita sinus anguli differentiæ ipsius A C D,
Ad tangentem recti cruris D C sibi contermini.

At si-

At sinus anguli differentiæ obliqui A C D, est etiam sinus anguli differentiæ obliqui A C B, per 5 consect. 1 propositionis: Et tangens recti cruris D C, idē est tangēs cruris anguli recti B C, per 7 definitionē de fabrica sinuum, itaq;

Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem lateris recto oppositi A C:
Ita sinus anguli differentiæ obliqui A C B,
Ad tangentem recti cruris B C dicto obliquo contermini.

3 *Exemplum cum alterum quadranti cedit, alterum excedit.*

DATVM. Esto A B C in secundo paradigmate expositi diagrammatis sphæricum triangulum, cujus angulus C rectus sit, & recti crus A C quadrante minus, alterum C B majus, atque anguli reliqui obliqui sunto.

QVAESITVM. Vt sinus recti ad tangentem lateris rectum subtendentis: ita esse sinum anguli differentiæ obliqui B, ad tangentem recti cruris B C dicto obliquo contermini, demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. Arcus B A, B C, continuati sese intersecent in D.

DEMONSTRATIO.

D A B, D C B, semiperipheriæ sunt per 3 consect. 1 propositionis: Et quia A C, B C, diversæ sunt adfectionis, nempe hoc majus, illud minus quadrante, etiam tertium latus A B majus erit per 3 propositionem: Sed cum A B, B C, sigillatim quadrante majores sint, A D, C D sigillatim minores erunt: Et angulus A C B rectus, rectum quoque efficiet angulum deinceps A C D per 5 consect. 1 propositionis: Rectanguli itaque trianguli A C D, angulus C rectus est, & crura recti sigillatim quadrante minora, unde per 1 exemplum,

Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem lateris recto oppositi A D:
Ita sinus anguli differentiæ obliqui D,
Ad tangentem recti crucis C D dicto obliquo contermini.

Sed tangens A D etiam tangens est arcus A B, per 7 definitionem de fabrica sinuum: Et sinus arcus differentiæ obliqui anguli D, idem sinus est arcus differentiæ obliqui B, per 5 consect. 1 propositionis: Denique tangens recti cruris C D, tangens quoque est arcus B C per 7 definitionem de fabrica sinuum, Itaque

Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem lateris recto oppositi A B:
Ita sinus anguli differentiæ obliqui B,
Ad tangentem cruris recti B C dicto obliquo contermini.

CONCLVSIO. Quare in sphærico rectangulo triangulo, sinus recti, tangens lateris recto subtensi, sinus anguli differentię alterius obliqui, tangens recti cruris eidē obliquo cōtermini proportionales sunt. Quod ostendere oportuit.

29 THEOREMA. 29 PROPOSITIO.

In sphærico rectangulo triangulo, sinus recti ad sinum arcus differentiæ lateris recto oppositi eandem habet rationem, quam tangens alterutrius obliqui anguli, ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui.

Quandoquidem duo obliqui anguli aut paritèr obtusi, aut paritèr acuti sunt, aut deniq; unus acutus alter obtusus, trifariam hujus theorematis demonstrationem ordinabimus.

Et 1 quidem cum uterque obliquus acutus fuerit.

DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum ut in diagraphâ 1 exempli 28 propositionis, ejusque angulus A B C rectus, reliqui B A C, & C acuti sunto. QUAESITUM. Sinum totum, & sinum arcus differentiæ lateris rectum subtendentis, tangentibus obliqui anguli B A C, & anguli differentiæ secundi obliqui C proportionales esse, demonstrandum esto. Præparatio demonstrationis eadem sit, quæ ibi ad 1 exemplum exposita fuit.

DEMONSTRATIO.

Per 27 propositionem erit,

Quemadmodum in triangulo F E A, sinus recti anguli F E A,
Ad sinum unius recti cruris E A:
Ita tangens obliqui anguli E A F qui adjacet recti cruci E A,
Ad tangentem reliqui recti cruris E F.

Sed angulus F E A æqualis est angulo A B C, cum uterque rectus sit: Et E A est arcus differentiæ ipsius A C: Angulus autem E A F æquatur angulo B A C per 6 consect. 1 propositionis: Denique E F est arcus differentiæ ipsius D E, id est angulus differentiæ acuti C, ideoque

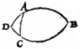
Quemadmodum sinus recti A B C,
Ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi A C:
Ita tangens alterius obliqui B A C,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui C.

2 Exemplum cum uterque obliquus obtusus fuerit.

DATUM. Esto sphærici trianguli A B C, angulus B rectus, & reliqui duo obtusi. QUAESITUM. Sinum recti B, sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi A C, tangentem obliqui anguli B A C, & tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui B C A analogos esse, demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. Crura recti B A, B C, cōtinuata sese intersecent in D.

DEMONSTRATIO.



D A B, D C B, semiperipheriæ, æquales comprehendunt angulos D, & B per 3 consect. 1 propositionis, cumque angulus B rectus sit, angulus D quoque rectus erit. Deinde quia anguli B A C, B C A, obtusi sunt, D A C, D C A acuti erunt per 5 consect. 1 propositionis: Et triangulum A D C, rectangulum ad D, reliquos D A C, D C A acutos habet, itaque per 1 exemplum hujus propos.

Quemadmodum sinus recti D,
Ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi A C:
Ita tangens alterius obliqui D A C,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui D C A.

Sed sinus anguli recti D, idem sinus est recti B: Et tangens obliqui D C A, est quo-

est quoque tangens anguli B A C: Denique tangens anguli differentiæ ipsius D C A, etiam tangens est anguli differentiæ ipsius B C A per 5 consect. 1 propositionis, Itaque

Quemadmodum sinus recti B,
Ad sinum arcus differentiæ recto subtensi A C:
Ita tangens alterutrius obliqui B A C,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui B C A.

3 *Exemplum cum alter acutus alter obtusus fuerit.*

Datvm. Esto A B C sphærici trianguli A B C angulus rectus, C A B acutus, A C B obtusus. Qvæsitvm. Quemadmodum sinus recti A B C, ad sinum arcus differentiæ rectum subtendentis A C, Ita esse tangentem alterius obliqui A, ad tangentem reliqui obliqui B C A, demonstrandum esto.

Præparatio. Arcus A B, A C continuati sese intersecent in D.

DEMONSTRATIO.



A B D, A C D semiperipheriæ sunt, ideoque D angulus angulo A æqualis est, cumque A acutus ponatur, D etiam acutus erit: Præterea B C A angulus obtusus angulum deinceps B C D acutum efficit, & A B C rectus, C B D rectum facit per 5 consect. 1 propositionis: Trianguli igitur rectanguli B C D, angulus C B D rectus est, D & B C D acuti, unde per 1 exemplum

Quemadmodum sinus recti C B D,
Ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi C D:
Ita tangens alterius obliqui anguli B C D,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui B D C.

Sed sinus anguli C B D ad angulum A B C, quoque pertinet per 5 consectarium 1 propositionis: Et sinus arcus differentiæ hujus C D idem sinus est arcus differentiæ expositi A C per 7 definitionem de fabrica sinuum: Tangens autem anguli D, tangens quoque est anguli A, per 3 consect. 1 propositionis: Denique tangens anguli differentiæ ipsius B C D, etiam tangens est anguli differentiæ propositi B C A per 5 consect. 1 propositionis, Itaque

Quemadmodum sinus recti A B C,
Ad sinum arcus differentiæ recto subtensi A C:
Ita tangens alterius obliqui anguli A,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui B C A.

Conclvsio. In triangulo itaque sphærico rectangulo sinus recti, sinus arcus differentiæ recto subtensi, tangens alterius obliqui anguli, & tangens anguli differentiæ reliqui obliqui proportionales sunt. Quod demonstrare oportuit.

30 THEOREMA. 30 PROPOSITIO.

In sphærico triangulo planus è sinibus laterum duorum, ad quadratum sinus totius eandem habet rationem, quam differentia duarum sagittarum (quarum una sit differentiæ duorum arcuum quorum sinus dictum planum com-

prehendunt, altera ſinus tertii lateris) ad ſagittam ſinus anguli ab iiſdem lateribus, quorum ſinus dictum planum comprehendunt contenti.

DATUM. Tripleuri ſphærici A B C latera ſingula quadranti cedant.

QVÆSITVM. Demonſtrandum eſt quod fit ſub ſinibus duorum laterum A B, B C ſic ſe habere ad quadratum ſinus recti, ut differentia duarum ſagittarum (quarum una eſt, ſinus-ſagitta arcus differentiæ laterum A B, B C, altera verò ſinus-ſagitta lateris tertii A C) ad ſinus-ſagittam anguli A B C à prioribus lateribus AB, BC contenti. PRÆPARATIO.

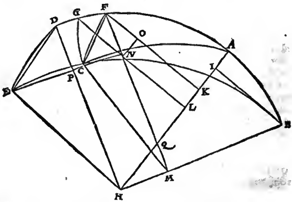
1 MEMBRVM.

A B producatur in D, & B C in E, ut B D, D E quadrantes ſint, deinde ex B polo delineetur D E amplitudo anguli C B A: Prætereà ex eodē polo B, deſcribatur C F arcus peripheriæ minoris, ideóque B F æquabit arcum B C.

2 MEMBRVM.

Dehinc ſi ex A polo, C G minoris peripheriæ arcus deſcribatur, arcus A G & A C æquabuntur, atque ideo A F erit differentia duorū laterum B A, B C. Et G F differentia duorū arcuum, quorum A C eſt tertium expoſiti trianguli latus, alter autem A F differentia duorum dictorum laterum B A, B C.

3 MEMBRVM.



Ab H centro ſphæræ tres ſemidiametri agantur H B, H A, H D, & à terminis trium arcuum B A, F A, G A demiſſæ ſunto in ſemidiametrum H A tres perpendiculares rectæ, B I, F K, G L, quæ trium iſtorum arcuum ſinus ſunt, nimirum B I ipſius B A, F K ipſius F A, & G L ipſius G A.

4 MEMBRVM.

Et conſequenter A I erit ſinus-ſagitta arcus A B, item A K ſagitta arcus F A, ſic A L ſagitta arcus A G: Ideóque & K L differentia duarum ſagittarum,

gittarum, quarum una K A est differentiæ laterum A B, B C hoc est ipsius A F, altera L A arcus A G, id est, (nam per 2 membrum hi arcus æquales sunt) lateris A C.

5 MEMBRUM.

Præterea à termino arcus B F, agatur recta F M perpendicularis in semidiametrum H B quæ intersecet sinum G L in N, hæc F M erit sinus arcus B F id est (quia per 2 membrum æquantur) lateris B C.

6 MEMBRUM.

Demittatur in F K perpendicularis N O, hæc æquatur rectæ L K, ideoque pro eadem K L usurpari poterit hoc est ut 4 membro expositum fuit pro differentia duarum sagittarum, quarum una est K A sagitta sinus arcus A F differentiæ duorum laterum A B, B C, altera L A sagitta sinus tertii lateris A C.

7 MEMBRUM.

Ad E terminum arcus D E adjungatur E H, & semidiametro H D perpendicularis sit E P, hæc erit sinus arcus D E, id est (per 1 membrum) anguli A B C, & D P sagitta sinus ejusdem anguli A B C.

8 MEMBRUM.

Ducatur recta C N, hæc perpendicularis erit in F N. Nam A est centrum minoris peripheriæ G C, ut patet è 2 membro, & maxima peripheria B D transit per idem punctum A, igitur planum minoris circuli G C, plano maximi circuli B D normale est per 7 conf. 1 propositionis. Deinde etiam B est polus minoris peripheriæ F C, & per eundem polum B transit maxima peripheria B D, ideoque planum minoris circuli F C, plano maximi circuli B D normale est per citatum 7 conf. 1 propositionis: Cum igitur duo minores circuli G C, F C, eidem maximo B D perpendiculares, sese intersecent in punctis N, & C, eorum communis sectio N C, subjecto plano B D perpendicularis erit, & ideo C N perpendicularis fuerit rectæ N F: Quamobrem C N sinus est arcus C F, & F N sagitta sinus ejusdem arcus C F.

9 MEMBRUM.

Agantur tres rectæ M C, E D, C F, & signetur punctum Q communis sectio rectarum H A, F M.

DEMONSTRATIO.

1 MEMBRUM.

F M C, D H E triangula sunt æquilatera, quorum æqualia latera æquales continent angulos ad M & H, uterque enim est angulus inclinationis circulorum maximorum, quorum arcus sunt A B, B C, ideoque ipsa triangula F M C, D H E, similia; ut etiam eorum segmenta similiter sita, nimirum triangulum C N F triangulo E P D, & C N M ipsi E P H, & termini æqualibus angulis subtensi proportionales sunt, itaque ut F M ad D H, ita F N ad D P.

2 MEMBRUM.

Triangulorum H M Q, F K Q anguli ad M & K recti sunt, & duo verticales

cales anguli ad Q æquales, quare & tertius H, tertio F æqualis erit, & ideo triangulum H M Q simile triangulo F K Q. Sed triangulum H I B triangulo H M Q simile est, quia anguli ad M & I recti sunt, & H angulus utrique communis est: Deinde F O N triangulum triangulo F K Q simile est, quia O N & K Q parallelæ sunt per 6 præparationis membrum, quare H B I triangulum, triangulo F O N simile est, & æqualium angulorum crura proportionalia, videlicet ut B I ad B H, ita N O ad N F.

3 MEMBRVM.

Isti igitur termini proportionales sunt & quidem

E demonstratis in 1 membro FM, DH: NF, DP.

Et è demonstratis in 2 membro BI, HB: NO, NF.

Sed cum rectarum linearum duæ proportiones sint, rectangulum antecedentium primæ rationis, ad rectangulum cōsequentium ejusdem, eandem habet rationem, quam rectangulum antecedentium secundæ rationis, ad rectangulum consequentium ejusdem, ideoque

Quemadmodum rectangulum FM, BI,
Ad rectangulum DH, HB:
Ita rectangulum NF, NO,
Ad rectangulum DP, NF.

Rectangulū autem comprehensum sub DH, HB est quadratum sinus recti: Et ut rectangulum à rectis NF, NO ad rectangulum à rectis DP, NF comprehensum, ita NO (nam NF communis altitudo est) ad DP, ideo

Quemadmodum rectangulum FM, BI,
Ad quadratum sinus recti:
Ita NO
Ad DP.

At FM est sinus lateris BC per 5 præparationis membrum: BI sinus lateris AB per 3 præparationis membrum: Et LK quia æquatur rectæ NO per 6 membrum, erit differentia duarum sagittarum, quarum una KA est sagitta sinus arcus AF quo latera AB, BC, inter se discrepant, altera autem LA est sagitta sinus tertii lateris AC per citatum 6 præparationis membrum. Et DP est sagitta sinus anguli qui à duobus primis lateribus AB, BC continetur per 7 præparationis membrum, itaque

Quemadmodum rectangulum à duorum laterum BC, AB, sinibus FM, BI comprehensum,
Ad quadratum sinus recti:
Ita LK differentia duarum sagittarum, (quarum una KA est sagitta sinus arcus AF quo latus AB, à latere BC exceditur, altera LA est sagitta sinus tertii lateris AC)
Ad DP sagittam sinus anguli ABC à duobus primis lateribus contenti.

Similem demonstrationem institues in triangulis cujus latera quadranti præstant. CONCLVSIO. Itaq; in sphærico triangulo ut planus sinuum, &c. Quod demonstrasse oportuit.

31 THEOREMA. 31 PROPOSITIO.

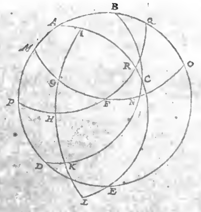
Si sphærici trianguli duo aut tres anguli acuti sint: Erit primò

primò, ut planus ſub ſinubus minimorum angulorum, ad quadratum ſinus recti: ſic differentia duarum ſagittarum, quarum una ſit differentiæ dictorum angulorum, altera verò differentiæ tertii anguli à ſemiperipheria, ad lateris eidem tertio ſubtenſi à ſemicirculo differentiam.

Secundò, ut planus ſub ſinubus maximi anguli & unius reliquorum ad ſinum recti: ſic differentia duarum ſagittarum quarum una ſit differentiæ ſimul utriuſque anguli à ſemiperipheria, alterà verò anguli tertii, ad ſinus-ſagittam lateris huic tertio ſubtenſi.

NOTA.

Demonſtrationis vis hinc fere dependet polorum diſtantiam ſuorum circulorum inclinationi æquari quod *Ptolomeus* 10 cap. 1. lib. uſurpat, & in commentario Theon demonſtrat. Vnde *Vieta* ſuam Enallagen quam πλευρογωνικὴν appellat primus deduxit, in quo hujus propoſitionis argumentum propemodum occupatur, ęqualitatem verò hanc inclinationis & diſtantiæ polorum ideo ſemel hic annotare placuit, quî tautologiam in ſex prioribus membris evitemus, & inclinatio hęc acuti intelligatur anguli, polorumque diſtantia quà proximè à ſe mutuo abſunt.



Propoſitionis hujus, quã ratione mihi uſitata digeſſi, inventio Clatiſsimo *Lantsbergio* debetur, qua de re in Triangulorum appendice capite 6. agetur uberius.

DATVM. Exponatur A B C ſphæricum triangulum duobus angulis B A C, A C B acutis, tertius autem A B C acutus obtuſusnè ſit nihil intereſt, dummodo utrilibet reliquorũ pręſtet.

QVAESITVM. Demonſtrandum eſt, primò,
Ita eſſe planum ſub ſinubus minimorum angulorum B A C, A C B,
Ad quadratum ſinus recti, ſeu totius;
Vt duarum ſagittarum differentia, quarum una ſit duorum minimorum angulorum B A C; A C B; altera verò differentiæ tertii anguli A B C à ſemiperipheria,
Ad ſinus-ſagittam differentiæ ipſius A C à ſemiperipheriâ, quod latus dicto tertio angulo A B C ſubtenditur.

Secundò,

Vt planus ſub ſinubus anguli maximi A B C & unius reliquorum B A C;

Ad qua-

Ad quadratum ſinus recti ſeu totius.

Sic differentia duarum ſagittarum,quarum una eſt differentiæ ſimul utriuſque anguli A B C, B A C à ſemiperipheria; altera verò anguli tertii A C B,
Ad ſinus-ſagittam lateris A B tertio angulo A C B ſubtenſi.

PRAEPARATIO. Arcus A B continuatus,circulum A B E,à quo deſumitur, perficiat, & B C occurrat eidem in D, atque ideo B C D ſemiperipheria erit; & A C cõtinuetur in E,quamobrem etiam pari ratione A C E ſemiperipheria erit,& F polus ſit peripheriæ A B D, G ipſius B C D, denique H polus ipſius A C E,& per binos quoſque polos maximus circulus tranſeat, I G H K L per G & H, ſub C tanquam polo decircinatus ſecans A C E in I & L: ſic per G F ſemicirculus M G F N O ſub B polo deſcribatur, ſecans B C D in N: Denique per H F ſemiperipheria P H F Q ſub polo A, ſecans A C E in R. Sed ad theorematis demõſtrationem hæc 10 membra præmittam.

1 MEMBRVM.

Latus G F, tripleuri ſphærici per polos G F H deſcripti,æquale eſt differentiæ anguli A B C, ſeu A D C à ſemiperipheria.

Etenim cum F polus eſt circuli A B O, & G ipſius B C D, erit G F polorum diſtantia æqualis inclinationi circulorum A B O, B C D hoc eſt angulo C B O qui eſt differentia anguli A B C ſeu, quod idem ſit, ipſius A D C à ſemiperipheria.

2 MEMBRVM.

Latus F H æquatur angulo B A C, ſeu differentiæ anguli C A D à ſemiperipheria.

Etenim ut ſupra, F polus eſt circuli A B Q, H autem ipſius A R E ex fabrica, quare diſtantia polorum F H inclinationi circulorum ſuorum A B Q, A R E, hoc eſt B A C angulo æquatur, ſive quod idem valet anguli ſibi deinceps C A D differentiæ à ſemiperipheria.

3 MEMBRVM.

Latus G H æquatur angulo A C B, ſeu differentiæ anguli A C D à ſemiperipheria.

Enimverò ex fabrica ut ante G,H, poli ſunt circulorum B K D, A L E atque ideo ipſorum diſtantia G, H, ſuorum circulorum inclinationi, hoc eſt angulo A C B æqualis eſt,ſeu differẽtiæ anguli ſibi deinceps A C D à ſemiperipheria.

4 MEMBRVM.

Angulus G F H, æquatur differentiæ lateris A C à ſemiperipheriâ.

Etenim C ex præparatione polus eſt circuli I H L,& A ſeu etiam punctum oppoſitum E polus ipſius Q R P & angulus inclinationis ipſorum G H F æqualis eſt diſtantiæ polorum E C quæ eſt differentia lateris A C à ſemiperipheria.

5 MEMBRVM.

Angulus G F H æquatur lateri A B, ſive differentiæ A D à ſemiperipheria.

Nam per præparationem A polus eſt circuli Q F P, & B ipſius O F M, ideò angulus inclinationis G F H æquatur ipſi A B polorum diſtantiæ, ſeu quod idem eſt differentiæ arcus A D à ſemiperipheriâ.

6 MEM-

6 MEMBRUM.

Angulus H G F æquatur lateri B C, seu differentiæ C D à semiperipheriâ. Nam per præparationem B polus est circuli O N M, & C ipsius K G I, quare angulus inclinationis H G F æqualis distantiæ polorum B C, sive ipsius C D à semiperipheriâ differentiæ.

7 MEMBRVM.

Cum igitur angulus B A C: arcui H F per 2 membrum æqualis sit: & A C B angulus arcui H G per 3 membrum; consequens est horum angulorum sinus sinubus istorum arcuum æquari: Atque ideo

Quod fit sub sinubus angulorum B A C, A C B trianguli A B C, æquatur ei quod fit sinubus arcuum H F, H G.

8 MEMBRVM.

Et cum anguli B A C, A C B, lateribus H F, H G per 2 & 3 membrum æquentur, & per 1 membrum anguli A B C differentia à semlperipheriâ æquale sit ipsi G F, hinc efficitur.

Differentiam duarum sagittarum, quarum una sit differentiæ angulorum B A C, A C B, altera differentiæ anguli tertii A B C à semiperipheriâ, æquari differentiæ duarum item sagittarum, quarum una sit differentiæ laterum H F, H G, altera tertii lateris G F.

9 MEMBRVM.

Differentia A B C anguli à semiperipheria per 1 membrum lateri G F æquatur: verum idem sinus angulo A B C & ejus à semiperipheria differētiæ competit; sinus ergò anguli A B C, sinui lateris G F æqualis est. Porrò sinus B A C sinui F H per 2 membrum æquatur: Itaque

Quod fit sub sinubus A B C & B A C æquatur ei quod sub sinibus G F in F H.

10 MEMBRVM.

Differentia anguli A B C è semiperipheriâ, lateri G F per 1 membrum æquale est, & B A C angulus lateri F H per 2 membrum; quamobrem anguli A B C differentia à semiperipheria, & angulus B A C eodem intervallo inter se dissident, quo latera G F, F H. Sed intervallum quo anguli A B C à semiperipheria differentia abest ab angulo B A C æquale est differentiæ simulutriusque anguli A B C & B A C à semiperipheria. Itaque differentia simulutriusque anguli A B C & B A C à semiperipheria, æquatur differentiæ laterum G F ab F H.

Præterea (ut supra dixi) A C B æquatur lateri G H per 3 membrum, atque hinc sequitur.

Differentiam duarum sagittarum quarum una sit differentiæ simulutriusq; anguli A B C, B A C à semiperipheria, altera verò anguli A C B, æquari differentiæ duarum sagittarum quarum una sit differentiæ laterum G F, F H, altera verò lateris tertii G H.

Demonstratio prioris partis.

Per 30 propositionem

Sic est planus sub sinubus laterum H G, H F, trianguli G F H,
Ad quadratum sinus recti;

Quemad.

Quemadmodum duarum sagittarum differentia, quarum una sit differentiæ laterum H G, H F, altera verò sagitta lateris tertii G F,

Ad sagittam anguli F H G sub cujus crurum sinubus dictum rectangulum continetur.

Sed quatuor termini primâ parte propositionis expositi, in triangulo A B C æquantur propositis terminis trianguli G F H ut jamjam ostendam, unde efficitur etiam proportionales esse. Dictorum autem terminorum æqualitas sic se habet.

In triangulo A B C quod fit sub sinubus minimorum angulorum B A C, A C B æquatur, per 7 membrum, primi termini rectangulo sub sinubus laterum H F, G H, comprehenso.

Quadrarū sinus recti tam in A B C, quam in triangulo G F H idem est.

Tum duarum sagittarum differentia, quarum una sit differentiæ minimorum angulorum B A C, A C B, altera vero differentiæ tertii anguli A B C à semiperipheriâ, per 8 membrum æqualis est itidem duarum sagittarum differentiæ, qui est terminus expositæ proportionis tertius, quarum una sit, differentiæ duorū laterum H F, G H, altera verò sagitta tertii lateris G F.

Denique per 4 membrum latus A C angulo G H F æqualis est, unde efficitur sagittam lateris A C æquari sagittæ anguli G H F.

Itaque erit

Vt rectangulum sub sinubus minimorum angulorum B A C, A C B comprehensum

Ad quadratum sinus recti,

Sic differentia duarum sagittarum quarum una sit differentiæ minimorum angulorum B A C, A C B, altera differentiæ verò tertii anguli A B C à semiperipheriâ,

Ad sagittam differentiæ lateris A C à semiperipheriâ, quod tertio angulo A B C subtenditur.

Demonstratio partis secundæ.

E' propositione 30

Vt in triangulo G F H, planus sub sinubus G F, F H,

Ad quadratum sinus recti,

Sic duarum sagittarum differentia, quarum una sit differentiæ eorundem laterum F G, F H, altera vero lateris tertii G H,

Ad sagittam anguli G F H ab iisdem duobus lateribus, quorum sinus dictum planum comprehendunt, contenti.

Verumenimverò quatuor termini secundâ propositionis hujus parte propositi in triangulo A B C æquantur quatuor hujus proportionis terminis trianguli G F H, ut paulo post ostendam: Vnde efficitur etiam proportionales esse. Verum æqualitas ista hujusmodi est.

In triangulo A B C planus sub sinubus maximi anguli A B C & altero minorum B A C, per 9 membrum, æquatur plano primi termini sub sinubus G F, F H comprehensi.

Et quadratum sinus recti tam in triangulo A B C quam in G F H sibi ipsi perpetuò æqualis est.

Tertiò differentia duarum sagittarum, quarum una sit differentiæ simul utriusque anguli A B C, B A C à semiperipheria, altera verò tertii

tertii anguli A C B, æquatur, per 10 membrum, tertii termini duarum sagittarum differentiæ, quarum una sit differentiæ laterum G F, F H, altera verò tertii lateris G H.

Denique cum latus A B per 5 membr. angulo G F H æquale sit, sequitur sagittam A B sagittæ quarti termini hoc est anguli G F H æquari.

Itaque erit

Vt rectangulum sub sinu maximi anguli A B C & uno reliquorum C A B

Ad quadratum sinus recti,

Sic differentia duarum sagittarum, quarum una sit differentiæ simulutriusque anguli A B C, C A B à semiperipheria, altera vero anguli tertii A C B,

Ad sagittam lateris A B, eidem tertio angulo A C B subtensi,

Similis demonstratio instituetur in triangulo trium acutorum angulorum.

Conclusio. Itaque si sphærici trianguli, &c.

Consectarium.

Triangulum A D C cujus tres anguli obtusi sunt, habet angulorum laterúmque trium à semiperipheriâ differentias æquales correspondentibus lateribus & angulis trianguli transpolaris G F H, quod è 6 prioribus membris perspicitur. Eadem res esset licet angulus A D C acutus foret & reliqui duntaxat duo obtusi.

THEOREMA.

Si sphærici trianguli duo aut tres anguli obtusi sint: Quemadmodum planus sub sinubus duorum angulorum, ad quadratum sinus recti; sic differentia duarum sagittarum, quarum una sit differentiæ dictorum angulorum, altera verò differentiæ tertii anguli à semiperipheriâ, ad sagittam differentiæ à semiperipheria lateris eidem tertio angulo subtensi.

Ratio ista in triangulis duorum triumvé acutorum angulorum, quale fuit A B C non est catholica, quod ipsum hinc patet, quia omnium laterum & angulorum suorum magnitudo, transpolaris trianguli G F H correspondentibus angulis & lateribus haud æquantur, namque his partim quoque istorum à semiperipheriâ differentiæ respondent, ut in primis sex membris videre est.

TER-

TERTIVM TMEMA DE PROBLEMATIS, AD

inventionem quæſitorum angulorum, & laterum in datis ſphæricis triangulis.

CVM primo & ſecundo tmemate theoremata ad demonſtrationem problematũ tertii tmematis neceſſaria nobis explicata ſint, priuſquam ipſa ordior paucis ante quędã prælibare viſum eſt, ut 1ª diſtinctione de triangulis in quibus rectus angulus cognitus datur: Deinde 2ª de triangulis quorũ unum latus ſit 90 gr. ubi tamen angulus rectus nõ datur ut cognitus. Denique 3ª de triangulis in quibus nec angulus rectus nec latus 90 gr. ut cognita dantur.

Et quia loco prolixarũ vocũ breves quaſdã notas uſurpare eſt animus, & quidem iſti ſini qui infra dicetur, prius illas paucis exponam, ut ſequitur. In quovis ſphærico triãgulo, tres anguli (quod & nomẽ arguit) totidemq́; ſunt latera, quæ ſimul numero ſunt ſex, quos cõmuni nomine terminos appellamus; ex his ſemper tres cogniti dãtur, ut totidẽ reliqui inveniantur. Sic duob. angulis unoq́; latere cognitis, tertius angulus & duo latera incognita reperiũtur: Viciſſim duob. laterib. & uno angulo notis, tertiũ latus reperitur, & reliqui duo anguli ignorati: Porro tribus lateribus, tres anguli: Deniq; è trib. angulis tria latera innoteſcũt.

Vt autem tres cogniti termini certis quibuſdam notis breviter indicentur (quod & in triangulis planis nobis factum eſt) notandũ eſt K (primum elementum τῦ κλίνειν) in latere trianguli poſitum indicio eſſe illud quadrante peripheriæ minus eſſe; G autem majus. R in angulo poſitũ eum rectũ eſſe, K minorem quadrante peripheriæ, vel quovis modo acutũ, G majorem, id eſt obtuſum.

Arcus & anguli abſque jam dictis literis notati, ſunt ii qui quidem ut noti ſumuntur, ſed tantum ex data hypotheſi id eſt ſine definitione magnitudinis, parvitatis, aciei, aut habetudinis, & abſque graduum numeris, quibus amplitudo illorum definiri ſolet, ut puncta non definitos numeros denotent. Hiſce, vel temporis momento, explicare poſſumus quæ aliàs longa verborũ periphraſi & circuitione indigerent. Exemplum nobis ſic eſto, in infra poſito diagrammate enunciando iſta verborum circuitione utendum eſſet.

Sphæricum triangulum, cujus duo anguli noti ſunt, unus rectus, alter acutus, & cognitum recti anguli crus quadrante majus cognito acuto ſubtenſum.



Compendium hoc utile erit cùm è cognitis tribus trianguli terminis, reliquus ignoratus ignorativé inveniendi erunt. Iſtiuſmodi enim ſignata triangula infra, in unum locum, tanquam in tabellam quandam, congregabimus, quam ibi TRIGONOPINACA indigitabimus, quia inde indicium ſumitur ut ſtatim hoc tertio tmemate ſimile exemplum nanciſcaris ei, quod imitari voles, nec opus ſit mentem excruciare aliquo præcedentium præceptorum: hunc autem triangulorum indicem apertius explicabimus ad calcem hujus libri.

NOTA

Præterea, nos inventionem ignoratorum terminorum cum propoſitum triangulum fuerit rectangulum, aut habuerit latus 90 grad. unica multiplicatione abſque diviſione confecturos, quia hæc ratio omnium facillima eſt: Qua de re iterum & fuſius agemus ad 1 exemplum 32 propoſitionis.

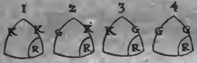
DISTIN-

DISTINCTIO PRIMA DE SPHÆRICIS TRIANGVLIS IN QVIBVS RECTVS ANGVLVS COGNITVS DATVR.

1 PROBLEMA. 32 PROPOSITIO.

Cognito sphærici rectanguli trianguli angulo recto, base, & crure recti cognitis: Tertium latus & reliquos angulos invenire.

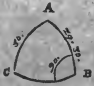
Cogniti tres termini in horum quatuor modorum aliquem incidere possunt.



Cumque horum quadruplex pragmatia sit, uniuscujusque exemplum dabimus.

1 *Exemplum de 1 hujus formæ triangulo.*





Datum. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, basis recti AC 50gr. & crus AB 29gr. 30 ①.

Quæsitum. Tertium latus BC, & reliqui duo anguli A, C, inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio lateris BC.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum arcus differentiæ recti cruris AB	8704.
Ita secans arcus AC	15557 ad quem:
Concludetur secans	13541.
Cujus arcus pro quæsito latere BC	42 gr. 24.

NOTA.

NOTA.

Pro hâc constructione seu pragmatia, per 25 propositionem istam usurpare licuisset:

Quemadmodum sinus arcus differentiæ recti cruris A B	8704.
Ad sinum arcus differentiæ basis recti A C	6428.
Ita sinus recti	10000 ad quem?
Concludetur sinus	7385.
Cujus arcus	47 gr. 36.
Deductus de	90 gr.
Relinquet quæsitum B C	42 gr. 24.

Cum utroque modo eundem scopum attigerimus, mirabitur forsan aliquis quid causæ sit cur priorem pragmatiam potius, quam secundã aut aliam quamvis, (de quibus fusius in Appendice) quâ latus quæsitum B C inveniri potest, usurpaverimus? ratio hæc est: In prima operatione secundus terminus in tertium multiplicandus erat, nempe 8704 cum 15557: In secunda autem dividendum fuit videlicet 64280000 per 8704, cum autem commodior sit multiplicationis quam divisionis via, primam, secundâ aut aliâ quavis pragmatiâ potiorem duximus.

Quæ de primo exemplo dicta sunt, ea generalia esse omnium sequentium intelligantor, in quibus quivis ignoratus rectanguli trianguli terminus unica multiplicatione investigabitur: Neque id duntaxat in rectangulis triangulis, verum etiam in obliquangulis cum unum latus erit 90 gr. Et in iis duobus rectangulis triangulis in quæ obliquangulum triangulum, ut ignorati termini inveniantur, dispescitur.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad basis recti A C tangentem	11918.
Ita ipsius A B arcus differentiæ tangens	17675 ad quem?
Concludetur secans	21065.
Cujus arcus pro quæsito angulo A	61 gr. 39.

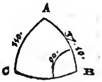
Investigatio anguli C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad arcus differentiæ basis recti A C secantem	13054.
Ita sinus arcus A B	4924 ad quem?
Concludetur sinus	6428.
Cujus arcus pro quæsito angulo C	40 gr.

2 *Exemplum ad 2 hujus formæ triangulum.*



DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, latus A C 110 grad. & A B 37 grad. 10 ①.



QUAESITUM. Tertium latus C B, & reliqui duo anguli A, C, inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſinum arcus differentiæ recti cruris A B	7969.
Ita ſecans arcus A C	29238 ad quem?
Concludetur ſecans	23300.
Cujus arcus	64 gr. 35.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæſito latere B C	115 gr. 25.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad tangentem baſis recti	27475.
Ita tangens arcus differentiæ ipſius A B	13190 ad quem?
Concludetur ſecans	36240.
Cujus arcus	73 gr. 59.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæſitum angulum A	106 gr. 1.

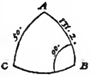
Investigatio lateris C.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſecantem arcus differentiæ recti baſis A C	10642.
Ita ſinus arcus A B	6441 ad quem?
Concludetur ſinus	6429.
Cujus arcus pro quæſito angulo C	40 gr. 1.

3 *Exemplum ad* 3 *hujus formæ triangulum.*



Datvm. Eſto A B C ſphæricum triangulum, cujus angulus B rectus ſit, latus A C 50 grad. & B C 131 grad. 2 ①.



Qvaesitvm. Tertium latus B C, & reliqui anguli A, C, inveniendi ſunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſinum arcus differentiæ recti cruris A B	6565.
Ita ſecans arcus A C	15557 ad quem?
Concludetur ſecans	10213.
Cujus arcus	11 gr. 44.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæſito latere B C	168 gr. 16.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem recti basis A C	11918.
Ita tangens arcus differentiæ ipsius A B	8703 ad quem?
Concludetur secans	10372.
Cujus arcus	15 gr. 23.
Deductus de	180.
Relinquet pro quæsito angulo A	164 gr. 37.

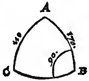
Investigatio anguli C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ recti basis A C	13054.
Ita sinus arcus A B	7543 ad quem?
Concludetur sinus	9847.
Cujus arcus	79 gr. 58.
Deductus de	180.
Relinquit quæsitum angulum C	100 gr. 2.

4 *Exemplum ad 4 hujus formæ triangulum.*



DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, latus A C 110 grad. & A B 170 grad.



QVAESITVM. Tertium latus B C & reliqui duo anguli A, C, inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum arcus differentiæ recti cruris A B	9848.
Ita secans arcus A C	29238 ad quem?
Concludetur secans	28794.
Cujus arcus pro quæsito latere B C	69 gr. 41.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem basis recti A C	27475.
Ita tangens arcus differentiæ cruris A B	56713 ad quem?
Concludetur secans	155819.
Cujus arcus pro quæsito angulo A.	86 gr. 19.

Investi-

Investigatio anguli C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ basis recti A C	10842.
Ita sinus cruris A B	1717 ad quem?
Concludetur sinus	1849.
Cujus arcus	10 gr. 39.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo C	169 gr. 21.

DEMONSTRATIO.

Et primùm quidem ad investigationem lateris B C.

Per 25 propositionem est

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ alterius recti cruris:
Ita sinus arcus differentiæ secundi recti cruris,
Ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi.

Sed antecedens & consequens secundæ rationis cum sint arcus differentiæ, erunt reciprocè proportionales secantibus suorum expositorum arcuum, per conf. 25 propositionis, hoc est quemadmodum sinus arcus differentiæ secundi recti cruris, ad sinum arcus differentiæ lateris recto subtensi: Ita secans basis, ad secantem secundi recti cruris. Ex æquo igitur

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ alterius recti cruris:
Ita secans basis,
Ad secantem reliqui recti cruris.

At isti sunt termini constructionis seu pragmatiæ in inventione lateris B C primi exempli, ideo quartus 13451 est secans quæsiti B C. Atque eadem demonstratio ex erit ad inventionem secantium lateris B C in reliquis tribus paradigmatis. Verùm quia 13541 secans ad duos arcus refertur quorum hic quadrante minor, ille major sit per 8 definitionem de fabrica sinuum, quæri potest uter eorum sit quæsitus? respondeo minorem, idque hac de causa: Cum basis recti A C quadrante minor sit, reliqua latera aut paritèr deficient, aut paritèr quadranti præstabunt per 3 propositionem: Sed A B ex thesi minor est: itaque etiam B C.

In secundo autem exemplo B C quadrante major sumptus est; Quia cum basis recti A C quadranti præstet, alterum crus majus, alterum minus erit per 3 propositionem: At A B minor est: itaque B C major. In tertio exemplo B C necessariò major erat, cum enim basis recti A C minor sit, reliqua latera aut pariter deficiunt, aut paritèr excedunt per 3 propositionem: sed A B major est: itaque etiam B C. Denique in quarto paradigmate B C necessariò minor erat, quòd recti basis A C esset major ex thesi, & ideo reliquorum laterum alterum majus, alterum minus per 3 propositionem; At A B major est: B C igitur minor.

Secundò demonstratur inventio anguli A.

1 MEMBRVM.

Enimverò per 28 propositionem est
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem basis recti:
Ita sinus anguli differentiæ alterutrius obliqui,
Ad tangentem recti cruris eidem obliquo contermini.

2 MEMBRVM.

Sed si tertius terminus sit sinus anguli differentiæ, sinus recti est media proportionalis inter eundem tertium & secantem sui expositi per conf. 21 propositionis, quare rectangulum à tertio termino & secante sui expositi comprehensum, æquatur quadrato sinus recti.

3 MEMBRVM.

Porrò cum quartus 1 membri terminus sit tangens recti cruris, sinus recti est media proportionalis inter eundem quartum & sui arcus differentię tangentem per 19 propositionem, ideo rectangulum à quarto termino & sui arcus differentiæ tangente comprehensus, æquatur quadrato sinus recti, quare etiam idem rectangulum æquale est rectangulo è tertio termino & sui expositi secante, nam per 2 membrum eidem dicto quadrato æquatur: His assertis, latera erunt reciprocè proportionalia, id est ut tertius terminus, ad quartum: ita tangens, arcus differentiæ quarti termini, ad tertii termini secantem. Et iterum, quemadmodum sinus anguli differentiæ obliqui anguli, ad tangentem recti cruris eidem obliquo contermini: Ita tangens arcus differentiæ dicti cruris, ad secantem obliqui anguli eidem contermini. Et æqueordinatè
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem basis recti:
Ita tangens arcus differentiæ cruris recti,
Ad secantem obliqui anguli eidem recto contermini.

Hi autem sunt quatuor termini pragmatiæ ad inventionem anguli A primi exempli: Quartus igitur 21065 erit secans quæsiti anguli A. Eadem demonstratio erit investigationis anguli A in reliquis tribus exemplis. Verùm quandoquidem secans 21065 duobus arcubus pariter inservit, quorum hic major ille minor sit quadrante, per 8 definitionē de fabrica sinuum, quæri potest uter eorum quæstioni satisfaciat? respondeo minorem, idque hac de causa: Cum basis recti A C à quadrante deficiat, utraque reliqua pariter quadranti præstabunt, aut pariter deficient per 3 propositionem. Sed A B deficit. Itaque etiam B C: & angulus ei subtensus acutus est per 2 propositionem.

Quod autem in secundo paradigmate angulus A obtusus sumptus sit, id ea de causa fit: Cum basis recti A C quadrantem excedat, alterum recti crus quadranti præstabit, alterum deficiet, per 3 propositionē, sed A B minor est. Itaque B C major: & angulus A huic subtensus obtusus per 2 propositionem. Angulus autem A in tertio paradigmate necessariò obtusus erat, quia enim A C basis recti quadrante minor, duo crura aut pariter minora, aut pariter majora erunt per 3 propositionem. Sed A B est major. Itaque etiam B C: & angulus A ab hoc subtensus obtusus per 2 propositionem. Denique in 4 exemplo A acutus erat, cum enim basis recti A C quadrante major sit, alterum crus erit majus, alterum

terum verò minus, per 3 propositionem. Sed A B majus est: B C igitur minus & angulus A huic subtensus acutus, per 2 propositionem.

Tertiò demonstratur investigatio anguli C.

Per inversionem rationum 23 propositionis est
Quemadmodum sinus basis recti,
Ad sinum recti:
Ita sinus alterutrius recti cruris,
Ad sinum anguli ab eo subtensi.

Sed quemadmodum sinus basis recti, ad sinum recti: Ita sinus recti, ad secantem arcus differentiæ ipsius basis, per 21 propositionem. Itaque
Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem arcus differentiæ ipsius basis:
Ita sinus recti cruris,
Ad sinum anguli quem subtendit.

Verùm illi ipsi sunt quatuor termini pragmatiæ ad investigationẽ anguli C primi paradigmatis adhibiti, & ideo quartus 6428 erit sinus quæsiti anguli C. Eadem demonstratio fuerit investigationis anguli C in reliquis tribus paradigmatis: cum autem 6428 duorum arcuum sinus sit, quorum unus quadrante major, alter minor est per 8 definitionem de fabrica sinuum, quæri posset uter eorum proposito problemati serviat? respondeo minorem, cum enim A B minor sit, angulus C ab eo subtensus acutus erit per 2 propositionem. Et in 2 exemplo latus ei subtensum minus ponitur, ergo C quoque acutus erit. In 3 autem & 4, A B major angulũ C obtusum facit, per eandem 2 propositionem.

CONCLUSIO. Itaq; cognitis trianguli sphærici rectanguli angulo recto, base, & crure recti, tertium latus & reliquos duos angulos invenimus. Quod facere oportuit.

2 PROBLEMA. 33 PROPOSITIO.

COGNITO sphærici rectanguli trianguli angulo recto, & utroque crure recti: basin & reliquos angulos invenire.

Tres cogniti termini cadunt in horum trium modorum aliquem.



Cumque horum pragmatiæ tribus modis varientur, uniuscujusque exemplum dabimus.

1 *Exemplum ad 1 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, latus AB 29 gr. 30 ①, & BC 42 gr. 24 ①.

QVÆSITVM. Basis recti AC, & reliqui duo anguli A, C, inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio basis recti A C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem alterius recti cruris ut puta BC	13542.
Ita secans reliqui cruris AB	11489 ad quem?
Concludetur secans	15558.
Cujus arcus pro quæsito AC	50 gr.

Investigatio anguli A.

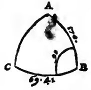
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ alterius cogniti recti cruris quæsito angulo A contermini, id est AB	20308.
Ita tangens reliqui cruris BC	9131 ad quem?
Concludetur secans	18543.
Cujus arcus pro quæsito angulo A	61 gr. 40.

Investigatio anguli C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ cogniti recti cruris quæsito angulo C contermini, id est BC	14830.
Ita tangens reliqui cruris AB	5658 ad quem?
Concludetur tangens	8391.
Cujus arcus pro quæsito angulo C	40 gr.

2 *Exemplum ad 2 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto sphærici trianguli ABC angulus B rectus, AB 170 grad. & BC 69 gr. 41 ①.

QVÆSITVM. Basis recti AC, & reliqui duo anguli A, C, inveniendi sunto.

CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio basis recti A C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem alterius recti cruris ut puta B C	28801.
Ita secans reliqui cruris A B	10154 ad quem.
Concludetur secans	29245.
Cujus arcus	70 gr.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito A C	110 gr.

Investigatio anguli A.

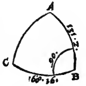
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ cogniti lateris quæsito angulo A contermini, id est arcus A B	57588.
Ita tangens reliqui cruris B C	27009 ad quem.
Concludetur secans	155539.
Cujus arcus pro quæsito angulo	86 gr. 19.

Investigatio anguli C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ cogniti lateris quæsito angulo C contermini, id est arcus B C	10663.
Ita tangens reliqui cruris A B	1763 ad quem.
Concludetur tangens	1880.
Cujus arcus	10 gr. 39.
Deductus de	180 gr.
Relinquit quæsitum angulum C	169 gr. 21.

3 *Exemplum de 3 hujus formæ triangulo.*





Datum. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, latus A B 131 gr. 2 ①, & B C 168 gr. 16 ①.

Quæsitum. Basis recti A C, & reliqui anguli A, C, inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio basis recti A C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem alterius recti cruris ut B C	10213.
Ita secans reliqui cruris A B	15232 ad quem.
Concludetur secans	15556.
Cujus arcus pro quæsita basi A C	50 gr.

Investi-

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ cogniti lateris quæsito angulo A contermini, id est arcus AB	13254.
Ita tangens reliqui recti cruris BC	2077 ad quem?
Concludetur tangens	2753.
Cujus arcus	15 gr. 23.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum A	164 gr. 37.

Investigatio anguli C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
At secautem arcus differentiæ cogniti lateris quæsito angulo C contermini, id est arcus BC	49175.
Ita tangens reliqui recti cruris AB	11490 ad quem?
Concludetur tangens	56502.
Cujus arcus	79 gr. 58.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo C	100 gr. 2.

DEMONSTRATIO.

Et primùm quidem ad investigationem basis recti AC.

Per 25 propositionem est

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ alterius recti cruris:
Ita sinus arcus differentiæ reliqui recti cruris,
Ad sinum arcus differentiæ basis recti.

Sed secans recti cruris, qui in hac proportione secundus est terminus, ad sinum recti eandem habet rationem, quam sinus recti, ad sinum arcus differentiæ ejusdem dicti recti cruris, per conf. 21 propositionis, itaque

Quemadmodum secans alterius recti cruris,
Ad sinum recti:
Ita sinus arcus differentiæ reliqui recti cruris,
Ad sinum arcus differentiæ basis recti.

Sed antecedens & consequens secundæ rationis sunt reciprocè proportionales secantibus suorum expositorum per conf. 22. propositionis, id est, quemadmodum sinus arcus differentiæ reliqui cruris, ad sinum arcus differentiæ basis recti: Ita secans basis, ad secantem dicti reliqui cruris, ex æquo igitur

Quemadmodum secans alterius recti cruris,
Ad sinum recti:
Ita secans basis recti
Ad secantem reliqui recti cruris.

Et inversè,

Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem alterius recti cruris:
Ita secans reliqui cruris,
Ad secantem basis recti.

Isti autem termini nobis adhibiti sunt ad investigationem basis recti AC in pri-

in primo paradigmate, & 15558 igitur fuerit secans quæsiti lateris A C recto subtensi. Atque eadem demonstratio erit inventionis basis recti A C in duobus reliquis exemplis. Verum quia 15558 ad duos arcus refertur, quorum hic quadrante major, ille minor sit per 8 definitionem de fabrica sinuum, quæri potest uter eorum huic problemati serviat? respondeo minorem, quia recti anguli crura A B, B C, sigillatim quadrante minora sunt, etiam basis recti A C minor erit per 3 propositionem. Cur autem A C in 2 exemplo major positus sit, ratio patet ex eadem 3 propositione, quia alterum recti crus B C minus est, alterum A B majus. Cumque duo crura recti anguli in 3 paradigmate majora sint, basis A C necessariò minor fuerit.

Secundò demonstratur inventio angulorum A, C.

Per 27 propositionem est

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum alterius recti cruris:
Ita tangens obliqui anguli eidem cruri contermini,
Ad tangentem reliqui cruris recti anguli.

Sed secans arcus differentiæ recti anguli cruris (qui hic consequens est primæ rationis,) ita se habet ad sinum recti: ut sinus recti, ad sinum ejusdem dicti recti cruris, qui consequens est primæ rationis per 21 propositionem, & æque ordinatè

Vt secans arcus differentiæ alterius recti cruris,
Ad sinum recti:
Ita tangens obliqui anguli dicto cruri contermini,
Ad tangentem reliqui recti cruris.

Et inversè,

Vt sinus recti,
Ad secantem arcus differentiæ alterius recti cruris:
Ita tangens reliqui recti cruris,
Ad tangentem obliqui anguli primo cruri contermini.

Cumque hi sint termini in investigatione anguli A usurpati, etiam 18543 fuerit tangens quæsiti anguli A. Eadem demonstratio est investigationis anguli A in reliquis duobus, vel etiam anguli C in omnibus tribus paradigmatis. Sed tamen quia 18543 tangens est duorum arcuum, quorum hic quadrante major, ille minor sit, per 7 definitionem de fabrica sinuum, quæri potest uter horum quæsito satisfaciat? respondeo minorem, cum enim B C subtendens angulum A minor sit, etiam A acutus erit, per 2 propositionem: Atque eâdem ratione angulus C in primo exemplo acutus esse arguitur. In 2 autem angulus A necessariò acutus, & C obtusus positus est, latus enim angulo A oppositum quadranti cedit, sed angulo C subtensum præstat. Denique cum latera A B, B C, in tertio paradigmate sigillatim quadrante majora sint, anguli A, C, obtusi sunt per 2 propositionem.

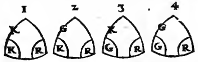
Conclvsio. Cognitis igitur sphærici rectanguli trianguli angulo recto, & utroque crure recti, basin & reliquos angulos invenimus. Quod faciendum erat.

3 PRO-

3 PROBLEMA. 34 PROPOSITIO.

SPHÆRICI rectãguli triãguli angulo recto, uno obliquorum, & baſe cognitis: Tertium angulũ & reliqua invenire.

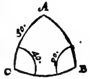
Tres cogniti termini in aliquem horum quatuor modorum incidunt.



Cumque eorum pragmatia ſit quadruplex, uniuſcujuſque exemplum dabimus.

1 *Exemplum de 1 hujus formæ triangulo.*





DATUM. Eſto A B C ſphæricum triangulum, cujus angulus B rectus ſit, C obliquus 40 grad. & baſis recti A C 50 grad.

QUAESITUM. Tertius angulus A, & reliqua latera AB, BC invenienda ſunt.

CONSTRUCTIO.

Inveſtigatio anguli A.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſecantem baſis recti A C	155557.
Ita tangens anguli differentiæ propoſiti C	11918 ad quem?
Concludetur tangens	18541.
Cujus arcus pro quæſito angulo A	61 gr. 40.

Inveſtigatio lateris AB.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſinum baſis recti A C	7660.
Ita ſinus obliqui anguli C	6428 ad quem?
Concludetur ſinus	4924.
Cujus arcus pro quæſito latere A D	29 gr. 30.

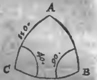
Inveſtigatio lateris BC.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſinum anguli differentiæ ipſius C	7660.
Ita tangens baſis recti A C	11918 ad quem?
Concludetur tangens	9129.
Cujus arcus pro quæſito latere B C	42 gr. 24.

2 *Exem-*

2 *Exemplum de 2 hujus formæ triangulo.*





DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, C obliquus 40 gr. basis recti A C 110 grad.

QUAESITUM. Tertius angulus A, & reliqua latera A B, B C invenienda sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem basis recti A C	29238.
Ita tangens anguli differentiæ obliqui anguli C	11918 ad quem?
Concludetur tangens	34846.
Cujus arcus	73 gr. 39.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum A	106 gr. 1.

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum basis recti A C	9397.
Ita sinus obliqui anguli C	6428 ad quem?
Concludetur sinus	6040.
Cujus arcus pro quæsito latere A B	37 gr. 10.

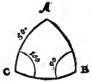
Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli differentiæ ipsius C	7660.
Ita tangens basis recti A C	27475 ad quem?
Concludetur tangens	21046.
Cujus arcus	64 gr. 35.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito latere B C	115 gr. 25.

3 *Exemplum de 3 hujus formæ triangulo.*



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, C obliquus 100 gr. & basis recti AC 50 gr.



QVAESITVM. Tertius angulus A, & reliqua duo latera AB, BC invenienda sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem basis recti AC	15557.
Ita tangens anguli differentiæ ipsius C	1763 ad quem?
Concludetur tangens.	2743.
Cujus arcus	15 gr.20.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo A	164 gr.40.

Investigatio lateris AB.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum basis recti AC	7660.
Ita sinus obliqui anguli C	9848 ad quem?
Concludetur sinus	7544.
Cujus arcus	48 gr.58.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito latere AB	131 gr.2.

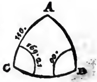
Investigatio lateris BC.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum arcus differentiæ ipsius C	1737.
Ita tangens basis recti AC	11918 ad quem?
Concludetur tangens	2070.
Cujus arcus	11 gr.42.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito latere BC	168 gr.18.

4 *Exemplum de 4 hujus formæ triangulo.*



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, C obliquus 169 gr.21 ①, & latus AC 110 gr.



QVAESITVM. Tertius angulus A, & reliqua latera AB, BC invenienda sunto.

CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
At secantem basis recti A C	29238.
Ita tangens anguli differentiæ, anguli C	53178 ad quem?
Concludetur tangens	155482.
Cujus arcus pro quæsito angulo A	86 gr. 19.

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum basis recti A C	9397.
Ita tangens obliqui anguli C	1848 ad quem?
Concludetur sinus	1737.
Cujus arcus	10 gr.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito latere A B	170 gr.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli differentiæ ipsius C	9828.
Ita tangens basis recti A C	27475 ad quem?
Concludetur tangens	27002.
Cujus arcus pro quæsito latere B C	69 gr. 41.

DEMONSTRATIO.

Et primùm quidem ad investigationem anguli A.

Enimverò per 29 propositionem fuerit

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum arcus differentiæ basis recti:
Ita tangens unius obliqui anguli,
Ad tangentem arcus differentiæ reliqui obliqui.

Sed secans basis recti eandem habet rationem ad sinum recti, quam sinus recti, ad sinum arcus differentiæ basis, per 21 propositionem. Ex æquo igitur,

Quemadmodum secans basis recti,
Ad sinum recti:
Ita tangens unius obliqui anguli,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui.

Et inversè,

Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem basis recti:
Ita tangens anguli differentiæ unius obliqui anguli,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui.

Verum istiusmodi fuerunt quatuor pragmatiæ termini ad inveniendum angulum A in primo paradigmate: ideo 18541 fuerit tangens quæsiti anguli A. Eadem demóstratio est inventionis anguli A in reliquis tribus exemplis. Cum autem 18541 tangens sit duorum arcuum, quorum hic quadrante major, ille

minor ſit, per 7 definitionem de fabrica ſinuum, quæri poteſt uter eorum quæſito ſatisfaciat? reſpondeo minorem, idque hac de cauſa. Cum angulus C acutus ſit, latus ei oppoſitum A B minus erit per 2 propoſitionem: Porro cum baſis recti A C minor quoque ſit, reliqua duo latera A B, B C pariter minora, aut pariter majora erunt per 3 propoſitionem. Sed A B minus eſt. Igitur & B C: & propterea angulus A ab hoc ſubtenſus acutus per 2 propoſitionem. In 2 A obtuſus eſt: nam quia C acutus eſt, A B minus erit, & quia baſis A C major eſt, reliquum crus B C majus quoque erit, & oppoſitus angulus A obtuſus.

Quod autem in tertio paradigmate angulus A obtuſus ſumptus ſit, id eâ causâ fit: cum angulus C obtuſus ſit, latus ei oppoſitum A B quadrante majus fuerit: Et cum baſis recti A C minor ſit, reliqua duo latera aut pariter majora, aut pariter minora erunt per 3 propoſitionem. Sed A B majus eſt. Igitur & B C: Ideo angulus ab hoc ſubtēſus obtuſus per 2 propoſitionem. In quarto paradigmate angulus A acutus eſt. Cum enim angulus C obtuſus ſit latus ei ſubtenſum A B quadrāte majus erit per 2 propoſitionē: Porro cum A C majus ſit, reliquorū laterum alterum majus, alterū minus erit, per cōſectarium 3 propoſitionis, ſed A B majus eſt. B C igitur minus: ideoq; angulus oppoſitus A acutus.

Secundò demonſtratur inventio cruris recti A B.

Etenim per 23 propoſitionem eſt,
Quemadmodum ſinus recti,
Ad ſinum baſis recti:
Ita ſinus alterius obliqui,
Ad ſinum lateris hunc ſubtendentis.

Hi autem ſunt quatuor termini ad inveſtigationē lateris A B in primo exemplo adhibiti, & ideo 4924 eſt ſinus quæſiti A B. Eadem demonſtratio erit inveſtigationis tangentium lateris A B in reliquis tribus exemplis. Verum enimvero cum 4924 ſit ſinus duorum arcuum, quorum hic major, ille minor ſit quadrante, per 2 definitionem de fabrica ſinuum, quæri poſſet ut eorum problemati ſatisfaciat? reſpondeo minorem: Cum enim angulus C ei oppoſitus acutus ſit, per 2 propoſitionem ipſum latus minus erit. Quod verò A B in ſecundo paradigmate minor ſumptus ſit, in 3 autem & 4 major, hinc eſt, quod angulus illi oppoſitus acutus ſit, qui verò ab his ſubtenduntur obtuſi.

Tertiò demonſtratur inveſtigatio recti cruris B C.

Etenim per 28 propoſitionem eſt,
Quemadmodum ſinus recti,
Ad tangentem baſis recti:
Ita ſinus anguli differentiæ obliqui anguli,
Ad tangentem recti cruris eidem obliquo contermini.

Hi autem ſunt quatuor termini in inveſtigatione recti cruris B C in primo paradigmate uſurpati, ideo quartus 9129 eſt tangens lateris B C. Eadem erit demonſtratio ad inveſtigationem tangentis B C in reliquis tribus paradigmatis: Veruntamen cum 9129 ſit tangens ſit duorum arcuum, quorum hic quadrante major eſt, ille minor, per 7 definitionem de fabrica ſinuum, quæri poteſt uter eorum quæſtioni ſatisfaciat? reſpondeo minorem: Etenim baſis A C quadrante minor eſt, quare anguli A, C, pariter acuti, aut pariter obtuſi ſunt per conſ. 5 propoſitionis. At C acutus eſt. Igitur & A, & per conſequens latus huic oppoſitum quadrante minus, per conſ. 2 propoſitionis.

Latus

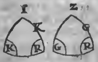
Latus autem B C in secundo paradigmate minus sumpsimus: Cum enim anguli recti basis A C quadranti præstet, alter reliquorum angulorum A, C, acutus, alter obtusus erit per cons. 5 propositionis. Sed C acutus est, itaque A obtusus: & latus ei oppositum B C quadrante majus per cons. 2 propositionis. At in tertio exemplo latus B C necessariò quadrante majus erat. Nam cum basis recti A C minor esset, anguli A, C, pariter acuti, pariter obtusi fuerint, per cons. 5 propositionis. Sed C obtusus est. Igitur & A; atque ideo latus hunc subtendens quadrante majus, per cons. 2 propositionis. In quarto exemplo latus B C necessariò minus sumptum est, cum enim basis recti A C major sit, alter angulorum A, C, acutus, alter obtusus fuerit, per cons. 5 propositionis. Sed C obtusus est, itaque A acutus; & latus B C & oppositum quadrante minus, per cons. 2 propositionis.

Conclusio. Trianguli igitur rectanguli sphærici angulo recto, obliquorum altero, & base recti cognitis, tertium angulum & reliqua latera invenimus. Quod erat propositum.

4 PROBLEMA. 35 PROPOSITIO.

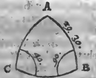
Rectanguli sphærici trianguli angulo recto, obliquorum altero, & latere eidem opposito cognitis: Tertium angulum & reliqua latera invenire.

Tres termini cogniti in horum trium modorum aliquem incidunt.



Et cum utriusque operationis eadem sit ratio, exemplum duntaxat unicum dabimus.

Datum. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, C obliquus 40 gr. & latus A C 29 grad. 30.



Quaesitum. Tertius angulus A, & reliqua duo latera A C, B C invenienda sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem lateris A B	11489.
Ita sinus anguli differentiæ ipsius C	7660 ad quem:
Concludetur sinus	8801
Cujus arcus pro quæsito angulo A primæ determinationis	61 gr. 40.
Qui deductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione	118 gr. 20.

Investigatio basis recti A C.

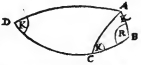
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli differentiæ ipsius C	15557.
Ita sinus arcus A B	4924 ad quem?
Concludetur sinus	7660.
Cujus arcus pro quæsito latere A C primæ determinationis	50 gr.
Hic deductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione.	130 gr.

Investigatio recti cruris B C.

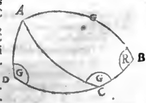
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem anguli differentiæ ipsius C	11918.
Ita tangens A B	5658 ad quem?
Concludetur sinus	6743.
Cujus arcus pro quæsito latere B C primæ determinationis	42 gr. 24.
Hic deductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione	137 gr. 36.

NOTA AD GEMINAM CONCLVSIONEM.

SVPRA attigimus, quemvis quæsitum terminum duplicem admittere determinationem, alteram majorem, alteram minorem 90 gradib. ubi non intelliges unum atque idem latus, aut angulum ejusdem trianguli majus, & minus esse posse, sed majus, aut minus. Quod ut apertius exprimam, ita habe, duo triangula, quorum cogniti termini æquales sint, terminos ignoratos inæquales habere posse. Sic dicis causâ expositum esto sphæricum triangulum A B C, item alterum A B D, ut angulus D acutus, angulo A C B



æqualis sit. Quibus positis, tres cogniti termini unius trianguli, tribus cognitis alterius æquantur, ignorati autem non item. Vnde intelliges primas determinationes conclusionesvé referri ad triangulum A B C, secundas verò ad triangulum A B D. Vt autem exemplum demus ubi C angulus obtusus sit, esto secundò ABC sphæricum triangulum, & alterum A B D, cujus angulus obtusus D, angulo A B C æquetur: His assertis, tres cogniti termini trianguli unius, æquant tres cognitos terminos alterius, ignorati autem inæquales sunt. Vbi animadvertes minimam determinationem anguli A, & maximam oppositi lateris, servire triangulo A B C: Sed maximam anguli A, & minimam oppositi lateris determinationem ad triangulum A B D referri.



Quæ hic nobis dicta sunt super hac ancipiti laterum & angulorum definitione, eadem locum habent in sequentibus, ubicunque duplicis determinationis mentio fiet.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Et primùm quidem ad investigationem anguli A.

Enimverò alternando invertendoque rationes 26 propositionis, erit;
Quemadmodum sinus arcus differentiæ unius recti cruris
Ad sinum recti:
Ita sinus anguli differentiæ obliqui anguli dicto cruri oppositi,
Ad sinum reliqui obliqui.

Sed quemadmodum sinus arcus differentiæ unius recti cruris, ad sinum recti: Ita sinus recti, ad secantem ejusdem expositi recti cruris, per consf. 21 propositionis, ex æquo igitur
Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem recti cruris:
Ita sinus anguli differentiæ obliqui anguli, qui dicto cruri opponitur,
Ad sinum reliqui obliqui anguli.

Isti autem sunt quatuor termini ad pragmatiam investigationis quæsiti anguli A adhibiti. Ideo 8801 est sinus quæsiti anguli A. Cum autem 8801 duorum arcuum sinus sit, quorum hic quadrante major, ille minor est, per 2 definitionem de fabrica sinuum, quæri posset uter illorum quæsito satisfaciat? respondeo utrumque (in diversis tamen triangulis, quæ eosdem cognitos habeant terminos, ut in Notis paulo ante expositū est) idque hac de causa: Cum angulus A, & duo latera B C, A C ignorentur, sequitur si angulus A fingatur acutus, latus B C ei oppositum quadranti cedere, per consf. 2 propositionis; & quia B C, & reliquum cognitū recti crus sigillatim quadranti cedunt, etiam basin per 3 propositionem minorem esse. Sin A sumatur obtusus, latus B C ei oppositum, per consf. 2 propositionis præstare, & similiter basin recti A C majorem esse per 3 propositionem.

Secundò demonstratur inventio basis recti A C.

Enimverò per alternationem 23 propositionis
Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum anguli obliqui;
Ita sinus basis recti,
Ad sinum lateris dicto obliquo subtensi.

Sed secans anguli differentiæ obliqui anguli, sinus recti, & ejusdem obliqui anguli sinus continuè analogi sunt, per 21 propositionem. Ex æquo igitur
Quemadmodum secans anguli differentiæ alterutrius obliqui,
Ad sinum recti:
Ita sinus basis recti,
Ad sinum lateris dicto obliquo subtensi.

Et inversè,
Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem anguli differentiæ obliqui anguli:
Ita sinus lateris dicto obliquo oppositi,
Ad sinum basis recti.

Verùm istiusmodi sunt quatuor termini constructionis seu pragmatiæ in investigatione basis recti A C usurpati. Ideo 7660 erit sinus quæsitæ basis A C: Verumtamen cum is ad duos arcus referatur, interrogari posset uter eorum problemati satisfaciat? respondeo utrumque (in diversis tamen triangulis, quo-

rum cogniti termini æquales sint, ut in Notis paulò ante expressimus) idq; hac de causa: Quia angulus A, & latera B C, A C, ignorantur, si basis recti A C quadrãti cedat, & crus recti B C, per conf. 3 propositionis, quadranti cedet, tum enim A B, & B C sigillatim deficiunt. Sin verò basis recti A C quadrantem excedat, B C quoque excedet, per idem conf. 3 propositionis, quia alterum crus A B minus est.

Tertiò demonstratur investigatio cruris anguli recti BC.

Enimverò per alternationum rationum 27 propositionis, est
Quemadmodum tangens obliqui anguli,
Ad sinum recti:
Ita tangens lateris obliquo oppositi,
Ad sinum reliqui cruris anguli recti.

Sed ut tangens obliqui anguli, ad sinum recti: ita sinus recti, ad tangentem anguli differentiæ ejusdem obliqui per 19 propositionem. Et ex æquo,
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem anguli differentiæ obliqui anguli:
Ita tangens recti cruris eidem obliquo oppositi,
Ad sinum reliqui recti cruris.

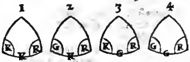
Istiusmodi autem sunt quatuor termini ad inventionem recti cruris B C adhibiti, ideo 6743 est sinus quæsiti cruris B C. Verumenimverò cum sinus 6743 ad duos arcus referatur, quorum hic quadranti cedit, ille autem, per 2 definitionem de fabrica sinuum, excedit, quæri posset uter eorum quæsito satisfaciat? respondeo utrumque (in diversis tamen triangulis, quorum cogniti termini æquales sint, ut fusius in Notis expositum est) Nam cum angulus A, & duo latera B C, A C, ignorentur, hinc efficitur si B C quadranti cedat, oppositum angulum A acutum esse per 2 propositionem, & ideo recti basin A C quoque deficere per 3 propositionem, quia A B, B C sigillatim minores sunt. Verum si B C quadranti præstet, oppositum angulum A obtusum, per 2 propositionem, & basin A C per 3 propositionem majorem esse, quia alterum crus A B minus, alterum B C majus est.

CONCLUSIO. Trianguli igitur rectanguli sphærici angulo recto, obliquorum altero, & base recti cognitis, tertium angulum & reliqua latera invenimus. Quod erat propositum.

5 PROBLEMA. 36 PROPOSITIO.

TRIANGULI rectanguli sphærici angulo recto, obliquorum altero, & eorum communi crure cognitis: tertium angulum & reliqua latera invenire.

Tres cogniti termini incidunt in horum quatuor modorum aliquem.

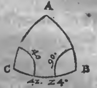


Cumque horum pragmatia sit quadruplex, uniuscujusque peculiare exemplum dabimus.

1 *Exem-*

1 *Exemplum ad 1 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, C 40 gr. & BC commune utriusque anguli crus 42 gr. 24 ①.

QVAESITVM. Tertius angulus A & reliqua latera AB, AC, invenienda sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli differentiæ expositi C	15557.
Ita secans lateris BC	13542 ad quem?
Concludetur secans	21067.
Cujus arcus pro quæsito angulo A.	61 gr. 40.

Investigatio cruris recti anguli AB.

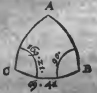
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum lateris BC	6743.
Ita tangens anguli C	8391 ad quem?
Concludetur tangens	5658.
Cujus arcus pro quæsito latere AB	29 gr. 30.

Investigatio basis recti AC.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli C	13054.
Ita tangens lateris BC	9131 ad quem?
Concludetur tangens	11920.
Cujus arcus pro quæsita anguli recti base AC	50 gr.

2 *Exemplum de 2 hujus formæ triangulo.*





DATVM. Esto ABC sphæricū triangulum, cujus angulus B rectus, C 169 gr. 21 ①, & BC commune utriusque crus sit 69 graduum 41 ①.

QVAESITVM. Tertium angulum A, & reliqua latera AB, AC invenienda sunto.

CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſecantem anguli differentiæ ipſius C	54110.
Ita ſecans arcus B C	28801 ad quem?
Concludetur ſecans	155842.
Cujus arcus pro quæſito angulo A	86 gr. 19.

Investigatio recti cruris A B.

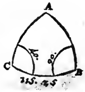
Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſinum lateris B C	9378.
Ita tangens anguli C	1881 ad quem?
Concludetur tangens	1764.
Cujus arcus	10 gr.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæſito latere A B	170 gr.

Investigatio baſis recti A C.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſecantem anguli C	10175.
Ita tangens lateris B C	27009 ad quem?
Concludetur tangens	27482.
Cujus arcus	70 gr.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæſita recti anguli baſe A C	110 gr.

3 *Exemplum de 3 hujus formæ triangulo.*





DATVM. Eſto A B C ſphæricum triangulum, cujus angulus B rectus ſit, C 40 gr. & commune crus B C 115 gr. 25 ①.

QVAESITVM. Tertius angulus A, & reliqua latera A B, A C, invenienda ſunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſecantem arcus differentiæ ipſius C	15557.
Ita ſecans lateris B C	23299 ad quem?
Concluditur ſecans	36246.
Cujus arcus	73 gr. 59.
Deductus de	180 gr.
Relinquit pro quæſito angulo A	106 gr. 1.

Investi-

Investigatio recti cruris AB.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum lateris BC	9032.
Ita tangens anguli C	8391 ad quem?
Concludetur tangens	7579.
Cujus arcus pro quæsito crure AB	37 gr. 9.

Investigatio basis recti AC.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli C	13054.
Ita tangens lateris BC	21044 ad quem?
Concludetur tangens	27471.
Cujus arcus	70 gr.
Deductus de	180.
Relinquet pro quæsita base AC	110 gr.

4 *Exemplum de 4 hujus formæ triangulo.*





DATUM. Esto sphæricum triangulum ABC, cujus angulus B rectus, C 100 gr. 2 ①, & commune crus BC 168 gr. 16 ①.

QUAESITUM. Tertius angulus A & reliqua latera AB, AC invenienda sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli differentiæ ipsius C	10155.
Ita secans lateris BC	10214 ad quem?
Concludetur secans	10372.
Cujus arcus	15 gr. 24.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo A	164 gr. 36.

Investigatio recti anguli cruris AB.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum lateris BC	2034.
Ita tangens anguli C	56521 ad quem?
Concludetur tangens	11496.
Cujus arcus	48 gr. 59.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito crure AB	131 gr. 1.

Investi-

Investigatio basis recti A C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli C	57398.
Ita tangens lateris B C	2077 ad quem?
Concludetur tangens	11922.
Cujus arcus pro quæsita base A C	50 gr. 1.

DEMONSTRATIO.

Et quidem primum ad inventionem anguli A.

Enimverò per 26 propositionem
Quemadmodum sinus obliqui anguli,
Ad sinum recti:
Ita sinus anguli differentiæ reliqui obliqui,
Ad sinum arcus differentiæ lateris sibi oppositi.

Sed quemadmodum sinus obliqui anguli, ad sinum recti: Ita sinus recti, ad secantem anguli differentiæ ejusdem obliqui anguli, per 21 propositionem. Ex æquo igitur,
Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem anguli differentiæ unius obliqui:
Ita sinus anguli differentiæ reliqui obliqui,
Ad sinum arcus differentiæ lateris huic oppositi.

Hic autem antecedens & consequens secundæ rationis sunt arcus differentiæ, quorum sinus reciprocè proportionales sunt suorum primorum seu expositorum arcuum secantibus, per conf. 22 propositionis, id est, Quemadmodum sinus arcus differentiæ reliqui obliqui, ad sinum arcus differentiæ lateris sibi oppositi: Ita secans dicti lateris oppositi, ad secantem dicti obliqui. Et ex æquo,
Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem anguli differentiæ unius obliqui:
Ita secans lateris oppositi reliqui obliqui,
Ad secantem reliqui obliqui.

Istiusmodi autem sunt quatuor termini in investigatione anguli A usurpati in primo paradigmate: Ideo 21067 est secans quæsiti anguli A. Eadem demonstratio erit inventionis secantium anguli A in tribus reliquis exemplis. Cumque 21067 sit secans duorum arcuum, quorum hic major, ille minor sit quadrante per 8 definitionem de fabrica sinuum; quæri posset uter eorum quæsito conveniat? respondeo minorem, nam cum B C ex hypothesi minor sit, angulus oppositus A acutus fuerit per 2 propositionem. Itidem in 2 paradigmate quia B C minor est, oppositus angulus A acutus erit. At in 3 & 4 exemplo quia B C quadrantem excedit, oppositus angulus A obtusus est.

Secundò demonstratur investigatio recti cruris A B.

Enimverò per 27 propositionem
Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum alterius recti cruris:
Ita tangens obliqui anguli, qui adjacet cruri anguli recti,
Ad tangentem reliqui recti cruris.

At isti sunt quatuor termini pragmatiæ ad inveniendum latus A B in primo paradi-

paradigmate adhibiti: ideo 5658 est tangens quæsiti A B; & sic in cæteris. Verùm quia hic 5658 duorum arcuum tangens est, quorum alter quadrante major, alter minor sit per 7 definitionem de fabrica sinuum; quæri possit uter eorum problemati proposito congruens sit? respondeo minorem; cum enim angulus oppositus C acutus sit, arcus subtensus minor erit per cons. 2 propositionis. A B autē in secūdo paradigmate necessariò major erat, quia oppositus angulus C obtusus est. At A B in 3 paradigmate minor, quia oppositus angulus C acutus est. Deniq; A B in quarto paradigmate major, nā angulus oppositus C obtusus est.

Tertiò demonstratur inventio basis recti A C.

Etenim alternando rationes 28 propositionis, erit

Quemadmodum sinus recti,
Ad sinum anguli differentiæ alterutrius obliqui:
Ita tangens basis recti,
Ad tangentem recti cruris dicto obliquo contermini.

Sed, quemadmodū consequens primæ rationis, videlicet sinus anguli differentiæ alterutrius obliqui, ad sinum recti: Ita sinus recti, ad secantem ejusdem obliqui, per cons. 21 propositionis. Et inversè, Quemadmodum sinus recti, ad sinum anguli differentiæ alterutrius obliqui: Ita secans ejusdem obliqui, ad sinum recti. Ex æquo igitur,

Quemadmodum secans obliqui anguli,
Ad sinum recti:
Ita tangens basis recti,
Ad tangentem recti cruris dicto obliquo contermini.

Et inversè,

Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem obliqui anguli:
Ita tangens recti cruris dicto obliquo contermini,
Ad tangentem basis recti.

Istiusmodi autem sunt quatuor termini in investigatione basis recti A C in primo paradigmate usurpati; Ideo 11920 est tangens quæsitæ basis A C. Eadem demonstratio erit in cæteris paradigmatis super inventione baseos A C. Quia verò 11920 est tangens duorum arcuum, quorum hic quadranti cedit, ille excedit per 7 definitionem de fabrica sinuum, quæri potest uter eorum quæsito congruat, respondeo minorem: Nam angulus C acutus est, ideo A B recti crus cum subtendens quadranti cedit per cons. 2 propositionis, & cum B C reliquum crus minus quoque sit, etiam in basis recti A C, per 3 propositionem, deficiet. In secundo autem paradigmate A C major est hac de causa: quia angulus C obtusus sit, latus A B majus fuerit per cons. 2 propositionis, & cum hic B C quadranti cedat, basis A C necessariò præstabit, per 3 propositionem. Verùm in 3 exemplo basis A C major est, quia angulus C acutus, latus A B sibi subtensum, per cons. 2 propositionis, quadrante minus efficit, at reliquum B C majus est, unde basis A C, per 3 propositionem major quoque erit. Denique in quarto paradigmate basis recti A C quadranti cedit, quia angulus C obtusus est, ideoque per cons. 2 propositionis latus oppositum A B quadranti præstabit, cumque insuper & B C excedat, basis recti A C, per 3 propositionem, quadranti cedet. CONCLUSIO. Itaq, sphærici rectanguli trianguli angulo recto, obliquorum altero, & horum communi crure cognitis, tertium angulum & reliqua latera invenimus. Quod faciendum erat.

6 PROBLEMA. 37 PROPOSITIO.

COGNITIS sphærici rectanguli trianguli tribus angulis: Tria latera invenire.

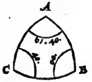
Tres cogniti termini incidunt in horum trium modorum aliquem.



Quorum triplicem pragmatiam, tribus paradigmatis exhibemus.

1 *Exemplum ad 1 hujus formæ triangulum.*





DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, A 61 grad. 40 ①, & C 40 graduum.

QVÆSITVM. Tria latera invenienda sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio recti cruris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum obliqui anguli quæsito lateri conterminі, ut anguli A	8802.
Ita secans reliqui obliqui C	13054 ad quem?
Concludetur secans	11490.
Cujus arcus pro quæsito latere A B	29 gr. 30.

Investigatio recti cruri B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum obliqui anguli quæsito lateri contermini, ut anguli C	6428.
Ita secans reliqui obliqui A	21070 ad quem?
Concludetur secans	13544.
Cujus arcus pro quæsito latere B C est	42 gr. 25.

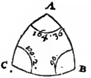
Investigatio basis recti A C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem alterius obliqui, ut puta A	18546.
Ita tangens reliqui obliqui C	8391 ad quem?
Concludetur secans	15562.
Cujus arcus pro quæsita basi A C	50 gr. 1.

2 *Exem-*

2 *Exemplum ad 2 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus angulus B rectus sit, A 164 grad. 36 ①, & C 100 grad. 2 ①.

QVAESITVM. Tria latera invenienda sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio recti cruris AB.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum obliqui anguli quæsito lateri A B cóterminí, id est, anguli A	2656.
Ita secans reliqui obliqui C	57398 ad quem?
Concludetur secans	15245.
Cujus arcus	49 gr.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito latere A B	131 gr.

Investigatio recti cruris B C.

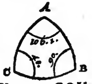
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum obliqui anguli quæsito lateri B C contermini, id est anguli C	9847.
Ita secans reliqui obliqui A	10372 ad quem?
Concludetur secans	10213.
Cujus arcus	11 gr. 15.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito latere B C	168 gr. 45.

Investigatio basis recti A C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem alterius obliqui, ut puta A	2755.
Ita tangens reliqui obliqui C	56521 ad quem?
Concludetur secans	15572.
Cujus arcus pro quæsita basi A C	50 gr. 2.

3 *Exemplum ad 3 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus B rectus sit, A 106 gr. 1 ①, & C 40 gr.

QVAESITVM. Tria latera invenienda sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio recti cruris AB.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſinum obliqui anguli, qui adjacet quæſito lateri AB, id eſt, anguli A	9612.
Ita ſecans reliqui obliqui C	13054 ad quem?
Concludetur ſecans	12548.
Cujus arcus pro quæſito latere AB	36 gr. 9.

Investigatio recti cruris BC.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad ſecantem obliqui anguli, qui adjacet quæſito lateri BC, id eſt anguli C	6428.
Ita ſecans reliqui obliqui A	36243 ad quem?
Concludetur ſecans	23297.
Cujus arcus	64 gr. 35.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæſitum latus BC	115 gr. 25.

Investigatio baſis recti AC.

Quemadmodum ſinus recti	10000.
Ad tangentem alterius obliqui ut puta A	3.836.
Ita tangens reliqui obliqui C	8391 ad quem?
Concludetur ſecans	29.31.
Cujus arcus	70 gr.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæſita baſi AC	110 gr.

DEMONSTRATIO.

Et quidem primùm ad inventionem crurum recti anguli AB, BC.

Enimverò per inverſionem rationum 26 propoſitionis,

Quemadmodum ſinus recti,
Ad ſinum alterius obliqui:
Ita ſinus arcus differentiæ lateris reliquo obliquo oppoſiti,
Ad ſinum anguli differentiæ hujus obliqui.

Verum antecedens & conſequens ſecundæ rationis, cum ſint ſinus arcuum differentiæ, ſunt reciprocè proportionales ſuórum expoſitorum ſecantibus, per conſ. 22 propoſitionis. Ex æquo igitur,

Quemadmodum ſinus recti,
Ad ſinum alterius obliqui:
Ita ſecans reliqui obliqui,
Ad ſecantem lateris ſibi oppoſiti.

Sed hi ſunt quatuor termini conſtructionis ſeu pragmatiæ primi exempli, ad inventionem lateris AB: Ideo 11490 fuerit ſecans quæſiti lateris AB. Eadem ratione demonſtrabitur inveſtigatio ſecantis arcus AB, in ſecundo & tertio paradigmate. Et quia 11490 eſt ſecans duorum arcuum, quorum hic quadrante major,

major, ille minor sit, per 8 definitionem de fabrica sinuum, quæri potest uter eorum quæsito congruat? respondeo minorem, nam cum angulus oppositus C acutus sit, A B necessariò minor erit per conf. 2 propositionis. At in secundo exemplo quia C obtusus est, latus oppositum A B majus fuerit. In tertio autem C acutus, oppositum latus A B minus facit. Haud aliter investigatio lateris B C, in omnibus paradigmatis demonstrabitur.

Secundò demonstratur inventio basis recti A C.

1 MEMBRVM.

Enimverò per alternationem rationum 29 propositionis
Quemadmodum sinus recti,
Ad secantem alterius obliqui:
Ita sinus arcus differentiæ basis recti,
Ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui.

Verùm sinus recti medius proportionalis est inter sinum arcus differentiæ basis, & secantem sui primi seu expositi, per conf. 21 propositionis: Quare etiam rectangulum comprehensum à sinu arcus differentiæ basis, & sui expositi secante, æquatur quadrato sinus recti.

2 MEMBRVM.

Præterea cum sinus recti sit media proportionalis linea inter tangentem anguli differentiæ reliqui anguli (qui consequens est secundæ rationis) & sui primi seu expositi tangentem per 19 propositionem, rectangulum à tangente anguli differentiæ dicti obliqui, & tangente sui expositi arcus comprehensum, æquabitur quadrato sinus recti; ideóque hoc rectangulum æquatur rectangulo 1 membri, & latera reciprocè proportionalia sunt: Id est, quemadmodum sinus arcus differentiæ basis, ad tangentem anguli differentiæ reliqui obliqui: ita tangens dicti obliqui, ad secantem basis recti. Et ex æquo
Quemadmodum sinus recti,
Ad tangentem alterius obliqui:
Ita tangens reliqui obliqui,
Ad secantem basis recti.

Isti autem sunt quatuor termini constructionis in investigatione basis A C in primo exemplo usurpati: ideo 15562 est secans quæsitę basis A C. Eadem demonstratio erit in cæteris super inventione basis A C. Cum autem 15562 secans sit duorum arcuum, quorum hic quadrante major ille minor sit per 8 definitionem de fabrica sinuum, quæri potest uter eorum proposito problemati conveniat? respondeo minorem, quia enim uterque obliquus A, C, acutus est, basis recti per 5 propositionem minor fuerit. Itidem in 2 basis A C minor erit, quia uterque angulus A, C, obtusus est. In 3 autem quia alter angulus A obtusus, alter C acutus est, basis, per 5 propositionem, major erit.

Conclusio. Cognitis igitur sphærici rectanguli trianguli tribus angulis, tria latera invenimus. Quod facere oportuit.

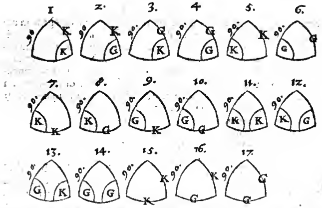
DISTINCTIO PRIMA
DE SPHÆRICIS TRIANGVLIS IN QVIBVS VNVM DVNTAXAT

latus 90 gr. cognitum datur, & angulus rectus cognitus non datur, quorum ignorati termini unica multiplicatione, ut ante in triangulis rectangulis, inveniuntur.

7 PROBLEMA. 38 PROPOSITIO.

SPHÆRICI rectanguli trianguli uno latere 90 graduum & duobus aliis terminis cognitis: reliquos tres ignoratos invenire.

Tres cogniti termini in horum feptemdecim modorum aliquem incidunt.



Cumque horum pragmatia decem modis varietur, decem exemplis theorema istud explicabimus.

1 Exemplum ad 1 & 2 hujus formæ triangulum.

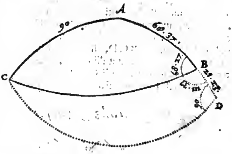


NOTA.

Latera propofitorum triangulorum deinceps lineis defignabimus, reliquos autem

autem arcus quos ad præparationem pragmatiæ seu constructionis assumemus, distinctionis gratiâ continuatione punctorum definiemus.

DATUM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus latus AC sit 90 graduum, AB 68 gr. 37 ①, & angulus ABC 68 gr. 27 ①.



QUÆSITUM. Tertium latus BC, & reliqui duo anguli A, ACB inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio lateris BC.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli ABC	27225.
Ita tangens arcus differentiæ ipsius AB	3916 ad quem?
Concludetur tangens	10661.
Cujus arcus	46 gr. 50.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito arcu BC	133 gr. 10.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum arcus differentiæ AB	3646.
Ita tangens anguli ABC	25322 ad quem?
Concludetur tangens	92.2.
Cujus arcus	42 gr 43.
Deductus de	180 gr.
Relinquet pro quæsito angulo A	137 gr. 17.

Investigatio anguli ACB.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli differentiæ ipsius ABC	10752.
Ita secans arcus differentiæ lateris AB	10739 ad quem?
Concludetur secans	11546.
Cujus arcus	30 gr.
Deductus de	90 gr.
Relinquet pro quæsito angulo ACB	60 gr.

PRAEPARATIO. Ex A tanquam polo intervallo quadrantis AC, descriptus arcus CD, intersecet continuatum arcum AB, in puncto C.

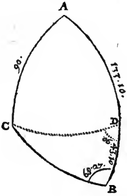
DEMONSTRATIO.

Si AB 68 gr. 37 ① subducatur de AD 90 gr. restabit BD 21 gr. 23 ①, si

deinde tollas 68 gr. 27 ① anguli A B C, de 180 gr. restabunt 111 gr. 33 ① amplitudo anguli C B D, & D rectus est. Trianguli igitur rectāguli C B D tres termini sciuntur, cumque horum ope ignoratos inveneris, etiam tres ignorati termini trianguli A B C cogniti erunt, (:namque rectanguli trianguli C B D basis B C, est quæsitum latus trianguli A B C. Secundò crus D C rectanguli trianguli C B D, est magnitudo quæsiti anguli A. Denique rectanguli trianguli C B D angulus B C D, est angulus differentiæ quæsiti A C B:) sed numeri hujus pragmatiæ, sunt illi quibus opus est ad investigandum ignoratos terminos rectanguli trianguli C B D, ut è 36 propositionis secundo exemplo perspicuum est. Ideo inventi termini, sunt quæsiti.

2 *Exemplum ad 3 & 4 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus latus A C 90 graduum sit, A B 133 gr. 10 ①, & angulus B 68 gr. 27 ①.

QVAESITVM. Tertium latus B C, & reliqui anguli A, A C B inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli B	27225.
Ita tangens anguli differentiæ ipsius A B	9380 ad quem?
Concludetur tangens	25537.
Cujus arcus pro quæsito latere B C	68 gr. 37.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum arcus differentiæ ipsius A B	6841.
Ita tangens anguli B	25322 ad quem?
Concludetur tangens	17322.
Cujus arcus pro quæsito angulo A	60 gr.

Investigatio anguli A C B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli differentiæ ipsius B	10752.
Ita secans arcus differentiæ lateris A B	13711 ad quem?

Conclu-

Concludetur secans	14742.
Cujus arcus	47 gr. 17.
Compositus cum	90 gr.
Dabit quæsitum angulum A C B	137 gr.

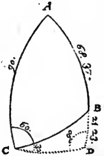
PRAEPARATIO. Ex A polo, intervallo quadrantis A C describatur arcus C D, qui latus A B intersecet in puncto D.

DEMONSTRATIO.

Si A D 90 gr. demas de A B 133 gr. 10 ①, restabit D B 43 gr. 10 ①, angulus autem C B D rectus est, igitur rectanguli trianguli C D B tres termini cogniti sunt, si horum ope ignorati inveniantur, etiam tres ignorati termini dati trianguli A B C cognoscentur (nam rectanguli trianguli C D B basis B C, est quæsitum latus trianguli A B C. Secundò crus recti C D, est amplitudo quæsiti anguli A in triangulo A B C. Denique angulus B C D, rectanguli trianguli C B D, est angulus differentiæ ipsius A C B) numeri enim hujus pragmatiæ, iidem sunt quibus opus est in pragmatia ad investigandum ignotos terminos rectanguli trianguli C B D, ut constat è 36 propositionis 1 exemplo. Igitur inventi termini, sunt quæsiti.

3 Exemplum ad 5 hujus formæ triangulum.





DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus latus A C sit 90 gr. A B 68 gr. 37 ①, & angulus A C B 60 gr.

QUAESITUM. Tertium latus B C, & reliqui anguli A, A B C inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

1 Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem anguli A B C	20000.
Ita sinus arcus differentiæ ipsius A B	3646 ad quem?
Concludetur sinus	7292.
Cujus arcus pro quæsito latere B C primæ determinationis	46 gr. 49.
Hic deductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione	133 gr. 11.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem anguli C	17321.

Ita tan-

Ita tangens arcus differentiæ lateris A B	5916 ad quem?
Concluditur sinus	6782.
Cujus arcus dabit quæsitum angulum A primæ determinationis	42 gr. 43.
Hic deductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda conclusione seu determinatione	137 gr. 17.

Investigatio anguli A B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ lateris A B	10739.
Ita sinus anguli C	8660 ad quem?
Concludetur sinus	9299.
Cujus arcus exhibet quæsitũ angulũ A B C primæ determinationis	68 gr. 26.
Hic deductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione	111 gr. 34.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis A C, circinetur arcus C D, qui producto lateri A B occurrat in puncto D.

DEMONSTRATIO.

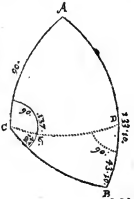
Si A D 90 gr. auferas ab A B 68 gr. 27 ①, reliquus erit B D 21 gr. 23 ①. Deinde tollas angulum A C B 60 gr. de A C D 90 gr. supererit angulus B C D 30 graduum. Rectanguli igitur trianguli C B D tres termini cogniti sunt, si horum auxilio tres ignoratos invenias, quæsiti termini trianguli A B C quoque cognoscentur, (etenim rectanguli trianguli C D B basis B C, est dati trianguli A B C quæsitum latus. Secundò C D crus recti anguli in triangulo C D B, est magnitudo quæsiti anguli A. Denique angulus C B D rectanguli trianguli C D B, est angulus differentiæ ipsius A B C) sed numeri hujus pragmatiæ, sunt illi quibus opus est ad inventionem ignoratorum terminorum rectanguli trianguli C B D, ut patet è 35 propositione. Igitur inventi hi termini, sunt quæsiti.

4 *Exemplum ad 6 hujus formæ triangulum.*



DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus latus A C 90 graduum sit, A B 133 grad. 10 ①, & angulus A C B 137 grad. 16 ①.

QUAESITUM. Tertium latus B C, & reliqui anguli A, B inveniendi sunto.



CON-

CONSTRUCTIO.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
At secantem complementi semiperipheriæ anguli A C B	13614.
Ita sinus arcus differentiæ lateris A B	6841 ad quem?
Concludetur sinus	9313.
Cujus arcus exhibet quæsitum latus B C primæ determinationis	68 gr. 39.
Qui subductus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione	111 gr. 21.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem complementi semiperipheriæ anguli A C B	9238.
Ita tangens arcus differentiæ ipsius A B	9380 ad quem?
Concludetur sinus	8665.
Cujus arcus exhibet quæsitum angulum A primæ determinationis	60 gr. 3.
Qui sublatus de	180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione	119 gr. 57.

Investigatio anguli B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ ipsius A B	13711.
Ita sinus complementi semiperipheriæ anguli C	6786 ad quem?
Concludetur sinus	9304.
Cujus arcus exhibet quæsitum angulum B primæ determinationis	68 gr. 30.
Hic deductus de	180 gr.
Relinquet pro secundâ determinatione	111 gr. 30.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis A C delineetur arcus C D, qui latus A B intersecet in D.

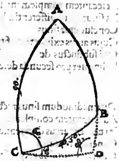
DEMONSTRATIO.

Subducito A D 90 gr. de A B 133 grad. 10 ①, reliquus erit D B 43 grad. 10 ①. Tum angulum A C D 90 grad. demitto de angulo A C B 137 gr. 16 ①, restabit angulus D C B 47 gr. 16 ①, & C D B rectus est. Trianguli igitur rectanguli C D B tres termini cogniti sunt, quorum auxilio tres ignotatos assequemur, iidem quoque termini quæsiti erunt dati trianguli (basis namque B C rectanguli trianguli C D B, est dati trianguli A B C quæsitum latus. Secundò anguli recti crus C D, est quæsita magnitudo anguli A, in triangulo A B C. Denique rectanguli trianguli C D B, angulus B, est etiam quæsitus angulus dati trianguli A B C.) Verum hujus pragmatiæ numeri, sunt illi ipsi quibus opus est ad inveniendum rectanguli trianguli C B D terminos ignotos, ut demonstratum est propositione 35. Ideoque inventi, sunt ii qui quærebantur.

5 *Exem-*

5 *Exemplum ad 7 & 8 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus latus A C sit 90 gr. C B 46 gr. 50 ①, & angulus A C B 60 gr.

QVAESITVM. Tertium latus A B, & reliqui anguli A, A B C inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum lateris C B	7294.
Ita sinus anguli differentiæ ipsius A C B	5000 ad quem?
Concludetur sinus	3647.
Cujus arcus	21 gr. 23.
Deductus de	90 gr.
Relinquet quæsitum latus A B	68 gr. 37.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli C	8660.
Ita tangens lateris C B	10661 ad quem?
Concludetur tangens	9232.
Cujus arcus pro quæsito angulo A	42 gr. 43.

Investigatio anguli A B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem lateris B C	14617.
Ita tangens anguli A C B	17121 ad quem?
Concludetur tangens	25318.
Cujus arcus	68 gr. 27.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum A B C	111 gr. 33.

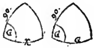
PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis A C circinetur arcus C D, qui latus A B intersecet in D.

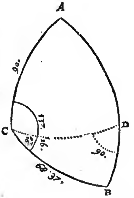
DEMONSTRATIO.

Subducto angulo A C B 60 gr. de A C D 90 grad. relinquetur angulus B C D 30 gr. & angulus D rectus est, & basis recti C B 46 grad. 50 ①. Igitur tres termini rectanguli trianguli C D B sciuntur, inventis autem ignoratis, etiam

etiam quæsiti termini trianguli A B C cogniti erunt (:etenim crus recti B D, est arcus differentiæ lateris A B. Secundò rectanguli trianguli C D B latus C D, est quæsita magnitudo anguli A in triangulo A B C. Tertiò rectanguli trianguli C D B angulus C B D, est angulus differentiæ ipsius A B C:) verum numeri hujus pragmatiæ sunt illi quorum usus est ad inventionem ignotorum terminorum rectanguli trianguli C B D, ut patet è 34 propositionis exemplo 1. Igitur inventi termini, sunt ii ipsi qui quæruntur.

6 *Exemplum ad 9 & 10 hujus formæ triangulum.*





DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus latus A C sit 90 gr. B C 68 gr. 37 ①, & angulus A C B 137 gr. 16 ①.

QUÆSITUM. Tertium latus A B, & reliqui anguli A, B, inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum lateris B C	9312.
Ita sinus anguli differentiæ ipsius A C B	7345 ad quem?
Concludetur sinus	6839.
Cujus arcus	43 gr. 9.
Cum hoc compositus	90 gr.
Exhibet quæsitum latus A B	133 gr. 9.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli A C B	6786.
Ita tangens lateris C B	25539 ad quem?
Concludetur tangens	17330.
Cujus arcus pro quæsito angulo A	60 gr. 1.

Investigatio anguli B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem lateris B C	27427.
Ita tangens anguli A C B	9239 ad quem?

 Conclu-

Concludetur tangens	25339.
Cujus arcus pro quæsito angulo B	68 gr. 26.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis AC, describatur arcus CD, qui productum AB intersecet in D.

DEMONSTRATIO.

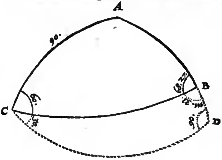
Angulus ACB 137 gr. 16⊙, multatus angulo ACD 90 gr. relinquet angulum BCD 47 gr. 16⊙, & CDB rectus est, latus CB 68 gr. 37⊙. Igitur rectanguli trianguli CDB tres termini cogniti sunt, horum ope inveniantur ignorati, & tres termini dati trianguli ABC cogniti erunt, (: nam DB crus anguli recti, est arcus differentiæ lateris AB. Secundò reliquum recti crus CD est etiam quæsita amplitudo anguli A in triangulo ABC. Tertiò rectanguli trianguli CBD angulus B, est quoque angulus trianguli ABC) sed numeri hujus pragmatiæ, sunt illi quibus opus est ad assequẽdum ignoratos rectanguli trianguli CDB terminos, ut è 34 propositionis 1 exemplo constat. Igitur inventi hi termini, sunt ii, qui quærebantur.

7 Exemplum ad 11 & 12 hujus formæ triangulum.



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus latus AC sit 90 gr. angulus ABC 68 grad. 27⊙, & ACB 60 graduum.

QVAESITVM. Tertius angulus A & reliqua duo latera AB, BC invenienda sunto.



CONSTRVCTIO.

Investigatio recti cruris A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli differentiæ minimi cogniti ex datis, id est in istoc paradigmate anguli ACB	5000.
Ita secans reliqui dati ABC	27225 ad quem?
Concludetur secans	13612.
Cujus arcus	42 gr. 44.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum A	137 gr. 16.

Investi-

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli maximi è datis ut hic A B C	9301.
Ita secans anguli differentiæ reliqui dati A C B	11547 ad quem?
Concludetur secans	10739.
Cujus arcus	21 gr.23.
Deductus de	90 gr.
Relinquet quæsitum latus A B	68 gr.37.

Investigatio lateris B C.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem anguli differentiæ alterius dati anguli ut puta A C B	5774.
Ita tangens reliqui dati A B C	25322 ad quem?
Concludetur secans	14620.
Cujus arcus	46 gr.51.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum latus B C	133 gr.9.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis A C, describatur arcus C D, qui intersecet productam A B in puncto D.

DEMONSTRATIO.

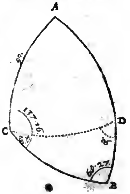
Deme angulum A C B 60 gr. de A C D 90 gr. reliquis erit angulus B C D 30 gr. Deinde multatis 180 gr. angulo A B C 68 grad. 27 ①, restabit angulus C B D 111 gr. 33 ①, & D rectus est. Trianguli igitur rectanguli C D B tres termini cogniti sunt, per hos inveniantur ignorati, & quæsiti termini in proposito triangulo cogniti fuerint (: siquidem C D alterum anguli recti crus, fit quæsiti amplitudo anguli A in triangulo A B C. Reliquum autè recti anguli crus B D est arcus differentiæ lateris A B. Denique rectanguli trianguli C B D basis B C, est quæsitum latus trianguli A B C:) verùm numeri hujus pragmatiæ sunt illi ipsi quorum usus est in pragmatia investigationis ignoratorum terminorum rectanguli trianguli C D B ut patet ex 3 exemplo 37 propositionis. Igitur iidem isti numeri, sunt quæsiti.

8 *Exemplum ad* 13 *&* 14 *hujus forma triangulum.*



DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus latus A C sit 90 grad. angulus B 68 gr. 27 ①, & A C B 137 gr. 16 ①.

QUÆSITUM. Tertius angulus A, & reliqua latera A B, B C invenienda sunto.



CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli differentiæ, è datis maximi, id est in istoc diagrammate A C B	7345.
Ita secans reliqui dati anguli B	27225 ad quem?
Concludetur secans	19996.
Cujus arcus exhibet quæsitum angulum A	60 gr.

Investigatio lateris A B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum anguli è datis minimi, qui hîc est B	9301.
Ita secans anguli differentiæ reliqui anguli dati A C B	14737 ad quem?
Concludetur secans	13706.
Cujus arcus	43 gr. 9.
Semper additus ad	90 gr.
Dabit quæsitum latus A B	133 gr. 9.

Investigatio lateris B C.

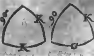
Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem anguli è datis minimi B	25322.
Ita tangens anguli differentiæ reliqui obliqui A C B	10894 ad quem?
Concluditur secans	27408.
Cujus arcus exhibet quæsitum latus B C	68 gr. 36.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo A C circinetur arcus C D, qui arcum A B intersecet in D.

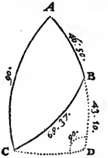
DEMONSTRATIO.

Angulus A C D 90 gr. subducatur de A C B 137 gr. 16 ①, reliquus erit angulus D C B 47 gr. 16 ①, & angulus C D B rectus, angulus autem B ex dato 68 gr. 27 ① fuerit. Trianguli igitur rectanguli C D B tres termini cogniti sunt, quorum ope ignorati inveniantur, ideoque tres termini trianguli A B C cogniti erunt, (:etenim rectanguli trianguli C D B, crus recti C D, est quæsita magnitudo anguli A, in triangulo A B C. Secundò alterum rectanguli crus B D, est arcus differentiæ, quæsiti lateris A B. Denique basis anguli recti B C, est quæsitum latus trianguli A B C:) Sed numeri hujus pragmatiæ sunt illi ipsi quibus opus est ad inveniendum trianguli rectanguli C D B ignoratos terminos, ut 1 exemplo 37 propositionis ostensum est. Igitur iidem isti inventi numeri, sunt quæsiti.

9 *Exemplum ad* 15 *&* 16 *hujus formæ triangulum.*



DATUM. Esto sphæricum triangulum ABC, cujus latus AC sit 90 grad. AB 46 grad. 50 ①, & BC 68 grad. 37 ①.



QUAESITUM. Tres anguli A, ABC, BCA inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum recti cruris AB	7294.
Ita secans lateris BC	27427 ad quem?
Concludetur secans	20005.
Cujus arcus exhibet quæsitum angulum A	60 gr. 1.

Investigatio anguli ABC.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem lateris BC	25539.
Ita tangens lateris AB	10661 ad quem?
Concludetur secans	27227.
Cujus arcus	68 gr. 27.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum ABC	111 gr. 33.

Investigatio anguli BCA.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ ipsius BC	10739.
Ita sinus arcus differentiæ AB	6841 ad quem?
Concludetur sinus	7346.
Cujus arcus	47 gr. 17.
Subducatur semper de	90 gr.
Reliquus exhibebit quæsitum angulum BCA	42 gr. 43.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis AC, circinetur arcus CD, qui productum AB secet in D.

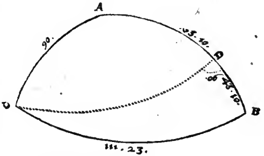
DEMONSTRATIO.

Dempto arcu AB 46 gr. 50 ①, de AD 90 gr. relinquetur BD 43 gr. 10 ①, & angulus D rectus est, præterea CD est 68 grad. 37 ① ex dato. Triangulum itaque rectangulum CDB tres habet cognitos terminos, horum ope iis qui ignorabantur inventis, etiam dati trianguli ABC tres quęsiti termini cogniti erunt (: nam crus anguli recti CD, amplitudo quęsiti anguli quoque est, in triangulo ABC. Secundò rectanguli trianguli CDB, angulus CBD est complementum semiperipherię quęsiti anguli ABC. Tertiò angulus BCD,

rectanguli trianguli C D B, est angulus differentiæ quęsiti A C B, in triangulo A B C:) numeri autem hujus pragmatię sunt ii quorum usus est ad investigandum rectanguli trianguli C D B ignoratos terminos, ut è 32 propositionis 8 exemplo manifestum est. Ideóque isti inventi numeri, sunt quæsiti.

10 *Exemplum ad 17 hujus formæ triangulum.*





DATVM. Esto sphæricum triágulum A B C, cujus latus A C sit 90 grad. A B 133 grad. 10 ①, B C 111 grad. 23 ①.

QVAESITVM. Tres anguli inveniendi sunto.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad sinum lateris A B	7194.
Ita secans lateris B C	27427 ad quem?
Concludetur secans	20005.
Cujus arcus	60 gr. 1.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum A	119 gr. 59.

Investigatio anguli B.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad tangentem lateris C B	25539.
Ita tangens lateris A B	10661 ad quem?
Concludetur secans	27227.
Cujus arcus	68 gr. 27.
Deductus de	180 gr.
Relinquet quæsitum angulum B	111 gr. 33.

Investigatio anguli B C A.

Quemadmodum sinus recti	10000.
Ad secantem arcus differentiæ lateris B C	10739.

Ita si-

Ita sinus arcus differentiæ lateris A B	6841 ad quem?
Concludetur sinus	7346.
Cujus arcus	47 gr. 17.
Compositus cum	90 gr.
Dabit quæsitum angulum B C A	137 gr. 17.

PRAEPARATIO. Polo A, intervallo quadrantis A C circinetur arcus C D, qui latus A B intersecet in D.

DEMONSTRATIO.

Latus A B 133 grad. 10 ①, multatum arcu A D 90 graduum, relinquit D B 43 gr. 10 ①, & C D B rectus est, denique C B ex dato valet 111 gr. 23 ①. Itaque è cognitis rectanguli trianguli C D B tribus terminis, reliqui invenian-tur, & tres ignorati dati trianguli A B C cogniti erunt (: nam alterum crus recti C D, est quæsita magnitudo anguli A in triangulo A B C. Secundò rectangu-li trianguli C D B, angulus B dato triangulo A B C communis est. Tertiò angulus B C D, trianguli rectanguli C D B, est angulus differentiæ quæsiti anguli A C B in triangulo A B C:) numeri autem hujus pragmatię sunt ii dem illi, quibus opus est ad investigationem ignotorũ terminorum rectanguli trian-guli C D B, ut è 32 propositionis 2 exemplo manifestum est. Itaque inventi termini, sunt illi ipsi qui quærebantur.

CONCLVSIO. Trianguli igitur, cujus unum latus 90 graduum, & insu-per duo quicunque termini cogniti dantur, reliquos ignoratos invenimus. Quod facere oportuit.

DISTINCTIO TERTIA DE SPHÆRICIS TRIANGVLIS VBI ANGVLVS RECTVS, AVT LATVS *90 grad. ex hypothesi non dantur.*

8 PROBLEMA. 39 PROPOSITIO.

SPHÆRICI trianguli angulo obliquo, & duobus lateribus, quæ ignoratum continent angulum, cognitis: Tertium latus, & reliquos duos angulos invenire.

Tres cogniti termini ut generatim exprimam istiusmodi sunt.



In hoc diagrammate secundum ea, quæ in notis ante 32 propositionem nobis exposita sunt, arcus punctis notatus indicat obliquum angulum C ut cognitum dari, ista autem punctorum series quæ latera A B, B C obit argumento est cognita ista latera ignotum angulum A complecti: B est ignotus angulus cujus crus est ignotum latus B C: Cum autem horum quatuor terminorum C, AB, AC, B, mentio crebra deinceps incidat, literis adscriptis A, B, C, istos, brevitati studentes, enuntiabimus.

DE SEPTEM REGVLIS HVIVS PROPOSITIONIS.

Notandum est quædem hujus generis exempla ambiguæ determinationis esse, alia tantum unicæ: proinde ut ea commodius discernantur septem hæc præcepta damus.

1 REGVLA.

Si C acutus sit, & AC minus quam AB, angulus B duntaxat acutus est.

2 REGVLA.

Si C obtusus sit, & AC majus quam AB, angulus B duntaxat obtusus est.

3 REGVLA.

Si C acutus sit, & AC quadrantem excedat, AB autem non cedat complemento semiperipheriæ lateris AC: angulus B duntaxat obtusus erit.

4 REGV-

4 REGVLA.

Si C obtuſus ſit, & AC quadranti cedat, atque AB minor ſit complemento ſemiperipheriæ lateris AC: angulus B duntaxat acutus erit.

5 REGVLA.

Si AC æquet latus AB, angulus B duntaxat æquabit datum C.

6 REGVLA.

Si triangulum datum à dictis diverſum ſit, & angulus B ex pragmatia rectus deprehendatur; iſtanc duntaxat determinationem habet.

7 REGVLA.

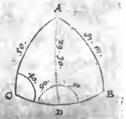
Quod ſi datum triangulum ab iſtis ſex modis diverſum ſit: determinatio erit anceps.

His præceptis, quorum demonſtratio paulò poſt ſuccedet, explicatis, ipſa diagrammata ob oculos ponemus.

INTRODVCTIO, VT DATO SECVNDVM THESIN HVIVS PROPOſitionis cuicunque triangulo, imitabile paradigma inveniatur.

Si detur triangulum ad formam	1 aut 2 regulæ,	*imitabere*	1	exemplum.
	3 aut 4 regulæ,		2	
	5 regulæ,		3	
	6 regulæ,		4	
	7. regulæ ut C acutus ſit,		5	
	7 regulæ ut C obtuſus ſit,		6	

1 *Exemplum de triangulo 1 & 2 regula.*



Datvm. Eſto ABC ſphæricum triangulum, cujus angulus C ſit 40 grad. latus AC 50 grad. & AB 81 grad. 19 ①.

Qvaesitvm. Tertium latus BC, & reliqui anguli CAB, atque B, inveniendi ſunto.

Praeparatio. Primum conſiderato ad quam regulam datum triangulum referendum ſit, & invenies hoc ad 1 pertinere, tum arcum AD ad angulos rectos in CB demitto, & è tribus rectanguli trianguli ADC cognitis terminis,

nis, per 34 propositionem, invenietur crus recti A D 29 grad. 30 ①: proinde trianguli rectanguli A D B tres termini cogniti sunt.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Præparatione factâ ut supra, invenio rectanguli trianguli A D C latus D C per 32 propositionem . 42 gr. 24.
Huc addatur D B, latus rectanguli trianguli A D B, quod per 31 propositionem invenitur 80 gr. 1.
Totus exhibet quæsitum latus B C 122 gr. 25.

Investigatio anguli C A B.

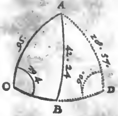
Præparatione cõstitutâ ut prius, invenio rectanguli trianguli A D C, per 32 propositionem, angulum C A D 61 gr. 39.
Cum quo compositus angulus D A B rectanguli trianguli A D B, qui per 32 propositionem deprehendetur 85 gr. 3.
Dabitur totus quæsitus angulus A D C 146 gr. 42.

Investigatio anguli B.

Præparatione eadẽ invenietur per 32 propositionem, trianguli A D B, angulus B, qui etiam quæsitus dati trianguli angulus est 29 gr. 53.
Atque idem processus fuerit in triangulo secundæ regulæ.

2 *Exemplum trianguli 3 & 4 regulæ.*

DATVM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus angulus C sit 29 grad. 4 ①, latus A C 95 grad. & A B 42 grad. 24. QVÆSITVM. Latus B C, & reliqui anguli C A B, A B C inveniendi sunto.



PRAEPARATIO. Primum considerato ad quam regulam datum triangulum referẽdum sit, & hoc ad 3 regulam pertinere invenies, tumque normalis arcus A D extra triangulum in continuatum C B cadat, & trianguli rectanguli A D C tres termini cogniti erunt, quorum ope, per 34 propositionem, recti anguli quæsitum crus A D 28 gr. 57 ① invenitur. Et ideo jam trianguli rectanguli A D B tres termini cogniti fuerint.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Præparatione constitutâ ut supra, deprehendo per 32 propositionem, rectanguli trianguli A D C latus D C 95 gr. 43.
Hinc sublato rectanguli trianguli A D B latere B D, quod est per 32 propositionem 32 gr. 27.
Restabit quæsitum latus B C 63 gr. 16.

Investigatio anguli C A B.

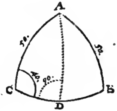
Omnibus constitutis ut supra, deprehendo, per 32 propositionem, rectanguli trianguli A D C, angulum C A D 92 gr. 46.
Inde

Inde ablato angulo D A B rectanguli trianguli A D B, qui per 32 propositionem est 52 gr. 43.
Reliquus erit angulus quæsitus C A B 40 gr. 3.

Investigatio anguli A B C.

Omnibus constitutis ut prius, invenio, per 32 propositionem, angulum B rectanguli trianguli A D B 45 gr. 53.
Qui deductus de 180 gr.
Relinquit quæsitum angulum A B C 134 gr. 7.
Eadem methodus observetur in triangulo 4 regulæ.

3 *Exemplum de triangulo 5 regulæ.*



Datum. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus C sit 40 gr. latus A C 50 grad. nec non latus A B eorundem 50 grad.

Quæsitum. Tertium latus B C, & reliqui anguli B, & C A B inveniendi sunto.

Constructio.

Principio ad quam regulam datum triangulum pertineat considerandum est, & hoc ad 5 regulam referri invenio, unde statim sine ulteriori epilogismo concludam, angulum B angulo C, qui valet 40 gr. æquari. Vt solummodò opus sit inventione ignoti lateris B C, & anguli C A B. Isti fini perpendicularem A D demitto intra triangulum in basin C B, quæ datũ dirimit in duo æqualia & rectãgula triangula A D C, A D B.

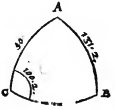
Investigatio lateris B C.

Omnibus constitutis ut supra, invenio rectanguli trianguli A D C latus D C, per 34 propositionem 42 gr. 24.
Et tantundem pro D B, quæ cõposita exhibẽt integrum arcum B C 84 gr. 48.

Investigatio anguli C A B.

Præparatione factâ ut ante, deprehendo, per 34 propositionem, rectanguli trianguli A D C angulum C A D 61 gr. 40.
Et tantundẽ pro angulo D A B, qui duplicatus dabit quæsitũ C A B 123 gr. 20.

4 *Exemplum de triangulo 6 regulæ.*



Datum. Esto sphæricum triangulũ A B C, cujus angulus C sit 100 gr. 2 ①, latus A C 50 grad. & A B 131 grad. 2 ①.

Quæsitum. Tertium latus B C, & reliqui anguli B, C A B inveniendi sunto.

Constructio.

Primum omnium quò hoc triangulum referri debeat attendo, & intellecto non pertinere ad quinque primas regulas, cõcludo aut ad 6^{tam} aut ad 7^{mam} referri. Quod ut certò definiam non undevis exordium pragmatiæ sumere licebit, sed necessariò ab angulo B initium faciam, quemadmodum deinceps sequitur.

Investi-

Investigatio anguli B.

Quemadmodum ſinus lateris dextri A B	7543.
Ad ſinum lateris ſiniſtri A C	7660.
Ita ſinus anguli ſiniſtri C	9847 ad quem?
Concludetur ſinus	10000.
Cujus arcus pro quæſito angulo B	90 gr.

Et quia hic angulus B rectus eſſe invenitur, triangulum eſt $6^{tæ}$ regulæ. Si autem obliquus deprehenderetur, jam ad 7^{mam} pertineret, & operandi ratio tum erit prout ſequenti paradigmate explicabitur.

Investigatio lateris B C.

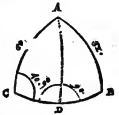
Cum ante angulus B rectus deprehenſus ſit, latus C B, rectanguli trianguli A B C, invenitur per 32 propoſitionem 168 gr. 16.

Investigatio anguli A.

Quia angulus B rectus inventus eſt, rectanguli trianguli A B C angulus A per 32 propoſitionem invenitur 164 gr. 37.

5 *Exemplum de triangulo 7 regulæ, in quo obliquus angulus cognitus datur.*

DATUM. Eſto A B C triangulum ſphæricum, cujus angulus C ſit 40 gr. latus A C 50 grad. & A B 32 gr. QUÆSITUM. Tertium latus B C, & reliqui anguli B, C A B, & reliqui anguli B, C A B inveniendi ſunto.



CONSTRUCTIO.

Primum conſidero ad quam regulam hoc triangulum referri debeat, quia verò ad nullam è quinq; primis referri poteſt, aut $6^{tæ}$ aut $7^{mæ}$ fuerit: Proinde ut id diſcernam, non quemlibet terminum primum inquirere licet, verum ab angulo B initium ſumendum erit, ut deinceps ſequitur.

Investigatio anguli B.

Quemadmodum ſinus lateris dextri A B	5299.
Ad ſinum ſiniſtri lateris A C	7660.
Ita ſinus ſiniſtri anguli C	6428 ad quem?
Concludetur ſinus	9292.

Quia verò hic nō eſt ſinus recti, erit hoc triangulum $7^{mæ}$ regulæ, id eſt duplicis determinationis, & ideo arcus ejus 9292 exhibet quæſitum angulum B 1 concluſionis 68 gr. 19.

Qui deductus de	180 gr.
Relinquet pro determinatione ſecunda	111 gr. 41.

Præparatio ad inventionem reliquorum duorum terminorum.

Arcus A B perpendicularis, intra triangulū A B C, demittatur in baſin B C, quæ

quæ datum in duo rectangul i triangula A D C, A D B dirimat, in quorum utroque tres termini cogniti sin ; è quibus reliqui quæsiti inveniantur.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

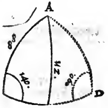
Cùm angulus B obliquus esseante deprehensus est, tum præparatione facta ut dictum est, invenio, per 34 propositionem, trianguli rectanguli A D C latus C D 42 gr. 24.
Cum eo compositum latus D B rectanguli trianguli A D B, quod per 34 propositionem valet 13 gr.
Dabunt totum latus B C primæ conclusionis 55 gr. 24.
Et deductus 13 gr. qui hoc ordine secundus est, de 42 gr. 24. ① hoc ordine primo, restabit pro secunda determinatione 29 gr. 24.

Investigatio anguli C A B.

Vbi angulus B obliquus compertus sit. & præparatione constitutâ ut supra, deprehendo rectanguli trianguli A D C, per 34 propositionem, angulum C A D 61 gr 40.
Huc additus angulus D A B rectanguli trianguli A D B, qui per 34 propositionem invenitur 25 gr. 7.
Efficit totum C A B primæ determinationis 86 gr. 47.
Numerus autem 61 gr. 40 ① hoc ordine primus multatus 25 gr. 7 ①, relinquet, pro secunda determinatione 36 gr. 33.

6 *Exemplum de triangulo 7 regulæ, ubi obtusus angulus cognitus datur.*

DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus C sit 40 gr. latus A C 88 gr. & A B 112 graduum. QVAESITVM. Tertium latus B C & reliqui duo anguli A B C, C A B, inveniendi sunto.



CONSTRVCTIO.

Primò expendo ad quam regulam datum triangulum referri debeat, & invenio è quinque primis non esse, ideo ad 6 aut ad 7 pertinuerit. Vt autem hoc discernam non quemvis terminum primum invenire licet, verum ab angulo B pragmatiam ordiri necesse fuerit, ut sequitur.

Investigatio anguli A C B.

Quemadmodum sinus dextri lateris A B 9272.
Ad sinum lateris sinistri A C 9994.
Ita sinus anguli sinistri C 6428 ad quem?
Concludetur sinus 6930.
Cumque hic non sit sinus recti, erit datum triangulum 7 regulæ, videlicet ambiguæ determinationis, itaque arcus hujus 6930 est pro quæsito angulo B primæ determinationis 42 gr. 52.
Qui sublatus de 180 gr.
Relinquet pro secunda determinatione 136 gr. 8.

Præparatio ad inventionem reliquorum duorum terminorum.

Arcus A D extra triangulum A B C ad angulos rectos demittatur in continuatum C B, hæc datum in duo rectangula triangula A D C, A D B, quorum singula tres cognitos habeant terminos, dividit.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris B C.

Cum angulus B obliquus arguitur, tum præparatione ordinatâ ut supra, invenio, per 34 propositionem, rectanguli trianguli A D C latus D C — 92 gr. 37.
Hinc subducto latere D B rectanguli trianguli A D B, quod per 34 propositionem invenitur — 60 gr. 44.
Relinquetur latus B C primæ determinationis — 31 gr. 53.
Vel 60 gr. 44 ① hoc ordine secundus, additus ad 92 gr. 37 ① hoc ordine primum, exhibet pro secunda determinatione — 153 gr. 21.

Investigatio anguli C A B.

Cum angulus B ante obliquus inventus sit, tum præparatione factâ ut supra, invenio, per 34 propositionem, rectanguli trianguli A D C angulum C A D — 88 gr. 19.
Hic multatus angulo D A B rectanguli trianguli A D B, qui per 34 propositionem invenitur — 70 gr. 12.
Relinquet quæsitum angulum C A B primæ determinationis — 18 gr. 7.
Vel compone 70 gr. 12 hoc ordine secundum, ad 88 gr. 19 ① hoc ordine primum, & habebis pro secunda determinatione — 158 gr. 31.

DEMONSTRATIO.

Perpendicularem A D in 1, 3, & 5 exemplo intra triangulum cadere, at in 2 & 6 extra, è 6 propositione patet. Et assertio inventionis anguli B in 4, 5 & 6 exemplo è 24 propositione manifesta est, ubi demonstratum fuit, sinum lateris dextri, & sinum lateris sinistri, sinibus anguli sinistri, & anguli dextri proportionales esse. Reliquorum autem omnium demonstratio in promptu est: ideo eâ posthabitâ septem istas regulas supra expositas demonstrabimus.

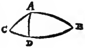
Assertio regulæ 1.

DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum secundum thesin 1 regulæ, cujus nimirum angulus C acutus sit, & A C minor quam AB.

QVAESITVM. Angulum B duntaxat acutum esse demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. Arcus A D ad angulos rectos demittatur in CB.

DEMONSTRATIO.



Quandoquidem rectanguli trianguli A D C angulus C acutus sit, oppositum latus A D, per consf. 2 propositionis minus erit, & ei oppositus angulus B, in rectangulo triangulo A D B, acutus per 2 propositionem: acutus autem duntaxat esse, non etiam obtusus, hinc evincitur, quod ab altera parte A D vide-

licet

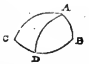
licet inter C & D, alius arcus æqualis ipsi A B nullus describi possit, qui obtusum constituat angulum, quia enim A B major est quam A C, etiam major erit, per 16 propositionem, quocunque arcu à vertice A ad basin B C ducto. Ideo una tantum determinatio hic fuerit, & angulus B acutus.

Assertio regulæ 2.

DATUM. Esto sphæricum triangulum A B C secundum thesin 2 regulæ, nempe ut angulus C obtusus sit, & A C major quam A B.

QUAESITUM. Angulum B duntaxat obtusum posse esse demonstrandum esto. PRAEPARATIO. Arcus A D perpendicularis sit in C B.

DEMONSTRATIO.



Cum rectanguli trianguli A D C, angulus C obtusus sit, latus oppositum A D quadrante majus erit per conf. 2 propositionis, sed & angulus oppositus B in rectangulo triangulo A D B quoq; obtusus est per 2 propositionem: verum eum duntaxat acutum, non etiam obtusum, esse posse hinc apparet, quod ab altera parte perpendicularis A D, nimirum ab A intra puncta D & C, nullus arcus ipsi A B æqualis duci potest, qui istic acutum angulum effingat, nam cum A B minor sit latere A C, minor quoque erit quolibet arcu, qui ab A ad arcum D C pertingit, per 16 propositionem. Vt hic unica tantummodo sit conclusio, quæque angulum B obtusum constituat.

Assertio regulæ 3.

DATUM. Esto A B C sphæricum triangulum secundum thesin 3 regulæ, quippe ut angulus C acutus sit, & A C quadrante major: Et ut cætera ex sententia hujus regulæ quoque habeantur arcus C A, C B continuati sese intersecent in D: ideo C A D, C B D semicirculi sunt per 3 conf. 1 propositionis, & A D est complementum semiperipheriæ, porro arcus A B ne sit minor hoc complemento A D. QUAESITUM. Angulum B in triangulo A B C duntaxat obtusum esse posse demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. Ducatur arcus A E perpendicularis in B D.

DEMONSTRATIO.

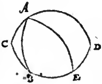


Quia angulus C rectanguli trianguli, A E C acutus est, ideo latus oppositum A E quadrante minus, per conf. 2 propositionis, & angulus B, rectanguli trianguli A E B, ab eo subtensus acutus est, per 2 propositionem: itaque, per conf. 1 propositionis, angulus A B C obtusus est. Hunc autem duntaxat obtusum, & non acutũ, esse posse istud argumento fit, quia ab altera parte A E nempe ab A inter puncta E & D, non potest agi arcus æqualis ipsi A B, qui istic obtusum formaret angulum, cum enim A B præstet arcui A D, præstabit quoque cuicunque alteri qui istic describi possit per 16 propositionem. Atque ideo hic unica solummodo erit determinatio, videlicet quæ angulum B obtusum efficiat.

Assertio regulæ 4.

DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum secundum thesin 4 regulæ, videlicet angulus C obtusus sit, & A C quadrante minor. Vt autem cætera ad hanc regulam quoque conformentur, C A, & C B continuati sese intersecent in puncto D. Atque ideo C A D, C B D semiperipheriæ fuerint per 3 consf. 1 propositionis, & A D complementum semiperipheriæ expositi A C, & A B sit minor quam A D. QVAESITVM. Angulum B, trianguli A B C, duntaxat acutum esse demonstrandum esto. PRAEPARATIO. Demittatur A E arcus perpendicularis in B D.

DEMONSTRATIO.



Cum trianguli rectanguli A E C angulus C obtusus sit, latus oppositum A E per consf. 2 propositionis quadrante majus erit, & angulus B ei oppositus in rectangulo triangulo A E B quoque obtusus per 2 propositionem, itaque per 5 consf. 1 propositionis A B C acutus fuerit. Quod autem duntaxat acutus, non etiam obtusus, esse possit hinc arguitur; quia ab altera parte A E, nimirum ab A inter puncta E & D, nullus arcus duci potest, dato A B æqualis, qui istic obtusum constituat angulum, cum enim A B minor sit arcu A D minor quoque erit quolibet qui ab A ad E D pertinget, per 16 propositionem. Vt unica duntaxat determinatio hic sit, atque ea quidem, quæ angulum B acutum habet.

Assertio 5 & 6 regularum.

Quinta & sexta regula demonstrationis haud indigent, alius enim arcus ipsi A B, 5 exempli, æqualis ab altera parte perpendicularis A D ductus, idem esset qui A C, ideoque cum eo nullũ triangulum effingeret. In 6 regulæ exemplo, ab altera parte perpendicularis, quandoquidem A B ipsa perpendicularis sit, arcus æqualis ipsi A B duci non potest.

Assertio 7 regulæ.

Hactenus sex regulas, quæ unam solummodo determinationem admittunt, demonstravimus. Vt autem 7 demonstremus, videlicet reliqua triangula ab his diversa ambiguæ determinationis esse, has sequentes regulas proponimus, quæ cætera triangula complectuntur: atque iis demonstratis, ostendemus omnia sphærica triangula hujus generis, in aliquam præcedentium sex, aut harum quinque regularum incidere, unde sequitur si triangula sex primarum regularum unicæ sint determinationis, reliqua 7 regulæ ambigua esse.

8 REGVLA.

Si A C quadrans sit, & angulus B ex constructione obliquus deprehendatur, determinatio erit anceps.

9 REGVLA.

Si angulus C acutus sit, A C autem quadranti cedat, atque

atque AB quam AC minor sit, & angulus B ex opere obliquus deprehendatur, determinatio erit anceps.

10 REGULA.

Si angulus C obtusus sit, AC autem quadranti præstet, & AB quam AC major sit, atque angulus B ex opere obliquus deprehendatur, determinatio erit anceps.

11 REGULA.

Si angulus C acutus sit, AC autem quadranti præstet, & AB minor sit complemento semiperipheriæ ipsius AC, atque angulus B ex opere obliquus deprehendatur, determinatio erit anceps.

12 REGULA.

Si angulus C acutus sit, AC autem quadranti cedat, & AB præstet complemento semiperipheriæ lateris AC, atque angulus B ex opere obliquus deprehendatur, determinatio erit anceps.

Quinque autem istarum regularum demonstratio hæc est.

Assertio regulæ 8.

DATUM. Esto ABC sphæricum triangulum ad hypothesin 8 regulæ, cujus nimirum angulus C acutus aut obtusus, & AC quadrans sit, præterea angulus B ex pragmatia obliquus deprehendatur. QUAESITUM. Geminam determinationem seu conclusionem admittere demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. Arcus AD normalitèr in CB demissus aut intra, aut extra triangulum ABC cadet, qui hic quidem cadat intra: & CA, CB continuati sese intersecent in E.

DEMONSTRATIO.



Per 3 consect. 1 propositionis CAE, CDE semiperipheriæ sunt, & CA æquatur AE, & CD ipsi DE, ideo quantus arcus ab A ducitur in intra puncta D, E, nempe AB, tantus quoque ab altera parte puncti D duci poterit ut AF, qui æquet ipsum AB. Duo igitur triangula ABC, AFC, tres æquales habent terminos. Et qua in dato non definitur utrum angulus ABC acutus, an obtusus sit, & tam tertius angulus, quam tertium latus ignorantur, tam triangulum AFC, quam ABC quæsito satisfaciet; atque determinatio fuerit anceps.

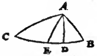
Assertio 9 regulæ.

DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum secundum hypothesin 9 regulæ, ut videlicet angulus C acutus sit, AC autem quadranti cedat, & AB quoque ipsi AC, denique angulus B ex pragmatia obliquus inventus sit.

QVAESITVM. Hanc thesin duas conclusiones admittere demonstrandum esto. PRAEPARATIO. Arcus AD perpendiculariter in CB demissus, aut intra, aut extra triangulum cadet, qui quidem hic intra cadat.

DEMONSTRATIO.

Quia AB ex dato minor est quam AC, & tamen (nam C acutus est) per 16 propositionem major quam AD. Poterit in rectangulo triangulo ADC, ab angulo A ad DC arcus duci, qui ipsum AB æquet, ut AE: atque adeo duo triangula ABC, AEC habent tres æquales cognitos terminos. Cum autem ex dato non definiatur utrum angulus B acutus, an obtusus sit, & tertium latus, ac tertius angulus ignorentur. Tam triangulum obtusangulum AEC obtuso angulo ad E, quam ABC acuto ad B, quæsito satisfaciet; atque determinatio fuerit anceps.



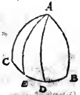
Assertio 10 regulæ.

DATVM. Esto sphæricum triangulum ABC, secundum thesin regulę 10, cujus nimirum angulus C obtusus sit, AC autem quadranti pręstet, & AB major sit quam AC, atque angulus B ex pragmatia obtusus deprehensus esto.

QVAESITVM. Hanc thesin geminam determinationem recipere demonstrandum est. PRAEPARATIO. Arcus AD ad angulos rectos in CB demissus, aut intra, aut extra triangulum cadet, qui hic intra cadat.

DEMONSTRATIO.

Quandoquidem AB ex thesi præstat ipsi AC, cumq; per 16 propositionem minor sit (nam C angulus obtusus est) quam perpędicularis AD, poterit in triangulo ADC, ab angulo A in DC, arcus duci æqualis dato AB, qui sit AE: ideo duo triangula ABC, AEC, tres cognitos terminos æquales habent. Et quia ex dato non definitur angulus B acutusné an obtusus sit, atque tertius angulus, & tertium latus ignorantur, tam triangulum AEC, cujus angulus E acutus est, quæsito satisfaciet, quam ABC angulo obtuso B. Atque adeò adfectio erit anceps.



Assertio 11 regulæ.

DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum secundum thesin 11 regulæ, cujus nimirum angulus C acutus sit, & AC quadrante major. Vt autem etiam cętera ad hypothesin hanc conformentur, CA, CB cōtinuati sese intersecent in D: CAD igitur & CBD semiperipherię sunt per 3 conf. 1 propositionis, & AD est complementum semiperipherię ipsius AC, & AB minor hoc complemento AD, pręterea angulus ABC ex pragmatia obliquus deprehensus sit. QVAESITVM. Geminam in hac hypothesi determinationem esse, demonstran-

monſtrandū eſto. PRAEPARATIO. Arcus A E ad angulos rectos in C B D demiſſus, aut cadet intra, aut extra triangulum A B C, qui hic intra cadat.

DEMONSTRATIO.

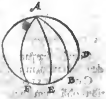


Cum A B minor ſit quam A D ex dato; cumque per 16 propoſitionē major ſit (nam angulus D acutus eſt) quam perpendicularis A E, idem A B cadet intra rectangulum triangulum A E D, ab A videlicet ad E D; ut B C ſemiperipheriæ cedat. Porro quia A B quam A C quoque minor eſt ex hypotheſi, & tamen per 16 propoſitionem (nam angulus C acutus eſt) major quam perpendicularis A E, poterit in rectangulo triangulo A E C, ab angulo A ad oppoſitum latus E C arcus deſcribi, qui æquet datum A B, ut A F. Igitur duo triangula A B C, A F C, tres æquales habent terminos. Et quia in theſi non definitur utrum angulus A B C acutus an obtuſus ſit, & neque tertius angulus, nec tertium latus cognita ſint, tam triangulum A F C obtuſo angulo ad F, quam A B C acuto ad B, hypotheſi datæ regulæ congruent. Ideoque determinatio erit anceps.

Aſſertio 12 regulæ.

DATUM. Eſto A B C ſphæricum triangulum ſecundum hypotheſin 12 regulæ, cujus nimirum angulus C obtuſus ſit, & latus A C quadranti cedat: Deinde ut cætera hujus regulæ habeantur, arcus C A, C B continuati ſeſe interſecent in puncto D. Itaque C A D, C B D ſemiperipheriæ ſunt per 3 conſ. 3 propoſitionis, & A D eſt complementum ſemiperipheriæ ipſius A C, tum A B præſtet dicto complemento A D, denique angulus A B C ex pragmatiâ obliquus deprehendatur. QUAESITUM. Hanc theſin ancipiti determinatione affici demonſtrandum eſto. PRAEPARATIO. Arcus A E normalis in C B D, aut intra, aut extra triangulum A B C neceſſariò cadet, qui cadat intra.

DEMONSTRATIO.



Quoniam ex hypotheſi A B major eſt quam A D, & minor quam perpendicularis A E per 15 propoſitionem (nam A B minorem angulum ſubtendit quam A E) ideo intra rectangulum triangulum A E D cadet, videlicet ab A in latus E D, & B C ſemiperipheriâ minor erit. Porro quia A B quoque major eſt quam A C ex hypotheſi, & minor (nam C angulus obtuſus eſt) per 15 propoſitionem, quam perpendicularis A E, (etenim A B minorem angulū ſubtendit quam A E) poterit in rectangulo triangulo A E C, ab A ad latus E C, duci arcus A F qui dato A B æqualis ſit. Ideo triangulorum A B C, A F C tres cogniti termini æquabuntur. Cum verò in hypotheſi non definiatur utrum angulus A B C obtuſus an verò acutus ſit, & tertius angulus item tertium latus ignorentur, tam triangulum A F C cujus angulus ad F acutus, quam A B C cujus angulus B obtuſus eſt quæſito ſatisfaciet. Atque ideo determinatio fuerit anceps.

Et ne cui dubium ſit omnia hujus generis triangula, ad aliquam harum 12 regularum referri, iſtud ſequenti tabellâ demonſtrabimus.

Trianguli ABC angulus B est
- *rectus, cujusmodi est triangulum 6ue regula.*
- *obliquus, cum angulus C*
  - *acutus est, & latus AC lateri AB*
    - *æquale, estque 5a regula.*
    - *inæquale, ut quadranti*
      - *æquetur, estque 8a regula.*
      - *cedat, & tum AB quam AC est*
        - *major, quale est triangulum 1a regula.*
        - *minor, quale est triangulum 9a regula.*
      - *præstet, & tum quidem AB est quam complementum semiperipheria lateris AC*
        - *majus, estque 11a regula.*
        - *minus, & est 3a regula.*
  - *obtusus est, & latus AC lateri AB*
    - *æquale, & est 5a regula.*
    - *inæquale, ita ut peripheria quadranti magnitudine*
      - *cedat, & AB est complemento semiperipheria lateris AC*
        - *majus, estque 12a regula.*
        - *minus, estque 4a regula.*
      - *præstet & AB quam AC est*
        - *majus, estque 2a regula.*
        - *minus, estque 10a regula.*

Cumque hæ partes omninò suum integrum constituant, sequitur 7 regulæ demonstrationem universaliter veram esse.

CONCLVSIO. Itaque sphærici trianguli angulo obliquo, & duobus lateribus obliquum angulum continentibus, cognitis: tertium latus, & reliquos duos angulos invenimus. Quod facere oportuit.

9 PROBLEMA. 40 PROPOSITIO.

Sphærici trianguli angulo obliquo, & lateribus quæ eum comprehendunt cognitis: tertium latus & reliquos angulos invenire.

Cogniti termini, ut generatim exprimam, istiusmodi sunt.

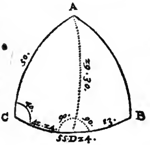


Hanc thesin trifariam distinguemus, quia perpendicularis, cujus ope problema solvitur, aut intra triangulum, aut extra, aut in alterum latus cadit, ideoq; uniuscujusque speciale paradigma dabimus.

1 *Exemplum, si perpendicularis intra datum triangulum cadat.*

Datum. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus C sit 40 gr. latus A C 50 gr. & C B 55 gr. 24 ①.

Quæsitum. Tertium latus A B, & reliqui duo anguli C A B & B inveniendi sunto.



Præparatio. Quia etiamnum ignoro, an perpendicularis ab ignoto angulo A ad latus oppositum C B ductus, intra cadat, an extra, an verò ipsum ignotum latus A B perpendicularis sit: fingam A B verè perpendicularem esse & angulum B rectum, igitur fictum istud rectangulum triangulum A B C tres cognitos habebit terminos, utpote angulos B, C, & basin recti A C, horum ope inveniatur anguli recti crus C B, quod per 34 propositionem erit 42 gr. 24.

Quod si datum latus C B ei æquaretur, manifestum est fictum perpendicularem, eundem fore qui A B, & A B C triangulum rectangulum, angulo recto ad B. Sed C B ei præstat, est enim 55 gr. 24.

Ideo hic C B multetur arcu C D, quem 42 gr. 24 ① hoc ordine primus exhibet, reliquus erit D B 13 gr.

Si verò 42 gr. 24 ① numerus istoc ordine primus præstitisset dato C B, sequens 2 exemplum imitandum esset, aut 3^{um} si ei æquaretur.

Delineato igitur vero perpendiculari A D qui crus est recti anguli A D C, ejus magnitudo per 34 propositionem erit 29 gr. 30.

His assertis, duo rectangula triangula A D C, A D B, tres cognitos habent terminos, quorum ope quæsitos ignotos assequi possumus, eo quo sequitur modo.

CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris AB.

Præparatione factâ ut supra, invenio, per 33 propositionem, rectanguli trianguli ADB, basin recti AB, quæ est ipsum quæsitum dati trianguli latus 32 gr.

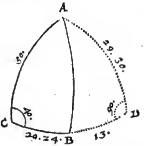
Investigatio anguli CAB.

Præparatione constitutâ ut supra, per 33 propositionem invenio angulum CAD rectanguli trianguli ADC 61 gr. 40.
Cum eo compositus rectanguli trianguli ADB angulus DAB, qui per 33 propositionem deprehenditur 25 gr. 7.
Totus erit quæsitus angulus CAB 86 gr. 47.

Investigatio anguli B.

Præparatione antecedenti retentâ, per 33 propositionem invenio angulum B rectanguli trianguli ADB, qui etiam quæsitus est 68 gr. 19.

2 *Exemplum, si perpendicularis extra datum triangulum cadat.*



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus C sit 40 gr. latus AC 50 gr. & CB 29 gr. 24 ①.

QVAESITVM. Tertium latus AB, & reliqui anguli CAB, ABC inveniendi sunto.

PRAEPARATIO. Quia etiamnum ignoratur, an perpendicularis ab ignoto angulo in latus oppositum demissus, intra, extra, an in latus AB incidat. Latus AB tanquã verè perpendicularem arcum assumo, & angulum B tanquam rectum, fictum hoc triangulum rectangulum, habet tres cognitos terminos, duos videlicet angulos, & basin recti AC, quorum ope anguli recti crus CB, per 34 propositionem, invenitur 42 gr. 24.
Si igitur datum latus CB huic invento æquaretur, etiam fictus perpendicularis, idem foret qui verum latus AB, & ABC rectangulum triangulum esset ad B. Sed CB ei cedit est enim 29 gr. 24.
Continuetur igitur latus CB in D, ut CD sit 42 gr. 24 ①, & continuatio BD erit 13 gr.
Si autem inventus 42 gr. 24 ① hoc ordine primus, cessisset dato CB, jam antecedens primum exemplum imitandum foret, aut 3um si ei æquaretur. Iam igitur descriptâ verâ perpendiculari AD, qui est crus anguli recti ADC, longitudo ejus per 34 propositionem invenitur 29 gr. 30.
Ideoque utraque rectangula triangula ADC, ADB, tres cognitos habent terminos, quorum ope ignorati explicantur, ut sequitur.

CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris AB.

Præparatione factâ ut supra, invenio, per 33 propositionem, rectanguli trianguli ADB basin AB, quæ est dati trianguli quæsitũ latus 32 gr.

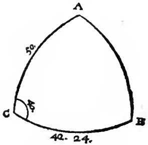
Investigatio anguli CAB.

Præparatione ordinatâ ut ante, per 33 propositionem invenio rectanguli trianguli ADC angulum CAD 61 gr. 40.
Hinc subducta rectanguli trianguli ADB angulo BAD, qui per 33 propositionem invenitur 25 gr. 7.
Relinquetur quæsitus angulus CAB 36 gr. 33.

Investigatio anguli B.

Præparatione antecedenti observatâ, per 33 propositionem invenio rectanguli trianguli ACB angulum ABC, qui etiam est quæsitus angulus 67 gr. 37.

3 *Exemplum, si perpendicularis incidat in latus ignotum.*



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus C sit 40 gr. latus AC 50, & CB 42 gr. 24 ①.

QVAESITVM. Tertium latus AB, & reliqui anguli A, B invenienda sunto.

PRAEPARATIO. Quia etiamnum nescitur, an perpẽdicularis ab altero ignoto angulo ad latus oppositum demissus, intra datum triangulum, an extra, an verò in latus AB cadat, primò AB tanquam verum perpendicularem assumo, & angulum B tanquam rectum, itaque fictum hoc rectangulum triangulum ABC tres cognitos habet terminos, duos nimirum angulos, & basin recti AC, horum ope crus recti CB, per 34 propositionem invenitur 42 gr 24 ①.
Quia autem datum latus CB huic æquatur, manifestum est fictum perpendicularem eundem esse cum AB, & triangulũ ABC rectum habere angulum ad B. Ideoq; angulus B ex hac præparatione cognitus est. Si verò inventus 42 gr. 24 ①, minor esset dato CB, 1 exemplum, sin majus 2[dum] imitandum foret.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris AB.

Præparatione eâdem retentâ, per 33 propositionem invenio rectanguli trianguli ABC crus AB, utpote quæsitum latus, 29 gr. 30.

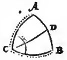
Investigatio anguli A.

Præparatione ordinatâ ut ante, invenio, per 33 propositionem, rectanguli trianguli ABC angulum A ut quæsitum 61 gr. 40.

NOTA

NOTA.

Si duo cognita latera æquentur, ut hic C A, C B reliqui ignorati compendiosius inveniuntur: demissus enim C D ad angulos rectos in A B, secernit triangulum A B C in duo rectangula triangula C D A, C D B, horum singula præter rectū ad D, etiam recti basin, & obliquum angulum cognitū habent, singulis enim cogniti anguli A C B dimidiū cedit: Si igitur alterutrius rectanguli trianguli ut puta D C A per 34 propositionem inveniatur angulus A, & latus D A, unâ operâ angulus B, & latus D B cognoscentur, quod additum ad D A exhibet quæsitum latus A B.



Demonstratio autem paradigmatum hujus problematis, ex opere & præparationis structura manifesta est.

CONCLVSIO. Itaque sphærici trianguli duobus lateribus & angulo obliquo quem ea comprehendunt cognitis, tertium latus, & reliquos angulos invenimus. Quod faciendum erat.

10 PROBLEMA. 41 PROPOSITIO.

SPHÆRICI trianguli duobus obliquis angulis & latere quod uni eorum opponitur cognitis: Tertium angulum & reliqua duo latera invenire.

Tres cogniti termini ut generali paradigmate exprimam istiusmodi sunt.



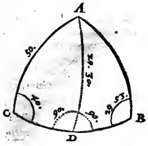
Et quia perpendicularis ab angulo ignoto in latus oppositum demissus, intra, aut extra triangulum cadit, duobus exemplis problema istud explicabimus.

1 *Exemplum si perpendicularis intra triangulum cadat.*

DATVM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus angulus C sit 40 gr. B 29 gr. 53 ①, & latus A C 50 gr.

QVAESITVM. Tertius angulus C A B, & reliqua latera B C, A B invenienda sunto.

PRAEPARATIO. Si cogniti anguli ejusdem sint affectionis, id est pariter acuti, aut pariter obtusi, perpendicularis à tertio angulo ad latus oppositum cadet intra triangulum; sin diversæ cadet extra per 6 propositionem. Si igitur duo dati anguli ejusdem affectionis sint ut puta acutos esse, ducam ab ignorato angulo A, arcum A D intra triangulū A B C perpendicularem in B C (idē fiat si obtusi cogniti dētur) quo triangulum A B C in duo rectangula triangula A D C, A D B dividitur: & triangulum



gulum A D C tres habet cognitos terminos: quorum ope recti anguli crus A D per 34 propositionem invenitur 29 gr. 30.

Et hinc reliquum triangulum A D B tres cognitos habebit terminos, per quos ignorati inveniantur, ut sequitur.

CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli C A B.

Præparatione antecedenti observatâ, invenio per 34 propositionem rectanguli trianguli A D C angulum C A D 61 gr. 40.

Et per 35 propositionem trianguli A D B angulum D A B primæ determinationis 85 gr.

Et pro secunda determinatione ejusdem anguli D A B 95 gr.

Cum angulo C A D 61 gr. 40 ① hoc ordine primo, compositus angulus D A B 85 gr. hoc ordine secundus, dabit totum C A B primæ determinationis 146 gr. 40 ①.

Vt autem certò cognoscam an etiam secundam determinationem admittat, addam ad angulum C A D 61 gr. 40 ① hoc ordine primum, angulum D A B 95 gr. ordine quintum, totus erit 156 gr. 40.

Cumque is minor sit 180 gradibus, ajo hunc secundam magnitudinem anguli C A B definire. Sed si 180 gr. æqualis aut major foret, jam nullius momenti esset, quia è 1 definitione omnis angulus minor est 180 gr. ut tali casu unica solummodò sit determinatio.

Investigatio lateris B C *angulo ignoto subtensi.*

Præparatione eâdem retentâ, invenio per 34 propositionem rectanguli trianguli A D C crus C D 42 gr. 24.

Et per 35 propositionem rectanguli trianguli A D B crus recti D B primæ determinationis 79 gr. 55.

Et pro secunda determinatione ejusdem D B 100 gr. 5.

Cum C D 42 gr. 24 ① istoc ordine primo, componatur D B 79 gr. 55 ① hoc ordine secundus, totus erit quæsitum latus C B primæ determinationis 122 gr. 19.

Vt autem constet numnam hoc triangulum duplici determinatione afficiatur, addatur ad C D 42 gr. 24 ① hoc ordine primum, D B 100 gr. 5 ① hoc ordine tertius, totus erit 142 gr. 29.

Cumque hic minor sit 180 gr. ajo istum alteram magnitudinem lateris C B definire. Quod si summa 180 gr. æquaretur aut etiam præstaret, jam nullius momenti foret, nam per 1 definitionem quodlibet latus sphærici trianguli semiperipheriâ minus est. Adeo ut tali casu unica duntaxat determinatio sit.

Investigatio lateris A B *cognito angulo oppositi.*

Præparatione constitutâ ut supra, prius sciri necesse est utrum unam, an verò geminam determinationem admittat: ut autem hujus judicium verè fieri possit, ante alter ex suprascriptis terminis inveniendus erit, id est angulus C A B, aut latus C B, quod si isti gemini sint, & hic terminus anceps fuerit; sin verò singulares, & hic unicus duntaxat erit. Itàque A B in proposito paradigmate, quia angulus C A B, aut latus C B, anceps fuit, duplicem determinationem admit-

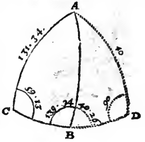
tet. Quare in rectangulo triangulo A B C basis recti A B, per 35 propositionem, invenitur 81 gr. 14.
Et pro secunda determinatione 98 gr. 46.

2 *Exemplum ubi perpendicularis extra triangulum cadit.*

DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum cujus angulus C sit 59 gr. 13 ①, & A B C 139 gr. 34 ①, latus A C 131 gr. 34 ①.

QVÆSITVM. Tertius angulus C A B, & reliqua latera A B, B C invenienda sunto.

PRÆPARATIO. Si duo cogniti anguli ejusdem adfectionis sint, id est vel pariter acuti, vel pariter obtusi, perpendicularis ab angulo tertio in oppositum latus demissus, cadet intra triangulum; sin diversæ, cadet extra per 6 propositionem. Propterea cum anguli cogniti diversæ sint speciei hic acutus, ille obtusus, ducam ab ignoto angulo A arcum A D, extra triangulum A B C, perpendicularem in continuatum B C, qui duo rectangula triangula A D C, A D B format: Vt A D C tres cognitos habeat terminos, quorum ope, per 34 propositionem, invenitur latus A B 40 gr.



Deinde subduco angulum A B C 139 gr. 34.
De 180 gr.
Reliquis erit angulus A B D 40 gr. 26.

Quare etiam reliquum rectangulum triangulum A D B tres cognitos habebit terminos, quorum ope quæsiti inveniantur, ut sequitur.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli C A B.

Præparatione constitutâ ut supra, invenio per 34 propositionem rectanguli trianguli A D C angulum C A D 138 gr. 5.
Et per 35 propositionem rectanguli trianguli A D B angulum B A D primæ determinationis 83 gr. 32.
Pro secunda autem determinatione ejusdem anguli B A D 96 gr. 28.
Angulus C A D 138 grad. 5 ① hoc ordine primus, mulctatus angulo B A D 83 gr. 32 ① hoc ordine secundo, relinquet quæsitum angulum C A B primæ determinationis 54 gr. 33.
Vt autem cognoscam utrum etiam aliam determinationem admittat nec ne, expendam an angulus B A D 96 gr. 28 hoc ordine tertius, auferri possit à C A D 138 gr. 5 ① hoc ordine primo, & quia hic isto major est reliquus exhibet secundam amplitudinem quæsiti anguli C A B 41 gr. 37.
Quod si angulus B A D superasset angulum C A D, evidens est secundam determinationem dari non posse.

Investi-

Investigatio lateris B C *ignoto angulo oppositi.*

Præparatione superiori retentâ, invenio per 24 propositionem rectanguli trianguli A D C crus C D 150 gr.

Et per 35 propositionem rectanguli trianguli A D B crus D B primæ determinationis 79 gr. 59.

Pro secunda autem ejusdem lateris D B determinatione 100 gr. 1.

Latus C D 150 grad. terminus hoc ordine primus multatum latere D B 79 gr. 59 ①.

Hoc ordine secundo, relinquet quæsitum B C primæ determinationis 70 gr. 1 ①.

Præterea ut certò definiam utrum hoc paradigma geminam determinationem admittat nec ne, considero an D B 100 gr. 1 ① hoc ordine tertius deduci possit de C D 150 grad. hoc ordine primo, & quia hic istum excedit reliquus fuerit pro secunda determinatione quæsiti lateris B C 49 gr. 59.

Quod si verò latus D B majus fuisset, quam C D jam secunda determinatio nulla foret

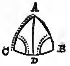
Investigatio lateris A B *cognito angulo oppositi.*

Omnibus constitutis ut supra, prius explorandum erit utrum determinationem unicam an geminam habeat: Quod ut certò definiatur ante unus è suprascriptis terminis inveniatur, id est vel angulus C A B, vel latus C B, quæ si geminam habuerint & hoc habebit, sin unicam & hoc duntaxat unicam conclusionem admittet. A B autem in hoc paradigmate anceps fuerit quia angulus C A B, & latus C B ambiguæ determinationis sunt. Quare rectanguli trianguli A D B basis A B, per 35 propositionem, invenitur 82 gr. 22.

Et pro secunda determinatione 97 gr. 38.

NOTA.

Si fortè duo cogniti anguli ut hic B, C, æquales forent, reliqui termini non paulò brevius & compendiosius inveniuntur, latera enim iis opposita æquabuntur: demisso igitur perpendiculari A D in C B, iste triangulum A B C dirimet in duo æqualia rectangula triangula A D B, A D C, quæ singula duos angulos & basin cognita habent: Si igitur alterutrius trianguli, ut puta A D B per 34 propositionem latus D B, & angulus D A B inveniantur, unâ operâ latus D C, & angulus D A C cognoscentur, qui cōpositus cum angulo D A B dabit quæsitum C A B. Et C D additus ad D B exhibet totum latus C B. Gemina autem determinatio in hujus generis triangulis non cadit, ut è 5 regula 39 propositionis manifestum est. Quod ad demonstrationem attinet, illa vel ex pragmatiæ consequentia nullo negotio derivatur.



CONCLUSIO. Itaque sphærici trianguli duobus obliquis angulis, & latere alteri eorum opposito cognitis; tertium angulum & reliqua latera invenimus. Quod facere oportuit.

II PROBLEMA. 42 PROPOSITIO.

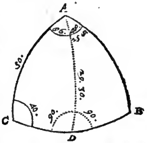
Sphærici trianguli duobus obliquis angulis, & latere quod iis adjacet cognitis: tertium angulum & reliqua latera invenire.

Tres cogniti termini ut generatim exprimam hujusmodi sunt.



Quorum diagrammata trifariam distinguemus, quia perpendicularis qui ad eorum factionem adsumitur tripliciter cadit, aut enim intra triangulum, aut extra, aut in cognitum latus incidit, ideoque unicuique peculiare paradigma assignabimus.

1 *Exemplum si perpendicularis intra triangulum cadat.*



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus CAB sit 86 grad. 48 ①, angulus C 40 gr. & quod eis adjacet latus AC 50 grad.

QVAESITVM. Tertius angulus B, & reliqua latera AB, BC invenienda sunto.

PRÆPARATIO. Cum etiamnum in ambiguo sit an perpendicularis à cognito angulo A in latus oppositum intra triangulum, an extra, an in latus ignotum AB incidat, ipsum AB tanquam verè perpendicularem arcum assumo, & angulum B ut rectum: quare adumbratum hoc rectangulum triangulum ABC tres cognitos habet terminos, duos nimirum angulos B, C, & basin recti AC, quorum ope, per 34 propositionem, ignoratus angulus CAB invenitur 61 gr. 40.

Quod si is datum angulum CAB æquaret, jam fictus perpendicularis idem esset qui AB, & trianguli ABC angulus B rectus, sed angulus CAB eum excedit, est enim 86 gr. 48.

Hic igitur CAB multatus angulo CAD 61 gr. 40 ① quem in hoc ordine primus exhibet, relinquet angulum DAB 25 gr. 8.

Si verò primus ille 61 gr. 40 ① datum angulum CAB superasset, sequentis 2 exempli pragmatia imitatione exprimenda foret, & 3 si ei æquaretur. Iam autem delineato vero perpendiculari AD, ejus quantitatem, quia crus est anguli recti ADC, per 34 propositionem invenio 29 gr. 30.

His assertis, duorum rectangulorum triangulorum ADC, ADB tres termini cogniti erunt, quorum ope ignorati inveniantur, ut sequitur.

CON-

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli B.

E superiori præparatione, invenio per 36 propositionem rectanguli trianguli A D B quæsitum angulum B 68 gr. 18.

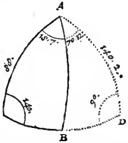
Investigatio lateris AB.

Eâdem præparatione, invenio per 36 propositionem A B basin recti anguli A D B, quod etiam quæsitum latus est 32 gr.

Investigatio lateris BC.

Præparatione eâdem invenio, per 34 propositionem, recti anguli A C D crus C D 42 gr. 14.
Cum quo compositum crus D B recti anguli A D B, quod per 36 propositionem deprehenditur 13 gr.
Exhibet quæsitum latus B C 55 gr. 24.

2 *Exemplum ubi perpendicularis extra triangulum cadit.*



DATVM. Esto A B C sphæricum triangulum, cujus angulus C A B sit 18 gr. 7 ①, angulus C 140 gr. & latus quod eis adjacet seu commune crus A C 88 grad.

QVAESITVM. Tertius angulus A B C, & reliqua latera A B, B C invenienda sunto.

PRAEPARATIO. Quia needum liquet, utrum perpendicularis ab angulo cognito A in latus oppositum demissus intra triangulum, an extra, an in latus A B cadat. Animo concipio arcum A B verè perpendicularem esse, & angulum A B C rectum, atque ita commentitium illud rectangulum triangulum A B C tres cognitos habebit terminos, ut sunt anguli A B C, C, & basis recti A C, quorum ope, per 34 propositionem, angulus C A B invenitur 88 gr. 19.
Quod si datus angulus C A B ei æqualis foret, evidens est & fictum perpendicularem A B verum fore, & rectanguli trianguli A B C angulum B rectum. Sed angulus C A B minor est, valet enim tantum 18 gr. 7.
Hic igitur duo anguli C A B, B A D componunt angulum C A D 88 gr. 19 ①, qui hoc ordine primus est: Quare excessus ejus quo superat angulum C A B 18 gr. 7 ①, exhibet quæsitum B A D 70 gr. 12.
Quod si autem 88 gr. 19 ① hoc ordine primus, minor foret dato angulo C A B, primum exemplum imitandum esset, vel tertium si æqualis. Descripto igitur vero perpendiculari A D quod crus est recti anguli A D C, longitudinem ejus per 34 propositionem invenio 140 gr. 2.
Quamobrem utrumque rectangulum triangulum A D C, A D B tres terminos cognitos habet, quorum ope ignorati inveniantur ut sequitur.

CONSTRVCTIO.

Investigatio anguli ABC.

Ex præparatione antecedenti invenio, per 36 propositionem, rectanguli trianguli ADB angulum ABD 136 gr. 9.
Qui sublatus de 180 gr.
Relinquit quæsitum angulum ABC 43 gr. 51.

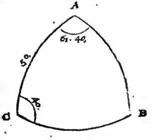
Investigatio lateris AB.

Præparatione superiori retentâ, invenio per 36 propositionem recti anguli ADB basin AB, quæ est quæsitum dati trianguli latus 112 gr.

Investigatio lateris BC.

Ex eâdem præparatione, invenio, per 34 propositionem, recti anguli ADC crus CD 92 gr. 37.
Hoc multatum crure DB anguli recti ADB, quod per 36 propositionem invenitur 60 gr. 44.
Relinquet quæsitum latus BC 31 gr. 53.

3 *Exemplum cum perpendicularis incidet in latus ignotum.*



DATVM. Esto ABC sphæricum triangulum, cujus angulus A sit 61 grad. 40 ①, angulus C 40 grad. & commune crus CA 50 grad.

QVÆSITVM. Tertius angulus B, & reliqua latera AB, BC invenienda sunto.

PRÆPARATIO. Quia etiamnum ignoratur utrum perpẽdicularis ab angulo cognito A in latus oppositum demissus, intra, extra, an in latus ignoratum AB incidat, arcum AB ipsum perpendicularem esse comminiscor, & angulum ABC rectum; commentitium igitur istud rectangulum triangulum ABC tres cognitos habebit terminos ut sunt anguli ABC, C, & basis recti AC, quorum ope angulus A, per 34 propositionem, invenitur 61 gr. 40.

Et quia datus angulus A tantundem valet, fictus perpendicularis idem etiam verus erit, & trianguli ABC angulus B rectus. Ideóque quantitas anguli B ex hac ipsa præparatione inventa fuerit. Si autem datus 61 gr. 40 ① minor invenietur invento angulo A, 1 exemplum, sin major 2 imitabere.

CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris AB.

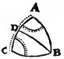
Præparatione constitutâ ut ante, recti anguli ABC crus AB, per 34 propositionem, invenio 29 gr. 30.

Investi-

Investigatio lateris BC.

Ex eâdem præparatione, invenio per 34 propositionem recti anguli ABC crus BC utpote quæsitum latus 42 gr. 24.

1 NOTA.



Cum cogniti anguli ut hic A, C æquantur, reliquos ignoratos breviori via assequemur, latera enim iis opposita AB, BC quoque æquabuntur, & perpendicularis DB ductus in AC, ipsum secabit in æqualia segmenta AD, DC: Ut duo triangula BDA, BDC æqualia sint & rectangula, habentia commune latus DB. Quare si alterutrius trianguli ut puta BDA, per 36 propositionem, basis AB inveniatur, & angulus ABD, unâ opera cognoscetur quæsitum latus BC, & angulus DBC, qui compositus cum angulo ABD exhibet totum ABC.

2 NOTA.

Ad initium præparationum hujus problematis monuimus non liquere ex ipsa hypothesi, utrum perpendicularis à cognito angulo in latus oppositum demissus, intra triangulum, an extra, an in latus ignotum cadat: Si tamen summa datorum angulorum 90 gradibus æquetur, aut cedat, jam quo cadat scitur, nimirum extra triangulum, tunc enim tertius ignotus angulus necessariò obtusus est per cons. 14 propositionis, inter quem & acutorum alterum perpendicularis non cadit, verùm extra in continuatum obtusi anguli crus per 6 propositionem. Quantum ad demonstrationem hujus problematis attinet, ea ipsa ex pragmatiæ consequentia cuilibet obvia est.

CONCLUSIO. Itaque sphærici trianguli duobus obliquis angulis & latere, quod iis adjacet, cognitis: tertium angulum & reliqua latera invenimus. Quod erat propositum.

12 PROBLEMA. 43 PROPOSITIO.

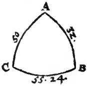
Cognitis tribus sphærici trianguli lateribus: tres angulos invenire.

Cogniti tres termini generaliter hâc figura exprimuntur.



DATUM. Expositum esto sphæricum triangulum ABC cujus latus AB sit 32 grad. BC 55 gr. 24 ①, CA 50 gr.

QUAESITUM. Tres anguli inveniendi sunto.



CONSTRUCTIO.

Investigatio anguli A.

Quod fit sub sinubus laterum quæsitum angulum A comprehendentium hoc est ab 8231 in 7660, erit 63049460; hinc quatuor novissimis notis perpetuò detritis, quia totidem numerales circuli sinui recto in pragmatiis à nobis tribuuntur, supererunt	4059.
Expositi anguli minus crus de majore deductum relinquet 18 grad. cujus sinus-sagitta per 14 propositionem fabricæ sinuum erit	490.
Sinus-sagitta lateris quæsito angulo A subtensi est	4322.
Differentia hujus à 490 hoc ordine secundo est	3832.
Vnde proportio ut 4059 ordine primus ad sinum recti 10000, sic 3832 ad quem? concludes sinus-sagittam	9449.
Cujus arcus optatum angulum A exhibet	86 gr. 48.
Par ratio erit omnium angulorum, at in arcubus & angulis qui 90 gr. præstabunt usurpabis sagittas ipsis competentes majores semidiametro 10000; atque hâc viâ B angulus inventus est	68 gr.
Et qui ad C	40 gr. 1 ①.

DEMONSTRATIO.

Et primò quidem ad investigationem anguli A.

E' 30 propos. perspicitur, si è sphærico triangulo tres termini efformentur, quorum primus sit quod fit sub sinubus duorum crurum; secundus quadratum sinus recti; tertius differentia duarum sagittarum, quarum una sit differentiæ, crurum

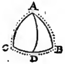
crurum altera verò ſagitta baſis; quartum in hac proportione terminum eſſe ſagittam anguli à dictis cruribus comprehenſi.

Verùm ex ſphærico triangulo A B C tres terminos effinximus, quorum primus eſt 40590340 qui fit ſub ſinubus 7660, 5299 crurum A C, A B: ſecundus, quadratum ſinus recti 100000000, (pro quibus uſurpavimus 4059, 10000, cum eundem exhibeant quartum proportionalem) tertius autem terminus 3832, differentia duarum ſagittarum, quarum una 490 ſit ſagitta 18 grad. id eſt differentiæ crurum A C, B A, altera verò 4322 lateris tertii B C: Tribus his ex opere quartus proportionalis inventus eſt 9449.

Itaque 9449 fuerit ſinus-ſagitta anguli A ab A C, A B cruribus comprehenſi; ſed arcus huic ſagittæ debitus 86 gr. 48 ① amplitudinem dicti anguli definit.

NOTA.

Si ſphæricum triangulum ſit æquicrurum, hoc eſt ſi crura A B, A C, æquentur, reliqui ignorari termini etiam facilius invenientur, nam anguli ab his cruribus ſubtenſi æquales item fuerint; quamobrem perpendicularis A D biſecabit baſin B C; unde duo rectangula triangula exiſtunt A D C, A D B, quorum bina latera nota ſint, videlicet & baſis & crus recti. Itaque per 32 propoſ. inventis angulis C & C A D, etiam ipſis æquales B & D B A cognoſcentur, B A D igitur compoſitus cum C A D exhibebit integrum C A B optatum.

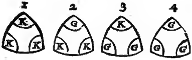


CONCLUSIO. Itaque tres trianguli ſphærici angulos è datis lateribus invenimus. Quod feciſſe oportuit.

13 PROBLEMA. 44 PROPOSITIO.

Cognitis tribus ſphærici trianguli angulis, tria latera invenire.

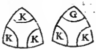
Tres cogniti termini incidunt in horum quatuor modorum aliquem.



Quorum varietatem duobus exemplis explicabimus.

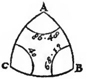
1 Exem-

1 *Exemplum ad primum & secundum diagramma hujus formæ.*



DATUM. Esto sphæricum triangulum A B C, cujus angulus A sit 86 gr. 48 ①, B 68 grad. 19 ①, C 40 grad.

QUAESITUM. Tria latera invenienda sunto.



CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris subtensi maximo angulo A.

Sinubus angulorum B, C adjacentium optato lateri B C, inter se multiplicatis, hoc est 6428 cum 9292, fit 59728976, unde quatuor novissimis characteribus detritis, totidem videlicet, quot numerales circuli in sinu recti nobis usurpantur, reliqui erunt 5973.

Differentia angulorum dicto lateri B C adjacentium est 28 grad. 19 ①, cujus sagitta per 14 propos. fabricæ sinuum valet 1197.

Sagitta differentiæ anguli A à latere B C subtensi, est 10558.

Hujus & 1197 hujus ordine secundi differentia erit 9361.

Vnde proportio exsistit, ut 5973 hoc ordine primus, ad sinuum recti 10000, sic 9361 hoc ordine quartus ad quem? concludes sagittam 15672.

Cujus arcus per 14 propos. de fabrica sinuum erit 124 gr. 33 ①, cjus à semicirculo differentia est quæsita B C 55 gr. 27.

Investigatio lateris subtensi angulo, qui maximus non sit.

Sinubus angulorum A, B, qui quæsito lateri A B adjacent inter se multiplicatis, hoc est 9984 cum 9292, fit 92771328, hinc detritis novissimis quatuor notis, quot videlicet numeralium circulorum sinus recti assumitur, superent 9277.

Compo-

Compone angulos optato lateri adjacentes, qui erunt in exposito diagrammate A & B, summa 155 grad. 7 ①, hujus differentia à semiperipheriâ 180 gr. est 24 gr. 53 ①, cujus sagitta per 14 propos. de fabrica sinuum 928.

Sagitta anguli C ab optato latere A B subtensi valet 2340.

Hujus ejusdem & 928 hoc ordine secundi, differentia · 1412.

Vnde proportio ut 9277 hoc ordine primus, ad sinum recti 10000, sic 1412 hoc ordine quartus ad quem? concludes sagittam 1522.

Cujus arcus, per 14 propos. fabricæ sinuum, inventus optatum latus A B definict 32 gr. 2 ①.

Investigatio lateris A C,

quod perinde atque A B angulo non maximo subtenditur, similis est inventioni ipsius A B, cujus pragmatiam imitatus, inveneris ipsum 50 gr.

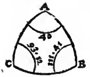
Simillima erit pragmatiæ ratio trianguli secundæ formæ.

2 *Exemplum ad tertium & quartum diagramma hujus formæ.*



DATVM. Expositum esto tripleurum sphæricum A B C, cujus angulus A 40 gr. B 111 gr. 41 ①, C 93 gr. 12 ①.

QVAESITVM. Tria latera invenienda sunto.



CONSTRVCTIO.

Investigatio lateris cujuslibet, ut B C.

Sinus angulorum B, C quæsito lateri B C adjacentium, id est 9984 & 9292 inter se multiplicati, efficiunt 92771328, hinc ex usitata reductionis lege deletis quatuor novissimis notis, videlicet quot numerales circulos sinus recti habet, reliqui erunt 9277.

Differentia dictorum angulorum optato lateri adjacentium 18 grad. 29 ①, cujus sagitta per 14 propos. de fabrica sinuum invenitur 516.

Sagitta,

Sagitta, differentiæ à ſemicirculo anguli A qui à latere optato BC ſubtenditur eſt 17660.
Hujus & ejuſdem 516 hoc ordine ſecundi differentia eſt 17144.
Vnde proportio, ut 9277 hoc ordine primus, ad ſinum recti, ſic 17144 hoc ordine quartus ad quem? concludes ſagittam 18480.
Cujus arcus per 12 propoſ. de fabrica ſinuum 148 gr. & ejus à ſemicirculo differentia pro quæſito arcu BC 32 gr.
Pari ratione reliqua duo latera invenientur, utpote AB 130 gr.
AC 124 gr. 36.
Conſimili plane viâ quarti trianguli, cujus omnes anguli obtuſi ſunt, tria latera adſequeris.

1 NOTA.

Pragmatia inveſtigationis lateris BC hoc 2 exemplo non alia eſt quam inveſtigatio lateris BC primi exempli, quod maximum angulum ſubtendebat, reliquorum autem laterum videlicet AB, AC hujus exempli inventio, cum ſit ſimilis pragmatiæ ipſius BC, diverſa eſt ab inveſtigatione AB, AC primi exempli, quod ex opere perſpicere eſt. Inveſtigationem verò hujus lateris BC ideo univerſam iterato adſcripſi, ut in ſingulis exemplis ſua pragmatia ad imitandum plenè ante oculos ſit.

DEMONSTRATIO.

Et primum quidem lateris BC *1 exempli.*

A' ſphærici trianguli tribus angulis, quorum duo tresvé acuti ſint, tres terminos exiſtere per 31 propoſitionem evidens eſt, ut primus ſit quod ſit ſub ſinubus minimorum angulorum; ſecundus quadratum ſinus recti; tertius verò duarum ſagittarum differentia, quarum una ſit differentiæ dictorum minimorum angulorum, altera autem differentiæ tertii anguli à ſemicirculo; quibus in eadem analogia quartus ſit ſagitta ſinus lateris eidem acuto oppoſiti.

Sed è ſphærico acutangulo triangulo 1 exempli ABC tres terminos conſtituimus quorum primus 59728976 qui ſit ſub ſinubus 6428, 9292 minimorum angulorum B, C: Secundus quadratum ſinus recti 100000000 (vel quod idem ſit 5973, 10000, nam & hi & iſti eundem exhibent quartum) tertius autem terminus 9361 differentia duarum ſagittarum, quarum una 1197 ſit differentiæ duorum minimorum angulorum B, C, altera autem 10558 differentiæ anguli A de ſemicirculo, & ex opere 15672 inventus eſt iſtis quartus proportionalis. Quamobrem 15672 fuerit ſinus-ſagitta differentiæ lateris eundem tertium angulum A ſubtendentis. At arcus competens ſagittæ 15672 valet 124 grad. 33 ①, cujus à ſemicirculo differentia 55 gr. 27 ① ex conſtructione, tantus itaque erit arcus BC.

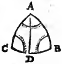
Simillima demonſtratio erit laterum AB, AC, quæ minimis lateribus ſubtenduntur, adhibita tamen 31 propoſ. parte ſecunda, ut in antecedenti ejuſdem propoſitionis prior pars uſurpata fuit.

Præterea pari ratione è 31 propoſ. conſectario in promptu erit demonſtratio trium laterum trianguli, cujus duo tresvé anguli obtuſi erunt.

NOTA

NOTA.

Longe compendiosius tria latera adsequemur, si ut in hoc triangulo A B C, duo anguli B, C, æquales sint. Etenim perpendicularis A D in arcum B C (qui duobus B & C æqualibus angulis adjacet) demissus, dispescet angulum C A B bifariam, & triangula rectangula A D C, A D B tres cognitos habebunt angulos. Quare si alterutrius trianguli ut A D C latera per 37 propositionem inveniantur ut A C, A D; reliqui trianguli latus A B, nec non arcus B D cognoscetur, qui compositus cum C D exhibebit integrum latus B C.



CONCLVSIO. Itaque cognitis tribus tripleuri sphærici angulis, tria latera eruimus, Quod fecisse oportuit.

SPHÆRICORVM TRIGONOPINAX.

Qui tabulæ instar est, indicium facientis quonam modo triangula ex doctrina jam exposita repeti possint, ut in dato triangulo cujus ignoratus terminus terminivé inveniendi sunt, operatio illis similiter instituatur.

QVandoquidem præcedentes regulæ, quibus sphæricorum triangulorum ignoti termini inveniuntur, quam dissimillimæ maximæque variæ sint, ideoque difficillimè memoria comprehendi possint, certa nobis ratio ineunda fuit ut illas molestias antevertamus, & ad quævis problemata explicanda simile aliquod paradigma è superioribus desumi possit, cujus ratiocinium per omnia sequi liceat, ne animum sua varietate discrucient. Huic fini sequentem istam sphæricorum triangulorum descriptionem tabulæ in morem concenturiavimus, cujus usum deinde exemplo declarabimus.

SPHÆ-

SPHAERICA TRIANGVLA PRIMÆ DISTINCTIONIS, VBI ANGVLVS RECTVS COGNITVS DATVR.


Pagina 225, 1 exemplum 32 propositionis.


Pag. 226, 2 exemplum 32 propos.


Pag. 227, 3 exemplum 32 propos.


Pag. 228, 4 exemplum 32 propos.


Pag. 231, 1 exemplum 33 propos.


Pag. 232, 2 exemplum 33 propos.


Pag. 233, 3 exemplum 33 propos.


Pag. 236, 1 exemplum 34 propos.


Pag. 237, 2 exemplum 34 propos.


Pag. 237, 3 exemplum 34 propos.


Pag. 238, 4 exemplum 34 propos.


Pag. 241, 1 exemplum 35 propos.



Page 241, 1 exemplum 35 propositionis.



Pag. 245, 1 exemplum 36 propositionis.



Pag. 245, 2 exemplum 36 propositionis.



Pag. 246, 3 exemplum 36 propositionis.



Pag. 247, 4 exemplum 36 propositionis.



Pag. 250, 1 exemplum 37 propositionis.



Pag. 251, 2 exemplum 37 propositionis.



Pag. 251, 3 exemplum 37 propositionis.

SPHÆ-

SPHAERICA TRIANGVLA.

SECVNDÆ DISTINCTIONIS,

ubi latus quidem 90 grad. sed angulus rectus cognitus non datur.



Pag. 254, 1 exemplum 38 propositionis.



Pag. 254, 1 exemplum 38 propositionis.



Pag. 256, 2 exemplum 38 propositionis.



Pag. 256, 2 exemplum 38 propositionis.



Pagina 257, 3 exemplum 38 propositionis.



Pag. 258, 4 exemplum 38 propositionis.



Pag. 260, 5 exemplum 38 propositionis.



Pag. 260, 5 exemplum 38 propositionis.



Pag. 261, 6 exemplum 38 propositionis.



Pag. 261, 6 exemplum 38 propositionis.



Pag. 262, 7 exemplum 38 propositionis.



Pag. 262, 7 exemplum 38 propositionis.



Pag. 263, 8 exemplum 38 propositionis.



Pag. 263, 8 exemplum 38 propositionis.



Pag. 264, 9 exemplum 38 propositionis.



Pag. 264, 9 exemplum 38 propositionis.



Pag. 266, 10 exemplum 38 propositionis.

SPHÆ-

SPHÆRICA TRIANGVLA TERTIÆ DISTINCTIONIS

ubi nec angulus rectus, nec latus 90 grad. ut cognita dantur.


Pag.268 propositione 39. Verum ante inspicito introductionem pag.269, ut inde quod exemplum sequendum sit cognoscas.


Pap.281, propositione 40.


Pag. 284, propositione 41.


Pag. 288, propositione 42.


Pag. 292, propositione 43.



Pag. 294, 1 exemplum 44 propositionis.



Pag. 294, 1 exemplum 44 propos.



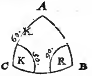
Pag. 295, 2 exemplum 44 propos.



Pag. 295, 2 exemplum 44 propos.

VSVS HVIVS INDICIS.

Ignoratus terminis terminive dati trianguli A B C inveniendi sunto, angulus B sit 90 gr. C 50 gr. & latus A C graduum 60. Quia angulus B rectus, recti basis A C quadrante minor, & angulus C acutus est, angulo recto characterem R, lateri A C literam K, & reliquo acuto angulo notam K quoque adscribito, ut vides. Huic in prima Trigonopinacis distinctione (quia est rectangulum triangulum) simile paradigma inquirito, quod octavo loco inventum, ad 1 exemplum 34 propositionis pag. 236 te remittet, cujus ratiocinium secu



rus voti compos eris: de cæteris simile judicium esto. Præterea in omnibus rectangulorum triangulorum hoc est primæ distinctionis paradigmatis, litera B anguli recti, A C basis recti, B C cruris perpetuæ notæ sunt: Si igitur opus sit ignoratos dati trianguli terminos aliis characteribus, vel iisdem alio ordine significatos invenire, eorum loco (ne animus distrahatur homologia laterũ quæ diversis notis indicantur) substituere poteris elementa illa quæ imitabile triangulum habet, nimirum B ad angulum rectum, A supra, C ad angulum tertium adscriptis: & si fortè angulus rectus ad sinistram situs sit, inverti atque ad dextram collocari poterit. ut habeatur triangulum simile exposito paradigmati.

Quæ hic de rectangulo triangulo dicta sunt, generaliter de reliquis in quibus angulus rectus cognitus non est, intelliguntor, qualia sunt 2 & 3 distinctionis, quæ signabis iisdem literis, vel invertes prout imitabile triangulum affectum videbis. atque tum constructionem seu pragmatiam per omnia te qui licebit.

In 40, 41, 42 propositionibus omnes diversas species sigillatim, ut in aliis, prosecuti non sumus, & quia supervacaneum esset omisimus: atque ut id exemplo declaremus, fingamus aliquem ita objicere: Triangulo 40 propositionis, quod triplicem varietatem admittit, proposito, unde indicium sumam quod exemplum ad inventionem ignoratorum terminorum sequi debeam? Quolibet exemplo te ad optatam metam pervenire posse respondeo, ut si 1 exemplum imiteris, ubi ad finem præparationis deveneris indicabitur, an istam pragmatiam, an 2, an 3 exempli sequi debeas, quare reliqua prosecutus secundum istud paradigma ad quod remitteris, propositum scopum attinges. Sin alterum reliquorum exemplorum priùs sequaris, sub finem præparationis eâdem ratione quâ viâ insistendum sit moneris. Idem fiet 41 & 42 propositione quarum præparationes similes cautiones habent.

ADDI-

ADDITAMENTVM
DE SPHÆRICIS MVLTANGVLIS.

ADDITAMENTI
BREVIARIUM.

HACTENUS de inventione ignotorum terminorum in triangulis sphæricis dictum est: quamvis autem hinc inveniri possint ignoti & certò definiti termini cujusvis sphærici multanguli, nam vel in triangula dividua sunt, aut additione ad triangula reducuntur, tamen quia res explicationem postulat, descriptionem paulò pleniorem adjiciemus, quod ADDITAMENTUM dicimus.

ADditamentum istud sphæricorum-triangulorum, multa cum planorum triangulorum additamento habet communia, etenim duæ illæ definitiones prima anguli inversi, altera quadranguli usitati, inversi & decussati, huc etiam referri possunt. Præterea pragmatiæ ratio duarum novissimarum propositionum de planis multangulis, non pauca habet conjuncta & communia cùm similibus sphæricorum multangulorum propositionibus. In eo tamen sphærica à planis dissident, quod inextricabiles illæ difficultates & ἀδυναμίαι hîc locum non habeant, nam tria ignota latera, quæ è cognitis reliquis omnibus plani rectilinei terminis inveniri nequeunt per Additamenti planorum triang. propos. 3, in sphæricis multangulis certò & constantèr inveniuntur: Item duo æquidistantia ignota latera, quæ in planis multangulis definiri non possunt, ut est planorum Additamenti propos. 4, in sphæricum multangulum non cadunt. Contra autem illud dispendii sphæricis accidit, quod cognitis omnibus angulis minus uno, ignoratus hinc inveniri non possit, quia anguli sphærici multanguli non æquantur tot rectorum paribus, quot ipsum angulos habet minus duobus, ut de planis multangulis propositione 1 illius Additamenti demonstratum est.

Quare duo Theoremata, similia duobus novissimis planorum multangulorum theorematis proponemus, illis tamen magis universalia, quia hæc illis exceptionibus, ne tres ignorati termini sint meræ lineæ, aut duo ignota latera parallela, non afficiuntur.

1 PRO-

1 PROBLEMA. 1 PROPOSITIO.

Quadranguli sphærici quinque quibuscunque terminis cognitis: reliquos ignoratos invenire.

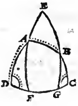
Ter octona illa diagrammata 6 propositionis additamenti ad plana triangula, tanquam sphærica quadrangula intelligantor: quæ hîc in tria exempla fecernimus.

1 *Exemplum ad 1,2,3,4,6, & 7 diagrammata.*

Hoc exemplum 1,2,3,4,6,7 diagrammatum, in dato, quæsito, præparatione,& pragmatia, omnino convenit cum similibus planorum quadrangulorum diagraphis, nisi quod hîc triangulorum ignoti termini è sphæricorum, illic autem è planorum doctrinâ inveniantur: Itaque horum inventionem indidem manifestam existimamus.

2 *Exemplum ad 8 diagramma.*

DATVM. Esto sphæricum quadrangulum ABCD secundum thesin 8 diagrammatis, cujus latus DC & eidem oppositi anguli A, ABC, reliquis omnibus terminis cognitis, ignorentur.



QVÆSITVM. Tres isti ignorati termini inveniendi sunto. PRÆPARATIO. Quia è ductu diagonii DB aut AC ut 1,2,3,4,6 diagrammatis, aut continuatione duorum laterum ut 7 diagraphâ, quadrangulum hoc ad duo triangula quorum unum tres cognitos habeat terminos,quemadmodum dictę figuræ, reduci nequit,aliâ insistendum erit viâ,ut sequitur; Ab ignotis angulis DAB, ABC, duos perpendiculares EF, EG demittito in ignotum latus DC.

CONSTRVCTIO.

Trianguli AFD tres termini cogniti sunt, nam AFD rectus est ex præparatione, D autem & AD ex thesi: quorum ope tres ignorati termini invenientur per 34 propositionem sphæricorum triangulorum, primò angulus DAF.
Deinde latus DF.
Et latus AF.
Trianguli BCG tres termini sciuntur, nam BGC ex præparatione rectus est, C autem & BC ex thesi: quorum ope, per 34 propositionem, ignorati termini invenientur, videlicet angulus GBC.
Latus GC.
Et latus BG.
Quod deductum de EG 90 grad. relinquit EB.
Et AF hoc ordine tertius deductus de EF 90 gr. relinquit AE.
Triangulum AEB tres cognitos habet terminos, videlicet AE hoc ordine octavum, EB septimum, & AB ex thesi: quorum ope, per 43 sphæric. triang. propositionem, ignorati termini invenientur, nimirum quantitas anguli E, id est arcus FG.

Angu-

Angulus	EAB;
Et	EBA.
Composito FG hoc ordine nono, cum DF secundo, & GC quarto, totus erit quæsitus	DC.
Subducto EAB hoc ordine decimo, de 180 gr. reliquus erit	BAF.
Cum quo compositus DAF hoc ordine primus, totus erit angulus	DAB.
Subducto EBA hoc ordine undecimo, de 180 gr. relinquitur	ABG.
Qui additus ad GBC quartum, dabit angulum	ABC.

Cujus demonstratio ex ipsa pragmatiæ consequentia manifestissima est.

3 *Exemplum ad 5 diagramma.*

NOTA.

Investigatio ignoratorum 5 diagrammatis terminorum dum ista conscriberem mihi necdum in mentem venerat, atque ideo hujus 3 exempli solam inscriptionem hic ob oculos ponimus, quò φιλομαθεῖς ad ejus solutionem excitemus, atque ita deinceps sphæricorum multangulorum doctrina ista accessione locupletata tantò auctior fit & illustrior.

2 PROBLEMA. 2 PROPOSITIO.

Omnibus multanguli sphærici terminis præter tres cognitis, istos tres ignoratos terminos invenire.

DATUM. Intuere planum sexangulum ABCDEF in 7 propositione additamenti ad plana multangula, ipsumque sphæricum sexangulum esse animo concipias, ut latera omnia ad maximorum sphærę circulorum modum inflexa sint; latus autem EF, nec non duo anguli E & AFE ignorentur, reliqui autem omnes termini cogniti dentur. QUÆSITUM. Tres isti ignorati termini inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

Modus hic à suprascriptæ 7 propositionis planorum multangulorũ doctrina id duntaxat diversi habet, quod quæ illic in primo & quarto ordinis termino per 6 planorum triangulorum propositionem inveniuntur, hic per 33 sphæricorum propositionem investiganda sint: & qui illic nonus ordinis terminus per 1 exemplum 6 propositionis additamenti ad plana multangula inventus est, hic inveniendus sit per 1 exemplum 1 propositionis hujus additamenti ad triangula sphærica: Similis omnino erit modus in reliquis omnibus sphæricis multangulis instituendus (excepto 5 diagrammate, in quo ignoratorum terminorum investigatio adhuc desideratur) possunt enim omnia in triangula vel quadrangula resolvi, unde quæsiti termini deinde inveniantur ut supra: Cujus demonstratio ex operis filo perspicua est.

CONCLUSIO. Quamobrem omnibus sphærici multanguli terminis præter ter cognitis, istos tres ignoratos invenimus, ut decuit.

SPHÆRICORUM TRIANGULORUM

FINIS.

APPENDIX DOCTRINAE TRIANGVLORVM.

APPENDICIS BREVIARIUM.

ETſi de aliorum erroribus, quorum commemoratiò nec utilis nec neceſſaria videtur, dicere, multò magis ſcribere animus abhorret, partim quia id ſine alterius vituperatione fieri non poſſe plerique interpretantur, partim quia aliunde exercendi ingenii campus abundè ſuppetit, ut in aliorum erroribus detegendis ac refutandis tempus terere opus non ſit; In iſtoc tamen additamento nonnullos errores (nonnullos inquam, quia omnes recenſere & longum & moleſtum foret) mihi animadverſos perſtringam, utile enim fore exiſtimavi cùm PRINCIPI meo multò ILLUSTRISSIMO, tum mihi aliiſque mathematicarum rerū ſtudioſis, ſi diſcriminum cauſæ inter hujus ſyntagmatis propoſitiones & alios ſcriptores memoriç prodantur. Quantum verò ad eos attinet qui hæc aliter, & quidem in pejorem partem, quam à me dicta ſunt, accipiunt: quod eos in errore verſari ſciam plus ſatis ſolatii mihi eſt, cum ſcriptores iſtos tanti æſtimem ut obligatum me illis & beneficiis obſtrictum libens profitear, pro iis quç in erudito hoc pulvere ab illis ſum edoctus, atque tanti à me fiant, ut me, ſi plures errores quam illi hîc committam, minimè pudeat. Quos, ſi qui ſunt, ab aliis corrigi non minus, quam ipſe aliorum errores corrigere malo: cum vera diſcere gratius nobis eſſe debeat, quam homines ab erroribus immunes, hoc eſt quod non ſimus, velle videri.

Quia verò in ſuperioribus, ob cauſas in periochâ ſeu argumento primi libri expoſitas, nonnulla omiſimus quæ inter propoſitiones interſeri potuiſſent, eadem illa certo ordine, quaſi per capita, in hunc librum congeſsimus, ut ſequitur.

CAP. I.

De appellatione *Arcus differentiæ*, & *Anguli differentiæ* definitione 4 & 5 de fabrica sinuum.

DIFFERENTIAM inter datum arcum & peripheriæ quadrantem hujus ævi Mathematici *Complementum arcus* dixere, quòd tantus arcus ad quadrantis absolutionem perfectionemque requiratur. Esto exempli gratia 1 definitione De fabrica sinuum, expositus arcus B C taxatus 60 gr. & B E quadrans 90 grad. Horum differentia 30 gr. pro arcu C E *complementum arcus* appellatur, tantùm enim arcus B C à quadrantis perfectione abest. Etymologia hæc côcinna & probabilis sit cum expositus arcus quadranti cedit, quæ non perinde vera fuerit si excedat: Esto enim in eâdem diagraphâ D C expositus arcus quadrante major utpote 120 gr. & D E quadrans id est 90 gr. Horum differentia, qui est excessus positi arcus supra quadrantem, erit C E 30 gr. Verum excessus iste perperam complementum dicitur, id enim quod à D C aufertur ut reliquus tantò minor sit, non potest esse complementum ipsius D C. Ut hoc exemplo clarius evadat ita habe: Si creditor æris alieni 90 libellarum quo obligatus est 60 libellis persolutis insuper 30 adderet, istæ non inneptè complementum harum 60 usque ad 90 dici possent. Sin verò cum tantùm 90 deberet, 120 libellas contulisset hoc est 30 amplius quam obstrictus esset, & istæ 30 libellæ ei à creditore redderentur, hæ non fuerint complementum 90 lib. sed potius redundantia & excessus quem ultra debitas 90 libellas persolverat. Istæ sunt rationes quæ me ab usitatâ voce *Complementum* averterunt. Quantum autem attinet ad has voces complementum & excessus, quæ pro datâ occasione variari possent, id non sine difficultate fieret, & tum præcipuè quando in genere non definitâ specie appellandæ forent. Ideoque præ cæteris probata mihi fuit appellatio *Arcus differentiæ*, hoc est, arcus quo expositus à quadrante differt: quæ, sive positus arcus quadranti cedat, sive præstet, propriam & côvenientem significationem habet.

Verùm nimia curiositas in definiendo, præcipuè autem cum ex usu res ipsa satis manifesta sit, nonnullis inutilis & vitiosa videri poterit, nec immeritò, etenim & nos ab hac mente sumus; verùm malitiosus error est illas definitiones retinere, quæ errori ansam præbeant, quod mihi ista tractanti usu venit, dum etymon vocis *Complementum* secutus adderem, cùm res ipsa contrariam subductionem seu multam posceret. Cujus caliginis fraudisque primum fontem ab impropria definitione manare tandem intellexi. Neq; adeò absonum aut alienum videtur hanc minus aptam appellationem occasionem iis erroribus præbuisse in quos infrascripti autores prolapsi sunt: nec mirum fuerit si subtilis ista scientia, quæ propriis verbis expressa satis superque difficultatis habet, impropriis aut non accommodis vocibus explicata, tantam caliginem noctemque rebus ipsis offundat, & præ cæteris hoc vocabulo, quod in ista carte utramque ferè paginam facit, ut è superioribus planum est.

CAP. II.

De planorum triangulorum determinatione gemina.

REGIOMONTANUS 51 propos. 1 lib. triangulorum inquit:

TRIANGULI duo latera cum angulo acuto, cui alte-

rum eorum opponitur, ad latera & angulos reliquos cognoscendos nequaquam sufficere. Verum qua lege perpendicularis cadat, si callebimus, omnia patefient.

Quod falsum esse ita arguo: Si primò latus cognitum cognito angulo subtensum majus sit reliquo cognito latere; etiam angulus reliquo cognito lateri subtensus acutus erit, ut 2 regulâ 5 propos. planorum triang. ostendimus: unde locus in quem perpendicularis sive extra, sive intra triangulum cadat scitur. si namque datus cognitus angulus obtusus sit, cadet extra: sin acutus, cadet intra.

Secundò ubi cognita latera æqualia erunt, perpendicularis necessariò intra cadet.

Tertiò ubi latus cognitum angulum subtendens reliquo cognito minus fuerit, & præterea angulus huic oppositus ex opere rectus deprehendetur, perpendicularis in hoc ipsum cognitum latus incidet.

Quæ adversum *Regiomontanum* hic prolata sunt, eadem de omnibus *Regiomontani* æmulis intelliguntor.

CAP. III.

De definitione sphæricorum triangulorum, cur nullum latus, nisi semiperipheriâ minus, admittat.

Si unumquodque latus sphærici trianguli semiperipheriâ non sit minus, unum aut plura semiperipheriæ æquabuntur, aut etiam præstabunt; sit itaque primò semiperipheria A B C, ajo super hâc triangulum formari non posse: etenim alii duo maximarum peripheriarum arcus quales sunt A D, C D, vel A E, C E, ab hujus semiperipheriæ terminis producuntor donec concurrant, ut isti reliqua trianguli latera effingant, hi ad D vel E, quia sub eodem polo descripti sunt, nullum angulum faciunt, sed sunt una continua semiperipheria; ideoque isti arcus nullum formant triangulum, sed aut diangulum (sic enim liceat) ut A B C D, aut integram peripheriam ut A B C E. Quare semiperipheria latus sphærici trianguli esse nequit.



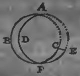
Si verò, cum figuræ A B C D unum latus semiperipheriâ majus est ut ABC, reliqua duo medio A D, D C minora inversum anguli A D C comprehenderint, id triangulum esse asseretur; quia è cognitis tribus hujusmodi trianguli terminis, ignorari inquiri possunt, certè magna theorematum seges unde problemata ipsa depromuntur commoda sit exemplo gratia 2 theorema seu 2 propos. quod angulum lateri A B in illo diagrammate oppositum acutum esse docet, ubi si pro arcu hypothetico C B intelligatur complementum integræ peripheriæ (quod semiperipheriâ majus est) tertium latus efficere, tum angulus lateri A B oppositus obtusus foret non autem acutus, quia is semiperipheriæ complementum esset acuti A B C. Equidem non me fugit theoremata omnia ita emendari posse ut ambitu suo complectantur latera trianguli tam semiperipheriâ majora, quam minora: verùm quia & veteres eo sensu nunquam usurparunt, & investigatio maximi lateris aut anguli hujus trianguli A B C D,



ope

ope trianguli A D C per explicata problemata commodissimè absolvatur(nam è cognitis terminis trianguli A B C D, etiam similes termini trianguli A D C sciuntur, quia latera D A, D C utrique communia sunt,& arcus A C complementum peripheriæ hypothetici A B C, præterea angulus D A C complementum semiperipheriæ anguli D A B, & D C A ipsius D C B) Quare ex ignotis trianguli A D C terminis, ignorati termini ipsius A B C D quoque inveniuntur. Ideoque tanquam supervacaneum & nullius usus istud à definitione præcidimus.

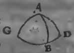
Denique si duo arcus ut in subjectâ figurâ A B C, A D E semiperipheriæ præstent, hi necessariò sese intersecabunt in F, & A B F, A D F per 3 consf. 1 propositionis semiperipheriæ erunt, C E igitur eos cōnectens sive semiperipheriæ æqualis, major, seu minor sit, cum reliquis arcubus non triangulum sed aliam aliquam figuram effinget. Si tamen ejus angulos aut latera inveniri opus sit, hæc ope definiti trianguli A C E deprehendentur, ut ex iis, quæ paulo ante de triangulo cujus unum latus semiperipheriæ præstat disseruimus, evidens est. Quare inutile & supervacuum fuerit in sphærico triangulo latus aliud quam semiperipheriâ minus admitti.



CAP. IV.

De triangulorum sphæricorum propositione 6.

REGIOMONTANVS 8 propositione libri 4 triangulorum arbitratur perpendicularem in sphærico triangulo, cujus duo anguli pariter acuti aut pariter obtusi sint, à tertio angulo demissum extra triangulum in productam basin cadere non posse. Vt verbi gratiâ, si trianguli A B G, anguli ad B & ad G pariter acuti sint, aut pariter obtusi, ab angulo tertio A in continuatam basin G B perpendicularis, ut A D, extra triangulum A B G cadere non poterit. Cujus demonstrationem hanc affert. Primò si A D normalis sit producto arcui G B, trianguli A D G angulus D rectus erit, & anguli recti crus A D subtendens acutum G quadranti cedet per consf. 2 propositionis: Deinde A D B triangulum rectangulum erit ad D cujus latus A D subtendens obtusum A B D (cum autem obtusum esse apparet quia complementum est semiperipheriæ expositi acuti A B G) quadrantem excedet: Eidem autem cedere & excedere absurdum est. A D igitur extra triangulum non cadit.



Quamvis autem hoc prima fronte similitudinem quandam speciemque veri habeat, à vero tamen planè alienum est; etenim perpendicularis A D in omnibus istiusmodi diagrammatis extra triangulum in productum G B cadere potest.

Esto enim sphæricum triangulum A B C cujus anguli A B C, A C B simul acuti aut simul obtusi sint, hic autem utrumque obtusum existimato, & ostendendum sit perpendicularem ab angulo A, extra triangulum A B C, in productum C B cadere posse. Sit itaque D polus arcus C B, & C B continuetur infinitè, id est tantum quantum satis sit, ut hic quidem integra peripheria C B E describatur, tumque per polum D & angulum A maximæ peri-

phcriæ



pheriæ arcus circinetur, qui continuatum arcum C B intersecet in F. Certè res ipsa loquitur A F normaliter seu ad angulos rectos incidere in productum arcum C B extra datum triangulum A B C: quod adhuc clarius hinc evadet, quia in istiusmodi triangulis perpendicularis intra cadit ut A H, hic continuatus ab H per angulum verticalem A donec semiperipheria sit, tandem necessariò producto C B alibi extra triangulũ occurret utpote in F. Quamobrem nos demonstrationem 6 propos. sphær. triangulorum ita expressimus, ut tamen perpendicularem extra cadere non negemus.

Prætetea notatu dignum est ope perpendicularis A F, ignotos trianguli A B C terminos inveniri, nõ secus quam auxilio intra cadentis A H. Sic exempli causa duo obtusi A B C, A C B, cum latere A B cognita sint, unde tertius angulus C A B, & reliqua latera C A, B C invenire oporteat. Itaque ad istorum investigationem, & primùm quidem anguli C A B, assumo rectangulum triangulum trium cognitorum terminorum B F A; angulus enim ad F rectus, basis recti A B, & acutus F B A, utpote complementum [illegible] hypothetici seu positi A B C, sciuntur: horum ope invento latere A F, [illegible] tres termini trianguli C F A cogniti fuerint: deinde in hoc triangulo inveniatur angulus F A C, & in illo F A B, quorum summa deducta de [illegible] gr. relinquet quæsitum angulum C A B. Porrò inventa in triangulo C F A recti basi C A, etiam quæsitum latus propositi trianguli scitur: Denique invento crure recti F C in triangulo G F A, & F B in reliquo triangulo B F A, eorumque summâ subductâ de 360 grad relinquetur quæsitum latus C B.

Causa autem cur demonstratio *Regiomontani* vacillet hæc est, quia figuram A C F B triangulum esse arbitratur, cujus latera sunt A F, F B C, C A, verùm quia latus F B C (quod in illius figura literis G B D significatur) majus est semiperipheriâ (F B H enim qui ab F D H utrinque secatur semiperipheriam æquat per 3 cons. 1 propositionis) istud non erit sphæricum triangulum ex sententia definitionis, ubi quodlibet latus semiperipheriâ minus assumitur, prout fusius 3 cap. hujus appendicis expositum est: Quare licet A F in istiusmodi triangulo sit basis obtusi A C B F, propterea tamen necessariò quadrante major non erit, sed etiam minor fuerit ut patet.

Quæ hic adversus *Regiomontanum* allata sunt, de *Regiomontani* asseclis super eâdem propositione quoque intelligantur.

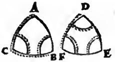
CAP. V.

De compendiis in investigatione ignotorum terminorum dati sphærici trianguli, e 7, 14, 17, & 18 propositione deductis.

Quandoquidem propositiones primi Tmematis ideò institutæ sunt, ut deinceps in operationibus earum usus elucesceret, 14 autem 17 & 18 propositiones needum nobis us[illegible]rpatæ sint, earum usum 4 paradigmatis quam brevissimè exponere fert animus, quibus quin[illegible] subjiciam e 7 propositione derivatum, ut sequitur.

Nonnun-

Nonnunquam quatuor termini trianguli, ubi tamen nec angulus rectus nec latus 90 gr. sit, cognoscuntur, qui pro ratione propositi nostri his duobus modis duntaxat variari possunt.



Quorum ignorati termini non rarò breviori viâ quam supra investigantur; quia quilibet illorum unicâ duntaxat proportione separatim inveniri potest: ut è sequentibus exemplis apparet.

1 *Exemplum.*

Si A C, C B conjuncti 90 gradibus non præstent, tertium latus A B per conf. 17 propositionis minus erit, ideoque latere B C pro basi deorsum posito, ut A B unica operatione assequaris, dicito

Quemadmodum sinus dextri anguli B,
Ad sinum anguli sinistri C:
Ita sinus sinistri lateri A C ad quem?
Concludetur sinus, cujus minor arcus exhibet quæsitum A B.

2 *Exemplum.*

Si arcus A C, C B juncti 127 gr. non cedant, A B minor erit per conf. 18. propositionis: quare latus B C ut basin deorsum collocato, & quò A B unicâ proportione invenias operationem instituess ut in 1 exemplo.

3 *Exemplum.*

Si differentia laterum A C & C B 90 gr. non cedat, A B per conf. 17 propositionis quadrantem excedet, propterea assumpto B C pro basi, ut A B unicâ proportione assequaris, dicito

Quemadmodum sinus anguli dextri B,
Ad sinum sinistri anguli C:
Ita sinus sinistri lateris A C, ad quem?
Concludetur sinus, cujus major arcus exhibet quæsitum latus A B.

4 *Exemplum.*

Si summa angulorum C, B 90 gr. cedat, A excedet per conf. 14 propositionis, ideò statuatur A B pro basi, deinde ut angulus A unica proportione explicetur, dicito

Quemadmodum sinus dextri lateris A C,
Ad sinum lateris sinistri B C:
Ita sinus sinistri anguli B, ad quem?
Cõcludetur sinus, cujus major arcus exhibet quæsitum angulum A.

5 *Exem-*

5 *Exemplum.*

Si omnes anguli D, E, F acuti forent quodlibet latus per 7 propositionem quadrante minus erit, sumpto igitur latere F E pro basi, ut D E una proportione invenias, dicito

Quemadmodum sinus dextri anguli E,
Ad sinum anguli sinistri F:
Ita sinus sinistri lateris D F, ad quem?
Concludetur sinus, cujus minor arcus exhibet quæsitum latus D E.

Similiter ad inventionem lateris F E, in D E tanquam in basin triangulum insistat, & dicito

Quemadmodum sinus anguli sinistri E,
Ad sinum anguli dextri D:
Ita sinus dextri lateris F D, ad quem?
Concludetur sinus, cujus minor arcus fuerit quæsitum latus.

NOTA.

Quia nonnullæ harum pragmatiarum multiplicando & dividendo absolvuntur, modi autem jam ante expositi in pragmatiis (ubi nimirum perpẽdicularis quęritur) geminâ proportione utantur quarum singulę tamen unica multiplicatione expediantur; ut ideò illi nihil compendii afferre videantur: si tamen consideres canones ad duas istas proportiones bis adhiberi, & imitabile exemplum bis inquiri, deinde inventa segmenta ab utroq; angulo ad perpendicularem usque modò componi, modo detrahi, deniq; utrum determinatio sit anceps illic accuratè expẽdi debere, aliaq; similia, unicâ proportione quam hic descripsimus commodius & brevius negotium hoc absolvi intelliges.

CAP. VI.

De propositione 39.

Ioannes Regiomontanus lib. 4. prop. 29. ait:

Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppositi, inventioni reliqui lateris, & reliquorum angulorum minimè sufficere.

Verùm hoc à vero alienum, & generale nõ esse è 39 propositione hujus evidens est: ubi septem regulis ostendimus, præterea triangula quorũ determinatio est anceps, nõ nulla quoq; esse duntaxat simplicia, & quidem definitâ anguli specie, acutusné, an verò obtusus sit. Quod autem arcus G H, in demonstratione dictæ 29 propositionis tanquam semiperipheria assumitur, ab omni ratione alienum est; quia reliqua latera A G, A H simul semiperipheriæ æqualia nullum comprehẽdant angulum necesse est: ut 3 cap. abundè disseruimus. Si verò hoc mendum sit typographicum (quod mihi verisimile fit, & pro istis: arcus G H fit semicircumferentia, reponi debeat, arcus G H sit semicircumferentiâ minor) & G H semiperipheriæ cedat (ut eum *Bressius* lib. 4. prop. 33. assumit) atque tum arguere velit A G H geminam conclusionem admittere, non tamen propterea illud se ad omnia triangula extendet, huic enim contrarium dictis septem regulis ostendimus.

Hæc animadversio in *Regiomontani* sectatoribus quoque locum habeto.

Neque

Neq; silentio prætereundum erat, si septem suprascriptas regulas per theoremata efferre malles, ut inde postea, quemadmodum in cæteris factum est, pragmatiæ derivarentur, sic primam regulam enuntiari debere:

Si trianguli sinister angulus acutus sit, & sinistrum latus dextro cedat: angulus dexter duntaxat acutus erit.

Deinde tertiam sic:

Si trianguli sinister angulus acutus sit, & sinistrum latus quadrantem excedat, dextrum verò complemento semiperipheriæ sinistri lateris nõ cedat: angulus dexter duntaxat acutus erit.

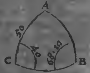
Et sic in cæteris.

Quia autem usum hic potissimùm spectarem, magis promptum & expeditum visum fuit loco istarum vocum, latus dextrum, sinistrum, angulus dexter, sinister, usurpare istas notas A, B, C, atque has regulis inserere, ut supra jam patuit. Si cui tamen aliud magis arridet, ei adeò adversari nolim, hic enim tantum indicare libuit hunc modum mihi istic magis aptum commodumque visum esse.

CAP. VII.

De propositione 41.

Mauritius Bressius ad finem 36 propos. libri 4 subjungit, in sphærico triangulo cujus duo obliqui anguli & latus alteri oppositum cognoscuntur, quoq; sciri debere utrùm latus reliquo cognito angulo oppositũ quadranti cedat, an præstet; & eo nomine *Regiomontanum* atque *Copernicum* erroris insimulat. Enimverò *Bressii* animadversio quæ fraudem hic subesse nos admonet haud contemnenda est, quæ tamen in omnibus vera non sit, nam quædam triangula unicam duntaxat determinationem habent. Sit enim sphærici trianguli A B C, angulus C 40 gr. B 68 gr. 19 ①, & A C 50 gr. Vnde per 41 propositionem concludes A B 32 gr. C B 55 grad. 24 ①, & angulum A 68 gr. 48 ①. Et si præceptum geminæ determinationis hic admittas, pro secundo ita concluderes: A B 148 gr. C B 209 gr. 24 ①, & angulum A 216 gr. 12 ①. Cum autem nec anguli nec latera 180 gradibus; per definitionem & causas 3 hujus appendicis capite expositas æquari possint, multò minus excedere; istud postremum ad rem nihil faciet, itaque unica determinatio hic tantum fuerit. Atque ideo nos 41 propositione indicium fecimus quando paradigma hoc unam, & quando geminam conclusionem recipiat.



CAP. VIII.

Quod vulgò rectangula triangula, ab obliquangulis perperam distinguant.

Quicunque hanc triangulorum doctrinam tradiderunt, tanquam unanimi

consensu rectangula triangula ab obliquangulis secernunt; & prius quidem rectangulorum, deinde obliquangulorum tractatũ expediunt. Verum distinctio ista, meo quidem judicio, nõ satis convenienter instituitur, etenim angulorum rectitudinem & obliquitatem triangulis ipsis applicant, quæ cognitis terminis duntaxat convenit, ut 32 propositioni præfixa hæc inscriptio indicat:

Distinctio prima, de sphæricis triangulis in quibus rectus angulus cognitus datur.

Et 38 propositioni sic:

Distinctio secunda, de sphæricis triangulis in quibus duntaxat unum latus 90 graduum ex hypothesi datur, rectus autem angulus ut cognitus non datur

Denique 39 propositioni præfixus hic titulus idem arguit.

Distinctio tertia, de sphæricis triangulis ubi angulus rectus, aut latus 90 grad. ex hypothesi non dantur

Vnde intelligitur triangula, vel rectangula, vel obliquangula, pr[illegible]et, generaliter inveniri posse: Etenim hoc modo omnia tri[illegible]a, ratione cognitorum terminorum, aptè & concinnè in doctri[illegible] po[illegible], secundum illorum autem partitionem non item. Atque ut istud ex[illegible]lo [illegible]strem; esto triangulum cujus tria latera cognoscuntur unum 29 gr. [illegible] ①, alterum 42 gr. 24 ①, tertium denique 50 grad. hinc tres angu[illegible] inven[illegible]ndi [illegible]o. Triangulum hoc (quamvis latenter) rectangulum est, duo [illegible]m m[illegible]ima latera rectũ obeunt angulum, & ideo ad distributionis ab ill[illegible]ctæ part[illegible]dam referri non potest: sed nec ad primam; quia tria latera ex h[illegible]esi [illegible]m dantur, atque an hoc rectangulũ triangulum sit ignoratur, quale in pr[illegible] parte ab illis explicatum non est, aut si sit, id confusè & absq[illegible]rdine fit, [illegible] nimirum species declaretur, cujus genus ignoretur. Cum autem [illegible]erali via & quasi regiâ ad investigationem ignoratorum trianguli termin[illegible]m è tribus cognitis opus sit, sive rectus angulus (quod eventus docebit) sive obliquus ibi lateat, iidemq́, computationis labores utrobique subeundi sint; ratione ita dictante (ut omnia hujus generis paradigmata explicentur) tam rectangulum, quam obliquangulum triangulũ hoc problemate comprehendi necesse erat. Ideoq́ue nos ab usitatâ partitionis formâ recessimus, tantùm habitâ ratione rectitudinis obliquitatisq́; angulorum, in terminis qui ex hypothesi dantur, atque ita propositiones ipsas quoque expressimus: Vt ex uno aut altero cognito obliquo angulo tandem etiam rectangulum triangulũ deprehendi possit, quod 3 exemplo 40 & 42 propositionum clarè perspicitur.

CAP. IX.

De compendiis, quos canones tangentium & secantium logistarum abacis suppeditant.

Quamvis ignorati tam planorum, quàm sphæricorum triangulorum termini, per solos sinuum canones explicari & expediri possint: quia tamen secantium & tangentem canones (quos non ita pridem inventos cõmunis fert opinio)

nio) haud mediocre compendium ad investigationem ignotorum terminorum subministrant (quod ii quibus calculus hic sæpè iterandus est, & hi qui abacos astronomicos tractant assiduè experiuntur) non abs re visum est, ista laborum levamina hoc capite succinctè & breviter complecti, ut in quibus potissimum consistant appareat.

Primò trianguli plani angulo recto, obliquo, & uno recti crure (quale 3 paradigmate propos. tertiæ planorum triangulorum proponitur) cognitis, reliquum crus adhibitis tangentium & secantium canonibus unica multiplicatione deprehenditur: Verum sine his tabulis & multiplicatione & divisione opus est.

Secundò plani trianguli angulo recto, & utroq; recti crure (cujusmodi 1 paradigmate 6 propositionis tractatur) cognitis, basis recti subsidio secantium & tangentium una multiplicatione & una divisione invenitur: Absque his autem trigeminus labos foret, gemina enim multiplicatione, & una lateris quadrati investigatione opus esset.

Tertiò in dicto triangulo anguli ad basin, usurpato canone tangentium, unicâ divisione concluduntur: non adhibito autem istoc canone, quatuor prolixæ operationes peragendæ sunt, namque bis multiplicandum, semel analysis lateris quadrati instituenda, & denique dividendum est.

Quartò quilibet sphærici trianguli terminus, ubi rectus angulus ex hypothesi datur, adhibitis canonibus tangentium vel secantium unico ratiocinio, multiplicationis videlicet, explicatur: cùm aliàs ferè divisione, quæ longè molestior & intricatior est, opus sit.

Quintò denique hæc abaci logistici sublevamina, quæ in planis & sphæricis triangulis cum cognito recto angulo recensuimus, etiam in iis, ubi angulus rectus ex hypothesi non datur, locum habent; quia perpendicularis ea in duo rectangula triangula dispescit, & tum in unoquoque triangulo ista compendia usurpari possunt.

NOTA.

Iam olim libellum edidi de usu & ratione Decimarum, ubi fusè disserui quantam calculo facilitatem inducant, si pro sexagesimis quibus vulgò utuntur, in arcuum subdivisionibus atque finibus adhibeantur, & sanè tractatus iste hunc sibi locum deposcere videatur; quia verò hæc exempla è planetarum mediis motibus, ac inde derivatis potissimùm desumuntur, ideo caput istud in APPENDICEM Motus Planetarum rejecimus. Atque hîc doctinæ triangulorum

FINIS ESTO.

LIBER
QVARTVS
COSMOGRAPHIÆ:
DE
COELESTIVM
SPHAERARVM
PROBLEMATIS;
QVÆ
EX CALCVLO SPHAERI-
CORVM TRIANGVLO-
RVM SOLVVNTVR.

ARGUMENTUM.

Globi cœlestis problemata duobus modis, & utrolibet per artem nobilitato, expediuntur; semel μηχανικῶς, *globo vel cœli vel terræ ex materia solido circa axem sub suo meridiano & horizonte converso; iisque quæ opus sunt adhibitis, cujusmodi sunt quadrans metiendæ altitudini, horarius circulus, gnomo sphæricus aliaque, quorum definitiones postea sequentur. Iterum* μαθηματικῶς *per triangulorum sphæricorum ratiocinium. Prior &* μηχανικὸς, *facilior & expeditior est, utpote qui ad usum & intelligentiam theorematum quæ ab astrologis tractantur magis conducat, quia & motum & figuram corpoream cœlo aut terræ similem vel oculis intueri hic licet, ut iste omnino arte prior esse videatur, quod artis theoremata sine illo obscura sint, & tenebris obducta. Isti fini* ILLUSTRISSIMUS PRINCEPS *studiosè evolvit, planeque percepit* Gemmæ Frisii *opusculum quod* De usu Globi Astronomici *inscribitur; & quia quasi commentarius hic esse potest, de usu cœlestis globi, in isto mathematico opere, præcipere supersedebimus.*

Verumtamen (dicendum quod res est) Mathematica via minus fallax & magis certa est, quia de divite sphæricorum triangulorum penu deprompta, ratiocinio nititur ac dirigitur. Quamvis enim globus sit, cujus axis vel centum pedes longus sit, & additamenta ad usum requisita quam accuratissimè vel à dædalo artifice facta, nulla tamen accuratio minorum partium esse poterit in quas gradus graduumque scrupula dividi solent, quæque non nisi numerorum beneficio concludi solent: Imò fuerit conclusio vera demonstrari tamen ex arte non poterit, ac alii scriptis illorum, qui istâ viâ progressi sunt, fidem derogant. Mathematicâ vero demonstratio ut nomen indicium facit, certâ & minimè fallaci methodo procedit, sic esse docet & demonstrationibus convincit: ejusque ope particulæ quantumvis exiguæ, non tantum ① aut ②, verum etiam minutiores deprehendi possunt. Hujusmodi, inquam, problemata è Ptolomæi *libris 1 in primis & 2 desumere, & methodo nostrâ digerere animus est. Ut istâ viâ usum (præterquam quod cosmographiæ materia hic suppetat) qui in aliis theorematis aliquando occurret, satis illustratum iri putemus.*

DEFI-

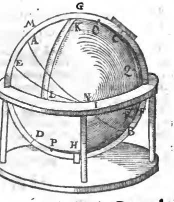
DEFINITIONES.

QVanquam hujus ætatis nonnullis, veteris autem & eruditi seculi multis astrologis cognitum fuerit, terram quotannis circa solem conversionem facere, quam κύκλισιν dicunt; de die autem præter illam in suo loco & circulo circumagi, quam δίνησιν vocant: tamen à fictis hypothesibus initium facere inutile fore non videtur. Terram nimirum in universitatis & stelliferi cœli centro immobilem stare: cœlum verò quotidie circum terram facere conversionem septem planetas secum corripiens, qui in suis orbibus peculiarem motum sunt sortiti; ut postea stante sole terram facilius moveri intelligamus. Si enim propriè loquendum nobis esset, non cœlestia corpora supra horizontem emergere & oriri, neque infra eundem descendere & occidere deceremus: Sed illic horizontem descendere infra cœlestia corpora, hîc verò contra ascendere. Neque motu cœli stellas ad meridianum eniti: sed motu terræ meridianum ad stellas. Et sic deinceps in pluribus aliis quæ propriè dicta plus obscuritatis rebus offunderent, quam impropriè. Itaq; ut diximus falsas hypotheses hoc tēpore usurpabimus, & definitiones isto pacto expressas præmittemus, suo autem tempore locoque proprias definitiones substituemus, sic enim mentem meam commodius explicari posse puto.

I DEFINITIO.

ÆQUINOCTIALIS est fixarum stellarum sphæræ maximus circulus, axi circa quem quotidinam conversionem facit perpendicularis.

Nominis originatio hinc est: quia Sol ad hunc delatus noctes per universum terrarū orbem efficiat diebus æquales; & ab istac æqualitate, quæ in hoc circulo contingit, æquator seu Æquinoctialis dicitur. Vt autē hæc & sequentes definitiones cum succedentibus problematis facilius intelligātur, Sphæram in sede sua positam qualē hic vides depinximus, utile tamen fuerit imo necessarium etiam solidam cum suis additamentis adhiberi, quam ex sentētia, problematum verses ac circumducas. In istoc diagrammate circulus A B æquatorem refert, normalis axi qui inter mundi cardines C, D interjacere intelligitur, circa quem sphæra hæc, id est, orbis stellarum cœlo adfixarum quotidie convertitur; Et C quidem Polus Arcticus, D autem Antarcticus, nominatur.



2 DEFINITIO.

ECLIPTICA est circulus fixarum sphæræ maximus, quem Sol è centro terræ conspectus in illa apparenter proprio motu describit.

Sol qui non in extimo fixarum orbe, sed subtus vertitur, proprio motu in illo circulum verè haud delineat, verùm nobis qui in terra degimus ita videtur. Ille circulus, inquam, qui literis E F insignitur Ecliptica seu Zodiacus vocatur, quia stellarum, quos planetas vocant, defectus seu totus sive ex parte, aut in eo aut propter eum nobis evenire videatur. Notandum autem est, quemadmodum hîc Solis motum in ecliptica apparentem appellavimus ita quoque in reliquis Planetis aut punctis apparentem cum dicturos. Per Eclipticam enim jam non intelligitur planum ipsius circuli in suos gradus rectis à centro ad perimetrum actis, vulgò recepto more, tributi, cujus respectu quidquid universus mundus ambitu suo complectitur in Ecliptica esse dicitur: verùm hîc voce Eclipticæ designatur ambitus circuli, in sphærica extimi stelliferi orbis superficie descriptus. Vt ita errorem qui ex hoc fonte fluxit, aut etiamnum manare possit declinemus, quâ de re fusius in Appendice Cosmographico.

3 DEFINITIO.

PUNCTUM verticis est in cœlo à dato quocunque terræ puncto remotissimum: Et oppositum contra vocetur infimum.

Sic G punctum, altissimum hoc situ à dato in terrâ puncto, appellatur punctum verticis Arabibus *Zenit*, & oppositum H infimum, seu *Nadir*.

4 DEFINITIO.

HORIZON est maximus circulus axi, à verticis puncto ad infimum ducto, perpendicularis.

Vt in diagraphâ circulus I, ad angulos rectos insistens in axem qui inter puncta G summum seu verticis & H infimum interjectus concipitur, à Græcis ὁρίζον dictus, latinis finiens rectissimè nominari poterit, quia aspectum nostrum definit nec inferius quidquam videri patitur. Vnus autem idemque horizon duobus modis intelligitur; semel mathematicῶς * ut hâc definitione, iterum physicῶς * illud nimirum planum quo mundi pars visa à non visa secernitur, qui à mathematico diversus est, nam è loco sublimiori plus mediâ mundi parte cernitur. Et quamvis hoc experientia doceat, tamen suo loco argumentis idem coarguemus; cum autem mathematicis oculis rem penitius intueri nobis propositum sit, mathematicus horizon sic nobis definitus esto.

* qui rationalis vulgò dicitur.
* vulgò. sensibilis horizon.

5 DEFINITIO.

ARCVS verticalis est qui à puncto verticis ad horizontem demittitur.

Ad paratiorem usum, ut arcus hi ubilibet in sphæris ex materia solidis conspici

spici possint, quadrans ut plurimùm ex ære inque 20 gradus distributus ut K L aptari, & puncto verticis G firmiter affigi solet; qui in omnes horizontis partes circumduci possit, ut inde appareat quâ altitudine data stella punctumvè propositum supra horizontem assurgant, aut quantum à vertice absint.

6 DEFINITIO.

MERIDIANUS est circulus per verticem & æquinoctialis polos ductus.

Cujusmodi hic est M G (is autem in sphæris materialibus ex solido ære construitur) per polos æquatoris C, D, & punctum verticis G ductus, ita dictus quia Sol meridiem efficit, cum ad illum supra horizontem pervenerit.

7 DEFINITIO.

DUODECIM horarii circuli, sunt qui dato horizonti immobiles insistunt, & per æquinoctialis polos ducti eum in 24 æquales arcus secant, è quorũ numero meridianus sit.

Horarii circuli 12 in sphæris ex materia solidis designari non solent, sed omnes præter meridianum animo concipiuntur, ut reliqui quoque quibus ipsæ horæ in minores partes subdividuntur.

8 DEFINITIO.

SECTIO verna, est commune æquinoctialis & eclipticæ intersectionis punctum, in quod Sol apparenter ingressus, veris initum facit: huic opposita dicitur autumnalis.

Sic punctum N in quo æquator A B & ecliptica E F sese dividunt sectio verna indigitatur. Et punctum huic è diametro oppositum, sectio autumnalis.

9 DEFINITIO.

TROPICUS cancri est punctum eclipticæ boreum inter vernam & autumnalem sectionem medium: Cui oppositus Tropicus capricorni dicitur.

Vt F punctum (quod medium sit in ecliptica, quâ versus boream discedit, inter sectionem vernam N & oppositam autumnalem) Tropicus cancri seu æstivum solstitium vocetur. At oppositum E Tropicus capricorni seu brumale punctum. Quia Sol cum illa apparenter attigerit tum illinc in Austrum, hinc in Boream rursum τρέπεται id est, convertatur.

10 DEFINITIO.

Initium longitudinis in sphæra, est quodlibet maximi circuli punctum unde longitudinem numerare placet.

Sic N, communis æquatoris & eclipticæ sectio, sit punctum maximi circuli eclipticæ

eclipticæ videlicet E F, in quo longitudinem stellarum cœlo affixarum numerare libeat, & apparentes Planetarum motus, aliorumve punctorum, hoc inquam punctum N initum longitudinis appellabitur.

11 DEFINITIO.

LONGITUDO cujuscunque in sphæra puncti, est arcus in consequentia circuli longitudinis, ab initio ad communem sectionem hujus & semicirculi, qui per polos dicti circuli & datum punctum ductus circulum longitudinis intersecat.

Punctum O sit boreus eclipticæ polus, P notius, quos semicirculus O Q R conjungat, & per datum punctum Q ductus, eclipticam intersecet in R: His positis, arcu N R æstimabitur longitudo puncti R: qui est secundum ordinem graduum circuli longitudinis (quem hic Eclipticam diximus) ab initio N, ad R communem sectionem hujus circuli, & semicirculi O Q R, ducti per polos ejusdem O, P, & propositum punctum Q.

In hoc exemplo è puncto Q quæ est longitudo Zodiaci, etiam quid longitudo æquinoctialis sit evidens est: si enim N sit principium æquatoris E F, & semicirculus per ejus polos C, D & punctum Q ducatur arcus æquinoctialis ab N ad horum communem sectionem, longitudinem puncti Q in æquatore determinat. Hinc etiam quid sit longitudo stellæ in Ecliptica, aut æquatore perspicitur. Præterea quid eclipticæ longitudo in æquatore, aut æquatoris in ecliptica. Denique etiam quid longitudo Planetæ aut puncti cujuscunque in suâ sphærâ manifestum est.

Cur autem pro longitudine stellarum in Æquinoctiali, non dixerim potius veteri & recepto more ascensio stellarum in sphæra recta, in Appendice suo loco explicabitur.

12 DEFINITIO.

LATITUDO cujuscunque puncti, est maximi circuli arcus longitudinis circulo perpendicularis inter ejusdem longitudinis circulum & datum punctum interceptus.

Sic latitudo puncti Q, quæ hic ab ecliptica sumitur, erit maximi circuli arcus R Q, inter circulum longitudinis E F & propositum punctum Q interceptus, quique eidem longitudinis circulo E F perpendicularis sit. Et si maxima peripheria à puncto Q ad angulos rectos in æquatorem A B demittatur, arcus ab intersectione circuli A B ad expositum punctum Q latitudo æquatoris propositi puncti Q diceretur. Hinc apparet quid sit puncti Eclipticæ ad æquatorem, aut puncti æquatoris ad Eclipticam comparati latitudo.

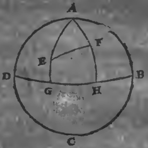
Cur autem potius nostro more latitudinem stellarum punctorumque æquatori comparatam, quàm usitato more stellarum declinationes dixerimus; in Appendice declarabitur.

DE

DE ORDINE QVEM VBIQVE IN PROBLEMATIS HIS SPÆRICIS SECVTI SVMVS.

Siquidem legitimæ methodi in artium doctrinâ, quas supra generaliter recensui, per magnum compendium fit; operæ pretium me facturum putavi, si in hanc rem diligentius incumberem, & hic de illâ mentem meam proderem. ut sequitur.

A nobi ibus in Mathesi scriptoribus usitatum est, in ignotorum dati triangu. li terminorum inventione, fusius causas referre quam ob rem & und n m p o-portio existat inter sinus & lineas, quorū adminiculo ignoti termini inveniuntur: Præterea, quorumnam angulorum aut laterum sinuumque additione, subductione, multiplicatione aut divisione, qui toti, reliqui, facti aut quoti gignantur, & cætera quæ ad istam pragmatiam att nent. Qua de re meam ab illis diversam sententiam, hoc paradig te declarabo. A B C D sphæra terrestris esto, cujus polus A, mediator quem æquinoctialem dicunt D B, & in illa duæ urbes E, F, diversæ, attamen cognitæ cum longi udinis tum etiam latitudinis, latitudo E sit G E 30 grad. Et latitudo ipsius F esto H F 50 grad. longitudinis d erentia G H 70 gr. Hoc ita posito, quæritur quanta sit illorum distantia & intervallum, id est quan t arcus E F. Q i ut inveniantur, di quandoquidem arcus G E & H F gradibus 30 & 50 sunt æstimati, eorum arcus differentiæ E A, & F A valebunt 6 & 40 grad. P æte cum G fit 70 gr. utpote m o an li G A H, idem angulus G A H hoc est E A F valet 70 Vt A E F trianguli tres termini sint noti duo nim um, latera E A, F A, c m angulo A. Si jam inter op randum, cau am cui tanquam fundamento inventio E F (i venitur autem per 40 prop. f mittitur, cum numeris ad eam necessariis operandique modo referre ve es. E quantâ verborum circuitione opus esset, ut res satis dilu dè apert a videretur, cum tam varia theoremata in triangulorum doctrina præcedant, quæ consequentium perpetuæ sunt causæ, antequam tandem in dicta 40 p positione problema nanciscaris, quod nudam ac simplicem pragmatiam declaret: Et quantumvis in unoquoque exemplo satis superqu d esset, v um quorsum? quid tamē aliud foret quam inutilis & inanis tauto gia. ius quod supra convenienti ordine & methodo, & majore cum compendio & disti ctione dictum est, aut dici potuisset. Hujusmodi igitur tautolog m hic declin bimus, & sic solummodo dicemus: quandoquidem A E F triangulum est, cujus tres termini cogniti sunt, ut E A 60 grad. A F 40 gr. & angulus E A F 70 gr. ideo latus E F per 40 propositionem sphæric. triang. invenitur 51 gr. 1 ①, de conclusione planè nihil ambigentes, utpote jam ante per propositiones unde operatio deducitur demonstratā. Nam modus



dus hic alibi quoque usurpatur. Vt dicis causâ cum tribus datis numeris quartus proportionalis quæritur; Si in hunc locum totam multiplicationis & divisionis artem illarumque demonstrationes congeras, tædiosum profectò & sine modo longū foret, cum multiplicatio, divisioq; generaliter doceri & cognosci debeant, antequam ad usum & exercitationem veneri possit. Similis planè ratio est in triangulorum ratiocinio & arte. Ideo qui ad hujusmodi exercitationem animum applicare studet, ante edoceatur oportet quomodo imitabilis exempli adminiculo, è dato triangulo cujus tres termini cogniti sunt explicare & expedire sese debeat: si secus faciat, res per se claræ & penè antequam ad ea deveniat intellectæ, inexplicabiles difficultates habere videbuntur.

Ptolomæus quidem ad jam dictam tautologiam ubique ferè relabi, propter doctrinæ triangulorum brevitatem, coactus fuit, quia satis generalis est in suas propositiones tributa non esset, ad quas logistam hujusmodi inventione occupatum remittere posset: verùm ista neque mathematica, nec imitabilis ratio nobis videtur, ut nec *Regiomontano* nec *Regiomontanum* secutis visa fuit, qui hanc materiam *Euclidea* methodo (quæ fortasse eruditi seculi methodus nominari potest) conscripserunt. *Copernicus* non ubique jam dicta tædiosè [illegible] verum ad propositiones doctrinæ triangulorum nonnunquam remi[illegible] autem repetitionem, quam *Copernicus* & alii quandoque declinant, nos [illegible] usurpabimus quod ipsimet doctrinam triangulorum pro ingenio & [illegible]us concinnaverimus, quæ ubique in quavis pragmatiâ facem prælucere possit.

Hactenus ordinem declaravimus qui cæteris præstare mihi nunc visus est: & quamvis rationi consentaneum sit meliora edoctum deteriora non sequi, nihilominus tamen & me mentem meam declarare convenit in [illegible]us præsertim quæ secundum mentem meam intelligi volo. Ad rem itaque, ubi ILLVS[illegible]SIMVS PRINCEPS doctrinam triangulorum jam edoctus, ex[illegible] omnia suo Marte sua arte computavit, ratiocinio suo explicavit, & no[illegible] nonnulla adinvenit, tandem accedemus.

Ad hoc exempla ex *Ptolomæi* 1 & 2 libris, initio à XIII cap. primi facto, selegimus.

Reliqua enim XII, quæ de terrestris globi proprietatibus deque tri[illegible]gulis prout illa doctrina id ætatis innotuerat breviter exponunt, quæ postea ab Arabibus denique à Germanis magnum incrementum & facilitatem, lucemque acceperunt, quæ nostro stilo proq; modulo nostro in superioribus exposita sunt, hic omisimus.

PROBLE-

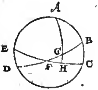
PROBLEMATA DEINCEPS SUCCEDUNT.

1 PROBLEMA.

Lib. 1. μεγάλ. συντάξ. cap. XIII.

Dati in Ecliptica puncti longitudine Eclipticæ ipsius respectu cognita: ejus latitudinẽ ab æquinoctiali invenire.

Datum. In Meridiano A B C D E, polus æquinoctialis C E esto A, & B D ecliptica, F sectio verna, arcus F B, F C 90 gr. G autem datum in Ecliptica punctum, cujus longitudo F G 30 gr. & arcus B C 23 gr. 51 ① 20 ② æstimentur.



Quæsitum. Magnitudo G H numeris exprimenda esto.

CONSTRUCTIO.

Cum F G valeat 30 gr. & A H meridianus in æquatorem C E insistat, angulus G H F rectus erit, cumque B C sit 23 gr. 51 ① 20 ② angulus B F C id est G F H tantundem valebit, & rectanguli trianguli G H F duo anguli cum base cogniti erunt, quorum auxilio per 34 prop. sphæric. triang. quæsitum crus G H 11 gr. 39 ①, 59 ②, 21 ③ deprehendetur.

Conclusio. Quare longitudine dati in ecliptica puncti, eclipticæ respectu cognita, latitudinem ejus ab æquinoctiali invenimus. Quod facere propositum erat.

CONSECTARIUM.

Hinc fabrica Canonis Solaris ab æquinoctiali latitudinis, quam *Ptolomæus* huic loco subjicit, manifesta est.

2 PROBLEMA.

Lib. 1. μεγάλ. συντάξ. cap. XIV.

Dati in ecliptica puncti longitudine, eclipticæ ipsius respectu, cognita: ejus longitudinem respectu æquinoctialis invenire.

Datum. In primi problematis diagrammate datum punctum sit G, cujus longitudo in Ecliptica, hoc est, arcus à sectione verna F ad G sit 30 grad.

Quæsitum. Puncti G ad æquinoctialem comparati longitudo, id est, arcus F H inveniendus esto.

CONSTRUCTIO.

Triangulum G H F, ut in primo problemate asseruimus, rectangulum est, cujus tres termini cogniti sunt, nam angulus G H F rectus est, G F H 23 grad. 51 ① 20 ②, & G F 30 grad. unde quæsitum crus F H per 34 sphæric. triang. propositionem deprehenditur 27 grad. 50 ① 6 ②.

CONCLVSIO. Cognitâ itaque dati in eclipticâ puncti, ipsius eclipticæ respectu, longitudine longitudinem quoque æquinoctiali comparatam invenimus. Quod propositum fuit.

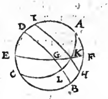
CONSECTARIUM.

Hinc fabrica Canonii longitudinis eclipticæ ad æquatorem collatæ, quod *Ptolomæus* hic subjungit, evidens est.

3 PROBLEMA.

Lib. 2. μεγάλ. συντάξ. cap. 11.

COGNITA maximæ diei quantitate: arcum horizontis ab æquinoctiali & eclipticâ comprehensum invenire.



DATVM. Esto A B C D meridianus, æquinoctialis D B, poli ejus A, C, horizon sit E F, præterea circulus H I æquatori parallelus per 90 eclipticæ gradum ductus horizontem E F secat in K, ut G K propositus horizontis arcus sit ab æquinoctiali B D, & eclipticâ in K (cujus loco parallelus H I ductus est) comprehensus: maximus autem dies 14 $\frac{1}{2}$ horarum, hujus dimidium 108 grad. 45 ①, exhibet arcum D L.

QVAESITVM. Arcus G K inveniendus esto.

CONSTRVCTIO.

Arcus D L 108 gr. 45 ① multatus arcus D G 90 gr. relinquet G L 18 gr. 45 ①: præterea maxima solis ab æquinoctiali latitudo K L est 23 grad. 51 ① 20 ②, & angulus denique K L G rectus. Ideoque trianguli K L G tres termini, duo nimirum crura rectum comprehendentia angulum, cognoscuntur. Quorum ope, per 33 sphæric. triang. propos. tertium latus K G 30 gr. invenitur. CONCLVSIO. Quare maximæ diei quantitate cognitâ, arcum horizontis ab æquinoctiali & eclipticâ comprehensum invenimus.

CONSECTARIUM.

Arcus G K amplitudo vel latitudo ortiva quoque dicitur, unde cujuslibet puncti eclipticæ amplitudinem ortivam inveniri posse manifestum est: Nam ex 1 problemate latitudo minor quam K L cognoscitur, datâ autem insuper ex hypothesi propositæ diei longitudine, eadem erit operandi formula quæ hîc cum K L. Et hinc fabrica canonii amplitudinis ortivæ ad singulos eclipticæ gradus quoque perspicitur.

Et contra quoque, quomodo è maximâ amplitudine ortiva G K maximæ diei quantitas inveniatur: tum enim rectanguli trianguli K L G duo anguli L, G cum base K G cognoscentur, quorum auxilio per 34 sphæric. propos. inventum latus L G, addatur ad G D 90 gr. totus exhibebit L D, è quibus 15 gradus horam constituunt.

Denique è cognitis D L & G K, solis ab æquinoctiali latitudo L K quoque invenitur.

4 PRO-

4 PROBLEMA.

Lib. 2. μεγάλ. συντάξ. cap. III.

Maximæ diei magnitudine cognitâ: elevationem poli invenire.

DATVM. Eadem quæ 3 problemate hic quoque cognita sunto.

CONSTRVCTIO.

Quandoquidem rectanguli trianguli K L G, latus L G, ut supra ostendimus, sit 18 gr. 45 ①, K L autem 23 gr. 51 ① 20 ②, & angulus K L G rectus, itaque hic angulus rectus & crura eum comprehendentia cognoscentur: Quorum ope etiam angulus K G L vel quod idem est F G B per 1 exemplum 33 sphær. triang. propos. concludetur 53 gr. 59 ①: Sed F B est magnitudo anguli F G B, igitur F B valebit 53 gr. 59 ①, quæ deducta de A B 90 gr. relinquunt ἔξαρμα hoc est elevationem poli A F 36 gr. 1 ①.

CONCLVSIO. Datâ igitur die maximâ, poli elevationem invenimus. Quod facere oportebat.

CONSECTARIVM.

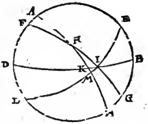
Ex his in proclivi est quomodo datâ poli elevatione A F, & solis ab æquinoctiali latitudine maximâ K L, & latitudo ortiva G K, & similia inveniantur.

Quia IV, V, & VI μεγάλης συντάξεως capita meridianas umbras (quarum cognitio etiam iis qui mathemata vel à limine salutarunt notissima est) expendunt, illis omissis VII deinceps persequemur.

5 PROBLEMA.

Lib. 2. μεγάλ. συντάξ. cap. VII.

Datâ poli elevatione, & arcu eclipticæ à sectione vernâ ad horizontem: arcum æquinoctialis ab eâdem sectione ad horizontem interceptum invenire.



DATVM. Esto meridianus A B C D, horizon D B, poli elevatio B E 36 grad. æquator A C, ecliptica F G, sectio verna H, cognitus eclipticæ arcus inter sectionem vernam & horizontem sit H I 30 gr. atque H K quæsitus æquinoctialis arcus inter eandem sectionem & horizontem interjectus.

QVAESITVM. Longitudo arcus H K invenienda esto.

PRAEPARATIO. Circulus per polos E, L & datum punctum I ductus intersecet æquatorem A C in M.

CONSTRVCTIO.

Trianguli H M I tres termini cogniti sunt, nam H M I rectus est, M H I 23 gr. 51 ① 20 ②, & recto subtensus H I 30 gr. hinc crus H M per 32 sphæric. triang. propos. 27 gr. 50 ① invenitur: deinde per 1 problema hujus, arcus M I, qui latitudo est puncti I, ab æquatore A C deprehenditur 11 gr. 40 ①: Præterea

 qua-

quadrans E C multatus arcu E B 36 gr. relinquit B C 54 gr. pro amplitudine anguli B K C, id est, anguli I K M in triangulo K M I, cujus anguli M rectus est. Vt in triangulo K M I termini M I, I K M, & angulus K M I rectus cogniti sint, unde per 35 propos. sphær. triang. crus K M invenitur 8 gr. 38 ①, hoc deducto de H M quem supra 27 gr. 50 ① deprehendimus, restabit quæsitus H K 19 gr. 12 ①. CONCLVSIO. Itaque poli elevatione, & arcu eclipticæ à sectione vernâ ad horizontem cognitis: arcum æquinoctialis ab eâdem sectione vernâ ad horizontem invenimus. Quod erat propositum.

CONSECTARIVM.

Primò inventio arcus H I, è cognitis E B & H K, in promptu est.

Secundò, quomodo cognitis H K & H I, elevatio poli E, id est E B inveniatur.

Tertiò è cognitis quibusdam suprascriptorum modorum terminis, maximæ diei quantitatem quoque invenire in proclivi est, M K enim 8 gr. 38 ①, compositus cum K A 90 gr. constituit 98 gr. 38 ①, qui numerus duplicatus exhibet 197 gr. 16 ① arcum æquivalentem 13 horis 9 ①.

Quartò patet hinc quādo propositū eclipticæ punctum in quo Sol apparenter versatur, in horizonte fit. Nam arcus K M 8 gr. 38 ① in horas cōversus valebit 35 ①, & eo ante sextam matutinam intervallo, id est 5 horâ 25 ①, gradus eclipticæ 30, cujus vice hic fungitur punctum I, ad horizontem deveniet.

Quintò denique hinc evidens est fabrica tabularum ascensionalium ad diversa climata, quales *Ptolemaus* hoc loco subdidit.

VIII & IX capite, quoniam ea ad scopum nostrum haud faciunt, omissis, deinceps X explicabimus.

[illegible]. 2. μεγάλ. συντάξ. cap. X.

6 PROBLEMA.

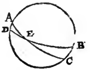
Cognito eclipticæ arcu à sectione vernâ ad meridianum intercepto: angulum à meridiano & ecliptica comprehensum invenire.

DATVM. Esto A B C D meridianus, A C ecliptica, D B æquinoctialis, E sectio verna, A E arcus elipticæ 30 graduum.

QVAESITVM. Angulus E A B inveniendus esto.

CONSTRVCTIO.

Rectanguli trianguli A D E tres termini sciuntur, nam angulus A D E rectus est, A E D 23 grad. 51 ① 20 ②, & A E 30 gr. quorum ope per 36 sphæric. triang. propos. angulus D A E concludetur 69 gr. 3 ①, hoc de 180 gr. subducto supererunt 110 gr. 57 ① pro angulo E A B.



CONCLVSIO. Quare cognito arcu eclipticæ inter sectionem vernam & meridianum intermedio, angulum quem ecliptica & meridianus comprehendunt invenimus. Quod facere oportuit.

7 PRO-

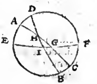
7 PROBLEMA.

Dato eclipticæ arcu inter sectionem vernam & horizontem interjecto, cum elevatione æquinoctialis: angulum ab ecliptica & horizonte comprehensum invenire. *Lib. 2. μεγάλ. συντάξ. cap. xi.*

DATUM. Esto enim meridianus A B C D, cujus horizon sit E F, & ecliptica A C intersecet E F, in G: deinde æquinoctialis D B secet ipsum A C in H, utpote sectione vernâ, & horizontem E F in puncto I, ac G H quidem sit 30 gr. elevatio autem æquatoris supra propositum horizontem, sit E D 54 gr.

QUAESITUM. Angulus A G E inveniendus esto.

CONSTRUCTIO.



Quandoquidem tres termini G H 30 gr. G H I 23 gr. 51 ① 20 ②, H I G 126 gr. (etenim cum tam D I, quàm E I 90 valeat & arcus E D 54 grad. hujus complementum ad semiperipheriam fuerit 126 gr. pro angulo D I F, seu, quod idem est, pro angulo H I G) in triangulo H G I cogniti sunt, hinc per 41 sphæric. triang. propos. angulus H G I, id est quæsitus A G E 32 grad. 10 ① valere deprehendetur.

CONCLUSIO. Quare è cognito eclipticæ arcu inter sectionem vernam & horizontem intermedio, cum æquinoctialis supra horizontem altitudine, angulum quem ecliptica & horizon faciunt deprehendimus. Quod fuerat propositum.

8 PROBLEMA.

Poli elevatione, & in ecliptica solis apparente loco, cum propositæ diei hora cognitis: altitudinem solis supra horizontem; item angulum ab arcu verticali & ecliptica comprehensum invenire. *Lib. 2. μεγάλ. συντάξ. cap. xii.*

DATUM. Sit meridianus A B C D, horizon D B, & E polus boreus supra horizontem B 36 gr. elevatus, F autem polus notius, deinde æquator A C intersecet horizontem D B in G, & H I ecliptica eundem secet in K: porro sit L sectio verna, M Sol, cujus apparens longitudo in ecliptica sit 90 gr. hora autem ante meridiem undecima, Sole nimirum à meridiano unâ tantum horâ remoto, id est, arcus E M F, per polos E, F decircinatus, æquatorem A C intersecat in puncto N, ut arcus A N uni horæ seu 15 gradibus æqualis sit, denique ab O vertice, per M, verticalis arcus O P demissus esto.



QUÆSITUM. Arcus M P altitudo videlicet solis supra horizontem, & angulus H M O, quem ecliptica M H, cum circulo verticali M O comprehendit inveniendi sunto.

CONSTRUCTIO.

In triangulo O M E tres termini cogniti sunt, O E enim valet 54 gr. cùm sit arcus differentiæ ipsius E B 36 gr. M E autem, quia est arcus differentiæ 23 gr.

 51 ①

51 ① 20 ②, fuerit 66 gr. 8 ① 40 ②, tertiò angulus O E M 15 grad. (quia amplitudo anguli A E N hoc est O E M cum A E, N E sigillatim 90 grad. æquent ab arcu A N 15 gr. definitur.) Trianguli igitur O E M, latus O M per 40 sphæric. triang. proposf. concludetur 17 gr. 46 ①, hoc autem de O P 90 gr. subducto, restabit quæsitus arcus M P 72 gr. 14 ①.

Ejusdem trianguli O E M, angulus O M E indidem invenietur 43 gr. 21 ①, hic deductus de H M E, qui in hoc paradigmate 90 grad. est, relinquet quæsitum angulum H M O 46 gr. 39 ①.

CONCLUSIO. Quare, poli exarmate, Solis in eclipticâ apparente loco, & hora diei cognitis: altitudinem Solis supra horizontem, & angulum quem circulus verticalis & æquator cõprehendunt invenimus. Quod facere oportuit.

CONSECTARIUM.

Itaque poli elevatione, & apparente Solis in eclipticâ loco, ejusdemq; supra horizontem altitudine cognitis, hora diei inveniri poterit: Quia tum in triangulo O M E, tres termini O E, M E, & O M cognoscentur, quorum ope per 43 sphæric. triang. proposf. inventus angulus O E M, arcum A N, eâdem graduum multitudine quoque definiet, qui ad horas reducti quæsiti temporis intervallum à meridie significabunt.

Secundò poli elevatione, horâ diei, & Solis supra horizontem altitudine cognitis, apparentem Solis locum in ecliptica invenire in propatulo est: tum enim tres termini O E, O M, O E M, trianguli O M E cognoscuntur, quorum subsidio per 40 sphæric. triang. proposf. inventum latus E M, & sublatum de E N 90 gr. relinquet M N Solis ab æquinoctiali declinationem, quâ inventâ, tres termini trianguli M L N quoque cognoscentur, rectus videlicet angulus M N L, & M L N 23 gr. 51 ① 20 ②, ac latus M N: Vnde latus L M per 35 sphæric. triang. proposf. inventum, quæsitum solis in ecliptica locum demonstrabit.

Tertiò Solis in eclipticâ loco, horâ diei, & Solis altitudine cognitis, poli elevationem invenire in proclivi est: nam hic è cognitis trianguli O M E, tribus terminis O M, M E, & O E M, latus O E per 40 sphæric. triang. proposf. quoque deprehenditur, eoque de O B 90 gr. subducto, supererit arcus E B quæsitum poli ἔξαρμα sive elevatio.

Quartò ut quis æquatoris gradus culminet seu ad meridianum devenerit cognoscas, cum arcu N L compones arcum A N, horum summa quæstionem expediet.

Sic culminans zodiaci gradus deprehendetur invento arcu H L, è cognitis trianguli H A L tribus terminis, latere videlicet A L, angulo recto H A L, & A L H angulo sectionis autumnalis.

Præterea gradus æquatoris in horizonte ut in G scitur, nam G à cognito puncto A 90 gradibus dissidet. Insuper etiam gradus eclipticæ K in horizonte D B per 5 problema hujus invenietur.

Quintò denique longitudo crepusculi dato die, nec non elevatio poli hinc cognoscitur. Si namque punctum quod soli è diametro opponitur tantum supra horizontem elevetur, quantùm Sol in principio aut fine crepusculi infra eundem deprimitur (quod ferè 18 gradibus æstimatur) hujus temporis seu graduum intervallum ab horizonte computatum, quæsito satisfaciet.

NOTA.

Cum ILLUSTRISSIMO PRINCIPI methodi naturæ consentaneum videre-

videretur, ut quemadmodum ſolis altitudo ex datâ horâ, ita reciprocè quoque data hora ex cognitâ ſolis altitudine inveniatur, cujus tamẽ nec *Ptolomæus* ipſe, neque *Ptolomæi* paraphraſtæ *Regiomontanus*, *Copernicus* & *Oſwaldus* mentionem ullam faciunt: Nos ſuperiorem ratiocinii viam elegimus, quæ in arcubus differentiæ cognitorum terminorum conſiſtit, quorum reciprocatione quilibet quatuor terminorum è reliquis tribus apertiſſimè & ſimpliciſſimè concluditur: atque ideo, ſuperfluum rati iſta peculiaribus problematis perſequi, in hæc conſectaria contraximus.

9 PROBLEMA.

Cognitâ cujuſcunque ſtellæ longitudine & latitudine ad eclipticam comparatâ: ejus longitudinem & latitudinem æquinoctialis reſpectu invenire.

DATVM. Maximus circulus A B C D per E polũ æquatoris D B, & F polum eclipticæ A C deſcriptus eſto, ſitque ſectio verna G: Deinde ab F, ad H, maximi circuli arcus F H ducatur, inque eo I punctum ſtellæ locus, arcus latitudinis E I ab æquinoctiali ſit grad. 12, longitudo autem in æquatore computata graduum 30. QVAESITVM. Stellæ I longitudo & latitudo reſpectu æquinoctialis invenienda eſto. PRAEPARATIO. Ab E polo per punctum I, maximi circuli arcus E K æquatorem ſecet, deinde arcus E G agatur: itaque I K erit ſtellæ I latitudo ab æquinoctiali, & G K longitudo ejuſdem æquinoctialis reſpectu, duobus his arcubus inventis problema explicitum fuerit.



CONSTRVCTIO.

Triangulum E F I tres cognitos habet terminos, F E 23 gr. 51 ① 20 ②, F I 78 gr. arcum differentiæ nimirum ipſius I H 12 grad. & angulum E F I 60 gr. quippe angulum differentiæ ipſius G F H 30 gr. Horum ope per 40 ſphæric. triang. propoſ. latus E I deprehendetur 67 gr. 10 ①, qui deductus de E K 90 gr. relinquet quæſitam ab ecliptica latitudinem I K 22 gr. 50 ①. Deinde angulus F E I invenitur 113 grad. 13 ①, hic multatus 90 gr. relinquet angulum G E K 23 gr. 13 ①, pro quæſita longitudine G K.

CONCLVSIO. Cognitâ itaque datæ ſtellæ longitudine & latitudine ad eclipticam comparatâ: ejuſdem longitudinem & latitudinem æquinoctialis reſpectu quoque invenimus. Quod facere oportuit.

NOTA.

Copernicus IV capite 2 libri operationẽ paulò ſecus inſtituit: ILLVSTRISSIMVS autem PRINCEPS aliam & ab utrâque diverſam ſuo marte, quam hic ſubſcribo, adinvenit. Ducto enim arcu G I erit triangulum I H G rectangulum, trium cognitorum terminorum, I H enim valet 12 gr. H G 30 grad. & I H G rectus eſt: Vnde baſin I G per 33 ſphæric. triang. propoſ. invenit 32 gr. 6 ① & angulum I G H 23 gr. 2 ①, hic cum angulo H G K 23 gr. 51 ① 20 ② cõpoſitus dabit angulũ I G K 46 gr. 53 ① 20 ②. Atque rurſum in rectangulo triãgulo I K G, præter rectum I K G duo termini I G 32 gr. 6 ①, I G K 46 gr.

53 ① 20 ② cogniti sint: Quorum ope per 34 sphæric. triang. proposf. latus I K pro quæsitâ latitudine concludetur 22 gr. 50 ①: & latus G K pro quæsitâ longitudine 23 grad. 12 ① ut ante.

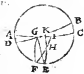
Nos autem istam in hoc problemate pragmatiam usurpavimus, ut supra expositi generalis ratiocinii, ope nimirum trianguli ex arcubus differentiæ datorum terminorum compositi, viam in hoc paradigmate sequeremur.

10 PROBLEMA.

Stellæ cujuscunque ab eclipticâ & æquinoctiali latitudinibus cognitis: longitudinem eclipticæ respectu invenire.

Problema istud à *Copernico* lib. 3. cap. 1. atq; ab aliis, per communes meridiani aliorumque planorum sectiones eidem perpendicularium expenditur. Verùm ut sphæricorum triangulorum usus, præcipuè autem generalis modus è sumptis arcubus differentiæ cognitorum terminorum hic eluceat, istam in hoc problemate pragmatiam secuti sumus.

DATUM. Maximus circulus A B C D per utrumque polum E quidem æquinoctialis D B, & F eclipticæ A C descriptus esto: deinde G punctum sit sectio autumnalis, H stella quam hic spicam virginis existimemus, per quem arcus ab F ad I in eclipticam A C demissus, ut H I 2 gr. sit datæ stellæ ab ecliptica latitudo: præterea ab E polo æquinoctialis per H punctum alter arcus E K descriptus est, ut H K datæ stellæ ab æquatore latitudo ex sententia *Copernici* sit 8 gr. 40 ①. QUAESITUM. Arcus à vernâ sectione G ad I, qui quæsitam longitudinem exhibet, inveniendus esto.



PRAEPARATIO. Agatur arcus F G.

CONSTRVCTIO.

Cum H I valeat 2 gr. ipsius arcus differentiæ H F erit 88 gr. præterea cum sit K H 8 gr. 40 ①, hujus arcus differentiæ H E erit 81 gr. 21 ①, & F E æqualis declinationi ab æquatore esto (ita autumante *Copernico*) 23 gr. 28 ① 30 ②; ut H F E triangulum tres cognitos habeat terminos, quorum ope per 43 sphæric. triang. proposf. angulus H F E concludetur 72 gr. 37 ①, hic de recto G F E 90 gr. sublatus, relinquit G F I 17 gr. 23 ① pro quibus *Copernicus* tantum 17 grad. 21 ① adnotaverat, ad quos si addas 180 grad. semiperipheriam nimirum à sectione vernâ ad autumnalem G, summa exhibebit quæsitam longitudinem 197 grad. 23 ①. CONCLVSIO. Latitudine igitur cujuscunque stellæ & ab eclipticâ & ab æquatore cognitâ, longitudinem ejus in eclipticâ invenimus, quod facere oportuit.

I CONSECTARIUM.

Si datæ stellæ longitudo in æquinoctiali computanda foret, angulum H E F, trianguli H F E investigandum, cumque recto G E F 90 gr. multatum, quæsitam longitudinem relinquere è superioribus perspicitur.

ILLU-

ILLUSTRISSIMUS PRINCEPS *tria hæc sequentia consectaria excogitavit.*

2 CONSECTARIUM.

Stellæ lõgitudine & eclipticæ & æquinoctialis respectu cognitâ, latitudo ejus tam ab ecliptica quam ab æquatore invenietur, si enim angulus rectus G F E, multetur angulo G F I (cujus amplitudo est data eclipticæ longitudo G I) tum angulus H F E in triangulo H E F cognitus erit. Deinde angulus G E K (cujus amplitudo est data æquinoctialis longitudo G K) cũ recto angulo F E G compositus, dicti trianguli H E F alterum angulum H E F exhibebit, tertiò autem etiam latus F E inter utrumque polum intermedium datur: Quare è cognitis tribus terminis trianguli H E F per 42 sphær.triang.prop.latus F H inventum, & de F I 90 gr. sublatum relinquet H I quæsitam ab ecliptica latitudinem.

Deinde invento latere E H, eoque de E K sublato, restabit H K datæ stellæ ab æquinoctiali latitudo.

3 CONSECTARIUM.

Præterea evidens est, si stellæ ad eclipticam longitudine, latitudine autem ab æquinoctiali cognitis, latitudinem ab ecliptica, longitudinem verò æquinoctialis respectu invenire velis, tum ab angulo recto G F E auferendum esse angulum G F I (cujus amplitudo à cognita æquinoctialis longitudine G I definitur) ut trianguli H E F angulus H F E cognitus sit: deinde si longitudo æquinoctialis H K, quæ ex hypothesi datur, de K E subducatur, restabit cognitum latus H E, scitur autem & latus F E inter utrumq; polum intermedium; ideóq; triangulum H E F tres cognitos habebit terminos, quorum ope per 40 sphæric. triang.propos. inventum latus F H, & de F I 90 gr. deductum, relinquet H I stellæ quæsitam propriamq; latitudinem. Secundò inveniatur angulus H E F multeturque recto G E F 90 gr. & supererit angulus G E K, cujus amplitudo est quæsita æquatoris longitudo G K.

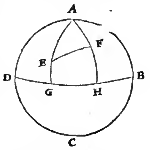
4 CONSECTARIUM.

Denique manifestum est, stellæ latitudine propriâ, longitudine autem æquatori comparatâ cognitis, longitudinem ejus propriam, latitudinem autem ab æquatore quoque inveniri, tum enim cognitus angulus G E K (ejus autem amplitudo à cognitâ æquatoris lõgitudine G K determinatur) cum recto G E F compositus, exhibebit angulum H E F, trianguli H E F, H F autem quoque scitur utpote arcus differentiæ cognitæ propriæ latitudinis ipsius H I, tertiò quoque arcus F E inter utrumq; polum interjectus: Triangulum igitur H E F tres cognitos habet terminos, quorum subsidio angulus H F E inventus, & de G F E 90 gr. sublatus, relinquet angulum G F I, cujus amplitudo exprimit propriam stellæ longitudinem G I. Secundò investigetur latus H E, quod ab E K 90 gr. sublatum, relinquet quæsitam ab æquatore latitudinem H K.

11 PROBLEMA.

Duarum stellarum cùm longitudine tum latitudine cognitis: ipsarum inter ipsas distantiam invenire.

DATUM.



DATVM. In expositâ sphærâ ABCD, sit ecliptica DB, sectio verna D, polus A, & stellæ E latitudo GE 30 gr. lõgitudo DG 40 gr. alterius autem F latitudo HF 50 gr. longitudo DH 110 grad.

QVAESITVM. Distantia harum stellarum E, F, invenienda esto, quantitas nimirum arcus EF.

PRAEPARATIO. Tam CE, quàm HF producti necessariò concurrent in polo A.

CONSTRVCTIO.

Cum GE, HF valeant 30 & 40 gradus, eorum arcus differentiæ EA, FA valebunt 60 & 40 gradus. Deinde arcus DH 110 grad multatus arcu DG 40 gr. relinquet GH 70 gr. amplitudinem anguli GAH seu EAF in triangulo EAF: ut trianguli EAF tres termini noti sint, duo nimirum latera EA, FA, quæ crura sunt cogniti anguli A; Vnde per 40 sphæric. triang. proposf. quæsita distantia EF 51 grad. 1 ① deprehendetur. CONCLVSIO. Quare duarum stellarum longitudine & latitudine cognita, ipsarum inter ipsas distantiam invenimus. Quod facere oportuit.

1 CONSECTARIVM.

Si duarum stellarum E, & F distantia, cum utriusque latitudine cognita sit, longitudinis differentiam ut GH invenire in promptu est, quia tum tria latera trianguli AEF sciuntur, quorum subsidio per 43 sphæric. triang. propos. angulus A inventus problema solvet, hujus enim magnitudine arcus GH determinatur.

2 CONSECTARIVM.

Præterea, latitudine stellæ ut E, item hujus ab altera distantiâ EF, & longitudinum differentiâ GH cognitâ, reliquæ stellæ latitudo inveniri poterit: tum enim tres termini trianguli AEF sciuntur, ut sunt duo latera AE, EF, cum angulo EAF, unde per 39 sphæric. triang. propos. inventum latus AF quæsito satisfaciet.

3 CONSECTARIVM.

Deniq; trium aut plurium stellarum longitudine & latitudine cognitâ, quarumlibet duarum distantiam, cæteraque secundum primi & secundi consectarii thesin invenire in proclivi est.

12 PROBLEMA.

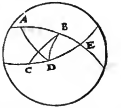
Datis bis binis stellis quæ quâ longitudinis quâ latitudinis sunt cognitæ, per quas duo maximi circuli trãseunt, & quintâ insuper in communi istorum circulorum sectione: quanta sit quintæ ab illarum quâvis distantia invenire.

DATVM.

DATUM. Sunto bis bīnæ stellæ A, B, & C, D, cùm longitudinis tum latitudinis cognitæ, quæ in duobus diversis maximis circulis consistant, inque horum communis sectionis puncto quinta sit E.

QUAESITUM. Quintæ hujus stellæ E, à D, distantia inquirenda esto.

CONSTRUCTIO.



Arcus A D & B D ex 11 problemate sciuntur, & B D ex thesi, ut A B D sit triangulum trium cognitorum laterum, unde per 43 sphæric. triang. propos. angulus A B D invenietur, qui de 180 gradibus subductus relinquet angulū E B D: simili viâ deprehendetur angulus E D B, ut trianguli B D E tres termini cognoscantur, quorum ope per 42 sphæric. triang. propos. latus D E ut quæsita distantia deprehendetur.

CONCLUSIO. Datis igitur bis binis stellis quæ latitudinis & longitudinis sunt cognitæ, per quos duo maximi circuli transeunt, & quinta insuper in horum circulorum communi sectione: quintæ distantiam ab harum quatuor aliquâ invenimus. Quod facere oportuit.

NOTA.

Hujusmodi paradigmatum usus erit, cum tres stellæ quasi in directum, ut hîc A, B, E, & C, D, E, sitæ esse videbuntur, tum etenim E stella est communis duarum maximarum peripheriarum nodus seu intersectio, & ejus distantia à quâlibet reliquarum inveniri poterit, ut supra.

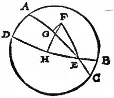
13 PROBLEMA.

Ex stellâ aliquâ horam diei invenire.

DATUM. Esto meridianus A B C D, ecliptica A C, æquator D B, E sectio verna, F stella quæcunque cujus ab eclipticâ latitudo sit F G, longitudo E G. QUAESITUM. Hora diei hinc invenienda esto.

CONSTRUCTIO.

Per 9 problema latitudo ab æquatore F H, & longitudo E H invenientur. Itaque F H E erit rectangulum triangulum duorum cognitorum laterum F H, E H, cum recto angulo F H E, quorum ope per 33 sphæric. triang. propos. angulus F E H, & latus F E invenientur. His assertis, F E eclipticam, (à quâ & æquinoctiali angulus F E H comprehendatur) & F Solem esse fingo, unde per 8 problema hora diei cōcludetur. Quia autem hoc verum temporis momentum tantò intervallo prævortit, quātò Solis in æquatore longitudo major est longitudine hujus stellæ ad æquatorem comparatâ; stellæ longitudinem respectu æquatoris, à Solis ad eundem longitudine perpetuò subducam (& si minor sit usitato more integrum circulum, id est 360 gr. huc addam) reliqui gradus, horas quibus inventæ multandæ sint indicabunt.



CONCLUSIO. Quare auxilio stellę horam diei invenimus. Quod propositum fuit. Atque hic

QUARTI LIBRI FINIS ESTO.

SECVNDA PARS COSMOGRAPHIAE, DE GEOGRAPHIA.

Qua comprehenduntur ea in quibus sese exercuit

ILLVSTRISSIMVS

Illustrissimo & antiquissimo stemmate ortus Princeps ac Dominus MAVRITIVS Princeps Auraicus, Comes Nassoviæ, Catti-melibocorum, Viandę, Moersii, &c. Marchio Veræ & Vlissingæ, &c. Dominus Civitatis Gravæ & ditionis Cuyc, Civitatum Vyt, Daesburch, &c. Gubernator Geldriæ, Hollandiæ, Zelandiæ, Westfrisiæ, Zutphaniæ, Vltrajecti, Transisslanæ, &c. Imperator exercitus Provinciarum foedere consociatarum Belgii, Archithalassus Generalis, &c.

Conscripta à SIMONE STEVINO *Brugensi.*



LVGDINI BATAVORVM,

Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiæ Typographi.

Anno cIↄ Iↄ cv.

BREVIARIUM
GEOGRAPHIÆ.

Quamvis recepto multorum more Geographiæ materia præcipuè in regionum, marium, fluminum, montium, sylvarum, vicorumque descriptionibus versetur, & singulorum fructus, feras, merces, metalla, aliaque montium visceribus recondita explicet: nos tamen, quia PRINCEPS ILLUSTRISSIMUS varias variorum cõmentationes super his evolvit, à talium tractatu & scriptione supersedemus, eaq; tantum persequemur, quæ hactenus scriptis illustrata non sunt, aut si sint, ea judicio nostro, nostroque scribendi ordine digessimus, cunctaque 6 libris complexi sumus, quorum

Primus agit de Geographiæ definitionibus generatim.

Secundus de ejus * Hylocinesi.

Tertius de * Atmæoresi.

** materiæ motu & mutatione.*
** altitudine vaporum.*

Sequentes libri Hydrographiam spectant, ut sunt,

Quartus de Nausiporia.

Quintus de * Limeneuretica.

** portuum inventione.*

Sextus de Æstibus maritimis.

PRIMVS LIBER
GEOGRAPHIAE,
DE
EIVS DEFINITIONIBVS
GENERATIM.

BREVIARIVM
PRIMI LIBRI.

QVia forma Terræ & Æquatoris, item [illegible] Terrestris principium, diesq; Geographi[illegible] re quiddam nobis continere videntur, [illegible] tio necessaria sit, id primo hoc libro quin[illegible] plexi sumus; quibus sextam eruditi aevi [illegible] auctarium adiecimus, quia aliquando [illegible] tabitur. Deinde docebimus quo modo, q[illegible] taq; scientia denuò recuperari, & inveniri [illegible] taq; erudito illo aevo cognita fuere.

DEFINITIONES.

I DEFINITIO.

Terræ globus eſt motũ mundi luminare in quo nos habitamus, octavusq; planeta reliquis ſeptem annumeratus.

QVAMVIS quid terræ globus ſit vulgò notum eſſe videatur, attamen in hac re longè maxima pars hominum, à paucioribus, quos tamen in eo intelligere, & ſapere plus quam cæteros arbitramur, diſſentiunt: atq; ideo terreſtris globi definitionem iſtam ponere neceſſe habui. quam ut fuſius explicem, primumque eſſe luminoſum cœli corpus, cogitatione concipito aliquem in Luna (in qua habitari Xenophanes olim dicebat) cõſtitutum, terram verſus oculorum aciem intendere, quemadmodum nos qui terra vehimur Lunam intuemur, huic terræ facies, Lunæ faciei à nobis conſpectę multùm ſimilis videbitur. & quemadmodum dimidia ferè Lunæ pars à Sole illuſtrata nobis refulgens cernitur, ſic item Terreſtris globi ſemiſſis ſolaribus radiis illuminatus, ipſi relucere videbitur, & quidem clarius quàm Luna, iis maximè locis qui ab aquis occupantur, quia radii ſolares inde claritate Soli æmula reflectuntur. Secundò quemadmodum Luna maculoſa nobis apparet, ſimiliter in terreſtri globo ab iis locis, ubi mera erit terra, maculæ magis obſcuræ, quam ab aqua illius adſpectui objicientur. Tertiò cujuſmodi Lunæ φάσις nobis in novilunio, plenilunio, & Luna dichotoma conſpiciuntur, ſimiles etiam ille videbit (ut Lunæ φάσεων nomina analogia quadam imitemur) in noviterreo, pleniterreo, & terra dichotoma. Quartò ut nos ſolis Lunæque defectus, ſic ille ſolis terræque defectus videbit, quando enim nobis Sol, ipſi terrâ; & quando nobis Luna ipſi Sol deficere videbitur. Hæc tamen differentia inter nos & illum intercedet, quod Lunæ eadem pars, ut maculæ argumento ſunt, perpetuò à nobis cernatur: Terra autem ex Luna ipſam ſpectanti, ſingulis horis aliis atque aliis maculis ſpectandam ſe præbeat, quia diverſæ regiones, diverſaque maria ipſi obvertuntur. Atque illi mutatio hæc talis videretur, qualis Lunæ ipſam è Sole adſpectanti, quæ quotmenſibus ſemel integra illi obverteretur, ſingulis diebus alias maculas ejus viſui ſubjiciẽs, quod indies videre licet dum alia atque alia refulgens Lunę pars Soli obtenditur. Notato autem has Terreſtris globi φάσις in Luna ſpectanti ſingulis 24 horis non eaſdem, ſed irregulari diverſitate varias conſpici, ob duas potiſſimum cauſas: unam, quod è Luna modò terræ pars Borealis, modò Auſtralis videatur. alteram quod nubes aliàs mare, aliàs terram tantum, aliàs utraque obnubilent, interdum etiam nullę ſint. quibus de cauſis ſpectatori in Luna Terreſtris globi color non uniuſmodi, ſed varius videbitur.

Dubitatio autem quam aquæ ſuperficies ſphærica videtur afferre, quod inde repercuſſi Solis radii ab unico tantum puncto verſus ſpectantem in Luna reflectantur, neque univerſa aqua Solis fulgore illuſtrata ab eo cernatur, omninò locum haberet, ſi aqua immota ſtaret; cujus exemplum in ſphæricis ſpeculis Soli expoſitis apparet, cujus cauſa etiam in Catoptricis infra demonſtrabitur. Verùm cum aqua nunquam planè immota quieſcat, ſed vento aut occulta

quadam vi fluctibus nunc majoribus, interdum minoribus agitata turgeat, necesse est etiam à singulis fluctibus radios solares altera saltem parte reflecti, eorumque omnium repercussu per universam aquæ superficiem fulgorem versus quaslibet mūdi plagas excitari; ut ipsi fluctus à sole illustrati nobis indicio sunt.

Hactenus igitur dictum fuit cur terram mundi luminare definierim. qua autem de causa ipsi motum tribuerim, reliquisque septem Planetis octavum annumeratim, ea in Planetarum doctrina patebit.

2 DEFINITIO.

Axis Terrestris globi, est axis sphæræ stellarum fixarum pars, quam ex hypothesi à terra contineri statuimus.

Axis sphæræ stellarum cœlo affixarum (quem secundum quiescentis & immotæ Terræ hypothesin, cujus hypothesis assumptæ causam primæ definitioni 4 lib. doctr. Triang. præfiximus, per ejus centrū penetrare statuimus) quandam partem ab Terra contineri & includi necesse est; eam, inquam, partem hujus axem dicimus. Ex quo efficitur hujus axis terminos Terræ Globi polos esse.

3 DEFINITIO.

Terræ * mediator, est circulus maximus inter utrosque polos intermedius.

* *id est Terrestris æquinoctialis.*

Hic vocem emmesocycli pro mediatore primum usurpaveramus: placet tamen mediator qua vox aliis quoque usurpata est, itaque ubi in sequentibus emmesocyclus occurret hunc mediatorem intelligito.

Sic ductis aliquot circulis meridianis inter utrosque polos circulus istos bisecans, qui æquali quoque spatio inter polos interjacet, mediator dicitur.

Quamobrem verò Æquatoris usurpatam appellationem in isto repudiem, hinc est, quod æquator, ut 4 lib. de doctr. Triang. 1 definitione videre licet, planè ab hoc sit diversus, cujusque principium vigintiquatuor horis semel tantum congruat principio mediatoris. loca in mediatore constituta potuere quidem dici æquinoctiali esse subjecta; verum ut sermo nō ambiguus, sed certus & indubius sit, diversos circulos diversis nominibus appellari necesse fuit.

4 DEFINITIO.

Longitudinis terrestris principium assumimus semimeridianum per *Pico de Teide in Teneriffa* eductum.

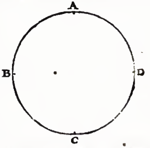
Hujus seculi Geographis in assumendo longitudinis principio, primoque meridiano, unde cæteri numerentur inter ipsos non convenit: nonnullis *Ptolomæum*, qui eum in Canariis ponit sequentibus; aliis pyxidis nauticæ Boreochalybodixin notantibus, quæ à Canariis occidentem versus primùm occurrit, in qua hi ipsi inter se multùm dissident. Ex quibus efficitur in locorum longitudine notanda, nisi unde principium sumatur pariter annotetur, magnam oriri differentiam. Quamobrem res ipsa flagitare videtur, qui cōmodius Geographi mutuò se exaudiant, atque errores declinent, ut unum commune firmumque principium constituatur. cujus sane fides penes pyxidem nauticam lubrica nimis sit & instabilis, cum enim ea non eundem sequatur meridianum, per observationes in diversis latitudinibus factas, diversi meridiani pro primis, & prin-

& principiis assumuntur. Praeterea verò observationes per pyxidem ab aliis atque aliis eodem loco institutae tanta accuratione obiri nequeunt, quin 1 ☉ differentia inter ipsos eos intercedat, quae sane est passuum vulgarium 3000. Quare cum nihil certi à pyxide hac in parte suggeratur, ratio postulat terrae locum penitus fixum huic negotio seligi. Et quandoquidem una è septem Canariis, quae *Iuno* dicitur, à *Ptolomaeo* huic usui dicata sit, rationi consentaneum est ab hac non discedere. quia vero etiam unius ejusdemq; insulae termini, longitudine inter se differunt, aequum est certam quandam insulam eligi, inque ipsa locum exiguum quidem, sed notabilem & quasi perpetuum, qui differentiam 1 ☉ non inducat, nam cum longitudines locorum urbiumque usque ad ☉ sollicitè anxieque inquirantur, omninò necessarium erit ipsorum principium ne quidē 1 ☉ ambiguitate vacillare. Huic fini nobis assumpta est *Pico de Teide* petra, quae (utar Curtii verbis in re non absimili) non ut pleraeque modicis ac mollibus clivis in sublime fastigium crescit, sed in metae maximae modum erecta est, cujus ima spatiosiora sunt, altiora in arctius coëunt, summa in acutum cacumen exsurgunt: sita in *Teneriffa* septem insularum canariarum maxima, ditissima, praestantissimaque, id enim ipse ex relatu *Melchioris* à *Kerckhove*, qui istic & natus & educatus est, cognovi. Si quis in hoc terrarū orbe alium aptiorem locum norit eum ipsum deligere consultum erit. sed quocunque res cadat, ambiguitatem tamen illam omninò declinari decet.

5 DEFINITIO.

Dies geographicus est, qui à terrestris globi longitudinis principio initium ducit.

Cum Geographi de communi eodemq; diei principio hactenus, quod quidem norim, inter se non consentiant, in locis quoque longitudine multum dissitis nulla dierum erit aequabilitas, aut cōstantia. Vt si quis in altero locorum longitudinis plurimùm dissitae, cujusmodi est inter *Bataviam* & *Sinarum regionem*, siderum observationes, aliudvé quid anno 1602, 4 Idus Maji instituisset, ei qui in altero loco hoc è scripto cognoscet anceps & incertū erit duodecimane, an decimatertia Maji dies ipsis is fuerit. Et quia navigationes maritimaque itinera apud Hollandos Zelandosq; indies crescunt crebrescuntque, multa sanè incōmoda hinc existere possent, maximè verò in rebus Geographis, & Astrologicis, ubi unius diei ignoratio magnas errorū catervas secum trahit, ut in observādis planetarum locis, quae in regionibus adeò distātibus instituentur: cum tamen sideralli scientiae magna lux istinc affulgere possit, unde ipsa magis certa, minusque dubia sit, quod etiam sub loco clariùs explicabitur. Atque ut hoc pulvere & radio explicemus. istiusmodi diagramma describito, A B C D circulus terrestris esto * emmesocyclo parallelus, inq; quatuor quadrātes A B, B C, C D, D A distributus; tu igitur verbi gratia verseris in A, itaque quando tibi Meridies erit, versus ortum in B dices sextam esse vespertinam; similiter in B cōstituto quadrante altero Occidentem



* mediatori.

versus in C sex item alteris horis serius,id est,media nox esse videbitur,quę initium est 13 Maji. Atque idem quoque in A constituto videbitur. Iam verò si eodem modo, quo ab A versum B plagam Orientaliorem progressus es in C, ita ab A per D plagam Occidentaliorem contendas eodem ad C: quando tibi in A Meridies erit 12 Maji, dices D sex horas anteoccupare, id est, ipsis esse 6 matutinam 12 Maji, sic in D constitutis videbuntur quadrante altero Occidentaliores in C, sex item horis anticipare, hoc est, ipsis mediam esse noctem,tanquam principium 12 Maji. quod in A constituto tibi quoque videbitur, sed ante ibidem concluseras in C mediam esse noctem initium 13 Maji. Quamobrem cum tute repugnantia loquaris,minimè mirum fuerit si ab altero dissentias, aut si Portugalli reliquique Hispani, alteris in Orientem, alteris in Occidentem navigantibus, inter se de die integro controvertant.

Quod incommodum à Geographis evitabitur, si diei certum tribnatur initium; cujus exordium meritissimò, ut ista definitione à nobis usurpatum est, à principio longitudinis Terrestris desumitur.

Quod autem nonnihil incommodi hinc videatur existere,cùm duo loca vix horæ spatio inter se utrinque à primo meridiano dissita, integro die discrepêt, quod in usu populari difficile molestumque sit. id similiter intelligatur atq; ab Astronomis dierum in 24 æquales horas partitio recepta est,cujus initiū à Meridie ducitur, cum nihilo secius singulæ gêtes horas pro suo arbitrio disponant digerantque,aliis æquales, aliis inæquales horas usurpantibus, his à media nocte, illis ab ortu, aliis ab occasu solis initium ducentibus, de qua differentia Astronomi in Astronomica doctrina minimè solliciti sunt. Consimiliter, non est, cur diversarum gentium,diversa dierum principia Geographos torqueant, sed suo definitoque initio contenti sint. Et quemadmodum illi horas suas ad reliquarū differentiam Astronomicas appellant: sic Geographi,quî dies suos à reliquis secernant & distinguant,ut in definitione, Geographicos appellanto.

6 DEFINITIO.

Eruditum seculum dicimus, quo mirabilis quædam sciētia hominibus nota fuit,quod certis quibusdam signis certò quidem, sed nec apud quos, aut ubi locorum, aut quando extiterit cognoscimus.

Quia deinceps frequens Eruditi seculi mentio incidet, & simul quia paulò post in renovatione ejus declarare statui, quo modo, quavé ratione putem denuò tantam peritiam sideralis scientiæ, aliarumque rerum assequi nos posse, quantam aliquot retrò seculis cognitam animadvertimus; omninò necesse fuit ejus definitionem hanc ponere.

Verumenimverò ut res sit planior ita habeto. ante nongentos aut mille plus minus annos tam crassa caligo, tantaque ignorantiæ nubes usque ad proximum fere seculum hominum animos invaserat, ut propterea Barbarum dicatur, tanquam omnis erroris & barbariei plenum. quod tum cœpit cum Christiani Paganis superiores essent. à quibus ante graviter afflicti,ipsorumq; ritus & sacra exosi, non tantum libros de religione & Idolomania eorum conscriptos, aut in quibus ulla Deorum fieret mentio,sed etiam de scientiis & artibus liberalibus omnes pariter, quoscunque, aut ubicunque nanciscerentur cōbusserunt & ad internecionem usq; deleverunt. Tandem cum iste ardor deferbuis-

[illegible], res eo versa est ut [illegible]rorum Ethnicorum relliquiæ, tanquam tabulæ [illegible] o conquiri atque undique è tenebris erui, magnoq; [illegible] typis describi cœptæ sint, neque ii tantum, qui in ar[illegible] ii, qui in Ethicorum Deorum [illegible] non tantum in carminibus eos appellare & [illegible] iam [illegible] relligioni Poemata [illegible] us, & [illegible] tricis a[illegible] is ex[illegible] dicti cluerent. [illegible] in lucem prodierunt, & [illegible] artibus [illegible] cœlum [illegible] fuit [illegible]. sed [illegible] aliud [illegible]

[illegible] quam fun[illegible]tum, unde indicium [illegible] ephemerides quotidianæ experi[illegible] sunt.

[illegible] motus, quem *Ptolemæus* [illegible] 9 [illegible], sæpeq; ideò illorum [illegible] ab ipsis animadversa [illegible] medius planetarum motus ab ipsis adeò concin[illegible], aut [illegible] postmodum ad manes *Ptolemæi* [illegible] sed sed [illegible] quàm [illegible]

[illegible] adversum sit ante [illegible] fuisse, quam Æ[illegible] *Ptolemæum* [illegible] *Io.* [illegible] ex[illegible]. Una harum [illegible] nomen ex[illegible] memi[illegible] HER[illegible] is Terram circa Solem circumvolvi [illegible] videtur, si [illegible] ad cogno-

cognovisset, certè pro sua eruditione, inque cæteris æquitate, & candore naturalem hunc motum à peritissimis Astrologis descriptum, sine d[illegible] o posthabita illa quam nactus est semiperfecta scientia, amplexatus & [illegible]et.
Hunc Terrestris globi motum *Philolaus Pythagoricus* autore *Plutarcho*, & *Aristarchus Samius* cujus *Archimedes* in Arenæ numero mentionem [illegible]cit, jam olim ani[illegible] te[illegible]. Verum id erudito seculo non contigi[illegible] ex istis *Archimedis* verbis facile i[illegible]ligi potest, dum ait, *Aristarchum* redargu[illegible]e Astro[illegible]omos qui mundum dicebant sphæram, cujus centrum esset idem c[illegible] Terræ [illegible]tro, semidiameter verò recta inter Terræ & Solis centrum interjecta, quæ (præter cæteros errores) interdum major, interd[illegible] minor est, sibique inæqualis, ut nihil c[illegible]ti ab hac definiatur. Præterea proportio ab *Aristarcho* exposita, videlicet

Vt centrum sphæra,
Ad ejus superficiem sphæricam:
Sic circulus per quem Terræ globus defertur,
Ad distantiam stellarum inerrantium.

Vbi contra analogiam proportionis anathemati[illegible] æ heterogenea [illegible]tur, punctum scilicet cum superficie. Ex quibus perspi[illegible]tur [illegible] nostrum eruditum ab istis temporibus fuisse diversum. Et qua[illegible] *A[illegible]edes* proportionem istam explicet, hoc modo:

Vt Terræ [illegible]lobus,
Ad mundum nobis dictum:
Sic sphæra in quo circulus est terrestris motus,
Ad sphæram stellarum fixarum.

Nihil tamen hoc ad eruditum seculum p[illegible]fici[illegible] [illegible]um [illegible] b[illegible] vocibus, [illegible] certis enuntiatis efferenda [illegible]. [illegible]de c[illegible] eruditi seculi vestigi[illegible] hic etiamnum con[illegible]pici.

Sed magnum Astronomiæ studium ante *Pto[illegible]m* [illegible] est triangulorum sphæricorum tam diversa d[illegible] quæ postea apud Arabes prod[illegible]t, unde [illegible]d nos [illegible]rt. [illegible] c[illegible]orum [illegible]rum calculum Astronomicis abac[illegible] [illegible]m cernerent, valde in eo elaboratum est. Modus quide[illegible] quem [illegible] quitur subti[illegible] est, & elegans, quæ tota in ration[illegible] in additi[illegible]n & [illegible] versatur: sed usus admodum molestus & intrica[illegible] na[illegible] logista [illegible] calculo applicat, in ista doctrina omnibus exempli[illegible] descripta pr[illegible] invenit, ut facilitatem eam assequ[illegible]tur: sed de modo [illegible]dd[illegible] dæ[illegible]ue rationis assiduè in subjecto exemplo [illegible]ol[illegible] [illegible]t autem alter quoq; modus è sectione planorum à circul[illegible]s. Et te[illegible]tius item à *Regiomontano* editus.

Quod verò à nonnullis Astrologia nō ita pridem in[illegible] [illegible] pars ab *Hipparcho* ad posteros sit transm[illegible], [illegible] *[illegible]imoc[illegible]res* [illegible] 30 anno ab *Alexandri* d[illegible]cessu, p[illegible] studi[illegible] [illegible]; certè me ab istis longè d[illegible] [illegible]e fateor [illegible] [illegible]*chus* è m[illegible] [illegible]onumentis descripsiss[illegible] volumen [illegible] & ab eo ad nos transm[illegible]issum est, raram[illegible] n[illegible]m p[illegible] futuram fu[illegible]e: ipsum verò tam excellenti[illegible] mi[illegible]i non [illegible]t veri[illegible]mile. Nam *[illegible]lomæu[illegible]* [illegible].I[illegible].4 [illegible] tem quandam incidisse annotat, d[illegible]m calcu[illegible] pantiam in Epicyclo, ab eo qui est in Eccentrico [illegible], [illegible]

hypo-

hypothesewn diversitate; sed à calculi errore aliove lapsu natam: certè vel hinc *Hipparchus* inter cætera ingenii sui monuméta istius theorematis, quo eccẽtrici & epicycli motu idem effici demonstratur, autor primus, primusque inventor fuisse non videtur, sed ne ab ipso quidem (quod, non ut de ipsius fama quidquam detraham, verum ut propositum demonstrem, dictum velim) theorema hoc intellectum: enimverò simile illi fuerit, tanquam aliquis intellecta demonstratione novissimæ propositionis 1 lib. *Euclidis*, ubi ad usum accessisset, dubitaret utrum quadrata minorum laterum in triangulo rectangulo maximi lateris quadrato æqualia sint, quia in suo exemplo ipsorum differentiam deprehendit, ignarus scilicet, non à propositione istam discrepantiam oriri, sed ab hallucinatione manuum, oculorum, ab errore calculi, aut simili aliquo casu.

Præterea verò quod *Ptolomaeus* 2 cap. 3 lib. *Hipparchi* modum in Solaris loci investigatione, unde anni quãtitas inveniatur, veteribus præferat, quam hi à Solstitio æstivo instituebãt, quod eam *Hipparchus* minus fallaci via ab æquinoctio verno scrutatus sit. non est profectò verisimile eos, qui diuturna & sedula siderum observatione Planetarũ medios motus inquisivissent, adeò lubricum, & ancipitem observandi locum in solstitiis non animadvertisse; attamen si ut *Hipparchus* ait, in solstitiis observationes instituerunt, non, ex Solis ab æquinoctiali latitudine, id factum credam; sed potius, quod modus hic certior minusque fallax esset, ex observata inter Solem & fixarum aliquam longitudine ecliptica, nam interdiu lucente Sole diligenter inspectanti conspicuæ quoque sunt, cumque id *Ptolomaeus* latuerit laudes, quas *Hipparcho* hic tantas tribuit, justis rationibus subnixæ non sunt. *Timochari* autem ipsi, qui primus mortalium cœli plagas scrutatus, fixarumque stellarum observationes annotasse dicitur, neque iis, qui hoc de illo sentiunt, dictæ coelestium sphærarum diversæ descriptiones cognitæ fuisse videntur, quibus prisci cœli faciem, ut supra diximus, descripserant, ut *Timochares* primus fuisse non videatur. Idque eò magis quia planetarum medii motus à priscis notati, quos *Hipparchus* nactus est, ex accuratioribus fixarum stellarum locis quàm *Timocharicis*, qui 10 ① tanquam minimam mensuram usurpavit, ut ex tabulis *Ptolomaicis* perspicitur, annotati sint.

ALTERUM INDICIUM *erudi seculi*, est admirabilis numerorum peritia, quæ veteribus illis, & priscis viris fuit cognita; cujus unam, & quidem singularem Analyticem, quam Algebram dicunt æstimare licet, hæc paucos ante annos ex Arabicis libris eruta in lucem prodiit, de qua Chaldæis, Hebræis, Græcis (nam *Diophantus* recentior est) aut Romanis quidquam cognitum fuisse, in eorum monumentis nullum indicium extat, qui omnes Arithmetici, quos quidem meritò sic appelles, non fuere: Nam ipsis characteres huic negotio necessarii, decimarumq; periodi deerant, sine quibus magnos profectus facere nemo potest. Crediderim verò usos notis non multùm dissimilibus iis, calculis, nummisvé, aut similibus aliis signis, quibus vulgo computum subducunt. illi autem numerorum characteres apud Arabes denuò in lucem prodierunt, ut ex his cognosci possit quid numeri principium, punctumque sit, quod Barbaro inculto que seculo (Barbarum autem nunc dico, à celebrium Græcorum initio usque ad hæc tempora) perperam intellectum, unitatem esse crediderunt. Nam Illustr. *Iosephus Scaliger* aliquando nobis ostendit punctum Arabibus notari sic. idque punctum ab ipsis dici, nostrique o vicem fungi. congruens cum eo quod non ita pridem 2 definitione Arithmeticæ nostræ Gallicæ de eodem disseruimus. quod verò Europæi istius puncti loco o substi-

ſubſtituant, hinc eſſe crediderim, quia punctum nobis ſententiam perfectam claudit, eademque puncta numeros ſæpe terminant, quare ſi pro numeris ea uſurpentur ambiguitatem inducerent, ipſeque numerus præter æquum auctior, majorque videretur: quare ut ambiguitas iſta vitaretur pro . adhibitus eſt o. Cum igitur o noſtrum erudito ſeculo punctum appellaverint, nobis quoque deinceps eo nomine dicetur, & quidem Arithmeticum, ad puncti Geometrici differentiam, repudiata priore principii appellatione, quam hactenus iſti fini uſurpavimus. Qui verò judicio non ſatis valent, proptereaque autoritate ſe duci patiuntur eorum, qui de his ſcripſere, illos ſanè non avios errare crediderim, modò præſtantiſſimorum in hac arte autoritatem ſequantur, hoc eſt, Eruditi ſeculi Logiſtas, relictis Græcis qui Arithmetici non erant, neque ob notarum Arithmeticarum defectum eſſe poterant, ut ſupra diximus. Quamvis enim *Euclides* egregia *Arithmetica Theoremata* cōſcripſerit, quæ ab Erudito uſque ſeculo ad ipſum tranſmiſſa erant, nulla tamen habet problemata, nullam praxin; quę ex Arabicis in lucem denuò proceſſere; ut *Euclidis* theoremata Eruditum ſeculum redoleant, quod jam ante eum extiterat, tumque eſſe deſierat. Verum adeò ſollicitè de puncto hoc ſermo hic à nobis inſtituitur, quia unitas tanquam punctum Arithmeticum definita, Eruditi ſeculi teſtimonium exhibere videtur, cum inſtar puncti notabatur. eſt autem barbari item ſeculi ſignum, quod poſtea extitit, quo tam imperiti proceſſere Arithmetici, atque punctum Geometricum pro parte magnitudinis definitum infelices produceret Geometras.

Animadvertere quoq; licet Erudito illo ſeculo multas Arithmeticas factiones inſigni quadam facilitate expeditas per decimarū progreſſum. De quibus dicam paulò explicatius, cum enim ante aliquot annos de decimarum uſu ſcripſiſſem, mihique perſuaſiſſem commodè uſurpari in ſinuum per decimas diſtributione, modumque iſtum accuratius poſtea diſponerem, quem proprio Capite in cœleſtium doctrina breviter admodum & ſuccinctè tractabimus. eam operam jam ante à priſcis illis eruditi ſeculi hominibus ſuſceptam iſtinc maximè animadverti, quod Canon ſinuum à *Regiomontano* editus ſemidiametrum in 10000000 habeat diſtributam, qua partitione decimarum progreſſus perfectè comprehenditur. etenim cum, pro 60 Ægyptiorum, in 100 partes ſemidiametrum tribuerem, deincepsque pro ſingulis ſexagenis, ſingulas denas partes ſubſtituerem, canonem quidem ipſum abſolutum planè cognovi, ejuſq; primum autorem *Regiomontanum* eſſe credebam, cum ipſe initio ſui libri afferat, ante ſe diametrum in pauciores partes fuiſſe diviſam, à *Ptolomao* enim 120, ab *Arzahete* 300 trecentæ partes adhibentur, quarum ſingulæ in 60 ①, & 1 ① in 60 ② dirimitur.

Poſtea verò longe ſecus rem ſe habere cognovi; dum enim è tabulis *Regiomontani* ſcrutarer utrum termini rationis diametri ad perimetrum intra terminos *Archimedeos* conſiſterent, huic fini inquirebam ſinum 1 ①, id eſt 2909 cujuſmodi partium diameter eſt 10000000, qui ſinus propter peripheriæ ſuæ exilitatem ipſi propemodum æquatur, quare quadrans peripheriæ, id eſt, 5400 ① multiplicata cum 2909 efficiunt 15708600, quadrātis amplitudinem in partibus diametri 10000000, ejuſdemque quadruplum 62834400 pro integra peripheria: ratio itaque perimetri ad diametrū ſuam, erit quaſi 62834400 ad 20000000. terminique iſti intra *Archimedeos* terminos conſiſtunt; minores enim ſunt quàm 22 ad 7, majores autem quam 227 ad 71.

Cujuſmodi autem meditatio meum animum ſubiit, ſimilem crediderim

priſcos

priſcos iſtos, quos caſcos cum *Ennio* dicere licet, olim quoq; habuiſſe, hac potiſſimum de cauſa, quia *Georgius Purbachius* in ſua triangulorũ doctrina, commentarium quendam nactum ſeſe aſſerit, in quo variarum gentium ut Indorum, Ægyptiorum, Arabum placita de diametri ad peripheriam ratione recenſebantur, inter quos nonnulli eam his terminis 20000,62832 exponebant, qui quàm proximè ad numeros noſtros, ad veritatem autem etiam propiùs, quàm nos, accedunt. Sed qui id factitabant ęque ſinuum Canone rationem hanc derivabant, eos diametrum in 3 & aliquot numerales circulos diſtributam habuiſſe neceſſe eſt, neque tantùm ſeptenos cujuſmodi *Regiomontani*, ſed minimum uno amplius, nam numerus 62832 quinto charactere vero congruit, cum noſter à quarto vacillet, quod palam erit ſi terminos preſſiùs ſumas, cujuſmodi exhibuit magnus & ſubtilis Logiſta *Ludolphus à Ceullen*, poſita namque diametro 200000000000000000000.
Peripheriam minorem oſtendit quàm 628318530717958647694.
Major autem quàm 628318530717958647690.
Ex his inquam effici videtur, ante ætatem *Regiomontani* ſemidiametrum in ſinuum Canone in 10000000 notas, aut una etiam nota ampliùs tributam fuiſſe. idque erudito ſeculo factum non injuria ſuſpicari licet, cum nulla extent veſtigia quo id tempore factum ſit.

Hactenus igitur de priſcorum ratione in dividendis ſinibus, decimarumq; progreſſu dictum eſto; ſed in eaſdem partes circuli quadrantem etiam ab ipſis conciſum, ut hinc facilitatem tantam, quanta in appendice doctrinæ motus cœleſtis declarabitur, è circuli in 1600 partitione ſuſpicari licet. nam ita, autore *Ptolemæo* 3 lib. cap. 2. mathematica inſtrumẽta olim partiebantur. ex quibus ſequitur, quemadmodum Ægiptii quadrantem in gr. 90, gradum autem in Mathematicis inſtrumentis nonnunquam quadripartitò ſubdividebant; ut tamen nihilominus ſexagenaria uterentur numeratione, eadem ratione ab illis ſingulos quadrantes in partes 100 diviſos, earumque partium ſingulas in quaternas alias fuiſſe ſubdiviſas, ut tamen nihilominus quoque decimarum progreſſum uſurparint. nam ipſos per decimas progreſſum, & præcepta numerationis ejus (quæ preſſius in Miſcellaneis dicentur) inſtituiſſe, nec compendia quæ hinc ad arcuum per decimas diſtributione derivantur, animadvertiſſe, plane à vero alienum mihi videtur, præcipuè cum in aſtronomico epilogiſmo utramque ferè paginam faciat.

TERTIVM INDICIVM erit à Geometria, quamvis enim Grçci multùm in ea excelluerint, aliunde tamen hanc ad eos promanaſſe, ipſorum confeſſione manifeſtum eſt. Admirabilis ſane ſcientia, firmumque teſtimonium ſummi ingenii, & eruditionis, quicunque tandem ipſam in tanto faſtigio collocarunt. Cujus maxima indicia in elementis *Euclidicis* nobis ſuperſunt; Ex quibus præter Geometricum ſubjectum, eximium quiddam, quodque ſummopere uſui ſit, haurire licet; methodum ſcilicet eruditi ſeculi, in artium Mathematicarum deſcriptione, de qua, in ejus renovatione, ſententiam meam plenius exponam:

QVARTVM INDICIVM ab Atmæoria, ſive vaporum altitudine peti poſſe videtur, quæ non ita pridem ex Arabico in lucem prodiit, & à nobis tertio Geographiæ libro deſcripta eſt. ea palam loquitur priſcos Mathematicos mundi plagas, naturæque arcana admiranda ſolertia ſcrutatos eſſe.

B QVIN-

QUINTUM INDICIUM est singularis & prope divina Alchimia, Græcis ignota quæ haud diu est, cùm denuò hominum generi oblata sit, cujus subsidio essentiam rerum maxima utilitate melius inquirunt, quàm ab ipsis fine præstantissima hac arte comprehēdi posset. Ejus *Hermes Trismegistus* omnium quorum quidem scripta extent monumenta, peritissimus creditur, cujus tamen genus, patria, ætasque ignoratur, cùm antiquissimus habeatur.

Græci verò, ipsorumque sectatores, quos Philosophos dicunt, de natura tractantes, omnem materiam è quatuor elementis, terra, aqua, aëre, igne, indeque deductis compositam asserunt. Ipsorum diligentia laudanda quidem, cum tantum præstiterint, quantum potuerint. verùm ut dicam quod res est, audita, atque ab aliis prodita adumbratim duntaxat, neque solidè expresserunt, eaque multis erroribus oppleverunt, dum causas ignorarent, quæ maximam partem ab Alchimia repetendæ sunt, de qua ne fando quidem inaudierant.

Quod autem divina hæc ars, inexhaustus scientiæ fons multis contemptui sit, quia maxima pars, qui eam tractant fraudulenti sint & impostores, aliosq; in magna dispendia pertrahant, dum aurum, ex materia, quæ aurum non sit, facturos se pollicentur. profectò abusus iste, non arti, sed artificibus male utentibus, vitio verti debuit.

SEXTUM INDICIUM erit Magia, In qua olim gentes quasdam cognitis causis sedulo se exercuisse aiunt. & quamvis res ipsa Cristiano homini nefanda & abominanda sit, hinc tamen quantæ scientiæ è mathematis, quæ causæ istius creduntur, derivatæ sint, animadverti potest; quantaque scientia olim hominum genus excelluerit, quorum ævum eruditum seculum dicimus.

Qua autem ratione, viaque insistendum sit ut denuò tantam scientiam consequi possimus, generaliter sequenti declaratione dicetur. Quod autem compendium nos ad summam illam planetarum notitiam ducat, id in sequenti planetarum doctrina pressiùs paulo explicabitur.

NOTA.

Cum de Erudito seculo apud Cl. Iurisc. *Hugonem Grotium* incidisset mentio, isque se varia loca de isto seculo, tanquam testimonia quædam legisse diceret, à me ut ea annotaret rogatus, cuncta descripsit, & quia huic instituto congruunt hoc ipso loco subjicere visum est.

TESTI-

TESTIMONIA ALIQVOT,
perantiqui & sapientis cujusdam ævi, à Cl. Iurisc[to].
HUGONE GROTIO *collecta*.

Iosephus ex *Beroso* Sacerdote Chaldæo recitat, decima ætate à Cataclysmo exti[illegible] justum qu[illegible]dam, & celebrem, cœlestiumque rerum peritum. quo[d] ipsum *Iosephus*, & inter Ethnicos scriptores *Hecatæus*, *Nicolaus Damascenus*, *Alexa[nde]r Polyhistor*, & *Atrapanus* d[e] *Abrahamo* dictum interpretantur.

Diodorus, *Herodotus* & *Strabo*, *Zoroastrem* primum cœlum & si[d]era suspexisse cred[u]nt, q[ui] [illegible] a ducentesimum à Ca[ta]cl[ys]mo annum vixit.

Ægypti ad *Hermetem* sive *Mercurium* re[fer]unt, cujus ætas ignota est. multa it[em] de Rege *Necepso* memorant, in cœ[le]stium notitia exercitato.

Qui fab[ul]as Poëtarum ad rerum ge[st]arum veritatem [illegible] *Phaetontis*, *Endymeoni*, *Athlanti*, [illegible], [illegible] *Phrygio*, *A*[illegible]*o*, *Titanibus* cœli siderum[q]ue peritiam tr[ibu]unt.

Simpli[ci]us ali[i]que etiam ultra procedunt; *Calisthenem* enim, qui *Alexandro* ab *Aristotele* comes datus, capta Babylone annorum 19[0]3 observationes inven[isse] [illegible], [illegible] i, secundum vulgarem rationem, ad sexagesim[um] a Cata[cl]y[smo] [illegible] recurrunt.

Plato autem variis locis originem vetustiorem, & magis incertam recenset. sic tertio de legibus omnes scientias artes[q]ue in[g]enti [illegible] extinctas, à singularibus ob[serv]ationibus paulatim denuo instau[ra]tas, illam[que], quæ tum pen[es] Græcos era[t], [illegible], [illegible], au[t] um [illegible] bis mille ann[os] renova[tam] [illegible].

A[n]te *Suidam* & [illegible] ea a *Cedreno* C[illegible] ex[ti]t mentio, ut antecedentibus [illegible] nomen & [illegible] de hujus artis p[illegible] de *P*[illegible] & [illegible] [illegible] rta [illegible], & fabulosa. [E]t quamvis [illegible] n [illegible] aut [illegible] s cog[illegible] crediderim. [illegible] s fuisse, nam *Plato* in *Timæo* cui[illegible] b. Ægyptiis ha[illegible] fatetur, ubi de rerum in[illegible], & nit[illegible]. Cum autem *Plutarchus* in *Osiride* Ægypt[illegible] *Chemiam* di[illegible] r, Chimici q[illegible] ut [illegible] log[illegible] Chal[illegible] ex a[illegible] ex [illegible] s vocabulo nominati v[illegible].

Artes [illegible] allatas, neque indignas esse *Laërtii* & *Athenæi* testimoni[illegible], *Tha[les]* [illegible], qui octogesimo ante *Alexandrum* Olymp[illegible] x [Æ]gypto solam Geometriæ peritiam, sed Sol[sti]tiorum æqu[illegible] c rationes nonnullas, motusque parvulæ Cynosuræ (na[illegible]) ante ign[o]tos in Græciam attulit, solisq; eclipsin prædix[it]. [illegible] quo[illegible] q[ua]m quadringentos ante *Alexandrum*

drum annos ex Ægypto & Chaldæa [illegible] eversis, Coelestium rerum prædictiones vulgavit, necnon de ortu & obitu stellarum, cæteraque [illegible] cog[illegible]

Plinius item [illegible] 8 O[illegible] *Anaximan*[illegible] o ol[illegible] post d[illegible] dec[illegible] [illegible]um Zodiac[illegible]

D[illegible] R[illegible]ivati[illegible] E[illegible] ad tantas arte[illegible], q[illegible] fuer[illegible], [illegible]

QV[illegible]dem [illegible]on o[illegible] [illegible] periti[illegible] m quon[illegible] [illegible] exp[illegible] [illegible] humani inge[illegible] le[illegible]detur, has denuo, [illegible] po[illegible]e. Id[illegible] e[illegible], d[illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

A[illegible]

[illegible]

Quia [illegible] linguæ [illegible]

[illegible]

D[illegible]

[illegible]

DECLARATIO I MEMBRI.

Quamobrem ut de his quatuor membris enucleatè edisseram, & primùm quidem nos multarum rerum experientia destitui, quæ artibus stabile fundamentum statuant, Astronomiæ exemplo utar, quàm observationum frequentia Erudito seculo inventam extra controversiam est, ut plenius 6 definitione dictum est, iterumque uberius 1 propositione libri sequentis, de Solis, cæterorumque planetarum motibus dicetur. ubi Canones calculo subductos, tanquam observationibus inventos usurpabimus, & demonstrabimus Planetarum motum hinc felicioti longe successu, quàm post Eruditum seculum factitatum sit, derivati.

Quibus animadversis, meridiana luce clarius arbitror, supervacuum laborem sumi ab his, qui magnis molestiis & sollicitudinibus absque observationum experientia (sine quibus ne hilum proficere licet) cœlestes motus, cœlique scrutantur plagas. Etenim non absimile mihi videtur, ut Geographico etiam exemplo illustrem, si quis littus legens nobis ignotæ Australis terræ, ostiumque maximi fluminis prætervectus ita concludat. magnis fluminibus agri adjacent fertiles. in agris autem fertilibus secus magna flumina multi suas figunt sedes. Vbi multi suas fixere sedes, magna existunt oppida. Itaque in hujus fluminis crepidine magnæ urbes sitæ sunt. Et si porro his positis (ex parte tantum visa totum æstimans) istiusmodi oppida, regionesque in tabulas digerat, quam tutò & securè quæso hujusmodi tabulis Geographicis fidere licebit? quantàve similitudine ipsis regionibus respondebunt? hinc sane judicare licet quanta sit motus planetæ certitudo, cujus judicium ex particula quâdam visa instituitur, quantusque præceptorum ejus, veriq; motus sit cōcentus.

Cujusmodi verò experimenta in cœlestium motu experiuntur, similia in cæteris omninò omnibus esse necessaria intelligantur; ut in maris accessu & recessu, ad cujus perfectam intelligentiam experientia solum desideratur, de quo infra libro sexto. in Terrestris materiæ motu, ac mutatione, de quo erit libro secundo; nec non in Astrologia divinante, Alchimia, Medicina in qua, repudiata *Hippocratica* auctoritate, Pythagoreorum illud, *ipse dixit*, redolente, alia longè exercitia in anatomicis, herbaria, & medicamentaria requiruntur, quæ maximam partem ex chymicis & materiæ separatione inveniuntur. sed quia his describendis plus otii requiratur, quàm mihi vel suppetat, vel utile videatur, ista brevitatis studio missa faciemus.

Quamobrem, ut primo membro dictum est, jam testatum satis, & manifestum arbitror plurima experimenta nos deficere à quibus solidum artibus exædificandis jaciatur fundamentum. Huic autem porro experientiæ multorum commune studium, operamque requiri, deinceps eodem scientiæ sideralis exemplo demonstrabo: nam neque unus semper interdiu, noctu, annos continuos planetarum observationibus, locisque maxime necessariis vacare potest, sed multorum hominum variis observationibus opus est, ita enim unius vel error, vel incuria, alterius accuratione, studioque compensatur: præterea unius observationes quantumvis certæ, ab alio tamen ad hypothesium theoriam sine omni scrupulo recipi nequeunt, à variis autem observata & notata loca cum inter se conferentur, si proximè consentiant, fidem merentur. Cujus exemplum nobis sunt experimenta ab Illustrissimo Hassiæ Lantgravio *Willelmo*, & nobili cœli siderumque observatore *Tychone Brahe* instituta, & in lu-

cem edita. Experimenta profectò, cujusmodi ab Erudito seculo postea nunquam extitisse arbitror. quorum magna tum afflueremus copia. Iam verò multis locis nubilum cœlum nonnunquam aliquot septimanas siderũ adspectum nobis eripit: quo casu tum ab aliis, in regionibus diversis, annotatę observationes haberi possent. Denique etiam inter ipsos æmulatio quædam existeret, singulis suas observationes maximè certas esse probare conantibus, qua ambitione (quamvis interim non rarò peccetur æmulatione) ut plerumque artibus magnum accedit incrementum: contra autem fit à paucis observationes instituantur singuli à se notata & animadversa premunt, nec in lucem proferunt.

Male autem mihi sentire videntur, qui artem hanc vulgò tractari indignè ferunt, Principumque cura dignam solummodo existimant: nam & Principes pauci sunt, & inter eos quotusquisque harum studio ac amore ducitur? Enimverò quem tandem habuit successum *Alfonsus* Rex? qui in Tabularum suo nomine evulgatarum thapsodiam plus quam centum millia ducatorũ impendit, equidem studium ejus minimè fuit improbandum, sed quid tandem effectum est? nihil profectò dignum tantum nisu. infelices enim isti rhapsodi nulla experientia, nullis novis observationibus nudas *Ptolomæi* hypotheses secuti, omnia in incerto reliquere. At verò si vulgò ars ista tractetur, omnia certius, explicatiusque gratis cognoscentur.

E cæteris quoque artibus, ad Astronomicum hoc exemplar, multa ad propositi explanationem in medium afferri possent. sed unico exemplo satis jam illustre ratus, multorum sociale studium ad enucleatam rerum scientiam requiri, à cæteris brevitatis studio supersedebo.

DECLARATIO 2 MEMBRI.

Secundò ut hominum multitudo huic negotio idonea inveniatur, artes ab eadem gente linguâ vernaculâ exerceri necesse est, eâque, ut hinc egregium aliquid efficiatur, admodum bonâ. Nam si artes vulgò tractandæ sunt, lingua omnibus nota tractandæ sunt, ideoque ipsis vernacula; quamvis enim quidam liberos suos Latinam linguam doceant, ii multitudinis habita ratione perpauci sunt. præterea verò Latinis literis puerilis ætas exercetur ut deinceps Theologiæ, Iuridicæ, aut Medicæ facultati sese totos dedant; istorum autem rarò aliquis ad Mathemata se cõfert, idque fermè parentibus ignaris & invitis, quod de se testatur nobilis cœli siderumque spectator *Tycho Brahe*. istorũ verò magna pars exercenda Latina lingua, Poëtarumque versibus ediscendis occupantur, ut in familiari colloquio versum aliquem aptè cadentem occinant: aut sermonis flosculos sectantur, quos tanquam emblemata in opere vermiculato, in literis scriptisque interspargant. & quamvis multis affectatus iste, & nimis exquisitus stilus displiceat, alii tamen satiari, mentemque expleri nequeunt. Adeò ut rarissimus quisque ex his ad Mathemata studium animumque intendat. ideoque materiam hanc lingua vernacula, quæ tamen bona sit, tractari necesse fuerit, ut omnia quæ huc requiruntur commodè efferri possint. Quia verò hæc res vel maximè quoque de eruditi seculi renovatione mihi spem præcidit, cum multarum Eruditi seculi scientiarum interitu, hujus quoque, ut supra dictum est, cognitio & intelligentia periit, aliquid pro viribus de hâc proferam, judiciumque meum clarius exponam. Gallos (ut à Francica lingua initum sumam) artes liberales sua lingua studiosius cæteris describere omnibus notum est, qua de causa plures huic studio se dedunt, sed quia Græca Arabi-

Arabicaq́; technica vocabula usurpant, parum ad causarũ cognitionem, unde eruditũ seculum restauretur, ab ipsis proficitur. cuimverò technicis vocabulis funditus non perceptis (ut dum Gallicè appellant *Prostapherese*, *Parallaxe*, *Nadir*, *Alcmicantarat*; aliaque similia, quorum notiones & significata assiduè animo infixa retinere vulgo difficile est, & exercitatio eorum molesta, ac tœdiosa) neque definiones minus accuratas corrigere aut emendare possunt, neq; errores hinc derivatos declarare; sed gaudent vocibus ad quas populares sui, tanquam auditis peregrinis pisciculis, obstupescant, modò ipsi docti audiant. Magnos autem errores existere non intellectis vitiosis technicis vocibus, iam ante aliquoties ostendimus, quibus plures alios adjũngere liceret sed solo inveteratò tonorum musicæ symphoniæ errore, falsaque opinione id quoque comprobasse satis sit, ubi termini διὰ πέντε ab omnibus assumuntur, 3 ad 2: unde post additionem subductionemque duo semitoni efficiuntur, alterque altero major, & minor quidem ut 256 ad 243, major autem ut 256 ad 240. hoc est si fides citharæ, testudinis, alteriusvè instrumenti musici tribuatur in partes 256, è quibus 13 (quo intervallo 256 ipsa 243 excedunt) obstruantur, tota fides pulsata & cum sono partium 243 collata semitonum minorem efficiet: sed si è 256 partibus 16 obstruantur, totius fidis sonus cum 240 partium sono comparatus semitonum majorem resonabit. Quod ut posito exemplo etiam illustrius fit; interstitia, inquam, quæ in testudinis jugo semitonos interstinguunt, non decrescunt certa proportionis lege, quemadmodum à fidicinis & artificibus solo aurium judicio distinguuntur, sed majoris semitoni distantia quarta alterius parte etiam amplius distabit. verum quãdoquidem hæc cum veris semitonis quos natura duce usque æquales canimus, neque cum sono interstitiorum qui in jugo pro aurium naturali judicio ordinantur & digeruntur, congruant; hinc est cur apud musicos theoricos Grecos multi magniq; errores extiterint, ut tanquam in tenebris palpantes de iisdem scriberent, verosque & genuinos sonos, pro adulterinis & spuriis rejicerent, artemque nullo certo aut stabili fundamento subnixam conscriberent.

Quod ut posito exemplo clarius fit, illustriusque; Notato rationem διὰ πέντε, cujus termini falsò assumuntur $\frac{3}{2}$, subductam de vera epogdoi ratione $\frac{9}{8}$, reliquam facere rationem διὰ τεσσάρων $\frac{4}{3}$, eamque deductam de ratione διὰ πέντε $\frac{3}{2}$, relinquere unius toni seu primæ rationem $\frac{9}{8}$, hancque duplicatam efficere ditonum, seu epitritum majorem $\frac{81}{64}$ eamque de ditoni semitono seu διὰ τεσσάρων ratione $\frac{4}{3}$ subductam dare reliquum semitonum in numeris supra scriptis $\frac{256}{243}$, qui à ratione toni $\frac{9}{8}$ subductus dabit semitonum secundum $\frac{2187}{2048}$, hoc est $\frac{256}{240}$ proximè. si enim dicas ut 2187 ad 2048, sic 256 ad quem? cõcludes 240 proximè. ut ita ex ista hypothesi duo inæquales semitoni existant, alter major, reliquus verò minor: quę inæqualitas in usu tamen nulla animadvertitur, cum, ut diximus semper æqualis usurpetur: theorici tamen ab aliquot jam seculis cõstanter asseverarunt symphonię διὰ πέντε terminos 3 ad 2 justos verosq; esse. Quod manifestissimum indicium est, à *Pythagora* usque (qui primus, licet in dubiũ vocari possit, hujus inventor creditur) ad hæc tempora, non satis intellexisse quid proportio, ejusque additio & subductio sint. quod exemplo illustrius evadet. Si enim sex aquæ sextarios congium valere scias, at quoties in vas aliquod mensuram, quam sextarium capere autumas, decies octies infundis, toties à tribus congiis aliquid deesse deprehendas; ignores autem mensuram tuam minorem sextario esse debere, profecto ab iis qui norunt, quid sextarii, congii, ipsorúmque collectiones sint, ignorantiæ arguereris: eodem loco

istud quoque haberi poterit ab iis, quibus perspectum satis est, quid proportio ejusque additio, subductioque sit. sed quæso quænam tanti erroris causa fuerit? prima sane & præcipua videtur technicorũ vocabulorum* ἀκυρολογία: sic à nostris Belgis pro voce *Evenredenheyt* usurpata est peregrina *Proportio*. ubi cum *Evenredenheyt* enuntiabis, statim vocis etymon cogitationem feriet, ut dicas, hîc non sunt *even redenen*, id est, æquales rationes; non igitur *evenredenheyt*, seu proportio. quod non eodem modo in mentem venit iis, qui sibi non intellectam vocem *Proportionis* assiduè usurpant. Tonorum autem veram rationem, quia ab hoc loco aliena est, in Miscellanea retulimus. interim verò ii quibus notum est, quid proportio ipsiusque additio, subductioque sit, hinc animadvertant veterum & recentiorum omnium ingentia volumina, quibus musicam proportionem demonstrare se profitentur, longe à scopo aberrare. Græcorumque maximam, mediam, minimamque Harmoniam nihil esse aliud, quam vitiosam concentuum rhapsodiam, in qua multi frustra, & infelici successu tempus terunt. præterea defectum quem in tonis se invenire aiunt, cùm tonum tono, & semitonum semitono majorem statuunt, quæ alius aliter, singuliq; suo arbitratu partiuntur & distribuunt, non è tonis imperfectis, sed ex falsa hypothesi vitiosa consectaria deduci (quia rationem symphoniæ διὰ πέντε supponant ut 3 ad 2,) ibidem demõstrabimus.

* impropria locutio.

Ex quo perspicitur quantum intersit proprias & significantes voces in artibus adhiberi. Quare valde hallucinantur, qui peregrinorum vocabulorum accessione Gallicæ linguæ (ut eò revertamur, unde aberravit oratio) puritatem & copiam meliorem effici arbitrantur, cum profectò hæc ejus sit impuritas & inopia. Atqui hîc objiciatur totius Europæ unanimis consensus, cùm omnes uno ore laudent approbentque puritatem & copiam quæ hinc ad Gallos redundavit, solùsne igitur istis omnibus repugnare velim? & plusquam illi sapere me autumem? Equidem video non absimile hoc esse, tanquam si in Turcia cõstitutus communem hominum opinionem de Mahometis sanctitate & religionis Mahometicæ certitudine audias. nam nec te tot millium multitudo ut istud credas persuaserit, neque me tanta hominum multitudo adducet ut credam Gallicam linguam copiosam, puram, aut elegantem esse. Et quemadmodum qui maximè sanctimoniæ Mahometis gnaros se jactant tibi imperitissimi esse videantur, neque, quid sanctitas sit, intelligere. sic quoque qui elegantiæ & bonitatis linguæ Gallicæ se peritissimos prædicant, eos planè, quid bonitas aut linguæ elegantia sit ignorare crediderim. Et quemadmodum tibi tædiosum sit peritissimorum Mahumetanæ religionis argumenta rationesque sigillatim refellere, quia à primo usque exordio quæcunque ab ipsis assumuntur & deinceps illinc porro derivantur ficta omnino & fabulosa existimas: consimiliter quoque invitus tempus triverim in re adeo tædiosa & molesta, ut singulorum argumenta, quibus Gallicæ linguæ bonitatem persuadere conantur, auscultem, saltem ista quæ hactenus usitata fuerunt, quia ab ovo usque primas ipsorum hypotheses falsas, ideoque etiam quæ hinc deducuntur vana existimo, cum differant de rebus supra ipsorum intellectum constitutis. non enim ut floribus diversicoloribus hortus ornatur ac pingitur, sic variæ diversæque linguæ Gallicam linguam exornant. horum enim collatio multùm est dissimilis, nec digna quæ refellatur. præterea cum dicunt Aurelianorum *cha*, in *chandelle*, *chanter*, *chaleur*, elegantius sonare quam Picardorum *candelle*, *canter*, *caleur*, nullis rationibus nituntur, repugnantia enim loquuntur, siquicem latinas voces

unde

[illegible] derivatæ [illegible] *dela, cantare, calor,* sibi placere dicunt, eademque [illegible] Leodiensiumq; priscis vocabulis, quas Au[illegible] derivui, quia linguæ bonitas aliunde di[illegible]

[illegible] Gal[illegible] tiam, quæ huc afferri solet, equidem [illegible] maxima animi voluptate [illegible] non iniuria negavero, namque ex [illegible] dam & ef[illegible] dam Gallia excel[illegible] ropicè [illegible] si dixe[illegible] Gallica [illegible] nova materia & [illegible] Denique [illegible] hoc ad ex[illegible] polis [illegible]

[illegible]

[illegible] B R I.

[illegible] bonitas [illegible] & si qui in [illegible] rum gratia ablegat [illegible] ta describere & doc[illegible] bonitas [illegible] aut [illegible] apta techni-

technica vocabula efformantur, quibus proportionum enuntiatio succincta & illustris, cæteræque difficultates faciles sint & planæ. Nullane igitur alia lingua Græcæ comparanda? imo una adhuc, quæque ipsam longè antecellit, Germanica quæ brevius, significantiusque voces componit & inter se committit. Brevius quidem cum meris monosyllabis vocibus [illegible] fundata sit, cæteræ autem voces primæ quæ polysyllabæ sunt, aut homin[illegible], [illegible]rum, herbarum exoticarum, fructuumve, similiumque rerum omnino [illegible]pria sunt: aut à prima institutione ex ignorantia irrepsere · ut pr[illegible] H[illegible]rum Borealium *Vaer, Moer, Sus, Broer*, usurpatis *Vader, Moeder Suster Broeder*, ubi à nonnullis *e* adjicitur in *Vadere, Moedere, Sustere, Broedere* a[illegible]uod composita sint, quorum tamen subtilis compositio nos fall[illegible]t. [illegible] vocis *Navel*, quod umbiculum sonat, quæ vox bisyllaba m[illegible]is [illegible] videatur, cum tamen à *Na*, id est post, & *vel*, pellis, compos[illegible]ta non i[illegible] credi possit. Verumenimverò ut hanc monosyllabam elegãtiam [illegible] diversa nomina verbaque ordine tanquam in syllabum di[illegible]essi, G[illegible]caque 742 verba primæ personæ deprehen[illegible]. Lat[illegible]na duntaxat [illegible], G[illegible] nulla quidem nisi contracta 45. Germanica autem [illegible] omn[illegible]a, a[illegible]tionesque comperio æquare numerum 1428. Latina ([illegible] c[illegible]po[illegible]pta) tantum 158. Græca 220, quæ properanter [illegible] ex [illegible] *L*[illegible]gi, & huc transtuli, ut sequitur.

742 VEL

741 BELGICA VERBA MONOSYLLLABA.

ACht. l'estime. Existimo.
Aes. l'apaste. Inesco.

BArk. Ie euis. Pinso.
Baeck. Pono pharum.
Baen. Ie prepare le chemin. Præparo viam.
Ban. Ie banni. Proscribo.
Baer. I'enfante. Pario.
Bas. l'abbaie. Latro.
Baet Ie prouffite. Commodus sum.
Bel Ie tire la clochette. Tintino.
Ben. Ie suis. Sum.
Berst. Ie creve. Crepo.
Bey. l'attens. Expecto.
Bid. Ie prie. Precor.
Biecht. Ie confesse. Confiteor.
Bied. l'offre. Præsento.
Bies. Ie beze. Mugio.
Bijt. Ie mors. Mordeo.
Bind. Ie lie. Ligo.
Blaeck. Ie flamboye. Flammo.
Blaes. Ie souffle. Flo.
Blaen. Ie coleure de bleu. Colore cæruleo pingo.
Bleck. Ie couvre de lames. Bracteo.
Bleck. Ie pasli. Palleo.
Bleet. Ie beelle. Balo.
Bleyck Ie blanchi du linge. Candefacio.
Blijf. Ie demeure. Maneo.
Blinck. Ie reluis. Resplendeo.
Ick Block. Ie labeure assiduellement. Assidue laboro.
Bloe. Ie saigne. Sanguino.
Bloey. Ie fleuronne. Floreo.
Bloot. Ie mets nud. Nudo.
Bloos. Ie vermeillonne. Rubeo.
Blusch. l'estain. Extinguo.
Bluts. Ie froisse. Collido.
Boerd. Ie bourde. Nugor.
Boet. Ie remedie. Medeor.
Boey. Ie mets des pieges aux pieds. Compedio.
Boock. Ie bats. Cudo.
Bol. Ie boule. Volvo globum.
Boord. Ie borde. Fimbrio.
Boor. Ie fore. Perforo.
Borgh. Ie pleige. Fideiubeo.
Bot. Ie rebouche. Hebeto.
Bot. Ie boutonne. Gemmo.
Bou. l'edifie. Ædifico.
Bra. Ie rosti. Asso.
Braeck. Ie vome. Evomo.
Brand. Ie brusle. Ardeo.
Bras. Ie bauffre. Epulor.
Bree. Ie fay large. Dilato.
Breeck. Ie romps. Rumpo.
Brey. Ie entrelache. Reticulo.
Briesch. Ie rugis. Rugio.
Bringh. Ie apporte. Apporto.
Brock. Ie coupe des morceaux de pain. In frusta frango.
Brod. Ie radoube. Resarcio.
Broe. Ie couve. Incubo ovis.
Broey. Ie fourboulle. Subferve facio
Brou. Ie brasse. Coquo cerevisiam.

Brul. Ie murle. Mugio.
Bruyck. l'use. Fruor.
Buck. Ie plie le dos. Curvo.
Beut. Ie troque. Commuto.
Buygh. Ie plie. Flecto.
Buysch. Ie frappe. Pulso.

CAerd. Ie carde. Carmino.
Caert. Ie ioue aux cartes. Ludo chartis.
Caets. Ie ioue à la paume. Ludo pila
Cap. Ie hache. Concido.
Cier. l'orne. Orno.
Claer. Ie fai clair. Clarifico.
Colf. Ie croche. Ludo clava.
Cop. Ie scarifie. Scarifico.
Cost. Ie couste. Consto.
Coor. Ie ioue aux os. Talis ludo.
Coock. Ie cuisine. Coquo.
Crab. Ie racle. Rado.
Craey. Ie crie. Cornicor.
Craeck. Ie craque. Crepito.
Croon. Ie courronne. Corono.
Cruys. Ie crucifie. Crucifigo.
Cuyp. Ie fai cuves. Vieo dolia.

DAb. Ie patrouille. Palpo.
Daegh. l'adiourne. Cito.
Dael. Ie descens. Descendo.
Danck. Ie remercie. Habeo gratiã.
Dans. Ie danse. Tripudio.
Dau. Ie fai rosee. Roro.
Deck. Ie couvre. Tego.
Delf. l'enfouï. Fodio.
Denck. Ie pense. Cogito.
Derf. l'ose. Audeo.
Dersch. Ie bats en grange. Trituro.
Derf. l'ay besoing. Egeo.
Deys. Ie recule. Recedo.
Dicht. Ie compose en rime. Cõpono.
Dick. l'espessis. Denso.
Dien. Ie sers. Servio.
Diep. Ie fay profond. Profundum facio.
Dijck. Ie fay une dique. Iacio aggeré.
Ding. Ie barguine. Liceor.
Ding. Ie plaide. Litigo.
Doem. Ie damne. Damno.
Doe. Ie fai. Facio.
Dool. l'erre. Erro.
Doo. Ie tue. Occido.
Doogh. Ie vaux. Valeo.
Doop. Ie baptize. Baptizo.
Dot. Ie deviens aride. Aresco.
Dorst. l'ay soif. Sitio.
Dou. Ie presse. Premo.
Draey. Ie tourne. Torno.
Draegh. Ie porte. Porto.
Drael. Ie tarde. Tardo.
Draef. Ie trote. Succusso.
Dreych. Ie menace. Minor.
Drijf. Ie chasse. Agito.
Drinck. Ie boy. Bibo.
Dringh. Ie pousse. Penetro turbam.
Droogh. Ie seiche. Sicco.
Droom. Ie songe. Somnio.
Droop. l'arrouse quelque chose de graisse. Cõspergo pinguedine.
Druck. l'imprime. Imprimo.

Dub. Ie doubte. Dubito.
Ducht. l'ai doubte. Vereor.
Duer. Ie dure. Duro.
Duld. Ie souffre. Patior.
Dun. Ie tenue. Extenuo.
Dwael. l'erre. Erro.
Dwing. Ie contrains. Cogo.

EEr. Ie honnore. Honoro.
Egh. l'herse. Occo.
Eynd. Ie fine. Finio.
Eet. Ie mange. Edo.
Ets. Ie mors en cuivre de l'eau forte. Inedo cuprum aqua forti.
Eysch. Ie demande. Peto.

FAel. Ie faille. Fallor.
Fluyt. Ie ioue à la flute. Cano fistula.
Fryt. Ie fricasse. Frigo.
Frons. Ie fronse. Rugo.

GAe. Ie voy. Eo.
Gaep. Ie baye. Oscito.
Geck. Ie mocque. Lascivio.
Gheeft. Ie donne. Do.
Gheel Ie fay iaune. Rufo.
Gheeu. Ie baaille. Oscito.
Gheld. Ie vaux. Valeo.
Ghier. Ie fonds. Fundo.
Ghisp. Ie fouette. Flagello.
Ghis. Ie souspeçonne. Suspicor.
Glat. Ie polie. Polio.
Glije. Ie glisse. Labor.
Gloey. Ie devien rouge. Candesco.
Gom. Ie gomme. Limo gummi.
Gord. Ie ceinds. Cingo.
Graef. l'engrave. Sculpo.
Greys. Ie refrongne. Obduco frontẽ
Grijp. Ie gripe. Capio.
Grim. Ie rugi. Rugio.
Groey. Ie verdoye. Verno.
Grou. l'ai en horreur. Abominor.
Groen. Ie paind verd. Virido.
Gruet. Ie salue. Saluto.
Gun. Ie favorise. Faveo.

HAeck. Ie hache. Concido.
Haest. l'haste. Festino.
Haeck. l'accroche. Inunco.
Hael. Ie porte. Adfero.
Haugh. Ie pends. Pendo.
Harp. l'harpe. Lyram pulso.
Haet. Ie hay. Odio habeo.
Heb. l'ay. Habeo.
Hecht. l'attache. Figo.
Heel. Ie guarri. Sano.
Heet. Ie chauffe. Calefacio.
Heet. Ie nomme. Nomino.
Heet. Ie commande. Iubeo.
Hef. Ie leve. Levo.
Hel. Ie panche. Acclino.
Heel. Ie cele. Celo.
Help. l'aide. Iuvo.
Herd. Ie durcis. Duro.
Hey. Ie hie. Fistuco.
Hygh. l'ahanne. Anhelo.
Hinck. Ie cloche. Claudico.
Hits. l'incite. Instigo.
Hoed. Ie garde. Custodio.
Hoest. Ie tousse. Tussio.

Hol.

Hol. Ie creuse. Cavo.
Hoop. Ie comble en mõceaux. Cumulo.
Hoor. I'oy. Audio.
Hoop. I'espere. Spero.
Houd. Ie tiens. Teneo.
Hou. Ie coupe. Seco.
Hou. Ie marie. Nubo.
Hoy. Ie fene du foin. Sicco fœnum sole.
Huc. Ie croupe. Sido.
Huer. Ie loüe. Conduco.
Hul. Ie coiffe. Orno caput.
Huts. I'hoche. Quatio.
Huyl. I'hurle. Vlulo.
IAech. Ie chasse. Venor.
Ianck. Ie glappe. Gannio.
Iock. Ie mocque. Iocor.
KAeck. Ie cabasse. Suppilo.
Kan. Ie sçay. Scio.
Kau. Ie masche. Mando.
Keer. Ie tourne. Verto.
Keer. Ie balle. Scopo.
Kem. Ie peigne. Pecto.
Ken. Ie cognoy. Cognosco.
Kerm. Ie lamente. Lamentor.
Kern. Ie bats le beure. Butyrum pulso.
Keur. Ie visite. Censeo.
Kick. Ie gronde. Mussito.
Kies. I'elis. Eligo.
Kijck. Ie voy. Intueor.
Kijf. Ie tense. Litigo.
Kip. I'esclos poulsins. Pullulo.
Klack. Ie crevasse avec un son esclatant. Cum fragore rimas ago.
Ick Klad. Ie crotte. Penicillo vestem à luto detergo.
Klaeg. Ie plains. Queror.
Klap. Ie babille. Fabulor.
Klee. Ie vestis. Vestio.
Klem. Ie pince. Premo.
Klets. Ie frappe du fouet le faisant sonner. Scutica ferio.
Kleef. I'attache. Visco.
Klein. I'appetisse. Minuo.
Klief. Ie fends. Findo.
Klim. Ie monte. Scando.
Klinck. Ie sonne. Sono.
Kleun. Ie frappe. Pulso.
Kloot. Ie boule. Volun globum.
Klop. Ie hurte. Pulso.
Klos. Ie ioue à la boule par travers d'vn anneau. Ludo globo per annulum.
Klucht. Ie plaisante. Facetias narro.
Knaegh. Ie ronge. Rodo.
Knau. Ie masche. Mando.
Kne. Ie pestris. Depso.
Kners. Ie grince les dens. Dentibus strideo.
Kniek. I'hoche la teste. Nuo.
Kniel. I'agenouille. Geniculor.
Knip. Ie chiquenaude. Talitra infligo.
Knoop. Ie noue. Necto.
Knor. Ie gronde. Grunnio.
Koel. Ie fai tiede. Tepido.
Kom. Ie viens. Venio.
Koop. I'achapte. Emo.
Kout. Ie devise. Fabulor.
Krasts. Ie gratte. Scabo.
Krau. Ie gratte. Scabo.
Kranck. Ie debile. Debilito.

Kriel. Ie remuë comme entre les fourmis. Mobilito per turbas.
Krijgh. I'acquiers. Acquiro.
Krijt. Ie pleure. Eiulo.
Krimp. Ie retrecis. Arcto.
Kroch. Ie geins. Queror.
Kroock. Ie fronce. Rugo.
Krol. Ie crespille. Crispo.
Krom. Ie courbe. Curvo.
Krop. I'emple le gavion. Ingluviem farcio avium.
Kruy. Ie poulse. Vi pello.
Kruy. I'espice. Aromatibus condio.
Kruyp. Ie rampe. Repo.
Kuch. Ie tousse. Tussito.
Kus. Ie baise. Osculor.
Kuysch. Ie nettoye. Nitido.
LAch. Ie ris. Rideo.
La. Ie charge. Onero.
Laeck. Ie diminuë. Diminuo.
Laeck. Ie desprise. Contemno.
Lang. I'allonge. Prolongo.
Lang. I'aveins. Porrigo.
Lap. Ie rapiece. Interpolo.
Laet. Ie laisse. Linquo.
Laef. Ie refreischis. Foveo.
Laeu. Ie fai tiede. Tepido.
Leck. Ie liche. Lambo.
Leegh. I'abbaisse. Humilio.
Leem. I'enduis d'argille. Luto.
Leen. Ie preste. Muruo.
Leer. I'enseigne. Doceo.
Legh. Ie mets. Pono.
Leeck. Ie coule. Stillo.
Leen. I'appuis. Cubito.
Lees. Ie lis. Lego.
Lesch. I'esteins. Extinguo.
Let. I'empesche. Impedio.
Let. Ie considere. Considero.
Leef. Ie vis. Vivo.
Ley. Ie meine. Duco.
Licht. I'esclaircis. Luceo.
Licht. Ie leve. Levo.
Liegh. Ie ments. Mentior.
Ligh. Ie couche. Iaceo.
Lijd. I'endure Fero.
Lisp. Ie begaye. Balbutio.
Lock. I'alliche. Allicio.
Loer. Ie lorne. Observo.
Lol. Ie grongnonne. Eiulo ad instar felis.
Lol. Ie me chauffe comme les vieilles qui usent d'un pot plein de feu, le mettant soubs elles.
Lonck. I'œillade. Oculo.
Loon. Ie baille de loyer. Remunero.
Loop. Ie cours. Curro.
Los. Ie delaische. Laxo.
Loot. Ie iette le sort. Sortior.
Loof. Ie loüe. Laudo.
Lub. Ie chastre. Castro.
Lul. Ie finge le son. Sonum imitor.
Luym. Ie lorgne. Insidiantibus oculis intueor.
Luys. I'epluche des pouls. Pediculos lego.
Lie. Ie passe. Transeo.
MAch. Ie puis. Possum.
Maey. Ie fauche du foin. Deseco prata.

Maeck. Ie fay. Facio.
Mael. Ie peins. Pingo.
Mael. Ie moule. Molo.
Maen. Ie stipule. Stipulor.
Maen. Ie coniure. Adiuro.
Melck. Ie trais le laict. Mulgeo.
Meng. Ie mesle. Misceo.
Men als peerden oft waghen. Ie mene. Duco.
Merck. Ie marque. Noto.
Mest. I'engraisse. Sagino.
Meet. Ie mesure. Metior.
Mets. Ie massonne. Extruo muros.
Mein. Ie cuide. Opinor.
Mick. I'ay l'œil à quelque chose. Collimo.
Mije. Ie contregarde. Caveo.
Min. I'aime. Amo.
Moet. Il me faut. Debeo.
Mocy. Ie moleste. Molesto.
Moord. Ie meurtris. Trucido.
Mor. Ie murmure. Murmuro.
Muf. Ie sens le relant. Sitũ redoleo.
Munt. Ie monnoye. Cudo nummos
Muyl. Ie rechigne. Contraho vultũ
Muyt. Ie mutine. Seditionem facio
NAey. Ie couse. Suo.
Naec. I'approche. Propinquo.
Nau. Ie fay estroict. Angusto.
Neem. Ie prens. Accipio.
Nest. Ie niche. Nidifico.
Nijgh. I'encline. Inclino.
Nies. I'esternue. Sternuo.
Nieu. Ie fay nouveau. Novo.
Nijp. Ie pince. Vellico.
Noem. Ie nomme. Nomino.
Noo. I'invite. Invito.
Noop. I'aguillonne. Stimulo.
OOgst. Ie moissonne. Messem facio.
Oos. Ie vuide l'eau. Exhaurio.
PAel. Ie borne. Termino.
Paer. Ie mets pair à pair. Binos pono.
Paert. Ie partis. Partior.
Paey. I'appaise. Paco.
Pand. Ie mets en gaige. Pignero.
Pap. Ie colle. Glutino.
Pas. Ie le fais accorder. Apto.
Peck. Ie poisse. Pico.
Peel. Ie pele. Decortico.
Pers. Ie persse. Premo.
Pick. Ie beque. Rostro.
Pijp. Ie pipe. Pipo.
Pis. Ie pisse. Meio.
Plaegh. Ie vexe. Vexo.
Plasch. Ie pateline en l'eau. In aqua palpo.
Pleek. Ie macule. Maculo.
Pleegh. Ie soulois. Soleo.
Pleyt. Ie plaide. Litigo.
Ploegh. I'are. Aro.
Plomp. Ie rebouche. Hebeto.
Plomp. Ie plonge en l'eau. Mergo.
Ploy. Ie plie. Plico.
Pluck. Ie cueille. Carpo.
Pluys. I'epluche. Polio.
Pocb. Ie vante. Iacto.
Pomp. Ie vuide l'essee. Sentinam expurgo.

Poogh;

Poogh. Ie tasche. Nitor.
Por. I'incite. Incito.
Pot. I'amasse en pot. In ollulis coacervo.
Poy. Ie boy. Indulgeo potationibus.
Praem. I'oppresse. Opprimo.
Prangh. I'oppresse. Opprimo.
Praet. Ie babille. Fabulor.
Prick. I'esguillonne. Stimulo.
Preeu. Ie derobbe finemēt. Surripio.
Pris. Ie prise. Laudo.
Print. I'imprime. Imprimo.
Proef. I'esprouve. Probo.
Proef. Ie gouste. Gusto.
Pronck. Ie tiens gravité comme une espousée.
Put. Ie puise. Haurio aquam.
QVel. Ie fasche. Molesto.
Quets Ie blesse. Lædo.
Quist. Ie degaste. Dissipo.
Quil. Ie bave. Stillo pituitam ex ore.
RA. I'advinne. Divino.
Raeck. Ie rouche. Tango.
Raep. I'amasse. Colligo.
Raes. Ie rage. Lascivio.
Reck. Ie tens. Tendo.
Ren. Ie cours. Cursito.
Reul. Ie troque. Commuto.
Rey. Ie danse Duco choreas.
Reyck. Ie tends. Porrigo.
Reys. Ie chemine. Proficiscor.
Richt. I'erige. Erigo.
Rieck. Ie sens. Olfacio.
Riem. Ie rame. Remigo.
Ick Rie. Ie chevauche Equito.
Rijm. Ie rhime. Versifico.
Rijp. Ie meuris. Præcoquo.
Rijs. Ie me leve. Sublevo.
Rips. Ie rotte. Ructo.
Reck. I'estrique la quenouille. Pensum struo.
Roem. Ie me vante. Iacto.
Roep. Ie crie. Clamo.
Roer. Ie remue. Moveo.
Roest. I'enrouille. Rubiginē traho.
Roey. Ie rame. Remigo.
Rol. Ie roulle. Voluo.
Ronck. Ie ronfle. Sterto.
Rond. I'arondis. Rotundo.
Roof. Ie ravis. Spolio.
Rot. Ie pourris. Putreo.
Ruck. I'arrache. Avello.
Ruet. I'engraisse. Sebo.
Run. Ie coagule. Coagulo.
Run. Ie flotte Fluo.
Rust. Ie repose. Quiesco.
Ruym. I'amplifie. Amplifico.
Ruysch. Ie bruis. Strepo.
Saey. Ie seme. Semino.
Saegh. Ie sie. Serro.
Saelf. I'oings Vngo.
Scha. I'endommage. Noceo.
Schaf. Ie prens une fille par force. Rapio virginem.
Schaem. I'hontis. Erubesco.
Schamp. Ie glisse. Labor.
Schants. Ie fortifie remparts. Munio vallis.
Schat. I'estime. Æstimo.

Schaef. Ie rabotte. Dolo.
Scheer. Ie tonds. Tondeo.
Scheld. Ie tense. Obiurgo.
Schel. I'escorche. Decortico.
Schenck. Ie verse. Infundo.
Schend. Ie gaste. Corrumpo.
Schep. Ie cree. Creo & haurio.
Scherm. I'escrime. Digladior.
Scharp. I'aguise. Acuo.
Scherf. Ie hache. Concido.
Scoer. Ie deschire. Lacero.
Scheyd. Ie separe. Separo.
Schick. I'ordonne. Ordino.
Schiet. Ie tire. Sagitto.
Schijn. Ie luis. Luceo.
Schil. Ie differe. Differo.
Schim. Ie brocarde. Iocor.
Schock. Ie secoue. Succusso.
Schort. Ie trousse. Succingo.
Schau. Ie contemple. Contemplor.
Schrab. I'esgratigne. Vnguibus scabo.
Screeu. Ie crie esclatant. Exclamo.
Screy. Ie pleure. Lachrymo.
Sehick Ie faillis. Diffilio.
Scroef. Ie vire. Torqueo cochleam.
Scroem. I'effraye. Hutreo.
Schrie. I'ajambe. Facio gradum.
Schrijf. I'escrits. Scribo.
Schud. Ie secoue. Quasso.
Schup. I'houe. Pala levo.
Schur. I'escure. Tergo. (occludo
Schur. Ie contregarde. Assamentis
Schu. I'evite. Evito.
Schuil Ie m'embusche. Lateo.
Schuyf. Ie reule. Trudo.
Seep. Ie savonne. Sapone linio.
Segh. Ie di. Dico.
Send. I'envoye. Mitto.
Seng. Ie brusle quelque peu. Suburo.
Set. Ie mets. Pono.
Stel. Ie mets. Pono.
Suer. Ie trompe. Impono.
Seyl. Ie vogue. Velifico.
Sie Ie bouillis. Ferveo.
Sie. Ie voy. Video.
Sift. Ie crible. Cribro.
Sijp. Ie degoute. Mano.
Sinck. I'enfonse. Mergo.
Sing. Ie chante. Canto.
Sit. I'assis. Sedeo.
Slab. Ie bave. Squaleo.
Sla. Ie frappe. Verbero.
Slacht. Ie resemble de condition. Assimilor.
Slaep. Ie dors. Dormio.
Slap. Ie lasche. Laxo.
Slaef. Ie travaille comme esclave. Laboro.
Slem Ie fay bonne chere. Comessor.
Sleur. Ie traine. Traho.
Sleyp. Ie traine. Traho.
Slicht. Ie fais uni. Plano.
Slijp. I'aguise. Acuo.
Slijt. I'use. Tero.
Slis. I'appaise. Paco.
Slick. I'avalle. Gurgito.
Slof. Ie trousse. Replico.
Slorp. I'hume. Sorbeo longo tractu.
Sluym. Ie sommeille. Dormito.

Sluyp. Ie voy en cachette. Clanculum ingredior.
Sluyt. Ie ferme. Claudo.
Smacht. Ie suffoque. Suffoco.
Smack. Ie rue de roideur. Projicio.
Smaeck. Ie gouste. Gusto.
Smal. I'attenue. Extenuo.
Sme. Ie forge. Cudo.
Smeeck. I'amadoue. Adulor.
Smeer. I'oings. Linio.
Smelt. Ie fonds. Fundo.
Smelt. Ie macule. Maculo.
Smets. Ie bauffre. Comessor.
Smoeck. Ie fume. Fumo.
Smoor. I'estouffe. Suffocor.
Smijt Ie bats. Verbero.
Snap. Ie babille. Garrio.
Snau. Ie parle rudement. Duriter loquor.
Snie. Ie coupe. Scindo.
Snoep. Ie friande en cachette. Clam cupedias edo.
Snoer. I'ensile. Filo trajicio.
Snoey. I'esbranche. Frondo.
Snorck. Ie sanglotte. Sterto.
Snuyt. Ie mouche. Mungo.
Soeck. Ie cherche. Quæro.
Soen. Ie reconcilie. Reconcilio.
Soogh. I'alaicte. Lacto.
Sorgh. I'ay soing. Curo.
Sout. Ie sale. Salio.
Spa. I'houe. Fodio.
Span. Ie tends. Tendo.
Spaer. I'espargne. Parco.
Speck. Ie larde. Lardo.
Speel. Ie ioue. Ludo.
Spen. Ie sevre. Ablacto.
Speer. Ie tends. Tendo.
Speet. I'embroche. Figo veru.
Speur. Ie troche. Indago.
Spie. Ie chevill. Clavis ligneis figo.
Spie. I'espie. Indicior.
Spin. Ie file. Neo.
Spits. Ie fay pointu. Acuo.
Spit. Ie foue. Fodio.
Spoey. Ie me haste. Accelero.
Spoel. Ie devuide du fil pour tistre. Glomero.
Spoor. I'esperonne. Calcaribus concito.
Spot. Ie mocque. Derideo.
Spou. Ie crache. Spuo.
Spreeck. Ie parle. Loquor.
Sprey. I'estens. Tendo.
Spring. Ie saute. Salto.
Spruyt. Ie germe. Germino.
Spuel. Ie reinse. Eluo.
Spuyt. Ie jette l'eau par un esclissoire. Ejicio aquam syringe.
Staeck. Ie paisse le. Palo.
Sta. Ie me tiens sur les pieds. Sto.
Staeck. Ie cesse. Desisto.
Stamp. Ie pile. Tundo.
Stap. I'ajambe. Pleno gradu incedo.
Steeck. Ie pique. Pungo.
Steel. Ie derobbe. Furor.
Stel. Ie pose. Pono.
Stelp. I'estanche le sang. Sisto sanguinem.

Stem. Ie baille ma voix. Suffragium fero.
Steen. Ie ahanne. Gemo.
Sterf. Ie meurs. Morior.
Steun. I'appuye. Innitor.
Steyl. Ie dresse contremont. Erigo.
Sticht. Ie fonds. Fundo.
Stijgh. Ie monte. Scando.
Stijf. Ie roidis. Rigeo.
Stil. I'appaise. Paco.
Stinck. Ie sens mal. Oboleo.
Stoor. Ie trouble. Turbo.
Stoot. Ie botte. Trudo.
Stop. I'estoupe. Obturo.
Stoort. I'espans. Effundo.
Stoof. I'estuve. Foveo.
Stou. I'incite de faire ou d'aller. Propello.
Strael. Ie rayonne. Radio.
Straf. Ie punis Punio.
Streck. Ie tens. Tendo.
Streel. Ie peine. Pecto.
Strick. Ie nouë. Nodo.
Stroop. I'escorche. Deglubo.
Stroey. I'espars. Spargo.
Strijck. Ie frotte. Linio.
Strie. Ie combats. Pugno.
Strier. Ie conduicts. Duco.
Stuyp. I'encline. Inclino.
Stuyt. Ie vante. Iacto.
Stuyt. Ie bonds. Resulto.
Ick Stuyf. Ie pouldroye. Pulvero.
Sucht. Ie souspire. Suspiro.
Suf. Ie radotte. Deliro.
Suyg. Ie tette. Sugo.
Suym. Ie chome Moror.
Suyp. I'hume. Sorbeo.
Swack. I'affoiblis. Infirmo.
Swaer. I'appesantis. Gravo.
Swalp. Ie flote. Affluo.
Swert. Ie noircis. Nigro.
Sweet. Ie sue. Sudo.
Swelgh. I'avalle. Glutio.
Sweel. I'ensle. Tumeo.
Swem. Ie nage. Nato.
Sweer. Ie jure. Iuro.
Swerm. I'eschente. Examino.
Swicht. Ie cesse. Cesso.
Swijg. Ie tais. Taceo.
TAel. I'enquiers. Inquiro.
Tap. Ie tire. Promo.
Tas. I'entasse. Acervo.
Tast. Ie taste. Palpo.
Tees. I'eplusche. Carpo.
Tel. Ie nombre. Numero.
Tem. Ie dompte. Domo.
Tems. Ie tamise. Cribro.
Teer. Ie digere. Coquo cibum.
Tier. Ie tempeste. Tumultuo.
Toef. I'attens. Expecto.
Tol. Ie donne gabelle. Tributum do.
Ton. I'entonne. Infundo in dolia.
Toogh. Ie monstre. Ostendo.
Toom. Ie bride. Freno.
Toon. Ie sonne. Tono.
Top. Ie jouë de la toupie. Trocho ludo.
Tan. Ie tanne. Coria perficio.
Tracht. Ie delibere. Delibero.
Traen. Ie larmoye. Lachrymo.
Treck. Ie tire. Traho.
Terd. Ie marche. Gradior.
Tref. Ie touche. Tango.
Troost. Ie console. Coosolor.
Trau. I'espouse. Duco uxorem.
Treur. Ie contriste. Mœreo.
Tuygh. Ie tesmoigne. Testor.
Tuyn. I'environne de hayes. Sepio.
Tuysch. Ie joue au ders. Alea ludo.
Twist. I'estrive. Alterco.
Twijn. Ie tors du fil. Torqueo filum.

VAl. Ie tombe. Cado.
Valsch. Ie faulce. Falso.
Vang. Ie prens. Capio.
Vaer. Ie voy par chariot ou par navire. Meo.
Vast. Ie Ieune. Iejuno.
Vaet. I'entóne. Infundo in modios.
Vaet I'empoigne. Comprehendo.
Vecht. Ie combats. Pugno.
Vel. I'abbats. Prosterno.
Vergh. Ie mets au devãt. Propono.
Vest. Ie confirme. Confirmo.
Veyl. Ie mets en vente. Venale propono.
Veins. Ie dissimule. Dissimulo.
Vier. Ie fay feu de joye. Celebro Vulcaoia.
Vijl. Ie lime Limo.
Vijs. Ie vire. Vetro cochleam.
Vil. I'escorche la peau. Deglubo.
Vind. Ie trouve. Invenio.
Vilch. Ie pesche. Piscor.
Vlack. Ie planis. Planum facio.
Vlam. Ie flamboye. Flammo.
Vlecht. I'entrelasse. Vieo.
Vleck. Ie macole. Maculo.
Vley. Ie flatte. Adulor.
Vlie. Ie fuy. Aufugio.
Vliegh. Ie vole. Volo.
Vliem. Ie lance. Scalpello lancino.
Vliet. Ie flotte. Fluo.
Vloeck. Ie maudis. Execror.
Vloey. Ie flotte. Fluo.
Vloy. I'espluche. Capto pulcies.
Vlucht. Ie prends la fuite. Agito fugam.
Vocht. Ie ramoitis. Humecto.
Voed. Ie nourris. Nutrio.
Voel. Ie sens. Sentio.
Voer. Ie meine. Veho.
Volgh. Ie sui. Sequor.
Vau. Ie plie. Plico.
Vracht. Ie charge voicture. Onero vectura.
Vraegh. Ie demande. Interrogo.
Vrees. Ie crain. Timeo.
Vries. I'engele. Gelo.
Vroom. Ie corrobore. Corroboro.
Vrye. Ie fay l'amour. Procor.
Vul. I'emplis. Impleo.

WAcht. Ie garde. Custodio.
Waegh. Ie hasarde. Aleam omnem Iacio.
Waeck. Ie fay le guet. Vigilo.
Waey. Ie vente. Spiro.
Walgh. I'ay appetit de vomir. Nauseo.
Walm Ie fourboulis. Subferveo.
Waen. Ie presume. Præsumo.
Wan. Ie vanne. Vanno.
wasch Ie lave. Lavo.
Was. Ie crois. Cresco.
Was. Ie couvre de cire. Cero.
wed. Ie gage. Certo.
Weyck. I'amollis. Mollio.
Ween. Ie pleure. Ploro.
Weer. Ie defends. Defendo.
Wend. Ie tourne. Verto.
Wen. I'accoustume. Assuefacio.
Werck. Ie besongne. Operor.
Werm. Ie chauffe. Calefacio.
Werp Ie Iette Iacio.
Wer. I'empestre. Implico.
weet. Ie sçay. Scio.
Wet. I'aguise. Acuo.
Weef. Ie tis. Texo.
Weyd. Ie pasture. Pasco.
Wie. Ie sarcle. Extirpo herbas.
Wiegh. Ie berce. Ventico.
Wil. Ie veox. Volo.
Winck. Ie cille. Nuo.
Wind. I'enveloppe. Involuo.
Win. Ie gaigne. Lucror.
Wip. Ie bransle haut & bas. Sursum & deorsum mobilito.
Wisch. Ie troche. Tergo.
Wit. Ie blanchis. Albo.
Woel. Ie fais tumulte. Tumultuo.
Woest. Ie desole. Desolo.
Wond. Ie navre. Vulnero.
Woon. Ie demeure. Moror.
Wreck. Ie venge. Vindico.
Wring. Ie tords. Torqueo.
Wroet. Ie fouille. Volutor.
Wrijf. Ie frotte. Frico.
Wurgh. I'estrangle. Strangulo.
Wijck. Ie fuy place. Cedo.
Wijd. I'eslargis. Amplifico.
Wye. Ie dedie. Dedico.
Wijs. Ie monstre. Monstro.

5 LATINA VERBA MONOSYLLABA,

QVÆ BELGIS MONOSYLLABA QVOQVE SVNT.

Do. Ie doone. Ick gheef.
Flo. Ie souffle. Ick blaes.
No. Ie naige. ick swem.
Sto. Ie suis debout, Ick stae.
Sum. Ie suis. Ick ben.

45 GRÆCA VERBA MONOSYLLABA CONTRACTA.

Βδῶ	Βδέω of Βδῆμι	Κρῶ	Κρέω ende Κέρω	Σχῶ	Σχέω
Βλῶ	Βλῆμι	Κτῶ	Κτάω ende Κτέω	Σῶ	Σάω ende Τίω
Βῶ	Βέω	Κῶ	Κάω ende Κέω	Τλῶ	Τλάω
Γνῶ	Γνέω	Λῶ	Λάω	Τμῶ	Τέμνω
Γρῶ	Γρέω	Μνῶ	Μνάω of Μνέω	Τρῶ	Τρέω
Γῶ	Γάω ende Γέω.	Νῶ	Νάω of Νέω	Τῶ	Τάω
Δμῶ	Voor Δμάω of Δμέω	Ξῶ	Voor Ξέω	Φθῶ	Voor Φθάω, Φθέω, Φθείω
Δρῶ	Δράω	Πλῶ	Πλέω of Πλώω	Φλῶ	Φλάω ende Φλέω
Δῶ	Δέω ende Δίδωμι	Πνῶ	Πνέω of Πνεύω	Φρῶ	Φρῆμι
Ζῶ	Ζάω ende ζέω	Πτῶ	Πτάω of Πτῆμι	Φῶ	Φάω, Φῆμι
Θλῶ	Θλάω	Πῶ	Πάω Πῆμι	Χρῶ	Χράω, χρέω, χρίω
Θνῶ	Θνάω of Θνήσκω	Ρῶ	Ρέω, Ρόω ende Ερέω	Χῶ	Χέω, χεύω
Θῶ	Θέω	Σκλῶ	Σκλέω	Ψῶ	Ψάω ende Ψαίω, χρείω
Κλῶ	Κλάω, κλέω κλείω	Σμῶ	Σμέω of Σμάω	Ὦ	Ἔω
Κνῶ	Κνάω of κνῆμι	Σπῶ	Σπάω	Ὦ	Ἑῶ

RELIQVÆ VOCES BELGICÆ MONOSYLLABÆ, VT NOMINVM, COGNOMINVM, PRÆPOSITIONUM, &c. sequuntur.

1428 BELGIGA MONOSYLLABA NOMINA, COGNOMINA, &c.

ACht. Huiſt. Octo.
Ael. Anguille. Anguilla.
Aem. Caque. Cadus.
An. Aupres. Apud.
Aep. Singe. Simia.
Aer. Eſpi. Spica.
Aert. Complexion. Complexio.
Aes. Paſt. Eſca.
Aex. Hacbe. Aſcia.
Af. Ius. De.
Al. Tout. Totus.
Alf. Fee. Fatifer.
Als. Quand. Cum.
Am. Nourrice. Nutrix.
Ampt. Office. Officium.
Angſt. Anxieté. Anxietas.
Arm. Bras. Brachium.
As. Eſſieu. Axis.
BAck. Auge. Linther.
Badt. Bain. Balneum.
Baeck. Machoire. Maxilla.
Baeck. Pharus.
Bael. Bale. Sarcina.
Baen. Parterre. Sphæriſterium.
Baer. Biere. Feretrum.
Baer. Onde. Vnda.
Baert. Barbe. Barba.
Baerſch. Perche. Perca.
Baes. Hoſte. Herus.
Baet. Gain. Commodum.
Baeg. Bague. Monile.
Bal. Eſteuf. Pila.
Balch. Panche. Rumen.
Balck. Poultre. Trabs.
Bald. Incontinent. Brevi.
Ban. Excommunication. Excommunicatio.
Banck. Banc. Scamnum.
Bandt. Lien. Vinculum.
Bang. Angoiſſeux. Anxius.
Bar. Preſent. Præſens.
Bargh. Porceau chaſtré. Majalis.
Bas. Abbay. Latratus.
Baſt. Canepin. Scheda.
Baſt. Har. Laqueus.
Bat. Mieux. Melior.
Bay. Bayette. Badius color.
Beck. Bec. Roſtrum.
Bed. Lict. Lectus.
Be. Petition. Petitio.
Beelt. Image. Imago.
Beemt. Pré. Pratum.
Been. Os. Os.
Been. Iambe. Crus.
Beer. Verrat. Verres.
Beer. Ours. Vrſus.
Beeſt. Beſte. Beſtia.
Bel. Clochette. Tintinnabulum.
Ben. Banne. Sporta.
Berdt. Ais. Aſſer.
Bergh. Mont. Mons.
Beſt. Mieux Melior.
Bey. Tous deux. Ambo.
Biecht. Confeſſio.
Bie. Mouche à miel. Apes.
Bier. Bierre. Cereviſia.
Bies. Iouc. Iuncus.
Bieſt. Caille. Coloſtra.
Bladt. Fueille. Folium.
Blas. Souffiement. Flatus.
Blaes. Veſſie. Veſica.
Blaeu. Bleu. Cærulus.
Bleck. Fueille ou lame de quelque metal. Lamina.
Bleeck. Pasle. Pallidus.
Blien. Empoulle. Puſtula.
Blye. Ioyeux. Hilaris.
Blindt. Aveugle. Cæcus.
Block. Tronc. Truncus.
Bloet. Sang. Sanguis.
Bloem. Fleur. Flos.
Blont. Blont. Flavus.
Bloo. Timide. Timidus.
Bloot. Nud. Nudus.
Bock. Bouc. Hircus.
Bo. Meſſagier. Nuncius.
Boeck. Livre. Liber.
Boef. Ribaud. Nebulo.
Boel. Amoureuſe. Amica.
Boer. Villageois. Ruſticus.
Boerd. Bourde. Nugæ.
Boet. Penitence. Pœnitentia.
Boey. Piege. Pedica.
Boog. Arc. Arcus.
Bolck. Molue. Molua.
Bol. Boule. Globus.
Bom. Bedon. Tympanum.
Bont. Fourrure. Pelles.
Boom. Arbre. Arbor.
Boon. Febve. Faba.
Boord. Bord. Margo.
Boos. Mauvais. Malus.
Boot. Bateau. Scapha.
Borg. Bourg. Caſtrum.
Boor. Vibreqoin. Terebrum.
Bors. Bourſe. Burſa.
Borſt. Poictrine. Pectus.
Boſch. Bois. Sylva.
Bot. Petoncle. Paſſer.
Bot. Stolide. Stolidus.
Bot. Bouton de fleur. Gemma.
Bou. Hardi. Audax.
Bout. Bougeon. Sagitta capitata.
Brack. Sentant la marine. Marinum
Brack. Bracque. Canis ſagax.
Braey. Le gras de la jambe. Sura.
Braem. Ronce. Rubus.
Brand. Vn grand feu bruſlant une maiſon ou ſemblable. Incendium.
Brau. Sourcil. Supercilium.

Breet. Large. Latus.
Breuck. Amâde. Mulcta pecuniaria
Brief. Lettre. Literæ.
Brijn. Saumure. Muria.
Bril. Lunette. Specillum.
Brim. Geneſt. Geniſta.
Brock. Vn petit morceau du pain taillé ou rompu. Fruſtum.
Broeck. Marez. Palus.
Broeck. Brayette. Subligaculum.
Broer. Frere. Frater.
Broot. Pain. Panis.
Broosch. Fragile. Fragilis.
Brug. Pont. Pons.
Bruyck. Vſage. Vſus.
Bruydt. Eſpouſe. Sponſa.
Bruyn Brun. Beticus color.
Bry. Boullie de farine de pains. Puls
Buel. Bourreau. Carnifex.
Boer. Voiſin. Vicinus.
Buyt. Butin. Præda.
Bult. Boſſe. Gibbus.
Burn. Fontaine. Fons.
Bus. Canon. Tormentum.
Bus. Boite. Pyxis.
Buyck. Ventre. Venter.
Buil. Gibeciere. Marſupium.
Buil. Boſſe. Tuber.
Buis. Canal. Canalis.
By. Pres. Propè.
CAel. Chauve. Calous.
Caen. Caniſſure. Canus.
Caerd. Chardon. Virga Paſtoris.
Caets. Chaiſſe. Meta.
Caf. Paille. Acus.
Calck. Chaux. Calx.
Cant. Bord. Extremitas.
Cap. Cappe. Cucullus.
Car Chariot. Carrus.
Caes. Fourmage. Caſeus.
Cas. Caſſe. Capſa.
Cat. Chat. Felis.
Cau. Chucas. Monedula.
Cijs. Cens. Cenſus.
Cier. Chere. Vultus lætus.
Claer. Clair. Clarus.
Clerck. Clerc. Clericus.
Cloof. Fente. Fiſſura.
Cluit. Farce. Facetiæ.
Cock. Cuiſinier. Coquus.
Colf. Maſſue. Clava.
Com. Eſcueille. Scutella.
Comſt. Venue. Adventus.
Cond. Notoire. Notus.
Corod. Corde. Chorda.
Cop. Chef. Caput.
Cop. Coupe. Calix.
Corf. Corbeille. Corbis.
Corſt. Crouſte. Cruſta.
Corr. Cour. Curtus.
Coſt. Cooſt. Sumptus.
Cot. Taniere. Cavus.
Coot. Oſſelet. Talus.
Cous. Chauſſe. Caliga.
Coy. Eſtable à Brebis. Ovile.
Crab. Eſcreviſſe. Cammarus.
Craem. Boutique. Officina.
Craen. Robinet. Epiſtomium.
Craen Grue. Grus.
Craey. Corneille. Cornix.
Crap. Garance. Erythrodanum.
Croon. Couronne. Corona.
Cruyn. Sommet de la teſte. Vertex capitis.
Cruys. Croix. Crux.
Cuyp. Cuve. Cupa.
Cuyt. Oeufs d'un poiſſō. Ova piſciū
DAch. Iour. Dies.
Dark. Toict. Tectum.
Daet. Effect. Effectus.
Daer. La. Ibi.
Dal. Val. Vallis.
Dam. Terrain. Aggellus.
Damp. Vapeur. Vapor.
Dan. Donc. Tunc.
Danck. Gré. Gratia.
Daus. Danſe. Saltatio.
Darm. Boyau. Inteſtinum.
Das. Daim. Dama.
Dat. Ce. Hoc.
Dau. Roſee. Ros.
De. Le. Illa.
Deech. Paſte. Maſſa.
Deel. Part. Pars.
Deern. Servante. Ancilla.
Den. Le.
Des. Du.
Dees. Ceſtui. Hic.
Deucht. Vertu. Virtus.
Dicht. Solide. Solidus.
Dicht. Rhime. Rhytmus.
Dick. Eſpes. Denſus.
Die. Cuiſſe. Femur.
Die. Le. Ille.
Dief. Larron. Latro.
Diep. Profond. Profundus.
Dier. Animal.
Dier. Cher. Carus.
Dies. A telle condition. Sub conditione.
Dijck. Dique. Agger.
Dinck. Choſe. Res.
Diſch. Table. Menſa.
Dit. Ceci. Hoc.
Doch. Au moins. Saltem.
Doe. Alors. Tunc.
Doeck. Toile. Tela.
Doel. But. Scopus.
Door. Par. Per.
Door. Huis. Foris.
Dooſt. Duvet. Plumulæ molliores.
Doot. Mort. Mors.
Doof. Sourd. Surdus.
Doop. Bapteſme. Baptiſmus.
Door. Fol. Stultus.
Doos. Boiſte. Capſa.
Dop. Eſcaille entier d'un œuf quād le dedans eſt oſté. Ovum exinanitū
Dorp. Village. Pagus.
Dorſt. Soif. Sitis.
Doy. Deſgel. Regelatio.
Dra. Incontinent. Statim.
Draeck. Dragon. Draco.
Draet. Fil. Filum.
Draf. Bran. Furfur.
Draf. Trot. Succuſſatio equi.
Dranc. Beuvrage. Potus.
Dreck. Boue. Lutum.
Dreef. Vne longue rangee d'arbres plantees. Series arborum.
Droef. Triſte. Triſtis.
Droes. Vne enflure venant à la gorge derriere les aureilles ou es aines. Panus.
Drom. Le fil de la treme du tiſſerant Licium.
Dronck. Yvre. Ebrius.
Drooch. Sec. Siccus.
Droom. Songe. Somnium.
Druck. Triſteſſe. Triſtitia.
Drop. Goutte. Gutta.
Druyf. Grappe. Vua.
Drie. Trois. Tres.
Dul. Enragé. Furioſus.
Dun. Tenue. Tenuis.
Duyſt. Mille. Mille.
Duym. Poulſe. Pollex.
Duyn. Dune. Collis arenoſus.
Duyf. Colomb. Columba.
Dwael. Touaille. Mantile.
Dwaes. Sot. Stultus.
Dwanc. Contraincte. Vis.
Dwee. Mol. Mollis.
Dweers. De travers. Tranſverſim.
Dwerch. Nain. Nanus.
Dy. Toi. Tibi.
Dijn. Tien. Tuus.
ECht. Mariage. Matrimonium.
Eec. Vinaigre. Acetum.
Eedt. Serment. Iuramentum.
Een. Vn. Vnus.
Eer. Avant. Prius.
Eer. Honneur. Honor.
Eerd. Terre. Terra.
Eerſt. Premier. Primus.
Eg. Herſe. Occa.
Elf. Onze. Vndecim.
Elſt. Aloſe. Aloſa.
El. Aulne. Vlna.
Eint. Fin. Finis.
Eng. Eſtroict. Anguſtus.
Erch. Malin. Malignus.
Erm. Pauvre. Pauper.
Ernſt. A bon eſcient. Serio.
Erf. Heritage. Hærediom.
Eſch. Freſne. Fraxinus.
Ey. Oeuf. Ovum.
Eyc. Cheſne. Quercus.
Eyſch. Petition. Petitio.
FAel. Faulte. Error.
Faem. Renom. Fama.
Feeſt. Feſte. Feſtum.
Fel. Felon. Crudelis.
Feil. Faute. Error.
Fielt. Gueu. Mendicus.
Fier. Fier. Ferus.
Fijn. Fin. Exilis.
Flesch. Flacon. Lagéna.
Fluc. Subit. Subito.
Fluym. Fleume. Phlegma.
Fluyt. Flute. Fiſtula.
Foc. Tringuet. Artemon.
Foy. Phi.
Form. Forme. Forma.
Fraey. Ioli. Lepidus.
Fret. Foret. Viverra.
Friſch. Vigoreux. Vividus.
Fruit. Fruict. Fructus.
GAef. Pur. Purus.
Gaer. Totalement. Omnino.

Gay.

Gay. Gai. Psittacus.
Gal. Fiel. Fel.
Galgh. Gibbet. Patibulum.
Galm. Retentissemẽt de la voix. Echo
Ganc. Allure. Incessus.
Ganc. Allee. Ambulacrum.
Gans. Oye. Anser.
Gauts. Entier. Integer.
Garst. Ranci. Rancidus.
Gast. Hoste. Hospes.
Gat. Trou. Foramen.
Gaef. Don. Donum.
Gau. Prompt. Promptus.
Geck. Badin. Sannio.
Geel. Iaune. Rufus.
Gheen. Nul. Nullus.
Gheest. Esprit. Spiritus.
Ghelt. Argent. Pecunia.
Ghelt. Porceau chastré. Maialis.
Ghelt. Lot. Quatuor heminæ.
Ghent. Iar. Anser mas.
Gent. Fonte. Fusura.
Gheit. Chevre. Capra.
Ghy. Vous. Tu.
Ghier. Vaultour. Vultur.
Ghift. Don. Donum.
Ghild. Homme liberal. Prodigus.
Ghins. Vers la. Illuc.
Ghist. Lie. Fæx.
Glants. Resplendeur. Splendor.
Glas. Verre. Vitrum.
Glat. Poli. Politus.
God. Dieu. Deus.
Goedt. Bon. Bonus.
Gom. Gumme. Gummi.
Gort. Orge seiche. Hordeum aridũ.
Goot. Ruisseau. Aquæductus.
Goudt. Or. Aurum.
Gracht. Fosse. Fossa.
Graef. Conte. Comes.
Graen. Grain. Granum.
Graet. Areste. Arista.
Graf. Sepulchre. Sepulchrum.
Gram. Courroucé. Iratus.
Gras. Herbe. Gramen.
Graeu. Gris. Glaucus.
Grents. Frontiere. Ora.
Greep. Poignee. Manipulus.
Griel. Gripaille.
Grijs. Gris. Canus.
Groef. Fosse. Fovea.
Grof. Gros. Crassus.
Grond. Fond. Fundum.
Groot. Grand. Grandis.
Gron. Horreur. Horror.
Gruen. Verd. Viridis.
Gruet. Salutation. Salutatio.
Gris. Moillon. Rudus.
Gunst. Faveur. Favor.
Guit. Guen. Mendicus.
HAec. Croc. Hama.
Haegh. Haye. Seps.
Haeo. Coc. Gallus.
Haer. Poil. Pilus.
Haest. Haste. Properatio.
Haet. Haine. Odium.
Half. Demi. Dimidius.
Hals. Col. Collum.
Ham. Iambon. Perna.
Handt. Main. Manus.
Harp. Haspe. Lyra.
Hars. Resine. Resina.
Haes. Lievre. Lepus.
Hecht. Manche. Capulus.
Hec. Claie. Vacerra.
Heel. Tout. Totus.
Heerdt. Fouier. Focus.
Heer. Seigneur. Herus.
Heesch. Enroué. Raucus.
Heet. Chaud. Calidus.
Hel. Clair. Clarus.
Held. Homme Noble. Heros.
Hel. Enfer. Infernus.
Helm. Heaume. Galea.
Hem. Lui. Illi.
Hemd. Chemise. Indusium.
Hengst. Estalon. Caballus.
Hert. Dur. Durus.
Herfst. Automne. Autumnus.
Herst. Eschinée. Spina porci.
Hert. Cœur. Cor.
Hesp. Iambon. Perna.
Het. Ce. Id.
Heur. Sienne. Sua.
Heusch. Courtois. Civilis.
Heus. Anse. Ansa.
Hex. Sorciere. Venéfica.
Hey. Lande. Campus sterilis.
Hey. Hie. Fistúca.
Heyl. Salut. Salus.
Heir Armée. Exercitus.
Hic. Hoquet. Singúltus.
Hiel. Talon. Talus.
Hier. Ici. Hic.
Hind. Biche. Cerva.
Hin. Poulle. Gallina.
Hirs. Mil. Milium.
Hoe. Comment. Quomodo.
Hoeck. Coing. Angulus.
Hoen. Poulle. Gallina.
Hoer. Paillarde. Meretrix.
Hoest. Toux. Tussis.
Hoet. Chapeau. Pileus.
Hoef. Merairie. Villa.
Hof. Iardin. Hortus.
Hoir. Heritier. Hæres.
Hol. Cave. Cavus.
Hondt. Chien. Canis.
Hooch. Hault. Altus.
Hooft. Teste. Caput.
Hoop. Monceau. Acérvus.
Hoop. Espoir. Spes.
Hop. Houbelon. Lupulus.
Hop. Hupe. Vpupa.
Hord. Claye. Crates.
Hoos. Chausse. Cáliga.
Hout. Bois. Lignum.
Hou. Coup de taille. Ictus.
Hoy. Foin. Fœnum.
Hulp. Aide. Auxilium.
Hulst. Houx. Aquifolia.
Hupich. Elegant. Elegans.
Hut Loge. Mapalia, orum.
Huych. Luette en la gorge. Angina.
Huyck. Hucque. Cucullus.
Huyl. Cheveche. Vlula.
Huys. Maison. Domus.
Hy. Il. Ille.
IA. Oui. Ita.
Iacht. Chasse. Venátus.
Iaer. An. Annus.
Ick. Ie. Ego.
Iet. Quelque chose. Aliquid.
Ieucht. Ieunesse. Iuventus.
Ys. Glace. Glacies.
In En. In.
Inct. Encre. Atramentum.
Iock. Ioug. Iugum.
Iock. Raillerie. Iocus.
Ionck. Ieune. Iuvenis.
Is. Est. Est.
KAeck. Maschoire. Maxilla.
Kaey. Cai. Acta.
Kaeck. Pilori. Numellæ versatiles.
Kalf. Veau. Vitulus.
Kam. Peigne. Pecten.
Kan. Pot. Amphora.
Kans. Chansse. Casus aleæ.
Kant als brood. Chanteau. Frustũ.
Keel. Garderobbe. Supparum.
Keer. Tour. Circuitus.
Keers. Chandelle. Candéla.
Kelck. Calice. Calix.
Keel. Gorge. Guttur.
Kees. Fourmage. Caseus.
Kemp. Chanure. Cannabis.
Kerck. Eglise. Templum.
Kerf. Crenne. Crena.
Kern. Pepin. Semen, nucleus.
Kers. Guisne. Cerasum.
Kers. Cresson. Nasturtium.
Kert. Cren. Crena.
Keur. Chois. Optio.
Keurs. Corset. Cyclas.
Key. Caillou. Cautes.
Kiel. Carine. Carina.
Kim. Cipeau d'un tõneau. Ora vasis
Kindr. Enfant. Puer.
Kin. Menton. Mentum.
Kist. Coffre. Cista.
Kit. Boisson. Brochus.
Klacht. Querelle. Queréla.
Klack. Crevasse. Crepitatio.
Klad. Crotte. Macula luti.
Klamp. Membrure d'un huis. Afsula.
Klanck. Tintement. Tinnitinentum.
Klap. Babil. Loquacitas.
Klau. Patte. Vnguis.
Kleet. Vestement. Vestis.
Klef. Attachant comme glu. Tenax
Kley. Argille. Argilla.
Klein. Petit. Parvus.
Klier. Aposteume. Tonsilla.
Klinck. Cliquet. Pessulus.
Klis. Grateron. Aparine.
Klock. Cloche. Campana.
Kloeck. Hardi. Audax.
Kloet. Rable. Rutáblum.
Klomp. Billot. Massa.
Kloot. Boule. Sphæra.
Klop. Coup. Ictus.
Kloof. Crevasse. Rima.
Klucht. Farce. Facetiæ.
Kluys. Heremitage. Sacellum.
Knaep. Serviteur. Servus.
Knecht. Garsun. Servus.
Knick. Hochemẽt de la teste. Nutus
Knie. Genoul. Genu.
Knip. Chiquenaude. Talitrum.

Knol. Naveau. Napus.
Knoop. Neud. Nodus.
Knop. Boutou. Bulla.
Koe. Vache. Vacca.
Koeek. Gaſteau. Libum.
Koel. Tiede. Tepidus.
Koen. Hardi. Audax.
Koets. Couche. Cubile.
Kool. Charbon. Carbo.
Kool. Chou. Braſſica.
Koop. Achapt. Emptio.
Korck. Liege. Suber.
Koudt. Froid. Frigus.
Kout. Devis. Fabula.
Kracht. Force. Virtus.
Kraeck. Son eſclatant. Crepitus.
Kraegh. Gavion. Iugulus.
Kramp. Crampe. Spaſmus.
Kram. Crampon. Fibula.
Kranck. Debile. Debilis.
Krans. Chapeau de fleurs. Sertum.
Kreeſt. Eſcreviſſe. Cancer.
Krib. Creche. Præſépium.
Krieck. Ceriſe. Ceraſum.
Krijch. Guerre. Bellum.
Krijt. Croie. Creta.
Krijt. Bayemeur. Eiulatio.
Kroes. Goblet. Scyphus.
Krom. Tortu. Tortus.
Krop. Cropion. Iugulum.
Kruyck. Cruche. Vrna.
Kruym. Mie. Mica.
Kruyt. Herbe. Harba.
Kud. Troupeau de beſtes. Grex.
Kund. Notoire. Notus.
Kunſt. Art. Ars.
Kus. Vn baiſer. Baſium.
Kuyl. Spelonque. Spelunca.
Kuyſch. Chaſte. Caſtus.
Kuyt. Le mol derriere la jambe. Sura.
Kuyt. Petite biere.
LAch. Ris. Riſus.
Laey. Layette. Capſa.
Laet. Tard. Sero.
Laf. Fade. Flaccidus.
Laegh. Rang. Series.
Lam. Affoible. Paralyticus.
Lam. Agneau. Agnus.
Lamp. Lampe. Lampas.
Lanc. Flane. Femen.
Lanc. Long. Longus.
Landt. Terre. Terra.
Lap. Piece de drap. Segmentum.
Laſt. Charge. Moles.
Lat. Late. Aſſula.
Laen. Tiede. Tepidus.
Lec als Lec ſchip.
Leer. Cuir. Corium.
Leech. Oiſif. Otioſus.
Let. Membre. Membrum.
Leech. Bas. Humilis.
Leec. Lay. Laicus.
Leer. Eſchelle. Scala.
Leedt. Deſplaiſir. Luctus.
Leem. Argille. Argilla.
Leen Fief. Prædium beneficiarium.
Leep. Caſſieux. Lippus.
Leep. Cauteleux. Aſtutus.
Leer. Doctrine. Doctrina.
Leeſt. Forme de eordoüaniet. Forma.
Leeu. Lion. Leo.
Lil. Le mollet du bout de l'aureille. Cartilago.
Leen. Appuy. Podium.
Leſt. Derniere Vltimus.
Lets. Laiſſe. Lorum.
Leur. Ravauderie. Res nullius valoris.
Ley. Ardoiſe. Ardoſia.
Licht. Lumiere. Lux.
Licht. Legier. Levis.
Licht. Poulmon. Pulmo.
Liet. Chanſon. Cantio.
Lief. Cher. Charus.
Lief. Ami. Amicus.
Lier. Liere. Lyra.
Lijc. Funerailles. Exequiæ.
Lijf. Corps. Corpus.
Lijm. Colle. Colla.
Lijn. Lin. Linum.
Lijſt. Bordure. Limbus.
Lind. Tillet. Tilia.
Lint. Ruben. Vitta.
Lip. Levre. Labium.
Lis. Ranſe. Carex.
Liſt Fineſſe. Aſtutia.
Loen. Lourdaut. Idiota.
Lof. Los. Laus.
Lont. Meiche.
Looc. Des aulx. Allium.
Loof. Fœuille. Frons.
Loogh. Lexive. Lixivium.
Loon. Salaire. Salarium.
Loop. Cours. Curſus.
Loos. Subtil. Subtilis.
Loes. Poulmon. Pulmo.
Loot. Plomb. Plumbum.
Loof. Armier d'une maiſon. Vmbraculum.
Loos. Mot de guet. Teſſera.
Los. Diſſie. Laxus.
Loſch. Louſche. Strabo.
Lot. Sort. Sors.
Lucht. Air. Aër.
Lul. Reſonance d'une chanſon.
Luſt. Volupté. Voluptas.
Luy. Pareſſeux Ignavus.
Luys. Pouls. Pediculus.
Luyt. Luc. Teſtodo.
MAcht Puiſſance. Poteſtas.
Maech. Affin. Affinis.
Maecht. Vierge. Virgo.
Mael. Malle. Mantica.
Mael. Fois.
Maen. Lune. Luna.
Maent. Mois. Menſis.
Maer. Mais. Sed.
Maer. Bruict. Rumor.
Maet. Meſure. Menſura.
Maet. Compaignon. Socius.
Maegh. Eſtomach. Stomachus.
Mal. Fol. Stultus.
Mals. Tendre. Tenèr.
Mam. Mammelle. Mamma.
Man. Homme. Vir.
Manck. Boiſteux. Claudus.
Maſt. Maſt. Malus.
Mat. Las. Defeſſus.
Me. Avec. Cum.
Mee. Garance. Rubia.
Meel. Farine. Farina.
Meeps. Fragile. Fragilis.
Meer. Mer. Mare.
Meers. Hune. Carcheſium.
Meer. Plus. Plus.
Meerſch. Marez. Palus.
Mees. Mauſangle. Parix.
Meeſt. Tout le plus. Plurimus.
Meeu. Oiſeau marin. Aquila maria
Melck. Laict. Lac.
Mem. Nourrice. Nutrix.
Men. On.
Menſch. Homme. Homo.
Merch. Mouelle. Medulla.
Merck. Marque. Signum.
Mere. Marché. Forum.
Mes. Couſteau. Culter.
Met. Avec. Cum.
Mey. May. Frons feſta.
Mier. Fourmi. Formica.
Mijl. Lieue. Milliare.
Mijn. Mon. Meus.
Mijne. Mine. Fodina.
Mijt. Mite. Mita.
Milt. Liberal. Liberalis.
Min. Moins. Minus.
Mis. Faute. Defectus.
Meſt. Fiente. Fimus.
Miſt. Bruyne. Bruma.
Moe. Las. Laſſus.
Moer. Mere. Mater.
Moes. Porée. Holus.
Moet. Courage. Animus.
Moy. Tante. Matertera.
Mol. Taulpe. Talpa.
Mondt. Bouche. Os.
Moort. Meurtre. Internecio.
Mos. Mouſſe. Muſcus.
Moſt. Mouſt. Muſtum.
Mot. Teigne. Tinea.
Mout. Grain appareillé pour braſſer de la biere. Polenta.
Mau. Manche. Manica.
Moy. Orné. Ornatus.
Muer. Mur. Murus.
Muf. Relant. Situs.
Mug. Moucheron. Culex.
Munt. Monnoye. Moneta.
Muts. Boner. Pileus.
Muil. Mulet. Mulus.
Muyl. Mnſeao. Roſtrum.
Muys. Sourris. Sorex.
Muyt. Mue. Cavea.
NA. Apres. Poſt.
Nacht. Nuict. Nox.
Naeckt. Nud. Nudus.
Naem. Nom. Nomen.
Naen. Nain. Nanus.
Naeſt. Tout le plus prochain. Proximus.
Naet. Couſture. Sutura.
Nap. Plat creux. Catinus.
Neus. Nez. Naſus.
Nat. Mouille. Madidus.
Nàu. Eſtroict. Strictus.
Neck. Chainon. Cervix.
Neer. Bas. Inferus.
Neef. Nepveu. Nepos.
Neen. Non. Non.
Neep. Pinſure. Compreſsio.

Neſt

Neſt. Nid. Nidus.
Net. Net. Nitidus.
Net. Rets. Rete.
Neet. Lende. Lens.
Nicht. Niepce. Neptis.
Nier. Rein. Ren.
Niet. Rien. Nihil.
Nieu. Nouveau. Novus.
Nijde. Envie. Invidia.
Noch. Encore. Adhuc.
Noen. Midi. Meridies.
Noo. A regret. Invitus.
Noort. Nurth. Septentrioo.
Noot. Neceſſité. Neceſſitas.
Nop. Floc. Floccus.
Neut. Noix. Nux.
Noit. Iamais. Nunquam.
Nu. Maintenant. Nunc.
Nut. Vtile. Vtilis.
OCh. Ah. Hei.
Oft. Ou. Vel.
Olm. Olme. Vlmus.
Om. Puur. Ob.
Ons. Noſtre. Noſter.
Oock. Auſſi. Etiam.
Oog. Oeil. Oculus.
Oogſt. Muiſſon. Meſsis.
Oom. Oncle. Patruus.
Oor. Aureille. Auris.
Oort. Lieu. Locus.
Ooſt. Orient. Oriens.
Op. Deſſus. Super.
Os. Beuf. Bos.
Oudt. Vieil. Verus.
Oyt. Onques. Vnquam.
PAcht. Ferme. Vectigal.
Pack. Fardeau. Sarcina.
Pael. Pau. Palus.
Paer. Paire. Par.
Paert. Part. Pars.
Palm. Paulme. Palma.
Pand. Hypoteque. Pignus.
Pandt. Pand. Lacinia.
Pao. Paelle. Sartago.
Pap. Papin. Pappa.
Pas. En poinct. Commodum.
Pat. Sentier. Semita.
Paeu. Paon. Pavo.
Paeis. Paix. Pax.
Peck. Poix. Pix.
Peert. Cheval. Equus.
Peerſch. Pers. Cœruleus.
Pels. Peau. Pellis.
Pen. Plume. Calamus.
Pens. Trippe. Inteſtina.
Perck. Parc. Septum.
Peer. Poire. Pirum.
Pers. Preſſe. Torcular.
Peez. Corde d'arc. Chorda arcus.
Pijp. Tuyau. Tubus.
Pier. Vers de terre. Lumbricus.
Pijck. Pique. Haſta.
Pie. Manteau à marinier. Nautica penula.
Pijl. Fleſche. Sagitta.
Pijn. Doleur. Dolor.
Pin. Baſton poinctu. Veruculum.
Pips. Pepie. Pituita.
Plack. Ferule. Ferula.
Plact. Planche. Syrtes.

Placts. Place. Locus.
Plaegh. Vexation. Vexatio.
Planck. Planche. Planca.
Plas. Marée. Lacuna.
Plat. Plat. Planus.
Pleck. Taſche. Macula.
Pleit. Bateau large & plat. Silata.
Plicht. Office. Officium.
Ploech. Charrue. Aratrum.
Plom. Rebouché. Hebes.
Ploy. Plits. Plica.
Pluym. Plume. Pluma.
Pock. Verulle. Lues venerea.
Poer. Pouldre. Pulvis.
Poel. Lac. Lacuna.
Pol. Concubinaire. Concubinus.
Pols. Puuls. Pulſus.
Pump. Offée. Sentina.
Pundt. Livre. Pondo.
Puort. Purte. Porta.
Poos. Petit eſpace de temps. Momentum.
Poot. Patte. Palma pedis.
Pop. Pouppée. Pupa.
Puſt. Poſteau. Poſtis.
Poſt. La poſte. Curſor.
Poot. Sion. Talea.
Pot. Pot. Olla.
Pracht. Magnificence. Magnificéria
Prat. Fier. Arrogans.
Prick. Lampreie. Muſtula.
Priem. Puinſon. Pugiunculus.
Prijs. Pris. Laus.
Proef. Preuve. Proba.
Pruym. Prune. Prunum.
Pruts. Superbe. Superbus.
Prye. Charogne. Cadaver.
Punt. Poinct. Punctum.
Put. Puis. Puteus.
Puyſt. Empoule. Puſtula.
QVaet. Mauvais. Malus.
Quael. Langueur. Languor.
Quant. Gallant. Scitus homo.
Quijt. Quitte.
RAdt. Roue. Rota.
Raadt. Conſeil. Conſilium.
Raem. Chaſſis. Fulcrum feneſtræ quadratum.
Raep. Naveau. Rapum.
Ram. Belier. Aries.
Ramp. Malheur. Infelicitas.
Ranck. Branche. Ramus.
Ranck. Fineſſe. Aſtutia.
Ranck. Greſle. Gracilis.
Randt. Bord. Ora.
Raſch. Soudain. Cito.
Raſp. Rape. Scalprum.
Rat. Rat. Glis.
Raef. Corbeau. Corvus.
Raeu. Cru. Crudus.
Recht. Droit. Rectus.
Ree. Biche. Cerva.
Reep. Cercle. Circulus.
Reſt. Reſte. Reſiduum.
Reuck. Odeur. Odor.
Reu. Chien maſle. Canis mas.
Reus. Geant. Gigas.
Rey. Danſe. Chorea.
Reyn. Pur. Purus.
Reys. Fuis.

Reys. Voyage. Profectio.
Reb. Coſte. Coſta.
Riet. Canna. Arundo.
Riem. Ceinture. Cingulum.
Riem. Rame. Remus.
Rijck. Riche. Dives.
Rijm. Gelée. Pruina.
Rijm. Rhitme. Rhitmus.
Rijp. Meur. Maturus.
Rijs. Riz. Oriza.
Rijs. Branche. Ramus.
Rinck. Anneau. Annulus.
Rindt. Beuf. Bos.
Ring. Viſte. Velox.
Rin. Cage. Cavea.
Rinſch. Aucunemẽt ſur. Subacidus.
Roch. Raye. Raia.
Rock. Saie. Toga.
Rock. Quenouille. Colus.
Roe. Verge. Virga.
Roet. Suie de cheminée. Fuligo.
Roef. Puupe. Puppis.
Roem. Vanterie. Iactantia.
Roep. Cri. Clamor.
Roer. Gouvernal. Gubernaculum
Roeſt. Enruuillure. Rubigo.
Roogh. Oeuf de poiſſõ. Ova piſciũ.
Rog. Seigle. Siligo.
Rol. Roulle. Phalanga.
Rundt. Rond. Rotundus.
Roock. Fumée. Fumus.
Root. Rouge. Ruber.
Roof. Butin. Præda.
Room. Creime. Cremor.
Roos. Roſe. Roſa.
Ros. Roux. Rufus.
Rus. Cheval. Equus.
Rot. Pourri. Putris.
Rot. Bende de gens. Claſsis.
Ruu. Rude. Rudis.
Ruet. Suif. Sevum.
Rug. Dos. Dorſum.
Rups. Chenille. Bruchus.
Ruſt. Repos. Quies.
Ruim. Ample. Amplus.
Ruyn. Hongre. Cantherios.
Ruyt. Rue. Ruta.
Ruyt. Lozenge. Teſſera.
Rie. Rang. Series.
SAcht. Mol. Mollis.
Sack. Sac. Saccus.
Sael. Selle. Ephippium.
Sael. Salle. Atrium.
Saen. Tuſt. Statim.
Saen. Cremme. Cremor.
Saet. Semence. Semen.
Saey. Saiette.
Saeg. Sie. Serra.
Saeck. Cauſe. Cauſa.
Salf. Onguent. Vnguentum.
Salm. Saulmon. Salmo.
Sandt. Arene. Arena.
Sap. Suc. Succus.
Sarck. Tumbe. Cippus.
Sadt. Saul. Satur.
Saus. Saulſe. Condimentum.
Saut. Sel. Sal.
Schacht. Fleſche. Sagitta.
Scha. Dommage. Damnum.
Schaeu. Ombre. Vmbra.

Schaeck. Eſchetz. Alveus.
Schael. Taſſe. Patera.
Schaep. Brebis. Ovis.
Schaerd, Teſt. Ruma.
Scbaers. A peine. Vix.
Schaets. Eſchaſſe. Gralla.
Schalek. Caut. Cautus.
Schamp. Brocard. Scomma.
Sehand. Deshonueur. Ignominia.
Schants. Rempart. Vallum.
Schaer. Graude multitude de gens. Caterva.
Schat. Threſor Theſaurus.
Schaef. Rabot. Dolabra.
Schee. Gaine. Vagina.
Scheef. Bihay. Obliquus.
Scheel. Louche. Luſcus.
Scheel. Greve de la teſte. Separatio comæ.
Scheel. Couvercle. Operculum.
Scheer. Force. Forfex.
Schel. Sonnette. Tintinnabulum.
Schel. Eſcorce. Cortex.
Schelm. Meſchant. Nequam.
Schelp. Coquille. Concha.
Schenck. Don. Donum.
Scheen. Creuë de la jambe. Tibia.
Scherf. Teſte. Teſta.
Scherp. Agu. Acutus.
Scheur. Fente. Fiſſura.
Scheut. Seion. Surculus.
Schicht. Dard. Iaculum.
Schier. Tantoſt. Mox.
Schijn. Lueur. Splendor.
Schijf. Tableau. Menſa.
Schil. Difference. Differentia.
Schilt, Eſcu. Scutum.
Scimp. Broeard. Iocus.
Schip. Navire. Navis.
Schoe. Soulier. Calceus.
School. Eſcole. Schola.
Schol. Sole. Solea.
Schoof. Gerbe. Faſcis ſpicarum.
Schoon. Beau. Pulcher.
Schoot. Giron. Gremium.
Schors. Eſcorce. Cortex.
Schout. Preteur. Prætor.
Schrab. Eſgratrigneure. Laceratio unguium.
Schraegh. Treſteau. Fulcrũ menſa-
Schram. Beſlaffr. Vibex. (rium.
Schre. Adjambée. Paſſus.
Schreeu. Cri. Clamor.
Schreef. Traict. Tractus lineæ.
Sehrift. Eſcriture. Scriptura.
Scroef. Eſcrouve. Cochlea.
Schub. Eſcaille de poiſſon. Squam-
Schud. Vautneant. Scurra. (ma.
Schult. Debte. Debitum.
Schup. Pelle. Pala.
Sohuer. Grange. Granarium.
Schurft. Rougneux. Scabioſus.
Schu, Sauvage. Agreſtis.
Schuym. Eſcume. Spuma.
Schuyt. Naſſelle. Navicula.
Se. Couſtume. Mos.
See. Mer. Mare.
Seel. Groſſe corde. Funis.
Seem. Sameau. Corium hædinum.
Seep. Savon. Sapo.
Seer. Vlcere. Vlcus.
Seer. Fort. Valde.
Self. Meſme. Ipſum.
Ses. Six. Sex.
Seyl. Voile. Velum.
Seys. Faux. Falx.
Sich. Soy. Se.
Sieck. Malade. Ægrotus.
Siel. Ame. Anima.
Sift. Crible. Cribrum.
Sijn. Son. Suus.
Sim. Singe. Simia.
Sin. Sens. Senſus.
Sint. Depuis. Poſtilla.
Slab. Bavette. Faſcia pituitaria.
Slach. Coup. Ictus.
Slaep. Tempes de la teſte. Tempora.
Slaep. Somne. Somnus.
Slang. Couleuvre. Coluber.
Slap. Laſche. Laxus.
Slaef. Eſclave. Servus emptitius.
Slecht. Simple. Simplex.
Sleck. Limaçon. Limax.
Sle Traineau. Traha.
Slee. Prune. Acatium.
Slet. Torchon. Peniculamentum.
Sleyp. Loogue queuë de veſtement. Syrma.
Slijck. Boue. Lutum.
Slijm. Limou. Limus.
Slim. Abibay. Obliquus.
Slincx. Gauche. Siniſter.
Slip. Pand. Peniculamentum.
Slot. Serrure. Sera.
Sluys. Eſcluſe. Cataracta.
Smaet. Calumnie. Calumnia.
Smaeck. Gouſt. Guſtus.
Smal. Eſtroit. Arctus.
Smeer. Graiſſe. Abdomen.
Smert. Doleur. Dolor.
Smet. Macule. Macula.
Smis. Forge. Fabrica ferraria.
Smit. Mareſchal. Fabes ferrarius.
Smout. Greſſe. Pinguedo.
Snap. Babil. Garrulitas.
Snaer. Corde de luc. Fides.
Snau. Mot dit avec deſpit. Iracunda locutio.
Sne. Coupure. Sciſſura.
Snee. Neige. Nix.
Snel. Viſte. Celer.
Snip. Beccaſſe. Gallinago.
Snick. Souſpir. Suſpitium.
Snoeck. Brocher. Lupus.
Snoer. Cordon. Chorda.
Snuf. Rume. Rheuma.
Snoo. Meſchaut. Vilis.
Snot. Morve. Pituita.
Soo. Ainſi. Sic.
Soch, Laict. Succus.
Sock, Chauſſon. Soccus.
Soch, Truye. Porca.
Soet. Doulx. Dulcis.
Sool. Semelle. Solea.
Soon. Fils. Filius.
Son. Soleil. Sol.
Soom. Bord. Limbus.
Sop. Feſte. Faſtigium.
Sop. Ius. Ius.
Sorg. Soing. Cura.
Sot. Fol. Stultus.
Spa. Houe. Ligo.
Spaey. Tard. Tardus.
Spaen. Eſclat. Aſſula.
Span. Extenſion de la paulme. Spithama.
Specht. Piemar. Picus.
Speck. Lard. Lardum.
Spel. Ieu. Luſus.
Speer. Lance. Lancea.
Speur. Trace du pas qui demeure apres avoir marché. Veſtigium.
Spie. Cheville. Impages.
Spie. Eſpieur. Inſidiator.
Spier. La chair blanche qui eſt à la poictrine d'un oiſeau. Pulpa.
Spies. Pique. Haſta.
Spil. Fuſeau. Fuſus.
Spind. Huche. Penarium.
Spin. Araigne. Aranea.
Spint. Picotin. Corbula.
Spit. Broche. Veru.
Spits. Haultain.
Spoet. Haſte. Properatio.
Spoel. Navette. Glomus textorius.
Spond. Chaſſit. Sponda.
Spoor. Eſperon. Calcar.
Sport. Eſchellon. Climacter.
Spot. Mocquerie. Irriſio.
Spraeck. Langage. Lingua.
Spreuck. Dicton. Sententia.
Spreeu. Eſtourneau. Sturnus.
Spriet. Iavelot. Venabulum.
Sproet. Lentille. Lentigo.
Spronek. Sault. Saltus.
Sprot. Harangade. Membras.
Sprau. Pepie des poules. Pituita in gallinis.
Spruyt. Ietton d'arbre. Germen.
Speu. Excluſe. Cataracta.
Speut. Eſcliſſoire. Syrinx.
Spijs. Viande. Cibus.
Spijt. Deſpit. Contumelia.
Stadt. Ville. Vrbs.
Staeck. Pali. Palus.
Stael. Acier. Chalybs.
Staet. Eſtat. Status.
Staey. Loiſir. Otium.
Staf. Baton. Baculus.
Stal. Eſtable. Stabulum.
Stam. Lignage. Genus.
Stanck. Puanteur. Fœtor.
Standt. Cuve. Cupa.
Stang. Perche. Pertica.
Stand. Eſtat. Status.
Stap. Pas. Paſſus.
Steck. Baſton. Baculus.
Steeds. Aſſiduel. Aſſiduè.
Steech. Obſtiné. Obſtinatus.
Steeck. Coup. Ictus.
Steel. Tige. Caulis.
Steen. Pierre. Lapis.
Steert. Queuë. Cauda.
Stel. (als ſtel bier) Eſtale. Vetus.
Stelt. Eſchaſſe. Gralla.
Stem. Voix. Vox.
Sterck. Fort. Fortis.
Steur. Eſtougeon. Turſio.
Steyl. Contremont. Surſum.
Stier. Taureau. Taurus.

Stijf,

Stijf. Roide. Rigidus.
Stijl. Posteau. Postis.
Stil. Quoy. Quietus.
Stock. Baston. Baculus.
Stoel. Selle. Sedes.
Stof. Poudre. Pulvis.
Stom. Muet. Mutus.
Stomp. Rebouché. Obtusus.
Stoop. Lot. Gelta.
Stoot. Poulsement. Concussus.
Storm. Tempeste. Tempestas.
Stoof. Estuve. Hypocaustum.
Stont. Hardi. Audax.
Stracx. Incontinent. Quamprimum.
Strael. Ray. Radius.
Straet. Rue. Platea.
Straf. Rigouteux. Durus.
Strang. Rivage de la mer. Littus.
Streeck. Traict. Tractus.
Streng. Aspre. Severus.
Streep. Traict. Stria.
Strick. Lacqs. Laqueus.
String. Ridelle. Restis.
Stronck. Tronchet. Truncus.
Stroo. Estrain. Stramen.
Stroom. Cours de l'eau. Fluxus aquæ.
Strop. Har. Vinculum.
Struyck. Planson. Frutex.
Struys. Austruche. Struthiocamélus
Struyf. Crepet. Laganum.
Strijt. Bataille. Prœlium.
Stuck. Piece. Frustum.
Stuer. Severe. Severus.
Suer. Aigre. Acer.
Sulck. Tel. Talis.
Sus. Ainsi. Sic.
Sus. Tout quoy. Silentium.
Suydt. Midi. Meridies.
Suyl. Pilier. Columna.
Swack. Debile. Debilis.
Swaer. Pesant. Gravis.
Swart. Noir. Niger.
Sweem. Becasson. Rusticula minor
Sweep. Fouet. Flagrum.
Sweert Espee. Ensis.
Sweer. Vlcere. Vlcus.
Sweet. Sueur. Sudor.
Swerm. Iecton de mouches. Examen apum.
Swijn. Porceau. Porcus.
Sy. Elle. Illa.

TAck. Rameau. Ramus.
Taeck. Certain œuvre par jour. Pensum.
Tael. Langue. Lingua.
Taert. Tarte. Scriblita.
Taey. Coriace. Lentus.
Tal. Nombre. Numerus.
Tam. Dompte. Mansuetus.
Tang. Tenaille. Forceps.
Tant. Dent. Dens.
Tap. Broche d'un tonneau. Embolum vasis.
Tas (als hoytas) Fenil. Fenile.
Teen. Osier. vimeu.
Teen. Orteil. Digitus pedis.
Teer. Tendre. Tener.
Tel. Haquenee. Gradarius equus.
Tempst. Tamis. Cribrum.
Teuch. Traict. Haustus.
Teyl. Vn plat creux de terre. Gabata figlina.
Thien. Dix. Decem.
Tob. Cuve. Cupa.
Toch. Cettes. Vetè.
Tocht (als tocht des heyrs) Le marcher de l'armée. Agmen.
Toe (als tot daer toe) A. Ad.
Tol. Gabelle. Vectigal.
Tong. Langue. Lingua
Ton. Tonneau. Dolium.
Toom. Reine d'une bride. Habéna
Toon. Monstre. Demonstratio.
Toon. Son. Tonus.
Top. Toupie Trochus.
Toorn. Ire. Ira.
Torsch. Grappe. Racémus.
Torts. Torche. Fax.
Tot. Iusques. Vsque.
Tau. Corde. Funis.
Traech. Lente. Lentus.
Traen. Larme. Lachrima.
Trap. Degre. Gradus.
Treck. Traict. Tractus.
Treeft. Tre-pied. Tripes.
Troch. Auge. Linter.
Tromp. Trompe.
Tronck. Tronck. Truncus.
Troost. Soulas. Solatium.
Tros. Bagage qu'on porte à la guerre. Impedimenta exercitus.
Trau. Fidele. Fidelis.
Trijp. Tripe.
Tucht. Modesteté. Modestia.
Turf. Tourbe. Cespes.
Tuych. Hardes. Arma.
Tuygh. Tesmoing. Testis.
Tuyn. Iardin. Hortus.
Twaelf. Douze. Duodecim.
Twee. Deux. Duo.
Twist. Discord. Discordia.
Twijn. Fil tors. Filum retortum.
Tijck. Coutil. Culcitra.
Tijt. Temps. Tempus.

VAem. Toise. Orgya.
Vaer. Pere. Pater.
Vaeck. Sommeil. Sopor.
Vael. Basset. Helvus.
Vaen. Baniere. Vexillum.
Vaer. Peril. Periculum.
Vaert. Fosse navigable. Fossa.
Vaert. Allure. Profectio.
Valck. Faucon. Falco.
Val. Cheute. Casus.
Val. Trebucher. Decipulum.
Valsch. Faulx. Falsus.
Van. De. A.
Vast. Ferme. Firmus.
Vat. Vaisseau. Vas.
Vee. Bestial. Pecus.
Veel. Beaucoup. Multus.
Veer. Passage Trajectus.
Veers. Vers. Versus.
Velds. Champ. Campus.
Vel. Peau. Pellis.
Veint. Garson. Infans.
Versch. Frez. Recens.
Vest. Muraille d'vne ville. Mœnia
Vet. Graisse. Pinguedo.
Veul. Poulain. Pullus equinus.
Veych. Qui est prochain de sa mort
Veyl. Exposé en vente. Venalis.
Vier. Quatre. Quatuor.
Vyer. Feu. Ignis.
Vies. Fascheux. Morosus.
Vijf. Cincq. Quinque.
Vijg. Figue. Ficus.
Vijl. Lime. Lima.
Vijs. Vis. Cochlea.
Vilt. Feultre. Cento.
Vinck. Becfigne. Frigilla.
Vin. Lopin de chair. Offa.
Vin. Aisle de poisson. Pinna.
Visch. Poisson. Piscis.
Vlack. Plain. Planus.
Vlaey. Flan. Scriblita.
Vlaegh. Ondée de pluye. Nimbus.
Vlam. Flambe. Flamma.
Vlas Lin. Linum.
Vleck. Village. Pagus.
Vleesch. Chair. Caro.
Vlieg. Mouche. Musca.
Vliem. Lancette à chirurgien. Scalprum.
Vlier. Sureau. Sambucus.
Vlies. Toison. Vellus.
Vliet. Rive. Ripa.
Vlijt. Dilgence. Diligentia.
Vlock. Floc. Floccus.
Vloeck. Maudisson. Imprecatio.
Vloet. Flot. Fluctus.
Vloer. Aire. Area.
Vloi. Puce. Pulex.
Vlucht. Fuite. Fuga.
Vocht. Humide. Humidus.
Voet. Pied. Pes.
Voor. Devant. Ante.
Volck. Peuple. Populus.
Vol. Plain. Plenus.
Vonck. Estincelle. Scintilla.
Vondt. Invention. Inventio.
Voocht. Tuteur. Tutor.
Voort. Avant. Vltra.
Voos. Corrompu. Insipidus.
Vorck. Fourche. Furca.
Vorsch. Grenouille. Rana.
Vorst. Gelée. Gelu.
Vort. Pourri. Putridus.
Vos. Regnard. Vulpes.
Vau. Pli. Plicatura.
Vracht. Voicture. Vectura.
Vraegh. Demande. Interrogatio.
Vranck. Franck. Liber.
Vreck. Chiche. Parcus.
Vre. Paix. Pax.
Vrees. Crainte. Timor.
Vreemt. Estrange. Extraneus.
Vreucht. Ioye. Gaudium.
Vriendt. Ami. Amicus.
Vroech. Tempre. Mane.
Vroet. Sage. Prudens.
Vroet. Eschars. Parcus.

Vro.

Vro. Ioyeux. Hilaris.
Vroom. Preux. Probus.
Vrau. Femme. Femina.
Vrucht. Fruict. Fructus.
Vry. Libre. Liber.
Vyt. Heure. Hora.
Vyt. Hors. Ex.
Vyl. Chathuant. Bubo.
V. Vous. Tibi.
Vurst. Prince. Princeps.
Vuyl. Ord. Sordidus.
Vuyst. Poing. Pugnus.
WAcht. Garde. Custodia.
Waeck. Veille. Vigilia.
Waen. Presomption. Opinio.
Waer. Ou. Vbi.
Waes. Marchandise. Merx.
Waer. Vray. Verus.
Waegh. Balance. Libra.
Wal. Remparts. Vallum.
Wandt. Paroy. Paries.
Wang. Ioue. Mala.
Wan. Van. Vannos.
Want. Car. Nam.
Want. Gand. Manica.
Was. Cire. Cera.
Wat. Quoi. Quid.
Web. Fil pour tistre. Textúra.
Wech. Chemin. Iter.
Weer. Belier. Aries.
Weer. Temps. Tempus.
Weer. Derechef. Iterum.
Wee. Malheur. Væ.
Weech. Paroy. Paries.
Weyck. Mol. Mollis.
Weet. Guesde. Glastum.
Weeld. Delice. Delitiæ.
Weer. Toutes armes de defense. Arma.
Weert. Hoste. Hospes.
Wees. Orphelin. Pupillus.
Weeck. Sepmaine. Septimana.
Welck. Quel. Quis.
Wel. Bien. Bene.
Wensch. Souhait. Optio.
Werck. Estoupe. Stupa.
Werck. Oeuvre. Opus.
Werf. Cay. Acta.
Werm. Chaud. Calidus.
Werp. Iect. Iactus.
Wesp. Guesp. Vespa.
West. Occident. Occidens.
Wet. Loy. Lex.
Wey. Mesgue. Serum.
Wicht. Enfant. Puer.
Wicht. Pois. Pondus.
Wie. Qui. Quis.
Wieck. Tente. Pannus.
Wiegh. Berceau. Cunæ.
Wiel. Voile de Nonnain. Velum.
Wiel. Roue. Rota.
Wilt. Sauvage. Silvester.
Wil. Volonté. Voluntas.
Winck. Cil d'œil. Nictus oculi.
Wint. Vent. Ventus.
Winst. Gain. Quæstus.
Wip. Bascule. Tolléno.
Wisch. Torchon. Penicillus.
Wis. Viorne d'oisier. Vimen.
Wis. Certain. Certe.
Wit. Blanck. Albus.
Woest. Desert. Desertus.
Wolck. Nuée. Nubes.
Wolf. Loup. Lupus.
Wol. Laine. Lana.
Wond. Plaie. Plaga.
Woort. Mot. Verbum.
Worst. Saucisse. Botulus intestinarius.
Wour. Forest. Silva.
Wraeck. Vengeance. Vindicta.
Wrat. Verruë. Verrúca.
Wreet. Cruel. Crudelis.
Wronck. Torment. Torsio.
Welp. Ieusne Chien. Catulus.
Wulps. Folastre. Lascivus.
Wurm. Ver. Vermis.
Wy. Nous. Nos.
Wijdt. Large. Amplus.
Wijf. Femme. Mulier.
Wiil. Temps vacant. Spatium.
Wijn. Vin. Vinum.
Wijs. Sage. Sapiens.
Zier. Ciron. Chiron.

158 RELIQVÆ MONOSYLLABA NOMINA, COGNOMINA, &c.

AB. Abs. De. Van.
Ac. Et. Ende.
Ad. A. Tot.
Æs. Cuire. Coper.
Ah. Ach. Ach.
An. Adverbium interrogantis.
Ars. Art. Const.
Arx. Chasteau. Borch.
As. Livre. Pont.
Ast. Mais. Maer.
At. Mais. Maer.
Au. Interjectio consternati animi.
Aur. Ou. Oft.
BIs. Deux fois. Tweemael.
Bos. Bœuf. Os.
CAlx. Chaulx. Kalck.
Cis. deça. Op dees sijde.
Clam. Encachette. Heymelick.
Cor. Cœur. Hert.
Cos. Queue. VVetsteen.
Cras. Demain. Morghen.
Crus. Iambe. Been.
Crux. Croix. Cruyt.
Cum. Avec. Met.
Cur. Pourquoy. VVaerom.
De. De. Van.
Dos. Dost. Houwelicke gift.
Dux. Duc. Leydtsman.
E. De. vyt.
En. Voici. Sies hier.
Et. Es Ende.
Ex. De. Vyt.
FÆx. Lie. Ghist.
Falx. Faulx. Sickel.
Fas. Licite. Toeghelaten.
Fax. Fallot. Torts.
Fel. Fiel. Gal.
Flos. Fleur. Bloem.
Fons. Fontaine. Born.
Frous. Fueille. Blat.
Frons. Front. Stirn.
Fur. Larron. Dief.
GIt. Genus feminus.
Glans. Gland. Eeckel.
Glos. Sœur de mon mari. Mans suster.
Grex. Troupeau de bestes. Kud.
Grus. Grue. Craen.
HA. A. A.
Hac. Par ci. Lanck hier.
Heu. Helas. Eylas.
Heus. He. Hau.
Hic Hæc Hoc Hunc Hanc. Hi Hæ Hos Has His.
Hinc. D'ici. Hier af.
Huc. Ici. Herwaert.
Hyems. Hyver. VVinter.
IAm. Ia. Nu.
Id. Cela. Dat.
In. En. In.
Is. Ea. Id.
Ius. Ius. Sop.
Ius. Droict. Recht.
Lac. Laict. Melck.
Lanx. Bassin. Schael.
Lar. Fouyer. Heerdt.
Laus. Los. Lof.
Lex. Loy. VVet.
Lis. Noise. Twist.
Lux. Lumiere. Licht.
ME.
Mel. Miel. Honich.
Mens. Sens. Sin.
Merx. Marchandise. VVaer.
Mons. Montaigne. Berch.
Mors. Mort. Doot.
Mox. Tantost. Terstont.
Mus. Souris. Muys.
NÆ. Certainement. VVaerlick
Nam. Car. VVant.
Ne. Non. Niet.
Nil. Rien. Niet.
Nix. Neige. Sneeu.
Non. Non. Neen.
Nos. Nous. VVy.
Nox. Nuict. Nacht.
Num. Adverb.
Nunc. Maintenant. Nu.
Nux. Noix. Neut.
O. O. O.
Ob. Pour. Om.
Oh. Interject.
Os. Bouche. Mont.
Os. Os. Been.
Par. Paire. Paer.
Pax. Paix. Paeys.

Pons.

Per. Par. Door.
Pes. Pied. Voet.
Phy. Interject.
Pix. Poix. Pec.
Plebs. Peuple. Ghemeynte.
Plus. Plus. Meer.
Pons. Pons. Brug.
Post. Depuis. Nae.
Præ. Devant. Voor.
Pro. Pour. Voor.
Proh. Interject.
Puls. Papin. Pap.
Pus. Bouë. Etter.
Qvis. Qui Quæ Quod Quid.
Quin. Que ne. Dat niet.
Quot. Combien. Hoe veel.
Quum. Quand. Als.
Res. Chose. Dinck.
Ros. Rosée. Dau.
Rus. Leschamps. Velt.
Sal. Sel. Saut.
Sat. Assez. Ghenouch.

Scobs. Sciure. Saeghmeel.
Scrobs. Fosse. Gracht.
Se. Aceuf.
Sed. Mais. Maer.
Seps. Haye. Tuyn.
Seps. Serpens.
Seu. Ou. Oft.
Sex. Six. Ses.
Si. Si. Ist dat.
Sic. Ainsi. Soo.
Sin. Mais si. Maer ist dat.
Sol. Soleil. Son.
Sons. Coupable. Misdadich.
Sors. Fortune. Fortune.
Spes. Esperance. Hoop.
Splen. Rate. Milt.
Stips. Denier. Penninck.
Stirps. Racine. Struyck.
Sub. Soubs. Onder.
Sus. Porc. Soch.
Tam. Tant. Soo seer.
Tax. Son de fouët. Clets.

Ter. Troisfois. Driemael.
Thus. Encens. VVieroock.
Tot. Autant. Soo veel.
Trabs. Poultre. Balc.
Tres. Trois. Drie.
Trux. Cruel. VVreet.
Tu. Toy. Ghy.
Tunc. Adonc. Dan.

Væ. VVee.
Vas. Vaisseau. Vat.
Ve. Ou. Oft.
Vel. Ou. Oft.
Ver. Printemps. Lenten.
Vir. Homme. Man.
Vis. Force. Stercte.
Vix. A grand peine. Nauliex.
Vos. Vous. Ghylien.
Vox. Voix. Stem.
Vrbs. Ville. Stadt.
Vt. Afin. Op dat.

220 GRÆCA MONOSYLLABA NOMINA, COGNOMINA, &c.

Α῎ϛ, mensis September.
Αἴξ. Capra.
Ἅλς. Sal, mare.
Ἄλξ. Potentia.
Ἄν. Si.
Ἄς. ἕως. Vsquequò.
Αὖ. Autem.
Αἶψ. Adverbium & conjunct.
Βὲκ. Panis.
Βὴξ. Tussis.
Βλὰξ. Mollis.
Βλὴς. Musca.
Βλὶξ. Assiduè.
Βοῦς. Bos.
Βρὶξ. Lactuca.
Βὺξ. Profunditas.
Βὼξ. Genus piscis.
Βῶς. Tergus bubulum.
Γάρ. Nam.
Γῆ. Terra.
Γλὰξ. Herbæ genus.
Γλαὺς. Noctua.
Γνὺξ. Genu.
Γοῦν sive γῶν pro γ' οὖν. Igitur.
Γραῦς. Anus.
Γρὺξ. Sordes unguium.
Γύψ. Vultur.
Δαὶ, vel Δὲ Autem.
Δαῖς. Convivium.
Δᾷς. Fax.
Δεῖ. Oportet.
Δὶν. Corpus.
Δὴ. Sanè.
Δὴν. Diu.
Δὴξ. Vermis lignum corrodens.
Δὶς. Bis.
Δμῶς. Servus.
Δὸρξ. Caprea.
Δρὰξ. Manipulus.
Δρὶς. Virtus.
Δρῦς. Quercus.
Δῶ pro Δῶμα. Domus.
Δὼς. Dos.
Εἰ sive ἤν. Si.
Εἶλξ. Procella.
Εἷς. Vnus.
Ἐκ sive Ἐξ. Ex.
Ἐν sive Ἔνι, Εἰς, Ἐς. In.
Ἓξ. Sex.
Εὖ. Bene.
Ζὰψ. Mare.
Ζεὶρ. Genus vestis.
Ζεὺς sive Δεὺς, Ζὰν, Ζὴν. Iupiter.
Ζῶς. Vivus.
Ζῶν. Animal.
Θὶν. Cumulus.
Θὴς. Debitor.
Θὴρ. Fera.
Θὴς. Mercenarius.
Θὶν. Littus.
Θὶς. Nomen piscis.
Θρὰξ. Nomen avis.
Θρὶξ. Capillus.
Θρὶψ. Vermiculus.
Θρὶψ. Parcus.
Θὼθ. September apud Ægyptios.
Θῶς. Genus lupi.
Θὼψ. Adulator.
Ἶν sive Ἶς. Genus mensuræ.
Ἶξ. Vermis.
Ἶς. Nervus.
Ἶψ. Vermis.
Καὶ. Nam.
Κἂν, quamvis pro Καὶ ἐάν.
Κὰρ. Caput.
Κὴξ. Genus avis.
Κῆρ. Cor.
Κὶς. Vermis.
Κλᾶξ. Clavis.
Κλὼν. Ramus.
Κλὼψ. Fur.
Κνὶψ. Culex.
Κνὼψ. Cæcus.
Κοὶξ. Plantæ genus.
Κοῦ. Vbi.
Κρέας. Caro.
Κρᾶς. Caput.
Κρῖ pro Κριθὴ. Hordeum.
Κτεὶς. Pecten.
Κτὴς. Possessio.
Κτὶς. Viverra.
Λὰξ. Adverbium cum calcibus.
Λᾶς. Lapis.
Λὶς. Leo.
Λῖς. Pannus lineus.
Λὺγξ. Inanis singultus.
Λὺγξ. Feræ genus.
Λὺξ. Lux.
Λὼψ. Chlamys.
Μὰ. Adverbium jurandi.
Μὲν. Quidem.
Μὰξ. Frustrà.

Μεὶς pro Μὴν. Mensis.
Μὲν. Tamen, quidem.
Μὴ. Adverb. Ne.
Μὴν. Mensis, & adverbiũ tamen.
Μνᾶ. Mina.
Μνοῦς. Lana tenerrima cum qua nascuntur agni.
Μῦς. Mus.
Μῶν. An.
Μὼψ. Cui hebes acies oculorum.
Ναὶ. Certè.
Ναῦς. Navis.
Νοῦς. Mens.
Νῦν. Nunc.
Νὺξ. Nox.
Νῶψ. Lusciosus.
Ξὺν pro σὺν. Cum.
Ὁ. Hic.
Ὅ pro ὅπου. Vbi.
Ὃς. Qui.
Οὐκ. Non.
Οὖν. Ergo.
Οὖς. Auris.
Ὄψ. Vox.
Πᾶ. Qua, Quò, Vbi.
Παῖ. Idem.
Παῖς. Puer.
Πᾶς. Omnis.
Πάξ. Genus calceamenti.
Πὰρ pro Παρὰ. A, Ab, Ex.
Παῦ pro Παῦσαι. Pausa.
Πῆ. Qui.
Πλὰξ. Tabula.
Πλὴν. Præter.
Πλῆξ. Stimuli genus.
Πλὶξ. Gressus.
Πλοῦς. Navigatio.
Πνὶξ. Suffocatio.
Ποῖ. Quodammodo.
Πῦ. Vbi, Partim, Alibi.
Πὼς .Pes.
Πρὰν pro πρώην. Dudum.
Πρὶν. Prius.
Πρὸ. Antè.
Πρὸξ. Animal cervo simile.
Πρὸς. Per, Ad.
Πρὼν. Eminentia montis.
Πρὼξ. Ros.
Πτύγξ. Genus avis.
Πτὺξ. Plicatura.
Πτὼξ. Timidus.
Πὺξ. Adverb. Pugnis.
Πῦρ. Ignis.
Πῦς. Quò.
Πῶ ubi pro πόθεν.
Πῶς. Quomodò.
Ῥὰξ. Genus radicis.
Ῥὰξ. Acinus uvæ.
Ῥὴν. Ovis.
Ῥὶν. Naris.
Ῥὶς. Nasus.
Ῥὶψ. Vimen flexile.
Ῥοῦς. Fluxus.
Ῥὼξ. Rupes.
Ῥὼξ. Rupes.
Ῥώψ. Virgultum.
Σᾶ, Incolumia.
Σάρξ. Caro.
Σεὶρ. Sol.
Σεὺς. Vermis.
Σὴς. Tinea.
Σὴψ. Serpens.
Σκῶρ. Merda.
Σκὼψ. Avis loquax.
Σὸς. Tuus.
Σπλὴν. Splen.
Σταῖς. Farina.
Στίξ. Turma cõtinẽs viro trecẽtos.
Στρίγξ. Avis.
Στροῦς, id est, Στρουθὸς. Passer avis.
Σὺ. Tu.
Σῦς. Sus.
Σφὴν. Cuneus quo ligna scinduntur.
Σφὴξ. Vespa.
Σφίγξ. Sphinx animal.
Σῶς. Salvus.
Ταὶ. Autem.
Τὶς. Quis, Aliquis.
Τρεῖς. Tres.
Τρὶς. Ter.
Τρὺξ. Fæx.
Τρὼξ. Gurgulio.
Τὺ. Tu.
Τὼς. Sic.
Τὰς. Sus, & piscis nomen.
Φὰψ. Avis genus.
Φεῦ. Heu.
Φὴρ pro Θὴρ. Fera.
Φθεὶρ. Pediculus, etiam medium clavi.
Φθοῖς. Genus placentæ.
Φλὸξ. Flamma.
Φρὴν. Præcordia.
Φρὶξ. Maris vel fluctuum fremitus
Φὺξ. Adverbialiter cum fuga.
Φὼρ. Fur.
Φὼρ. Genus apum.
Φὼς. Inustio ab igne facta in cruribus.
Φὼς. Vir.
Φῶς. Lux.
Χεὶρ. Manus.
Χρὴ. Oportet.
Χλοῦς. Herba.
Χνοῦς. Lanugo.
Χοῦς. Agger.
Χοῦς. Congius.
Χρῶς, & Χρὼς. Corpus.
Ψὶξ. Mica.
Ὦλξ. Sulcus.
Ὧς. Vt.
Ὢψ. Facies.

Quamob-

Quamobrem monosyllabæ voces, quæque primæ & suæ originis sunt ita descriptæ sunto. In cõpositionibus autem majoris esse cùm brevitatis, tum etiam certitudinis quàm Græcæ sint, id vel hinc perspicitur, quod vulgus hominum ἄμικον, quique ut in proverbio est neque nare neque literas norunt, ipsas nullo studio, nec opinantes quidem in compositionibus conjungant, idque propter idiomatis, & præceptorum bene ordinatam certitudinem.

Verbi gratia, si quis suberi scindendo peculiarem destinasset cultrum, eum nostro idiomate, etiam de appellatione aut compositione nõ sollicitus, appellabit *Corckmes*, quamvis harum vocum coagmentatio antea ipsi sit inaudita, quæ ab aliis perinde recipitur & intelligitur tanquam diu usitata; videlicet significari cultrum qui peculiariter suberi scindendo sit dicatus, hanc quilibet eodem ordine iisdemque enuntiabit syllabis, nemo enim dixerit *Meskorck*, neque alios casus syllabasvé adhibuerit. sic aliis compluribus exemplis Germanorum germanam compositionem probare, in promptu quidem esset, verùm quemadmodum supervacaneum fuerit, imò inutile, magna argumentorum copia & diversis rationibus velle demonstrare ubi locorum aër inveniatur, cum nusquam extra aërem secedere aut vitam agere possimus, sic cum tanta istarum compositionum copia ubique obvia est, ea recensere velle labor inutilis videri debeat.

Multa de hujus linguæ idiotismis in medium quoque afferri possent, sed quia hæc res propriam sibi deposcat grammaticam paucula voces à visu derivatas proponemus, quæ Germanis uberiorem meditationem suggerant. cujusmodi sunt *Steeroogen*, *Sprietoogen*, & *Aenschauwen*. Vox *Steeroogen* nobis sedulo & studiosè inspectare atque obtueri significat, sed nulli rei accuratior inspectio requiritur, ut ea quę volumus cognoscamus, quàm in Stellis si de die eas contemplari velimus, Sole supra horizontem exorto. nisi enim eas cõtinuò immotis oculis intuearis, aut commodo subsidio adjutus ipsarum loca notes, oculis semel aversis vix eas denuo inveneris, quod ipse reapse aliquãdo expertus sum. quandoquidem igitur in Stellis cõtemplandis maximè accurata oculorũ acie opus sit, commodè & eleganter admodũ vox *Steeroogen* inde derivata est. Ex quo etiam effici videtur Germanos olim sedulos siderum contemplatores fuisse, etiam isto observandi modo, de quo *Hipparchus* & *Ptolomæus* nihil inaudierant, aut saltem nihil intellexerant, ut supra pleniùs explanavimus.

Verbum autem *Sprietooghen*, quod est perperam videre, res geminas, deducitur à *spriet* quod crucem notat, ut antenna navis malo transversim opposita similiter *Swijnspriet*, idem & quod *Swijncruys* venabulum. nonnullis item *Sprietwech* pro *Cruyswech*, hoc est, quadrivio usurpatur. ut *Sprietoogen* idem sit quod *Cruysooghen*, id est *ooghen* oculi quorum radii non paralleli porriguntur ut rectè cernentium, sed sese intersecant, quod nostro idiomate *cruyssen* dicitur, ut homines luscitiosi qui propterea semper res geminas vident. ut vox hæc ex visus affectione originem duxerit, quippe è radiis oculorum transversim sese secantibus.

Denique ut de verbo *Aenschauwen* dicamus, notandum res ipsas nobis non videri, sed umbram duntaxat rei, quod explanatè docebimus primo postulato 1 libri Sciagraphiæ: ut cuncta quæcunque visu objiciantur nihil sint quam rerum umbræ *schauwen*, ideoque intueri *aenschauwen* & *aensien* Germanis eodem significatu usurpantur. Vnde perspicitur hujusmodi umbrarum proprietates ipsis probè notas fuisse.

Quamobrem qui Germanicam linguam rectè & intelligenter considerat,

D satis

ſatis ſuperque cauſæ habet ut tantum eam ſuſpiciat & admiretur, quantū ſigna 6 membro poſita poſtulant. Nam in eadem gente tam multos inveniri gnaros quid monoſyllabæ voces poſſint, ut ipſi monoſyllabæ loquelæ effectionem complectantur & abſolvant, mihi nimiſquam mirum videtur: & ſane in terrarum orbe neque hoc ſeculo, neque à quo tempore literarum monumentis cōſignatū quidquam extat, tam ſolertes & ingenioſi homines ulli extiterunt. certè tam excellens monoſyllabæ linguæ teſtimonium, artiſque & elegantiæ plena compoſitio, tamq; ſignificantia verba, me in ſui admirationem rapiunt, libereque & ingenue profiteor, primos ejus autores, eruditi ſeculi homines fuiſſe mihi videri. neque dubium exiſtimo, ſi denuo funditus linguæ ſuæ cognitionem eruere poſſent, eamque tanto in honore haberent, quantum promeruit, haud parùm ad eruditi ſeculi renovationem accelerandam profore.

Verumenimverò ut planius ejus cognitio pateſcat, utile etiam fuerit ſciri ubi locorum Germanicæ linguæ Atticæ iſtæ elegantiæ floreant, ut cæteri, qui ſequiore utuntur loquela ad eorum exemplum ſeſe forment. Si meum judicium in tam gravi negotio interponere neceſſe haberem, nullum certe angulum in univerſa Germania Northollādiæ, id eſt Hollandiæ Boreali anteferam, unde à docto quodam viro mihi tranſmiſſa eſt magna ſeges vocum monoſyllabarum, Northollandis duntaxat uſitatarum, eas autem ſumma animi voluptate perſpexi, neq; tamen inter expoſitas rettuli: quia Hollandis Borealibus ſolùm eſſent propriæ, namque iſtiuſmodi idiotiſmum potius ſcriptorem Northollandum requirere, & peritum aliquem ad iſtum laborem hortando monendoque inſtigare ſatius fore credidi. Sed tamen interea male me habet depravatio quæ elegantiſſimis Germanicæ linguæ relliquiis imminere videtur, quæque jam tantæ ruinæ initium fecit, quia Northollandi patriæ linguæ delicias neſcientes, eam tanquam nimis planam, ac minus elegātem reſpuunt, & Germanicis finitimarum gentium vocibus, qui negotiationis & mercaturæ gratia ad eos concedunt, miſcent ac interpolant. Sed quia id nulla vi impediri poteſt, loquendum erit ut multi, ſentiendum verò ut pauci. Hactenus igitur tertii membri ſubjectum explanavimus, in quo linguæ bonitas conſiſtat, cui illuſtrandæ Germanicæ linguæ exemplum uſurpavi. & ſi melior ulla ſit alia, quod equidem me fugit, meliora illinc exempla deduci poterunt.

DECLARATIO 4 MEMBRI.

Tantas tamque ſublimes & reconditas ſcientias, cujuſmodi artes liberales ſuo ambitu comprehendunt, methodi eruditi ſeculi ignaro, abſque ſummo labore addiſci, memoriæve mandari, aut ſine aliarum rerum neglectu, quæq; magis πρὸς τ' ἄλφιτα, exerceri poſſe, abſonū videatur. imò verò nō paucis haud veriſimile ſit PRINCIPEM ILLVSTRISSIMVM tantarum rerum adminiſtratione, quarum fama (nihil dicam hyperbolicum) totum jam orbem terrarum opplevit, diſtentum, harum ſtudio à cura rerum aliarum, quæque diligentius forſan adminiſtrari poſſint, non avocari. Verùm hoc gnaro brevitatis methodicæ eruditi ſeculi perinde videatur, tanquam ἄμυσος aliquis qui nec legendi nec ſcribendi artem noverit, ut novum & inauditum ſecum ipſe miretur, qui fieri poſſit ut hominum quiſpiam tam admirabilis ſit memoriæ, qui nomina formaſque ſingularum literarum obſervet, ipſaſque in ſyllabas & voces colligendo legat, cæteraque Grammaticæ munia abſque aliarum rerum neglectu obire poſſit: nam ut legendi ſcribendique exercitatio moleſta non eſt, ſed magnum rerum agendarum ſubſidium, contraque potius maximè admirabile ſit aliquem legendi ſcribendique ignarum difficí-

difficiles & arduas res agere; sic artium liberalium studium exercitatioque eruditi seculi methodo, & forma descriptarum non erit operosa, aut gravis, aut aliis negotiis obeundis impedimento, sed multæ commoditatis facilitatisque causa, ut magis mirum videri debeat harum ignarum multis magnisque rebus gerundis parem esse.

De hac autem methodo, sine qua nunquam prisci illi viri erudito seculo tantarum scientiarum peritiam nacti essent, quæ nota mihi sunt deinceps differere statui, & quidem

Primò de membris mathematicæ propositionis.
Secundò de definitionibus.
Tertiò de dichotomia.
Quartò de Anaphora.
Quinto de theoriæ & praxis conjunctione.

DE MEMBRIS MATHEMATICÆ PROPOSITIONIS.

ELementa *Euclidea*, quæ, ut 6 definitione explanatius dictum est, reliquiæ eruditi seculi non levibus argumentis esse judicantur, in duorum generum propositiones, theoremata nimirum, & problemata tributa sunt, quorũ membra inter se sunt distincta. primo enim statuitur generalis propositio, quæ deinde speciali exemplo confirmatur, in quo considerantur Datum, Quæsitum, Constructio, Demonstratio. quamvis autem quidam *Euclidis* interpretes membra hæc confundant, & fabricando demonstrent, tamen hac ratione (quod non ita dictum ut iis detraham, sed ut propositum demonstrem, accipi velim) ordinem eruditi seculi non sequuntur. Cum enim veterum propositiones membris distinguerẽtur, articulatim, & separatim ea proponi necesse erat, secus membra non fuerint. ut enim si simulacrùm cereum capte, pectore, brachiis, pedibus distinctum & ornatum liquefacias, omnis istarum partium figura, detractâ formâ, quamvis manente materiâ, evanescit & perit.

Vtilitas autem quæ ex hac membrorũ distinctione oritur hæc est. ut PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS tractatum ita articulatè interpunctum, quod omni studio his Hypomnematis secutus sum, primum quidem attentè perlegat, ac funditus propositionum argumenta, tam theorematum quàm problematum cognoscat. quibus semel penitus intellectis, cum deinceps ad usum ea transferre & applicare cupit, posthabitis propositionibus & ipsarum demonstratione solam constructionem, ut eam imitetur, perspiciat, certò sibi persuasum habens ejus rationem modumque non esse lubricæ, aut ambiguæ fidei, propter demõstrationem semel à se jam ante intellectam. Quod ita commodè constructione demonstrationi immixta & intertexta fieri nequit. quia semper demonstrationi intelligendæ laborem novum impendere necesse est, quod plerumque absque alta & subtili meditatione, aut aliarum propositionum citatione fieri vix potest, unde novæ difficultates molestiæque existunt, ut minimè mirum mihi videatur à multis tyronibus mathematicas disciplinas deseri, aut obscuras judicari.

Occurritur autem à quibusdam, demonstrationem negligi & quasi transiliri, solamque praxin istinc seligi posse. verum difficilis est hæc res & intricata, nam statim ista discerni nequeunt, solamne demonstrationem hæc constructio spectet, an verò ad fabricæ exædificationem pertineat. Neque non rarò

qui hęc literis mandat, sivè is autor, seu descriptor sit, post aliquod temporis intervallum de eo ipso ambigere poterit: Constructione autem breviter & succinctè, rejectis superfluis separatim descriptâ, ipsam universam imitatione exprimis de conclusione haud dubius; cæterasque illas difficultatis nullo negotio declinas. Quamvis autem nonnulli in Mathematicis suis operibus, non propositionum membra tantum, constructionem nempe cum demonstratione confundant, sed suo quodam consilio integra problemata theorematis nullo discrimine permisceant, quæ ipsi uno nomine elementa dicunt; crediderim tamen ob causas supra expositas, naturalem methodi ordinem, quæ erudito seculo clarissime nota erat, isto modo non servari, neque brevitatem, quæ istinc sperabatur, nobis suggeri, quod hujusmodi exemplo clarius elucescet. Si in opere multiplicationis vel divisionis, ut in lateris quadrati analysi assiduè mente versandæ essent ipsarum longæ & tædiosæ demonstrationes, cur hæc operis forma verum quid edat efficiatque, hui quam operosa quamq; intricata ipsarum factio foret antequàm factum, quotum, aut latus quadratum assequeremur. hinc inquam facilè perspicitur quanta confusio in mathematicis propositionibus, quæ ista via instuuntur, existat.

Sed illud in ipso *Ptolomaeo* etiam animadvertendum, (quod tamen non perinde accipi velim tanquam nomini ejus obtrectem, nam methodi illustrandæ causa tantum propono) quamvis libri ejus, ob consequentium cum antecedentibus cõnexionem deductionemque, è monuméntis eruditi seculi distinctè & ordinatè descriptis sumpti videantur, non tamen mathematico stilo, sed eo qui in gestarum rerum, & historiarũ tractatione usitatus est scripti sunt, nulla definitionum propositionumque habita differentia, ut ipse commodè citari possint; sed semel dicta, tanquam lectori intellecta, & memoriæ penitus infixa assumuntur, aut quasi non sit necesse in ullo opere ipsas citari, aut ubi locorum similis pragmatia in antecedentibus inveniatur, cùjus formam imiteris, demonstrari: sed à posterioribus *Ptolomai* paraphrastis *Purbachio*, *Regiomontano*, *Copernico* aliisque deinceps, vitium hoc animadversum est, & emendatum, qui propterea opus id *Euclideo* more, seu eruditi seculi ordine digesserunt.

DE DEFINITIONIBUS.

PRæter constructionis à cæteris membris disjunctionem, in monumentis *Euclidis* singulare quiddam, quod methodũ ordinemque spectet animadvertere licet: nam propositionibus definitiones præfiguntur, quibus propria technica vocabula, quorum usus sit in sequentibus, describuntur; idque profecto rationi omnino consentaneum est: cum enim artes peculiares sibi voces deposcant, quarum usus extra artem in communi sermone nullus sit, & quia ad adipiscendam rerum notitiam, voces quibus ipsæ notantur intelligere necesse est, consentaneum plane fuerit ipsas primum cognosci. præterea tam autori & magistro, quàm discipulo utile est, eas in fronte libri ordine disponi. inventor enim dum in propositionum quarundam descriptionibus forte animadvertit has vel illas minus significantes esse, notionesque sibi subjectas minus apte exprimere, commodius tutiusque istas emendabit, cum conjunctim & quasi una facie sub adspectum venient, quàm cum sparsim huc, illuc digestæ singulæ illic inquirendæ erunt, ubi primum earum usu opus erit. discenti quoque item major utilitas hinc existit, partim quia vocum doctrina, quæ à reliqua materia genere toto dissidet, facilius inter se concatenata comprehen-

prehenditur & percipitur, alia aliam clarius illustrante: partim etiam quia tyrone propositionum materiam jam tractante, si quæ technicæ voces forte exciderint, earum definitionem è communi ipsarum loco facilius repetet.

Sed explicandum quoque censeo quomodo hoc præceptum, ut mihi quidem videtur, naturæ consentire animadverterim: contigit enim aliquando ut plura de operum terrenorum, virgeorumque substructionibus, item fabrica lignaria, cæmentarea, ferraria, cæterisque etiam (de quibus in Architectura fusius dicetur) operibus cognoscere opus haberem, quàm vel è scriptis autorum monumentis, vel à Mathematicis percipere aut erudiri possem, in quo mihi quilibet in sua arte duces, & doctores optimi fuere. sed ut studium meum felici successu conficerem, eruditi seculi ordinem imitatus, à singulis vocum ipsis usitatarum, quarum cognitionem mihi necessariam animadvertebam, significationẽ scrutabar, quas ordine suo digestas, cum memoriæ mandassem, in mutuo colloquio illi me, & ego illos commodissimè intelligebam, non minus quam si longo jam tempore in ipsorum artificiis versatus essem, atque ita facillimè ea comprehendebam, quæ sine his difficilius & longiore temporis intervallo vix percepissem. Quemadmodum igitur hæc definitionum collectio, & perceptio in artibus mechanicis, antequam ad opus accedatur maximo usui est, ita quoque in artibus liberalibus ista definitionum coacervatio multum afferret levaminis.

Et quamvis in Arithmetica nostra Gallica omnes totius operis, vocũ theoriam spectantium definitiones in unum locum, sub titulo primæ partis, congessim, idque potissimum, ut totum opus dichotomiis absolverem, & conficerem secundum tabulæ modũ, quæ breviario subjecta est: tamen si denuo idem argumentum tractandum mihi esset, singulis partibus, seu libris diversi generis suas definitiones præfigerem, ut *Euclides* olim fecit, & nos in his mathematicis Hypomnematis affectavimus, dichotomia enim nihilominus illo modo obtineri, & servari potest.

DE DICHOTOMIA.

Quia verò dichotomię studium tanquam frivolum quibusdam minus probatur, & distributio in decem, duodecim, aut alias quotcunque partes ęquè elegans & cõcinna videtur, necesse est paucis sententiam meam probare. *Plato* igitur in *Polico*, & *Aristoteles* 1 libro de partibus animalium accuratè & sedulò de ea disserunt, quamvis nusquam eam in libris suis exprimant, ideoq; videntur hæc è reliquiis eruditi seculi hausisse, ipsamque dichotomiam erudito seculo usurpatam: atque adeo eo magis quod hanc in *Euclide* manifestò ubique cernere liceat, cujus demonstrationes posteriores à prioribus dependent, cujus scripta eruditi seculi reliquias ęstimare possumus. Quamobrem cum dichotomæ hæ non sint vanæ aut inanes, quid de ejus proprietate, & affectionibus sentiam deinceps explicabo. quippe ejus ope omnes unius integri partes, vel generis species, quæ describendæ erunt certissimè constantissimeq; explicari, & natura priora priùs, ac sequentia quæque suo loco proferri, ut doctrina hęc nõ inordinata consecutione, sed cognitis antecedẽtibus explanetur & demonstretur. Vt in tabula Breviarii planorum triangulorum, cæterisq; similibus videre licet. Manifesto item ex dichotomia liquet utrum aliquid in suscepto negotio omissum sit, cujus exemplum habes in tabella ad calcem

39 propositionis sphæricorum triangulorum annexa. Vbi tamen trisectio istiusmodi occurrit.

Latus A C (cum inæquale erit ipsi A B) quadranti { æquatur. præstat. cedit.

Pro qua, hujusmodi dichotomiæ usurpari potuere.

Latus A C (cum inæquale erit ipsi A B) quadranti est { æquale. inæquale. { minus. majus.

Vt trisectione ista, cùm è dichotomia quasi derivata sit, res eodem recidat. Præterea si totius distributio fiat in partes 12, 20 aliasvé complures, habito dichotomiæ respectu, in opere quidem idem quod dichotomiæ efficient, sed quia multifida sectio absque dichotomiæ forma scriptori inventu difficilis, & lectori intellectu obscura foret, æquum est dichotomiam retineri & usurpari tanquam eutaxiæ & legitimæ dispositioni perquam utilem.

Neque tamen necessarium arbitror distributionis vocabula per universum opus sparsim, ut à quibusdam fit, ipsi materiæ immisceri, sed sufficere ordinem futuri operis, breviario, aut tabella generatim & semel proponi. & quamvis hinc, sive id fiat, nec ne, nullus error existat, tamen consuetudinis meæ rationem reddere mihi visum est.

Nonnulli autem definitiones & propositiones suscepto negotio inutiles, nec necessarias, quibus dichotomiam expleant, inferciunt, quod plane *ἀπροσδιόνυσον* videtur, non enim propter dichotomiam res describuntur, sed quî distinctè & ordinatè describantur, dichotomiæ usurpantur. Vt si quis ad institutæ dichotomiæ supplementum, vel supervacua, vel satis nota ingesturus esset, videtur summo jure tum adscribi posse ea tanquam non necessaria, aut pervulgata non descriptum iri.

Præterea quod quibusdam videatur in monumentis *Euclideis* dichotomiæ nullam exstare rationem, quia Arithmetici libri Geometricis inordinatè sint immisti, neq; bisectionem qualem ipsi flagitant ubiq; inveniant, ii hoc respôsi ferant; libros istos ab eruditi seculi naufragio non simul ad *Euclidem*, sed sparsim delatos esse: ideoque quos prius acceperat priore loco collocavisse. neque verò *Euclidem* dichotomiæ peritum fuisse affirmare, aut infirmare ausim. hoc tamen dicam, in scriptis ejus clara dichotomię vestigia exstare, quod accuratius explicarem, nisi brevitati nunc studerem.

DE ANAPHORA.

VBique propositionum, rerumque similium enuntiationes (cujus exemplum 19 & 20 sphæricorum triangulorum propositionibus exstat) quoad ipsarum congruentia patiebatur, verbis similibus explicare studui, ne rerum similitudo, ob verborum dissimilitudinem dispar videatur, tanquam diversa quædam materia explicetur, quod lectori non raro multam caliginem offunderet.

Certè

Certè vulgò fecus fieri, & vocum fynonymia multos delectari, non me fugit, qui tum Rhetoricæ præcepta fe confectari arbitrantur, cum copia verborum fe non deftitui oftendunt. ego tamen in illorum fententiam ire non poffum, cùm fummum Rhetoricæ præceptum fit auditores in fententiam fuam pertrahere, quodq; propofitum eft, ipfis perfuadere. is autem, qui huic negotio aptiffimas ufurpat voces, artem maxime fequitur. quia vero anaphora, quæ inter figuras dictionis numerarur, ad hoc maxime apta fit, cujus ufus in Mathematis frequens eft, eam confectari oportet. atque adeò fupra fcripta verborum repetitio, non ob penuriam, fed perfpicuitatis ftudio nobis ufurpata eft: neque in Rhetoricæ præcepta quidquam commiffum, cum ea fic maximè à me adumbrata & expreffa credam. Et fi quando iftinc aberrarim id mihi vel invito, vel feftinatione nimia excidit.

Verumenimverò quia verborū fimiles res explicantium fimilitudo, in hujus operis in alias linguas metaphrafi, minus forte confpicua erit, in quibus metaphraftes fuum judicium fequetur, ideò lectori indicare volui. quid in Germanica editione fectatus fim, & qua de caufa ita fecerim. Cuique tamen in hac re liberum judicium efto, mihi enim fatis eft fententiam meam explicaffe.

DE THEORIÆ ET PRAXIS CONIVNCTIONE.

CVm in methodi forma cōtroverfia de Theoriæ & Praxis permiftione agitetur, etiam de hoc denique quid fentiam docere neceffe eft, quamobrem ut definitionibus fuis prius eas explanem, Theoria eft effectio, à Phyfico fubjecto abftracta, cogitatione folum comprehenfa: cujus generis funt Theoriæ *Euclidis*, ubi de numero & magnitudine differit tanquam ab omini Phyfica materia fejunctis. Praxis eft effectio, quę in Phyfico fubjecto re ipfa inftituitur: cujufmodi eft agrorum aggerumque figuratio, & pedum, decempedarumque iis comprehenfarum dimenfio. Vt Theoriæ conclufio omnibus numeris fit perfecta, Praxis autem imperfecta. Sic in Theoria demōftratur planum è perpendiculari & bafis dimidio trianguli Geometrici areæ exactiffimè æquari, ut nihil defit, neque quidquam redundet: In Praxi autem agro triangulo, aut è quavis materia plana atq; æquabili dimenfo, quod iftinc efficietur neutiquam erit exactum, partim quia nullam longitudinem tam accurata menfura dimetiri poffumus, ut à verà longitudine millefima parte craffitudinis unius pili non aberremus, imo verò etiamfi menfura fit exacta & bene jufta, demonftrari tamen nequit: partim etiam quia Phyficæ lineæ nullæ ita in directum exporriguntur, aut fuperficies ita planæ funt, prout ipfarum mathematicæ definitiones exigunt, & quamvis tales effent, demonftratione probari non poffet. Proprietas & finis Theoriæ eft, ut tanquam ftabile fundamenrum fit quo Praxis collimet, ubi moleftiore ftudio eo accurationis adfcendi poterit, quantam fubjectæ materiæ ufus defiderabit:

Ex quo perfpicitur, eos qui Mathefin tanquam minus perfectam calumniantur, quod in pragmatiis & ufu parum exactus confenfus fit, non fatis commodè Theoriam à Praxi, & factionem mechanicam à mathematica fecernere. Nam Praxis, propter ea quę fupra fcripta funt, ad fummam illam perfectionem adfpirare neutiquam poteft.

Hæ utræque natura adeo funt difparatæ, ut non raro multi horum alteri fefe addicant, qui alterius nullam tamen habeant notitiam, quod non paucis

doctoribus,eorumq; discipulis in Academiis evenire videmus,qui in *Euclideis* Elementis Geometricis docendis discendisque ętatem terunt,neque unquam agrorum aream, aggerum soliditatem, aut vasorum capacitatem mensurando explicant, in quibus verus usus versatur. Contra etiam non paucos geodætas videre licet qui omnibus præceptis quorum usus est in geodæsiis, nullis rationibus,aut demonstratione persuasi, tanquam veris assentiuntur. Imò nonnulli eorum causas aut demonstrationes horum ullas in rerum natura existere omnino ignorant.

Neque verò Theoria sine Praxi vana est aut inutilis, nam neque ejus opera qui materiam in sylvis cædit inutilis æstimanda fuerit, quia ipse hinc domos, navigia, molas, aquarum emissaria, cistellas, statuas aut simile quid non deformet, id, inquam, perperam falsòque diceretur: quamvis enim scientia hæc in homine laudabilis sit, quia tamen arboribus cædendis diversis materiam subministrat, quam singuli artifices pro se quisque dolent poliantque, labor ejus non est improbandus. sed si arbores cædat tantùm eo fine ut putrescant,neque ex his quidquam utilitatis percipiatur,id omnino insolens ineptumque foret. Eadem est in artibus liberalibus theoricorum ratio, hi enim pragmaticis materiam ministrant, & magno commodo sunt, quamvis ipsi pragmatici omnino non sint. Sic *Euclides* quem pragmaticum fuisse memoriæ proditum non est, à quo tamen propositiones ad posteritatem transmissæ Geodætis, Architectis, cæterisque magno usui sunt. Similiter Theoricus *Ptolomæus* cæterique, qui naucleri non erant, præcepta tradidere navium gubernatoribus in longinquis maritimis itineribus summopere utilia, ut hi sibi peritissimi videantur, si regulas ab illis descriptas intelligant, quamvis naucleri nulli essent. Quare Theorici contemplatio, cujus usus ad pragmaticos alios emanet, non est vituperanda, quamvis autor ipse pragmaticus non sit.

Quamobrem quid Theoria & Praxis significent, quove differant hactenus expositum cum sit, illud quoq; notandum, veteres Mathematicos & quosdam recentiores Theorię explicationem à Praxi distinctè suscipere,quem ordinem nos etiam cum usui erit persequemur, quia verò nonnulli aliter sentiunt, & artem cum artis usu, Theoriam cum Praxi commisceant, de isto quoque animi sententiam indicare necesse est, ut instituti mei causa clarius liqueat.

Principio igitur hominum animi ad Praxin variè sunt affecti, cum alii aliis de causis huc animum applicent, alius enim naturâ, aut causis nonnunquam impellentibus ad propugnaculorum muniendorum scientiam, & res bellicas propensior est, alius ad geodæsiam, alius ad vasorum capacitatem mensurandam, alius ad navigationes longinquas, alius ad architecturam, alius sola Theoria delectatur, alius horum aliquibus, alius etiam universis.

Cum igitur è præcipuis describendarum liberalium artium causis ea non postrema sit ut multi, ad communem humani generis utilitatem, facilè adipiscantur cognitionem istarũ artium ad quas animũ applicant, expendẽdum erit utrumnè id in doctrina fieri possit Theoria cum Praxi commista. quamobrem sic habeto: cùm in Theoria unicum aliquod Praxis exemplum ex infinitis ejus generis desumptum proponitur, istud fortè discipuli palato nõ probatum iri, quia aliud aliquod genus cõsectatur, aut desiderat. Vt si in Geometria inter Theoremata propositiones quędã geodeticę interserantur, in quibus assumantur, dicis gratiâ, dimensiones fenestrarum columnarumvè ad quas accessus non pateat, profectò evenire poterit ut discipuli animus ab hoc geodæsiæ genere sit aversus, ratus ejus usum in Praxi valdè rarum esse, aut inventis

his

his columnarum menſuris, parum certitudinis ineſſe, quàm in aliarum ædificationum opere exprimat, aut aliud aliquid ſimile ejus animum ſubire poterit. Denique etiam genus id geodeſiæ quod affectat nõ inveniet. atq; adeò ſi univerſum librum pernoſcere opus ſit, multa cognoſcet quorum ſtudio non tenebitur. Sed Theoriæ, tanquam opus bene coagmentatum, in qua poſterius priori ordine jungitur, à diſcipulo intellectæ, erunt tanquam fundamentum, ut planiſſime intelligat iſtam Praxis ſpeciem, quam è variis editis monumentis arbitratu ſuo legendam ſeliget.

Quamobrem ut concludam, hactenus viam expoſui, qua tantarum ſcientiarum peritia denuò comparari poſſit, quantam erudito ſeculo cognitam fuiſſe manifeſtum eſt. Atque hujus doctrinæ ratione ſequentia deinceps pertractabo.

FINIS PRIMI LIBRI GEOGRAPHIÆ.

SECVNDVS
LIBER GEOGRAPHIAE,
DE
HYLOCINESI TERRESTRIS
GLOBI.

OCCASIO SCRIPTI SECVNDI HVIVS LIBRI.

CVM PRINCEPS multò ILLUSTRISSIMUS Architecturam, nobilem illam substructionis speciem evolvisset, seseque deinde in munimentorum mœniumq; metatione, & collocatione multùm exercuisset, re ipsa edoctus est quantis difficultatibus ea impediretur in molitionibus, cum quædam ob solum fatiscentem corruant, sidantque, aut fluvius alluens crescente alveo eas deterat; fossę etiam sabulo, limove oppleantur, quędamq; loca ad justam altitudinem effodi & deprimi propter arenæ scaturiginem nequeant, aut sublicæ fistucis ad optatam altitudinem adigi non posint. Animadvertebat etiam nō nullos portus arenà limové obstrui, in quorum reparatione magnæ impensæ sæpe frustra insumptæ essent, consiliaque contra dictos casus meditata admodum diversa sæpe nullo communi firmoque principio niti, unde frustratis impensis, ipsi regioni magnum periculum crearetur.

Cum igitur ante etiam similes difficultates animadvertissem, ad causarum investigationem animum adjeci, paulatim data occasione notans, quæ huic negotio utilia videbantur, minimeque lubricæ essent fidei. quæ cum PRINCEPS ILLUSTRISSIMUS simul cum supra scripta Architectura perlustrasset, deincepsque expertus esset earum cognitionem expositis casibus vitandis multùm utiles, cum ut consilia inepta evitaret, tum etiam ut consultationibus aptis, aut suis etiam inventionibus certas operum nancisceretur explicationes, propterea hæc inter ejus Mathematica Hypomnemata rettuli, & ab Architectura separata, communi Geographiæ adjunxi: quippe quæ explicent motus mutationesq; humanarum virium machinationumque expertes, quæque à natura essentiæ terrestris globi ingenitæ sint, unde generalia præcepta deducantur, quæ se latius deinde ad Architecturam diffundant. Quamobrem de his, & quæ hinc dependent secundo hoc libro dicturi, eorum argumentum summatim sequenti breviario complexi sumus.

BREVIARIVM
SECVNDI LIBRI.

*ABsolutis vocum propriarum definitionibus necessariis, prima propositio erit de terrestris globi motu in genere, reliquæ sequentes de magna & perpetua terrestris globi materiæ separatione, & contraria arenæ, argillæ, lapidum, metallorumque concretione tam in locis planis, quàm montanis, itemque de mutatione littorum quæ exeduntur aut accrescunt, vadorumque in portuum introitu, quos * pulvinos dicimus, deque continua fluviorum sublimitate. Hinc de causa aquæ & arenæ jugis ex terræ interveniis emicantium. Denique terram quæ jam est, marinis fluctibus obrutam, contraque maritima loca in terram conversa iri.*

* havendorpels.

DEFI-

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

Terreni globi hylocinesis, est variarum materiarum, è quibus coagmentatus est, motus in suo loco, figura totius manente sphærica.

Quandoquidem primæ hujus partis appellatio insignitur nomine Hylocinesis terrestris globi, eam ista definitione expressimus. ad cujus planiorem intellectum notandum est Aërem, Aquam, Arenam, aliasque ipsi immistas materias, occulto motu agitari, superna infernis, priora posterioribus locum commutantibus, qui motus in suo loco perficitur, id est rebus his sub eadem sphærica superficie, sphæræ formâ perpetuo tamen manente, comprehensis. quæ mutatio motusque à locali motu, de quo in sequentibus libris de Planetarum doctrina fusius dicetur, diversa est.

2 DEFINITIO.

Rapidam Psammorrhœam dico, quæ arenam movere, & secum vehere potest. Lenem verò, quæ arenam sidere patitur, neque arenam supervecta eam commovet.

Quemadmodum ponderibus horologio symmetris, cuncta ejus dentata tympana & rota, ipsiusq; horologii inquies motum reciprocans commoventur: alia autem pôdera leviora sunt quam ut rotas impellant. Ita flumina nonnulla tam rapido feruntur agmine ut arenas commoveant & secum vehant, quam Rapidam Psammorrœam appellamus: contra verò alia adeo leni, ut arenas sidere & vadum petere patiantur, neque arenam super quam invehuntur quoquam commovere possint, eamque propterea Lenem Psammorrœam dicemus.

3 DEFINITIO.

Rapida Ilyorrhœa est, quæ limum commovet secumque vehit. Lenis verò, quæ limum sidere patitur, neque limo supervecta eum commovet.

Cujus interpretamentum ex analogia 2 definitionis clarè satis liquet.

His rapidos lenesque fluxus silicum, gemmarum, metallorum & cæterarum rerum terrenæ materiæ adjungere liceret. Sed quia duæ proximæ definitiones instituto operi videantur facturæ satis, à cæteris istis supersedimus.

PROPOSITIONES

1 PROPOSITIO.

Formam motus globi terrestris generatim declarare.

Primus motor cuncta, tam totius quam partium respectu perpetuo motu & vicissitudine versare videtur: quippecum terrestris globus an..um suum curriculum circa solem, diurnum verò circa suum axem peragat; materia etiam è qua ipse compactus est & coagmentatus, perennem inter se mistionem quandam motumque habeat. Terra quidem ex aqua & aëre gemino maximè motu afficitur, aquæ etenim motu & fluxu agri comminuuntur & absorbentur, unde deinde in horizontis planitie novi existunt, quas alluviones dicunt, ut 4 aliisque deinceps propositionibus manifestius dicetur. Ex aeris commotione, qui ventus est, extuberantes & excelsi agri montani gignuntur, ut 5 propositione aliisq; sequentibus intelligetur. Quia verò causa aquæ, atque aeris moti quæri posset, ita habendum est, aquam quæ magnam terreni globi partem occupat triplici motu affici, à Sole, à Luna, ab Aëre. Calore solis in vaporem attenuatur, qui terram suo complexu globi instar ambiens Atmosphæra seu vaporum sphæra dicitur, cujus sublimitatem & à terra altitudinem cum cæteris eo pertinentibus tertio libro, cui titulus est *De Atmaoria*, enucleatè explicabitur: vapor is, ut in minoris materiæ resolutione animadvertere licet, in guttas abit unde pluvia oritur. idem congelatus in grandinem mutatur crassus autem vapor si ante cõglaciet quam in guttas dissolvatur, in nivem vertitur. Pluvia, grando, & nix quamvis ex mari educta sint, aëre tamen humorem prævissi trudente super verticem regionũ inducuntur, in quas recidentes, materiæ terrestri magni motus causæ existunt. Aquæ verò à Luna concitatæ motus, sunt æstus quotidiani, de quibus 6 libro pressius dicetur. Tertius autem motus quo unda ab aëre afficitur, ventus est, qui manifestò aquam commovet neque otiosè stare patitur. CONCLUSIO. Itaque terrestris globi motum generatim explicavimus. Quod erat propositum.

2 PROPOSITIO.

A materia sublimiorum agrorum, qui aquâ pluviâ, aut nive resolutâ deteruntur, alios agros gigni secus flumina, & prope ostia, ubi in mare se exonerant, explicare.

In montanis regionibus nive soluta, aquam è sublimi turbulentam crassamq; arena, argilla, luto, glarea, aliaque materia quam secum rapit mixtam defluere vidimus, turbida auté ista aqua per loca depressiora in flumina affatim influit: neque verò à vicinis montibus solum, sed aliquot dierum intervallo utrimque ab latere dissitis, ubi sæpe maximos montes sylvasque vi aquæ defluentis devoratos & absumptos animadvertere licet. Imò vero agros etiam sublimiores tanta altitudine exesos, ut qui relicti sunt, præ istis voraginibus, montes altissimi videantur. Aqua autem ista nimia ubertate & copiâ quandoque supra fluviorum crepidines exundans, in campos & paludes effunditur, ubi in latitudinem sese pandens priore impetu destituitur, fæcesque suas vadum petere patitur, quibus aquâ leniter inter alveum suum residente agros tantum auget, quantum

quantum ista inundatione advexerit. reliqua verò aqua quæ per alveum ad fluminis ostia, quâ sese mari immiscet fæces demum sidere patitur, cum istic tam rapidè neutiquam feratur, & quasi restagnet, arena & limus natura repugnante diutius in aqua hærere nequeunt, atque hinc tum alii novi agri existunt.

3 PROPOSITIO.

Cur idem flumen quibusdam locis agros ex alluvione natos arena macra, alibi verò pingui limo donet.

Cum multis mirum videri possit, arenam cœnumque permixta quidem in flumina invehi, agros tamen quos coalluendo gignunt partim esse arenosos, partim limo pingues, earum rationem paucis declarare visum est. Enimverò cum turbida crassaque aqua per patentes campos fertur, & impetu suo destituitur, ut 2 propos. jam dictum est, primum gravissima quæque ut silices & saxa ad vadum dilabuntur, arena autem sabulumque ad finem rapidæ psammorrhoæ: atque eatenus quidquid alluvione sua adjicit, arenosum existit, neque arena ultra vi fluminis deferri potest. deinde porrò limus subsidit, qui diutius, comprobante experientia, in aqua hæret, & propterea longius defertur. Flumen deinde paulatim, & leniter intra alveum recedens, singula suis locis, ubi primùm considerant, relinquit; atque ita materiæ diversæ aliò atque aliò disparantur.

4 PROPOSITIO.

Quomodo planities campestres horizonti parallelæ gignantur.

Agri in terreni globi superficie duûm ferè sunt generum, quorum alii in plano horizontis aliquot dierum itinere, tanquam libellati, æquabiliter exporriguntur: alii in montes assurgunt. causam modumque, quo campestris illa planities olim extiterit, vel nunc etiam, futurisvé seculis crescant augescantvé, hac propositione docebo, de montanis sequenti 5 dicturus.

Campestres igitur planities triplici, eâque valde illustri diversitate disparantur, unâ pingui glebâ, alterâ macro arenoso humidoque solo, tertiâ plaustri. Omnium verò æqualis accretio his fere incunabilis exoritur.

Solum ipsum infra aquam abditum, licet inæquali altitudine deprimatur, paulatim tamen succedente tempore cavitates ejus explentur: etenim duobus vasis aquâ limosâ impletis; hoc altitudine pedali, illo bipedali, ratio ipsa postulare videtur limum altioris aquæ, ubi in fundo consederit duplo altiorem esse minoris. huc accedit udum lutũ & arenam in fundo fluitantia, aquâ à ventis commotâ, pariter impelli atque ita loca depressiora quoque expleri. ut cuncta planitiem horizonti æquidistantem nanciscantur, quam diu flumine integantur: sed cum extra aquam, fluminis alveo minus pleno exstabunt; tum demum limosi & arenosi agri ex alluvione nati differentia suborietur, nam à cœno humiles planos horizontales campos existere hic demõstrabitur: ab arenosis autem alluvionibus, quæ aqua recedente siccantur, sublimes montanosq; agros gigni 5 propos. ostendemus: Etenim agri argillosi limosique aquæ recessu siccati indurantur, ut à vento disjici dissiparive nequeant, atque limus limo nova fluminis inundatione paulatim superinducitur & prius posteriore

quasi incrustatur, cujus rei manifesta signa extant in declivi fluminum crepidine, quam diversis incrustationibus pollicis crassitie, plus minus, obductam videre licet: quæ differentia ab herba efficitur, hæc enim à posteriore incrustatione priorem media secernit. Sed quia forte multi quibus horizontalis planitiei accretionem istiusmodi nunquam videre datum est, sententiam nostram refellere conabuntur: illorum igitur gratia, ut tanto labore eos liberem, istud adjiciam. Hic apud nos in Hollandia, similibusque regionibus ubi ex alluvione agri accrescunt, sæpe à possessoribus in dubium vocari, & inter se diffidere, utrum agri isti structione aggerum ab inundationibus liberandi sint, an verò aliquot annos expectandum, dum plus ab alluvione adjiciatur, & uberiore limi incrustatione augeantur; hujus enim rei variis locis varias etiam vicissitudines, & mutationes videre licet.

Hactenus igitur de campis argillaceis dictum esto. arenosa autem campestris planicies in colles nonnunquam haud excitatur, propter rivos à quibus perpetuò & æstate & hieme irrigatur, ut ob humorem à vento agitari impellivé non possit, quæ loca interea erica & herbis vestiuntur. Et quamvis tumores grumique arenosi in ericetis istis nonnulli etiam inveniantur, id hinc est quod terra eo loci minus irrigua aruerit, ventoque in tumultum coacta sit. Nonnunquam verò etiam rivorum amniumque cursu mutato, ericeta istiusmodi in cumulos arenosos monticulosque non assurgunt, maximè verò si tanto tempore solum irrignum fuerit, ut erica radicibus actis universum convestierit, ut turbines procellæque irrito impetu, arenam sabulumvé agitare, neque dispellere queant.

Palustres autem & bituminosi agri (quos *venen* dicimus) existent, cum depressior camporum planities alluvione terræ bituminosæ expletur & incrustatur, haud aliter quàm supra de arena argillaque expositum fuit: unde verò bituminosa ista terra oriatur mox 7 propositione declarabitur.

Notato autem has alluviones, quæ nunc tacito incremento fluminum invectu juxta ripas atque ostia, quà sese in mare evolvunt, nascuntur, etiam olim, nec minus futuris deinceps annis, eodem fluxisse origine: unde terra in mare magis magisque excurrens, ipsum explet & in angustum cogit. atque hinc temporis diuturnate mare aboleri videatur, nisi contra etiam alibi mare in terras irrumperet, & terræ quasi vicem redderet, ut suo loco pressiùs dicetur.

CONSECTARIUM.

Hinc liquet campestrem planitiem supra altissimas fluminum exundationes extolli τῶν ἀδιωάτων esse, cum planities istas summa fluminis unda tegi necesse sit; nisi forte flumen alveo aridiore & minus ubere fluat, aut alio contorto cursu deflectat, quod quandoque evenire suo loco demonstrabitur.

5 PRO-

5 PROPOSITIO.

Quomodo montani inæquabiles agri crescant.

Montium origo duorum potissimùm modorum est, quorum alter à fluminibus, alter à mari est. A fluminibus, cum alluviones arenaceæ sabulosæque tanta altitudine excreverint ut nullo fluminum incremento secundum 3 propositionem, aut ullis rivulis fluentisve irriguæ, humore destitutæ exarescant, & venti impetu, priusquam ullâ herba, quæ longiore tempore opus habet, vestiatur, hac illac disjectæ, salebris locisque inæqualibus oppleantur.

Quibus verò id reipsa videre non datur, ab nive exemplum petant, quæ in planicie, placidia tempestate, delapsa, ubique eam æqualiter tegit, vento deinde oborto, hic illic, aliis locis retecta etiam humo, in cumulos cogitur; quod eâdem ratione arenæ isti contingit: postea verò uberiore auctu flumen exundans cavitates explet, & interim rursum alveo contractiore labens, arenæ siccandæ spatium dat, quæ arida rursum impellente vento prioribus cumulis aggeritur, aut in novos excitatur, atque ea exundatione aliquoties repetitâ, solum tandem in montes exit altiores, quam ut à flumine inundari possit, etiam alveo plenissimo.

Præterea verò animadvertendum, multis locis agros pingues & fertiles in quos arena non solet devehi, nonnunquam tanquam arenâ obduci, quod magna aquarum vis, quæ fluminis ripis coërceri nequit in agros vicinos exundet; idque duas potissimum ob causas, quarum prior sunt æstus solito copiosiores & majores, cujusmodi trigesimo aut quadragesimo quoque anno vix contingere assolent. Altera est, quod post diuturnum gelu, crassâ glacie resolutâ, fluvius ob imbrium copiam rapidiore decurrens alveo, frustis glacialibus sibi ipsi cursum obstruat, ad quem obicem cætera glaciei frusta adhærescentia cumulos altissimos excitant, à quibus aquæ cursu præpedito, flumen quasi restagnans crescit, eodemque multum arenæ congerit, ac tandem in subjectos campos rapida ψαμμοῤῥοίᾳ sese diffundens, agros pingues arenâ novâ inducit. Quæ res forsan multis ficta videatur, quos experientia non erudierit, verum ii quibus non sine magnâ jacturâ res ea constitit, non sine dolore summo tanti damni causas norunt, ac reminiscuntur.

Neque hoc omittendum fuit, arenosam incrustationem successu temporis quandoque pingui alluvie rursum obduci, quæ denuò arena postea vestiatur. atque hinc est, qnod locis quibusdam altè suffossis, varia terra inveniatur, ut argillaceæ arena, arenaceæ nigra terra subsit, sub qua rursum argilla deinceps lateat, atque ita porrò.

Verumenimverò ut de montium accretione quæ à mari existit deinceps dicamus, principiò animadvertendum est arenam in maris littore variis mutationibus obnoxiam esse, venti enim vehementes è terra flantes (quos apogæos *Plinius* vocat) præcipuè quando procellis ex mari ortis non ita diu post succedunt, fluctus retroagunt, atque tum, quod rarò tamen contingit, fundamenta arcis Britannicæ hic prope Cattovicum deteguntur. A ventis autem è mari surgentibus arena uberrimè in littus evolvitur, quæ recessu maris à sole ventisque siccata, obortis à mari aliis procellis in cumulos aggeritur.

Colles vero arenosi quibusdam locis tantùm cæteris supereminent, maximè

cum duæ causæ eodem loci concurrunt, una quod crebræ procellæ è mari spirent; altera latum & sublime littus, in quo maris recessu multum arenæ altè siccari possit, quam venti ex mari flantes copiosè in cumulos congerant.

Mirum autem videri possit, cur ii grumorum arenaceorum cumuli non decrescant, siquidem aliis ventis à terra spirantibus arenam in undas & subjectum mare dissipari necesse videatur: Causa ejus rei gemina est, partim quod iis locis ubi cumuli arenacei crescunt crebriores venti è mari quam è terra spirent, partim etiam quod cumili isti paulatim herbis vestiantur, & arborum radicibus inter se serpentibus mutuoque discursu commistis, arena interspersa coërceatur: cui testimonium illustre est quod Hollandi, aliique colles suos arenosos junco vestiant, ut ita hos adversus mare tanquã obices muniant augeantq;. In Goereda (insula est Hollandica Zelandis finitima) arundinum satione colles arenosos excitant ubi ante nulli erant.

Notato autem montium auctus & incrementa nasci è variis partibus ventorum vi inter se coagmentatis, non secus quam campestris planities ex diversis coriis ab inundatione fluminum, ut 4 propos. dictum est, congestis. quod in montibus arenaceis, ubi imbrium abundantiâ fatiscunt, manifestè liquet. arenâ enim à turbine in altum aggestâ, cum ante herba vestiatur, quàm vehemens arenamque conciens tempestas novam materiam eò congerat, herba ista prius incrementum à posteriore secernit. Collium verò istorum coria à campestribus impari crassitie differunt, nam & earum aggestio magis inæquabili ratione perficitur. At quomodo discrimen id etiam in rupium saxis (postquam colles arenosi in rupes conversi erunt) perduret, mox 9 propositione dicetur.

Quamobrem cum hactenus tantum de monticulorum arenaceorum incremento sermo fuerit, & propositionis argumentum quorumlibet montium originem polliceatur, montium alterius generis, ut è terra nigra, argilla, saxis, metallis, aliisque similibus causę desiderari videantur. occurritur autem omnes montes (exceptis iis, qui vel humana opera & industria aggesti, aut à terremotu, similibusvè de causis excitati sunt) prima origine arenaceos fuisse, atque postea immutatos. Cujus rationem modumque infra docebimus.

6 PROPOSITIO.

Quomodo agri & colles arenacei in pinguem nigramq; terram mutentur.

Experientiâ quotidianâ erudimur in arenâ à fluminibus aut mari aggestâ, herbas & arbores diversi generis exoriri, quarum fructus, folia, frondesque & semina quotannis decidua à subjecto solo excepta id nigrum & pingue reddunt, eaque nigra pinguedo tàm altè sidit quàm temporis diuturnitas, aut copia decidens eandem deprimit. semina enim alia ut lini & raparum, aliis pinguedine præcellunt, & fructus quoque ut juglandes, amigdala, olivæque cæterique similes unde oleum copiose admodum exprimitur, plus pinguedinis afferunt, quam macræ aridioresque fruges. à galla verò, juglande, glande cæterisque similibus plus nigredinis existit. Sed nigram terram, esse arenam istiusmodi corio obductam, istic maxime liquet, ubi inter ipsam tanquam

incile

incile aliquod imber interluerit, nigra enim pinguedine & terræ quasi adipe eluta, in cavitate arenaceæ quædam striæ conspiciuntur. Si verò aliud expeditius experimentum postulabis, in vasculum quoddam (quod aliquoties ipse expertus sum) nigram terram indito, quam superfusa aqua in orbem rotando misceas, eaque cum pauxillum, dum sex aut octo passus conficias, quieverit, terra interim ad fundum dilapsa, aquam nigredine infectam transfundito. rursúmque pari ratione quâ ante, puram aquam infundito, agitato, depleto, & aliquoties continuato, donec nigredinem istam universam exhauseris, tandem arena aspera & scabra relinquetur, colore albo, flavo, aut subrufo, prout ea coloris varii esse solet. CONCLVSIO. Itaque quomodo arenacei agri, collesque in nigram pinguemque terram transeant, exposuimus.

7 PROPOSITIO.

Vnde* bituminosa ustilis terra oriatur exponere.

* Veenen terra Cesp.

Cum aliquando adipem & pinguedinem istam (de qua 6 propositione dictum est) secernerem, & curiosius versarem, animadverti ab atramento scriptorio non multum abesse, & lituram nō planè nigram quidem, sed quasi pullescentem efficere, cujus modi color cespitum ustilium esse solet. id atramentum arefactum terram bituminosam, quam *veenen* dicimus, omino referebat, planeque eadem videbatur, igni enim propius admotum non minus est pabulum erat quam nostrates fossitii ustiles cespites, & tanquam funes bombardici, vel terra sulfurea facillime accendebatur. Vt nigra hæc terræ pinguedo separata ab arena sua, pro ustili bituminosa terra, id est *venen*, haberi non immerito posse videatur. Quibus positis causa in promptu est, cur in campestri planitie viginti pedum altitudine bituminosa terra infra solum deprehendatur, flumina enim magno auctu per multos nigros pinguesque campos labentia, eamq; nigredinem secum corripientia (quemadmodū flumen illud *t'swarte water* nigra aqua, à colore, nostratibus dictū, quod prope sinum salsi maris sese in Isalam exonerat) arenam eamque nigredinem pariter quidem corripiunt, sed arena materiæ solidioris in obliquis fluminum anfractibus vadum continuò petit, nigredo verò ista levior, ultra labitur, novoque incremento continuò fluminis invectu augetur, ut hine alluvionem terræ bituminosæ existere necesse videatur.

Alii verò etiam cespites ustiles effodiuntur multa erica, aut foliis conferti, nonnulli etiam ramalibus trajecti, quorum ratio eadem est cum antecedente, ericetis enim sylvisque fluminis impetu correptis, materia hæc eo loci congeritur. CONCLVSIO. Itaque unde terra bituminosa cespitesque fossitii ustiles sub solo existant, exposuimus.

8 PROPOSITIO.

Quomodo vitrum, saxa, metalla, aliaque terrenæ solidioris materiæ in aquis resoluta fluctuent, exponere.

Scaturigines quasdam e rupibus ortas, aquam viridi aut cæruleo colore tinctam fundere animadversum est, similem ei in qua aurum, argentum, æsvé restinguitur, quæ viriditate ista à metallicis montium venis, per quas fluunt, afficiuntur. Sed idem color cum sit aquæ marinæ, effici videtur eam etiam à materia

teria metallica, quam in rupibus & saxis in fundo aut juxta littora latentem lavat, tingi. Vt metalla prius solida jam in aqua fluctuent, & diutina aquæ marinæ eluvie idem, quod aquâ, quam *regiam* dicunt, brevissimo temporis spatio efficiatur, quippe ut in ea matalla liquata natent. Idem judicium in cæteris ut vitro, saxis, aliisque ratio collocare videtur, eaque continua aquarum eluvie reddi quoq; fluitantia, & aquæ permisceri. atque eò magis quod Chymici asserant ab aqua recenti (quamvis marina eandem in se materiam quoque contineat) aliquoties & iteratò decocta, tandem fundo vitrum adhærescere, quod profectò non fieret nisi materia ejus aquæ permista natasset. sed resolutum id & fluitans vitrum etiam in fontium canalibus ligneis, quæ diu sub terra defossæ latuerint, rursum soliditati suæ redditum adhærescere videre licet, dum enim aquę cursu obstructo rumpuntur, ipsa obstructio nonnunquam vitreus quidam lapis esse videtur: similis quoque incrustatio vitrea lapeaque in sublicis pontium in flumine defixis alibi quoque cernitur. Quæ profecto neutiquam contingerent, nisi vitri lapidumque materia aquis inesset. Et vicissim nisi continua hæc rerum cōcretio alibi dissolveretur atq; aquæ commixta fluitaret, tandem aquam continuo partu exhaustam, ea quæ non continet, edere necesse esset, quod plane absurdum omnique experientiæ contrarium foret.

CONCLVSIO. Itaque causam exposuimus cur vitrum, lapides, metalla aliæque res solidæ resolutæ in aqua fluctuent.

9 PROPOSITIO.

De argillæ, vitri, lapidum, metallorumque incrementi modo dicere.

Argillæ, palustris & bituminosæ terræ genitales causas in campestri planitie à materia sublimiorum agrorum fluere 2 propositione supra dictum est, tum etiam 7 propositione unde bituminosa terra alteri terreno, quæ per 5 propositionem arena prius fuerat, superinducta esset. Itaque deinceps unde argilla, cujus materia diversi generis est, itemq; vitrū, lapides, metalla in iisdem sublimioribus agris existant explicandum est. Principio igitur animadvertendum montibus aut etiam convallibus alte suffossis, argillam, terram bituminosam, silices & saxa inveniri, quæ post montium ortus non creverint, sed ante etiam sub iisdem delituerint: sic Hollandicis arenosis collibus lapides, argilla, terra bituminosa, aliaq; materia similis ei, quę è pratis ac pascuis vicinis eruitur, occultata tegitur. quæ terra in littore, ad pedem tumulorum arenosorum, crebris locis hiante per rimas nigra renidet. Nam quæ loca jam marinis fluctibus obruuntur olim arida erant, cum Arx Britannica aliquot passuum millibus, ob invectum Rheni fluminis, quæ tum sese istic in mare evolvebat, à mari abesset: Rheni autē cursu in Mosam averso, quidquid ante fluminis invectu congestū erat à mari rursum absumptum est: arenosi vero colles secundum 5 propositionis doctrinam supra campestrem argillaceam planiciem congesti sint. Atque ista causa est cur, argilla, palustris bituminosaque terra, & saxa sub aliis montibus quoque inveniantur; imò nonnunquam sublimiusculè etiam, quippe quę eò largo fluminum auctu invecta sint: Verumenimverò de ista argilla, bitumine, aut saxis, quorum origines jam apertæ sunt, dicere non est animus, sed de agrorum arenaceorum cum argilla sui generis commixtione, deque harum in magnas metallicas rupes conversione, quæ nulla vi sali, aut rapido æstu eò congestæ sint.

Quamob-

Quamobrem ut tandem de reipsa dicere instituam, ajo tam in campestri planitie quam montibus (quamvis in montibus quidem maximè) lapides generari, ipsis modo supra exposito primùm genitis; hac de causa, quod crebro in campestri planitie unius aut alterius pedis altitudine effossa (quod in urbium obsidionibus, castrisque vallandis frequenter animadvertimus) corium quoddam lapideum pedis circiter crassitie occurrat, quod ferramentis marisque vi rumpendum est, quo perrupto terra succedit. cujusmodi aliquando occurrit munimento prope Hulstam (Flandriæ oppidum est) effodiendo, in planitie campestri fluminis invectu congesta & aggeribus adversus undarum injuriam munita, in qua id lapideum corium ab initio non simul ita enatum, sed sine dubio postea in istam duritiem mutatum est. similiter de montium in lapides & metalla conversione judicandum, quorum initia & prima exordia sub terra quoque me animadvertisse arbitror, ut prope Grollam ferri, alibi alterius generis. Quamobrem cum id quidem ita esse demonstrarim, superest ut inquiramus cur sit. Ajo itaq; mirum nō esse vitrum lapidesque, quę etiam aquæ pluviæ diutina concoctione in vasis fundo cōcrescunt, quæq; manifestò ligneis fontium tubis aliisque palis quæ aqua alluuntur, ut supra diximus, adhærescant, mirum inquam videri non debere, sed naturæ rerum consentaneum, eandem aquam sub grumis arenaceis per terræ venas continuo fluentem, lapidum vitrivé materia quam secum vehit istas obducere. nam & aqua salsa per arenam percolata salsedinem suam exuit ipsique arenæ imprimit. & cotes à multis arena cōcretæ, vitrové coactæ, judicantur. Imo arenæ eam coagmentationem in rupibus colore arenam referentibus haud rarò videre est, quæ nisi tactu vix ab arenæ grumis distinguuntur. eadem hæc arenæ in lapidem concretio arguitur à lapidum in montibus cohærentium intercurrente discriminis nota, cujus causa 5 propositione patuit, quippe id à diversis procellis & herbis istic enatis effectum esse. Porrò autem cum argentum aqua regia resolvatur & liquetur, eo, qui argentariis fabris usitatus est, modo, non mirum videri debeat, metalla, in aqua pluvia montana, liquata & fluitantia, in terræ venis paulatim rursum, modo supra exposito concrescere & consolidari, deinde temporis diutino intervallo rursum aliquando liquari & fluitare. Atque adeò manifestò apparet aquam nō solum in Terreni globi furno Chymico è mari tantum sursum tolli, indeque in terras relabi, & rursum in maria effundi, sed eandem esse fortem metallorum lapidumque, cæterarumque rerum quæ in collibus & campestri planicie inveniuntur. Neque multo absimilis ratio rerum animatarum & inanimatarum esse videatur: ut hinc veteres occasionem de mundi anima arripuerint, unde animalia animentur & vita reciproce reddatur, quemadmodum aqua in mare modò influit modo effluit. Ea tamen differentia inter hanc & illam quam supra tractavimus, aquæ, arenæ, filicum, argillæ & terræ bituminosæ materiæ separationem intercedit, quod modus quo singula istarum suis homogeneis adhærescant & uniantur, ex causis ipsis cognitus sit, illius verò nequaquam. enimverò, quomodo in terræ venis aurum sese auro jungat, quomodo herbarum animaliumque seminibus loco suis ortibus conveniente constitutis, alia materia ejusdem generis sese jungat misceatque non habeo dicere. Sed si causæ modusque penitus noscerentur, cur & quomodo argentum aquâ, quam *regiam* dicunt, liquatū æri adhærescat, æs verò liquatum ferro, ferrumque ad lapidem magnesium, his initiis forsan ad eorum subterraneam cohærescentiam aditum recludere possemus, atque adeò ad penitioris perfectæque chrysopoiiæ adyta penetrare, in

qua

qua hoc seculo multi chymici multùm desudant: verum cum ea etiam oculis exposita cohærescentia nos lateat, nihil mirum fuerit subterraneam & à visu nostro remotam metallorum aliarumque rerum ad sui quodque generis aggregationem nobis ignotam esse. Ideoque hac propositione non causam crementi, sed tantum de modo quiddam dicturos recipimus, quò alios ad penitiorem inquisitionem incitaremus.

CONCLVSIO. Itaque de argillæ, vitri, lapidum, metallorumque incrementi modo diximus. Vt erat propositum.

NOTATO.

Quamobrem cum generalis rerum terrenarum resolutio consolidatioque isto, qui dictus est, modo effici videatur, harum cognitio in earundem causis & proprietatibus expendendis subsidio esse poterit. Si enim intra rupem clausus, animo verses olim eam tumulū arenaceum fuisse, tantamq; varietatem succedentibus annis in ea generatam, atq; indies novam suboriri ab aqua pluvia eam perluente, quæ qualitates salis, sulfuris, vitri, lapidum, metallorum in arenam imprimit &, ut supra dictum est, sidere patitur, hæc res meditandi ansam prębeset, quid in eo ortu antecedat, quid sequatur, quomodo materię ejusdem generis & mutuò sese appetant, & cohęrescant, aliaq; his similia. Verbi gratia si argillæ crementum quæratur, mihi limus (qui arena pinguior argilla macrior est) ejus ortus initium esse videtur, vel tanquam argillam nondū perfectam: argillam autem petrarum rupiumque. Namque in montibus argilla, quæ pluviæ aquæ, aut nivis colliquatæ fluxu, secundum 4 propositionis doctrinam, non corripitur, paulatim in saxa & silices solidari videtur, atque hæc rupium esse primordia.

Occurrat autem aliquis, si montes pluviæ aquæ fluxu in saxa solidentur, in extima terræ cute prima ejus soliditatis incunabula existere debuisse, plurimis locis experientia manifeste repugnante, siquidem lapideum corium & quasi pavimentum, de quo supra, ferè uno aut altero pede infra solum invenitur.

Verumenimverò ut hunc scrupulum eximam, & causam exponam, ita habeto. In parietinis urbium arciumque, extimos lateres & cæmenta mollitudinem quandam habere, nulloque negotio dirui, interiora autem instar saxi solida esse, cujus causa à gelu, vento, imbribus, & Sole esse creditur: quam altè enim horum effectus penetrant nihil solidè induratur, cætera autem facilè. Eadem causa terræ quoque merito adscribi possit, ut quam altè isti varietati obnoxia sit, ut gelu, vento, imbre, sole afficiatur, (maxime vero à gelu, nam recentes parietes, humida adhuc calce, conglaciati, nunquam deinde solidè coëunt) tam altè terra in duriciem lapideam non abeat. Atque adeò si ita cautè circumspecteque quidlibet expenderetur, & veritatis lima examinaretur causarum cognitio melius longè & uberius patesceret.

10 PROPOSITIO.

Nihil esse terreni quod non sit è variis generibus commistum declarare.

Græci nihil simplex aut non mistum in rerum natura existere quidem asserunt, aquam enim non esse sine aëre & multis rebus terrenis, neq; terram sine aqua, aëre, aliis: Quæ sententia ab erudito & sapienti seculo ad eos forte emanavit,

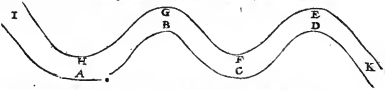
navit, ſed cauſarum notitiam una adepti non videntur, neque modum generalem quo iſtud contingat, quem ex ſupraſcriptis manifeſtum jam arbitror, videlicet (ut ſummatim repetam) aquam pluviam per metallicos ſulfureosq; mótes fluentem, materiam iſtam liquatam & fluitantem ſecum corripere, quod in colore & odore aquarum animadvertere eſt, neq; minus alia reſolvere, quę colore aut odore percipi non poſſunt, ut lapides, vitrum, & aliud quidlibet. Vt aqua fluvialis è variis materiis montiũ, unde originem & incremẽta capit, commiſta ſit. & quia flumina hæc (quæ aliis materiis, dum ripas & alveum lavant, quoque commiſcentur) in mare ſe evolvunt, marina aqua terreni cujuſlibet miſtionem recipit. ea autem ſurſum ſcandens Atmoſphæram generat, & perpetuò recentem materiam ſuggerens alit, quæ ipſa ideo omnium rerum miſcella ſit. Vapor hic aſſiduè in rorem, pluviam, grandinem, nivemq́ue reſolvitur, quæq́ue ideò varia terrena materia permiſta ſunt. Quæ in terram delapſa, diverſam iſtam materiam ad novarum generationem relinquunt, & per veteres jam genitas fluentes, reſolvunt, liquataſq́ue in mare, ut prius, evomunt: atque ita terreſtres materiæ perpetuam inter ſe commiſtam habent ſpeciem.

CONCLVSIO. Quamobrem nihil terrenum ſimplex, ſed è variis rebus commiſtum eſſe declaravimus.

II PROPOSITIO.

Cauſam cur ripæ fluminum deterantur, aut alluvione creſcant, & cur indies alveo magis anfractuoſo decurrant declarare.

Motus alius quidã magnus in fluminũ ripis cõtingit cujus cognitio utilis ſit in agris emendis, aut aggere muniendis, urbibus condendis, munimentis moliendis, locisq́ue muniendis, ut pateat ubi futura ætate alluvio aut eluvio exſpectandæ ſint. Notandum itaque fluminum crepidines alibi acclives eſſe quæq́ue fluminis impetu aſſidue exedantur id latus nobis eluviei dicitur, alibi verò ripas invectu fluminis congeſtas arenoſaſq́ue inſtar marini littoris leniter proclinari. quarum proprietas in diagrammate clarius liquebit. A B C D E F G H fluvius quatuor curvaturis excurrat, ab I, K verſum fluens.

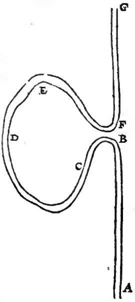


his poſitis aqua ab I impetu quodam in flexuram ripæ ad A impacta curvaturam eam & in fundo & ad latus dextrum exeſt, ideoq́ue terroſi agri quotannis alveo redundante abſumuntur. ut crepido iſtic altè aquam ſubeat, parumq́ue proclinetur. Aqua deinde hinc quaſi reſultans in alteram curvaturam irruit in G, ubi ſimiliter fundum altè evolvit crepidinemq́ue arrectam efficit, ſed contra altrinſecus ad latus B tam leni agmine incedit ut arenam ſuam ſuſtinere nequeat, qua ad vadum collapſa ripa leni clivo hoc invectu generatur, par ratio in cæteris concavis C, E & convexis curvaturis H, F, D intelligatur.

F Porro

Porro quotannis ad A, G, C, E fluminum impetu majores fieri anfractus, & oppositam ripam ejusdem invectu magis procurrere manifestum est, quamvis mutatio hæc in solo terroso major sit elariorque, quam in lapideo ob resistentiam. Præterea quamvis fluvii alveus itinere unius diei, quasi ad rectam lineam fluat, nihilominus temporis successu incurvari necesse erit; ubi enim in alterutra ripa solum proruerit, eam ob expositas causas continuò exest.

Veruntamen curvaturæ istæ nonnunquam etiam in directum redeunt aut minori saltem flexu oberrant; sed id ferè casu contingit. Cujus ratio talis est: ABCDEFG flumen oberret per anfractum BCDEF, crepidines autem excesæ B,F, eæ assiduè propius concurrentes, tandem impetu fluminis angustias istas perrumpente coëunt, & flumen relicto priore flexu CDE, rectiore fluit alveo ab AB rectà in FG.



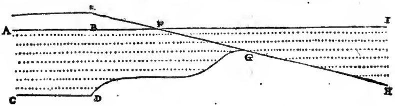
Animadvertendum insuper emporia commodiora interioribus & concavis fluminum curvaturis allui, & in crepidine excesa situm obtinere, ut fluminis profundiore alveo navies istic sese cōmodius onerēt, exonerentq́;. Et ne fluvii impetus istic quippiam proruat amplius exedatvé, id humana industria providetur, qui procurrētibus aggerum structionibus lapide lignové fartis, tanquam acroteriis quibusdam ejus impetum retundunt. Sed quia de his in Architectura fusius dicturi sumus, hic nihil amplius addam. Sed crepidinis excesæ, aut littoris fluminis invectu aucti anomaliam quandam nonnulla, loca habere videntur, ut utrimque ripæ exedantur, vel utrimque alluvione crescant: id verò ob causas manifestas evenire solet: quippe cum fluvius inter rupes angustissimo alveo protruditur ruitque, utraque crepido altitudinem habere potest: In terroso etiam solo insula objectu suo flumen dividens efficiet ut ripæ oppositæ ad caput insulæ exedantur; aut vadū sub aqua occultum ejus rei causa fuerit. Contra verò flumen alibi in latitudinem effusum, uno, pluribusve alveis rectioribus decurrens, sub aqua idem efficiet, quod ante extra aquam fieri ostendimus, ut utraque opposita ripa in latitudinem diffusæ aquæ nullam declivitatem aut sub aqua altitudinem habere possit, sed sub aqua latentis alvei curvaturæ ad ripas propius accedentes, temporis intervallo crepidines declives efficient.

CONCLVSIO. Itaque causam cur margines fluviorum eluvie excesæ sub aquam altè descendant, aut contraria alluvione auctæ lentè proclinentur, & cur assiduè magis magisque incurventur declaravimus.

12 PROPOSITIO.

Cur sub aqua ad ostia fluviorum pulvini jaceant declarare.

Causa unde pulvinos, & quasi limina ad portuum introitum latere animadversum sit, ista est, quod naves oneratæ altiùs in aqua sidant, & profundiore alveo opus habeant quam ad fluminum ostia, quaque se in mare evolvunt deprehendant, ideoque plurimis locis fundi altitudo studiosè inquiritur, quàq; altissimus sit alveus signa nautis collocantur: quia prope ostiâ portus vadosior sit, quam ultra citraque. quamvis verò quidam portuum introitus tantam habeant profunditatem ut navibus liberum præbeant ingressum, neque bolidis jactu profunditatem investigare opus sit, nihilominus generali quasi præcepto docemur eo loci minorem esse altitudinem, quàm ultra istum locum citravé; cujus causa fere gemina est. Prior, cum flumina intra ripas arctentur, & sublimiori loco sint quàm mare, ea rapida psammorrhæa decurrunt, ut vicinorum agrorum arenam imbribus, aut liquatæ nivis fluxu correptam devehât, ut 2 propositione pressius dictum est: arena autem ista postquàm ex angustiis emersit, in amplum subjectum mare effusum in omnes partes æqualiter sese pandit & diffundit, quod aqua marina æquabili humilitate depressa sit, atque ita labitur usque ad finem rapidi istius fluxus, hic cum rapida psammorrhæa enervata in lenem degenerat, arenam diutius ferre nequit, eamque sidere patitur, ibique vadum arenaceum congeritur, qui pulvinus dicitur. Altera causa hujus quasi administra est leniter proclinatum littus. verum ut hoc commodius intelligas, figuram subjectam intuere, quæ orthographia est plani ad horizontem normalis, fluvium secundum longitudinem versus mare & littorà secantis. spacium punctis distinctum aquam notat, A B C D fluvium, B ostium qua sese in mare evomit, E F G H lenis declivitas littoris, B F I superficies aquæ summæ, G pulvinus, qui etiam nullo fluminis arenam ferentis invectu nihilominus necessariò istic existeret; flumen enim ob alvei angustias rapidiore decurrens agmine ab A ad ostium B, vel ab C ad D altius fundum eluit, extra ostium in latitudinem diffusa aqua minori impetu fertur, ut à B,



seu D antrorsum minorem habeat altitudinem, & si huc ad G verbi gratia rapida psammorrhæa deficiens accedat, fluvius istic solum altius eluere nequit, sed G in pulvinum abit; ante & pone quem fundum depressius sit, quàm in istus summo. CONCLVSIO. Itaque cur ad finem fluviorum, ad portuum introitum sub aqua pulvini lateant declaravimus. ut decuit.

CONSECTARIUM.

Liquet itaq; tantum ferè pulvinos hos assiduè antrorsum serpere, quantum fluminis invectu alluvio prope ostia crescit.

De ratione pulvinos deprimendi aut summovendi, quę causis cognitis certius perficitur, in Architectura dicemus.

13 PROPOSITIO.

Cur aqua fluvialis assiduè sublimius fluat declarare.

Non rarò flumina bifido labuntur alveo, ut Rhenus ubi ex se Wahalim derivat qui Noviomagum alluit, reliqua parte nomen suum servans Arenacum præterlabitur. quorum altero minuto aut arescente, reliquum alveum augeri consentaneum est atqui de cremento, quod ob causam hanc ita manifestam contingit agere nunc non institui, sed de communi incremento, quæque longe aliam ob causam contingat. Indicium unde incrementum id animadvertatur ex agris aggere munitis liquet, nam hîc in Hollandia cum primum aggeres jacerentur tam alti erant campi ut molis aquariis aquam expelli necesse non esset, cum post inundationes fluminum aqua per emissaria sese ultrò in alveum reciperet. sed post quinque aut sex annorum decadas, alibi citius, alibi vero serius, molas extrui necesse fuit, ne agri aquis perpetuò obruti nullos fructus ferrent. similia ex senibus in Borussia de agro Melving jacto aggere adversus undas munito audisse me memini, qui dicebant aquam fluminis Nagats tum sublimius adscendere, quam olim in ipsorum juventa, qua re coacti subsidium ab aquariis molis petere necesse habebant.

Sublimitas autem ista maximè ad exitum fluminum animadvertitur, quâ sese in mare effundunt aut in latitudinem pandunt. causa ejus rei vulgò creditur, quod plus aquę ex superioribus locis quotannis descendat, quam olim solet. verū cum in regionibus ab exitu magis remotis, quas idem fluvius interluit, sublimitas ea non animadvertatur, nullum istic incrementum erit, ideoque ab aqua uberiore ex locis superioribus profluente ejus rei causa non oritur, sed



aliunde, quam hoc modo explicamus. A B orthographia fundi arenosi designetur, cujus alveus in A tanto sublimior sit eo qui est ad B, quantum interjicitur inter A & C, hinc B fluminis exitus sit quà se mari committit, aut in altitudinem latitudinemque diffunditur, extra fines aggere muniti agri B D. post aliquot annos fluminis invectu nata sit alluvio B E: quibus positis arena ex superiore loco fluens, propter causas notas ab A in E ad rectam lineam labi nititur qualis summæ superficiei est fluxus, & quemadmodum prius ab A recta contendebat ad B, ita hoc casu semper intelligi necesse est ab A ad exitum fluvii, quà vel in mare se evomit, vel in altitudinem latitudinemque extenditur. Et F G fundum fluvii nunc altius excrevit quàm initio esset jactis primum aggeribus, maximumq; crementum est à B ad G, atqui quo propius ad A acceditur, eo minus incrementum ejus temporis animadvertitur, quod in dia-

in diagrammate manifeste perspicitur. Verumenimverò alvei fundo sublimiore, quamvis non major, sed eadem aquæ copia defluat, necessariò aqua propter alluvionem B E altius supra D B eminebit, quamvis augmentum id sursum versus A minus sentiatur: Quamobrem fluviali aqua sublimius fluente, agris verò aggere jam præmunitis nulloq; invectu crescentibus, incōmodo coacti brevi tempore molas aquarias moliri necesse habent; quique his locis agros jactis aggeribus ab undarum incursione vindicare volent, in eum eventum, cognitis jam causis, ab initio se parent. Præterea etiam hinc liquet, quid causæ sit, loca quædam aggeribus perruptis, sub aquis depressa latere donec fluminis invectu rursum satis creverint, quod hic multis locis animadvertere licet, quæ tamē olim aggere primū jacto, tam erant sublimes, ut aqua cum alveo uberiore fluxisset postea sponte ea desereret. Exemplū verò hoc ab agris aggere munitis sumpsimus, quia incrementum istic facilius notatur, cætera enim loca pariter cum alvei fundo crescunt, ut differentia hæc istic minus sit notabilis.

CONCLVSIO. Itaque causam explicavimus cur fluvialis aqua assidue sublimius fluat. Quemadmodum postulabatur.

14 PROPOSITIO.

Cur aqua ex terræ venis scaturiat declarare.

Terra ad justam altitudinem suffossa, aqua locis quibusdam tanquam ex fonte emicat: hanc tandem consistere, neque extra puteum exundare mirum quibusdam videtur, cujus causa hæc est. quod terra istis locis aquam tanquam spongia combiberit, ubi per venas, & tanquam siphunculos subterraneos occultis meatibus fluat; Itaque humidis his locis terra suffossa, aqua per venas delata loca petit depressiora, & tam diu crescit donec finitima omnis aqua altior ejus venæ exitu hâc confluat, inque altitudinem isti unde fluit æqualem assurgat. ultra autem crescere per naturam non potest, id enim esset perinde tanquam aqua humilior ex fossa in puteum vicinum eminentiori loco constitutum influeret. CONCLVSIO: Itaque scaturientis aquæ causam explicuimus. ut postulabatur.

15 PROPOSITIO.

Arenæ scaturientis causam declarare.

Terra ad justam altitudinem effossa, ad arenam vi quadam emicantem descenditur, hac exempta alia deinceps atque alia succedit, cujus scaturiginis ratio quo planior sit, notandum arenam eam scabram esse macramq; omni pinguedine destitutam, ut singulæ arenulæ lapillorum sint instar: harum cavitates (quandoquidem nulla pinguedine aut limo eæ contineantur) aqua ubique sunt refertæ, quam 14 propositione terram tanquam spongiam penetrare diximus. Cumque eò usque fossa depressa sit, aqua per arenam infusa emicat, quæ si rapidæ psammorrhoeç par existat, arenam sibi permistam una corripit. Notandum verò est scaturientem hanc arenam alia arena, similiter scabra asperaque tegi posse, quæ tamen ut subjecta non impellatur, quia aqua tanta vi istic non feratur, sed leniter tantum cavitates eas interluat arena glareaque immota. Ex quibus perspicitur arenam è scatebris emicantem, ab alia scabra asperaque arena natura quidem haud disparari, ut quibusdam placet,

sed loco id totum tribuendũ esse, quia depressiorem habeat situm ubi ab aquę scaturigine validius impellatur, validaque psãmmorrhœa protrudatur. Vt penitius inquirenti arena scaturiens non videatur aliud quàm aquæ è scaturigine emicantis impetu sursum ejecta, pari cum impulsu duratione, qua cessante quiescens, nomen cum re deperdat. CONCLUSIO. Itaque Arenæ scaturientis causam exposuimus. ut petebatur.

16 PROPOSITIO.

Quà nunc terra è mari extat quondam mare fuisse, & futuris seculis rursum fore: contraque terram fore, quà nunc mare est, declarare.

Mare à terra occupari ab alluvionibus fluminũ invectu natis inq; mare procurrentibus, insulisque in eorundem exitu liquidò constat: sic Schaldis ostio Zelandicæ insulæ prætenduntur: & Mosæ fluvio Hollandicæ. quæ tam copioso invectu augentur, ut paucis ante annis in Goereda insula agri aggeribus structis muniti sint, quâ nostrorum hominum ætate onerariæ naves tutò iter faciebant. Atqui quemadmodum alluviones istæ nunc augentur eodem modo etiam olim crevere. unde effici videtur Hollandorum regionem, mare quondam fuisse: atq; tum Rhenum invectu suo compestrem planitiem Bataviç, montanosq; agros altrinsecus, quâ Vada & Arenacium sita sunt, generasse: atque prioribus adhuc seculis per Geldriam mare se effudisse, novissimasque alluviones Clivensium finibus accrevisse: atque ita deinceps Rheni ripas cæterasque regiones retrorsum versus fontes relegendo. ubi in montibus quibusdam marinæ conchæ reperiuntur, quorum indicio patet eos colles arenaceos quondam fuisse. Præterea eosdem agros recenti fluminum invectu, quamdiu à locis quæ ab iis alluuntur materia terrea suggeretur, futuris deinceps annis magis magisque in mare excursuros credi par est. Quod quidem in Rheno flumine (si certi quippiam de regionum facie quas interluit judicari possit) non ita brevi finem habiturum est. quamvis saxosi Alpium montes unde exoritur (qui prius uberes fertilesque, & superioribus adhuc seculis grumi arenacei fuerant) nullam materiam ei cremento suggerant, reliquique montes indies minus minusque suppeditaturi sint, fieri tamen poterit ut ea loca quæ fluminis invectu jam nata sunt, tantum habeant, quantum à superioribus locis eluendo absumptum sit, id est agros materiam suggerentes infra tantum crevisse, quantum supra decreverint.

Par ratio Ægyptiacæ, Borussicæque, cæterarumq; omnino alluvionum per universum terrarum orbem intelligatur. unde efficitur, loca ea quæ nunc marinis fluctibus teguntur terram olim occupaturam. Vicissim autem ut mare terram invadat, tum demum continget, cum omni terrosa pinguede eluta, flumina nullam novam materiam in mare invehent, tumque rupes & saxa marinis fluctibus pulsabuntur & exedentur, quæ tamen ejus impetum diutiusculè retundent frangentque: quemadmodum hoc seculo in Norwegia animadvertere licet, olim enim rupes istæ continenti jungebantur, nunc verò sparsæ in mari & quasi disseminatæ jacent altissimis cinctæ fluctibus, quia à rupibus nulla materia confluit unde littora gignantur quæ mare summoveant, ut olim dum arenaceæ, pinguesque essent. Etenim rupes istæ fertiles uberesq;

montes

montes quondam fuere, antea etiam colles arenacei, & prius adhuc mare; rursúmque futuris seculis à mari exesæ fluctibus obruentur. cum assiduo eorum impulsu attenuentur. si quidem guttulæ casu crebro lapidem durum cavent; multò idem vehementius à sali & undarum vi perficitur.

CONCLVSIO. Itaque Terram hanc marinis fluctibus obrutam iri, maritimaque loca in terram conversa iri declaravimus. ut decuit.

ATQVE ITA
TERRESTRIS GLOBI HYLOCINESIS
FINIS ESTO.

TERTIVS LIBER
GEOGRAPHIAE
DE
T E R R E S T R I
*A T M Æ O R I A.

** Vaporium altitudine.*

BREVIARIVM
ATMÆORIÆ.

SOl mundi oculus extrinsecus, ignisque essentialis intrinsecus, aquam & terrenos humores suis caloribus incitant & sursum pellunt, ut perpetuo vapor adspectabilis inde sublimè feratur (quomodo autem is cerni possit infra dicetur) qui tanquam peculiaris quidam globus terram ambiat, isti usui qui in terrestris globi hylocinesi latius expositus est, ut videlicet hinc generentur magnæ & generales terrenarum materiarum compositiones resolutionesque. Quia vero humana ratio rerum istiusmodi accidentia cognoscendi cupida sit, veteres (quos ab erudito usque seculo repeto) studiosius inquirentes, animadverterunt vaporem hunc crepusculi efficientem esse causam; iisdemque initiis & mathematica via progressi crassitiem ejus & à terra altitudinem dimensi sunt, quæ ab Allaceno *luci reddita à* Gerardo Cremonensi *ex Arabicis Latina facta sunt, quem* Petrus Nonius *deinde Commentario illustravit. Vnde nos nostram istam Atmæoriam descripsimus, nostroque more digessimus.*

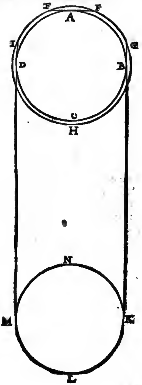
I PROPOSITIO.

Qua ratione Atmosphæra cernatur, eademque crepusculi causa sit exponere.

PRiusquam vaporum à terra distantiam inveniendi viam recludimus; ante & esse, & quomodo cernatur, & quibus initiis progressi veteres hæc indagarint exponam; Certe multis indiciis manifestum est sole ante ortum 15 gradibus infra horizontem adhuc depresso albedinem quandam diluculi per cœlum diffundi, & nobis videri, quam à crepera luce crepusculum generali nomine, speciatim verò auroram dicunt, ea latius serpēs per verticis punctum in Occidentem usque spargitur.

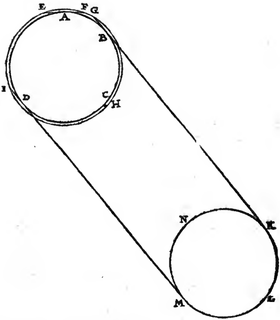
Sed quo id clarius sit, A B C D terrenus esto globus, quem Atmosphæra E F G H I undiq; ambiat; A oculus, cujus horizon physicus & sensibilis E F, utrimq; in atmosphæra ad E & F terminatur: deinde utrimque à solis ambitu duæ rectæ K G, M I terram contingant in B & D, secentque Atmospheram in G & I. Quibus positis, liquet Atmosphæram solaribus radiis illustrari ab I versus H in G, reliquum vero G F E I, eorum esse expertem, unde I H G candore quodam perfunditur alterius coloris quam tenebricosa pars G F E I: & consequenter in ea quoque vaporum parte quæ supra horizontem physicum E F sublata est, candor iste ab oculo A conspicitur.

I FORM.



Sole au

2 FORM.

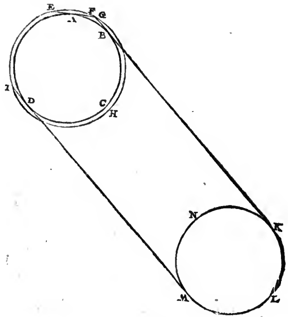


Sole autem ad ortum propius accedente ut 2 hâc figuratione, ubi iidem characteres easdem notiones sibi habent subjectas, quas superiore, illustrata albicans vaporum regio I H G propius jam ad spectatorem G inclinata est. attamen in spacio E F nullus candor adhuc ab spectatore A animadvertitur.

Atqui Sole K L M N, ut in 3 figura ulterius progresso, illustrata albicansq; ea pars I H G, propius abest à spectatore quam in 2 diagrammate, nam G hic appulit ad F. attamen in vaporum regione supra physicum sensibilemque horizontem sublata, ab oculo spectantis A nihil candoris etiamnum animadvertitur, quamvis ejus initia, hoc est auroræ principium, eo loci jam sit, & albedo statim sit oritura.

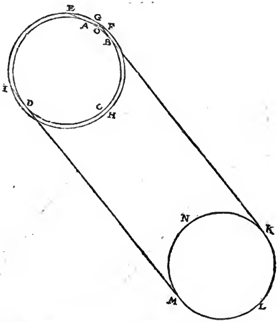
Sole au-

3 FORM.



Sole autem KLMN promoto ortuique viciniore, ut in 4 diagrammate, jam illustrata albicans pars IHG principio suo G supra physicum horizontem EF emersa est: ut ab oculo A omne inter GOF comprehensum illustratum videatur: atq; paulatim solis accessu tenebris discussis tota pars FGE crepera albaque luce perfundetur.

G Quæ

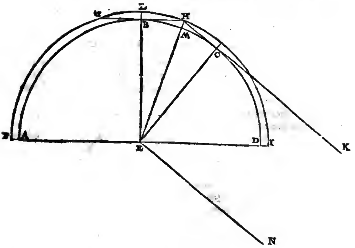


Quæ cum à se satis lucis habeant & manifesta sint, demonstrationis non indigent. CONCLVSIO. Itaque quo medio Atmosphæra conspiciatur dictum est, & quomodo eadem auroræ causa sit. quemadmodum oportuit.

2 PROPOSITIO.

Altitudine summi solis limbi infra horizontem ad initium matutini crepusculi data, vaporum à terra sublimitatem in partibus 10000000 semidiametri terrestris explicare.

DATVM. Esto Terrenus globus ABCD, centrum E; mathematicus horizon AD, atmosphæra FGHI, spectatoris oculus B, ejusque physicus horizon GH, cujus terminus utrimque vaporum ambitui occurrat in G & H: & à summo solis limbo recta KH cum physici horizontis termino connexa terram tangat in C. His positis, propter rationes 3 diagrammate 1 propositionis expositas, auroræ istic erit initium. Quo tempore solis centrum 19 gradibus (ut *Allaceni* exemplum imitemur) infra horizontem depressum statuimus. anguloque à sole subtenso 33 ① æstimato, ut plerumque fit, centrum à superiori limbo aberit 16 ① 30 ②, tantoque summus limbus horizonti erit



ti erit vicinior quàm suum centrum: atq; adeò is duntaxat 18 gr. 43 ① 30 ② infra horizontem deprimetur. Hinc EB terræ semidiameter continuetur in L, ut BL vaporum altitudinem notet. QVÆSITVM. Vaporum altitudo BL in partibus semidiametri EB 10000000 invenienda est.

CONSTRVCTIO.

Acta EH secet terræ ambitum in M. jam triangulum BEH tres cognitos habet terminos; latus enim EB partium est 10000000, angulus EBH rectus, BEH 9 gr. 21 ① 45 ② semissis dati 18 gr. 43 ① 30 ②, cujus causam infra dabimus. quorum subsidio latus EH, per 2 exemplum 4 propos. planorum triang. invenitur 10135006.
Hinc deducta EM æquali ipsi EB 10000000.
Relinquitur MH, id est quæsita Atmæoria BL ipsi æqualis 135006.
PRÆPARATIO. Connectito EC, & ducito EN parallelam contra HK.

DEMONSTRATIO.

Cum summus solaris globi limibus infra mathematicum horizontem ED; 18 grad. 43 ① 30 ② ex hypothesi deprimatur, angulus DEN erit 18 grad. 43 ① 30 ②, cui BEC æqualis ita arguitur. quandoquidem KH circulum ABCD contingit in C ex thesi, CK necessario perpendicularis erit in CE cumque EN parallela sit contra CK per fabricam, angulus CEN quoque rectus fuerit, ut BED, atque hinc BEC efficitur æqualis ipsi DEN, hoc est, 18 grad. 43 ① 30 ②. verum cùm semisis anguli BEH, semisis sit ipsius BEC, nam ab H duæ rectæ circulum eundem contingunt in B & C, ipse BEH erit 9 grad. 21 ① 45 ②. Reliqua operis pragmatia per se manifesta demonstrationis luce non eget.
CONCLVSIO. Itaq; cum scitur quantû solis superior limbus ad auroræ ini-

tium infra horizontem deprimatur, vaporum supra terram altitudinem in partibus semidiametri terrestris 10000000 invenitur. Quod erat faciendum.

I CONSECTARIUM.

In promptu igitur est invenire quot decempedis, miliaribus, aliisvé mensuræ generibus in quaq; regione usitatis, vapor supra terram extollatur. Etenim singulis gradibus 18 miliaribus, ut fere fit, taxatis, quorum singula homo expeditus singulis horis conficiat, & ratione diametri ad perimetrum ut 7 ad 22: hinc efficitur semidiametrum terræ 2062 miliaria proximè complecti. unde proportio: ut semidiameter terræ 10000000 ad altitudinem vaporū 135006, sic terræ semidiameter miliarium 2062 ad quem? Concludes vaporum altitudinem sive atmæoriam $27\frac{8382372}{10000000}$ miliarium, quorum singuli una hora conficiantur, & in Hollandia 1500 Rhenanis decempedis taxantur.

Si quis forte *Allacenum*, ejusque paraphrastem *Petrum Nonium* de vaporum altitudine legerit, nosque ab illis dissidere animadverterit, neque utris assentiatur judicare possit, is ita habeat.

Cum K C H per hypothesin auroræ sit effectrix, hinc numeratio ordienda est ad inveniendam M H, non autem ab ea quæ è solis centro educitur, quemadmodum ab *Allaceno* fit; quando enim è centro solis recta educta terram stringit & continuata ad physicum horizontem pertingit, tum primum auroræ initium esse nequit, sed jam transisse necesse est, quia pars atmosphæræ albicat, & jam illustrata sit, quatenus à superiore solis parte lux diffunditur. Itaque si sub auroræ initio centrum Solis 19 grad. sub horizonte deprimatur, æquum est à limbo supremo 16 ① 30 ② sublimiore calculi rationem institui, qui sub horizontem duntaxat 18 grad. 43 ① 30 ② deprimitur, quemadmodum hoc exemplo à nobis expressum est.

Deinde non est necesse rationem ejus haberi quod amplius hemisphærio à Sole illustretur. Enimvero è 3 figura primæ propositionis manifestum est si K G justa altitudine infra horizontem depressa assumatur non referre quo I punctum pertineat, quæve ratio diametrorum Solis & Terræ sit, siquidem universa hæc negotio isti nihil varietatis inducant, & in epigolismo adhibita errorem creant. Neque id ipsum usque adeo elegantis propositionis primos inventores (qui ut dictum est prisci illi eruditi seculi homines fuisse videntur) latuisse crediderim, siquidem Mathematum callentissimi fuerint. ut omnia ista ab Arabibus addita videantur, à quibus, ut in pluribus aliis contigit, hoc negotium interpolatum corruptumque sit. Quamvis autem *Allaceni* conclusio parum à nostra absit, angulum enim B E H 9 grad. 23 ① 2 ② definit, quem nos 9 grad. 21 ① 45 ② esse docuimus: non arbitror tamen ejus viam usurpari debere; cum, quod inter eum & nos casu duntaxat aliquo differentia tantula intersit (nam secunda ejus supervacua supputatio prioris errores tegit & quasi corrigit) tum etiam quod æquum sit numerationem stabili & certo principio institui, cum hinc rerum causæ facilius feliciusque promantur, ad quas plene retegendas multa nos nunc deficiunt. Itaque deinceps pauca subjiciam

QVA

QVA VIA AD PENITIOREM EIVS COGNITIONEM PENETRARE POSSIMVS.

Vapor hic causa creditur à quo luminosa cœli corpora refractione afficiantur; & quo ad polum propius conceditur eo refractio major fit, magisque notabilis. itaque utile foret si hujus Atmæoriæ scrutatores, in sua quisque regione in refractionis quantitatem animum intendant. Enimvero si ad auroræ initium Sol eo loco constitutus assumatur quem sphærica triangula ostendunt, tantum à vero recederetur, quantùm à refractione afferretur. quod in regionibus Septentrionalioribus nimium sane foret. Præterea si in variis regionibus distantia multum disparatis, crebræ observationes instituantur, hinc etiam causæ cur major in Septentrione refractio sit cognoscerentur, utrum ea à sublimioribus vaporibus, an verò ab humidioribus existat an ab utrisque. Atqui cum res hæc nō à paucis, sed tantum multorum sociali studio, communi instituto, linguaq; ipsis vernacula commodè perfici queat, ut 1 Cosmographiæ libro fusius disputatum est, homines autem istius periti nimis quàm pauci sint, brevi magnus fructus istinc non est sperandus. Ideoq; contenti erimus, viam demonstrasse & digitum ad fontem quasi intendisse, quomodo negotium hoc confici & absolvi possit.

3 PROPOSITIO.

Qua ratione nubium altitudes interdum commodè dimetiri liceat.

Quandoquidem Atmæoriam explicandam suscepimus, nubesque vapor sit, de quarum altitudine quandoque etiam disquiritur, ejus data occasione dimensionem commodam explicabimus.

Aëre sereno nullisque ventis concitato, nubecula aliqua aptæ & concinnæ figuræ separatim lentissimo motu feratur, quæ umbram in planiciem campestrem jaciat, hujus latitudine dimensa, anguloque, quem ea linea in nube spectantis respectu occupet, observato, ejus a terra distantia inveniri potest. sed hæc generatim dicta specialibus exemplis illustrabimus.

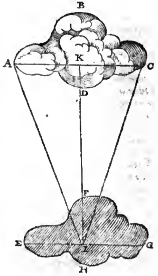
1 *Exemplum Sole supra verticem constituto.*

DATVM. Nubecula A B C D optatam habeat formam, & à cæteris seorsim lentissime commoveatur, umbraque ejus in planiciem campestrem conjecta esto E F G H, ea major videbitur ipsa nube, cum tamen paullo sit minor: Sol autem jam supra verticem constitutus intelligatur.

QVÆSITVM. Quantum nubes ab umbra sua in campo expressa distet, invenire.

CONSTRVCTIO.

Vmbram apparenti nubis perimetro ABCD ſimilem eſſe manifeſtum eſt, tantoque minorem quantum à ſolaribus radiis abſumitur, de quo mox preſſius dicetur. Itaque circa umbræ mediū ſtationem occupato in I, animoq; notatis terminis E, G utpote umbris ipſorum A, C, angulum AIC aſtronomico radio dimetitor, is inventus eſto 4 gr. & diſtantia EG cognita. Atqui ut angulus hic AIC, interſtitiumque EG certius cognoſcatur, duobus adminiſtris ad EG terminos umbrę collocatis, ipſe inter eos fere medius ad I cōſiſtito, ut omnes in E, I, G ad rectam lineam cōſiſtatis, ſi enim ab ea medius ipſe declines dato ab altero extremorū ſigno in ordinem cogi poteris, atq; ita univerſis pari progreſſu umbram ſequentibus, radio Aſtronomico angulum AIC à nube ſubtenſum obſervato, quo invento extremus uterque ſe amplius ſuo loco ne commovento, ipſorumq; inter ipſos diſtantiam menſurato, nubemque deinceps miſſam facito.



Et angulus quidem is eſto	4 gr.
Hinc deductus angulus à Solis corpore ſubtenſus	33 ①.
Relinquit	3 gr. 27 ①.
Interſtitium verò EG eſto decempedarum	100.

Tumque proportione concludito: ut 3 gr. 27 ① hoc ordine tertius ad angulum à Sole ſubtenſum 33 ①, ita 100 decempedæ ad decempedas 16 proximè.

Ea cum EG 100 decempedis compoſitæ efficiunt AC decempedarum 116

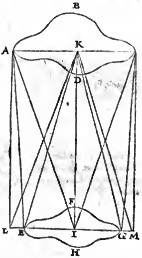
Tumque acta IK perpendiculari in AC, triangulum AKI tres cognitos habebit terminos, AK quidem 58 decempedarum, cum ſit ſemiſſis totius AC 116 decempedarum, hoc ordine ſexti, angulumque AIK 2 grad. utpote ſemiſſem ipſius AIC 4 grad. hoc ordine primi, denique angulum AKI rectum, quorum ſubſidio per 1 exemplum 4 propoſitionis planorum triang. invenitur IK proximè decempedarum 1661.

PRÆPARATIO. Ne figura hæc novis lineamentis obſcuretur, altera ABCDEFGHIK eodem ſignificatu figuretur, aganturque KE, KG, AE, CG: atque EG utrinque continuetur in L & M, ut AL & CM utræque perpendiculares cadant in LM.

DEMON-

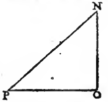
DEMONSTRATIO.

Quemadmodum LKI ad LKE, sic (propter earum exiguitatem) LI ad LE quam proximè per propositionem . . libri 2 doctrinæ Motus Cœlestis. Sed LAE ipsi LKE proximè item æqualis est, quare ut LKI ad LAE, sic LI ad LE. LKI autem & AIK 2 gr. semissis nempe 4 gr. anguli AIC æquantur. & LKE angulo à sole absumpto 16 ① 30 ② æquatur. itaque ut 2 gr. ad 16 ① 30 ②, sic LI ad LE. & dividendo ut 1 grad. 43 ① 30 ②, ad 16 ① 30 ②, sic EI ad EL. & sic eorum duplicia, hoc est, 3 grad. 27 ① ad 33 ①, ut EG ad LE & GM simul. atque adeò cum in cōstructione diceremus ut 3 grad. 27 ① ad 33 ①, sic EG 100 decempedæ ad 16, quartus hic LE & GM lineas conjunctim comprehendebat, quæ additæ ad EG 100 dabant totam LM 116 decempedarum. Sed AC & LM æquales sunt, AC igitur tantundem valebit, hoc est, 116 decempedas, qui numerus in constructionis ordine sextum locum supra occupat. Cætera demonstrationis nihil egent.



2 *Exemplum Sole à vertice inclinato.*

Cum autem Sol vertici non imminebit, sed inferiore loco consistet, quod frequentius solet, operis ratio talis erit. Planum per solis centrum, umbræque medium horizonti ad perpendiculum imminere animo concipito, cujus termini in ejus ambitu loco commodo cadant (quæ oculorum judicio exactè satis, quantum res postulabit, perficientur) ea ad lineam à se adumbratam, & in nubibus similiter sitam erit, tanquam EG ad AC in superiori exemplo; his terminis pragmatiam antecedentem secutus optatam distantiam concludes; Lineæ verò reliquæ ab his diversæ in opere nihil certi solidivè præstabunt, cum longius quam par sit exporrigantur. Soleque ad horizontem magis ac magis inclinante, illarum inconstans ratio magis magisque vacillabit, cujus veritas ex Opticis liquet.



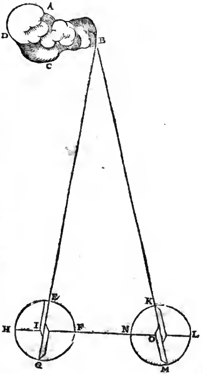
Si verò, inventa nubis à metante distantia, altitudinem ejusdem horizonti perpendicularem cognoscere cupias, ea item ex angulo quo nubes supra horizontem attollitur, cognoscetur, hic dicis gratia inventus esto graduum 45, jam describito triangulum rectangulum NOP, ubi OP planitiem

campeſtrem deſignet, N nubis punctum id ad quod dimenſio illa fuit inſtituta, P locum obſervantis, P N ejus à nube inventam diſtantiam, N O P angulum altitudinis 45 graduum, N O perpendicularem in horizontem ab nube demiſſam, quæ optatam ejus altitudinem à terra indicat: ad cujus inveſtigationem triangulum N O P cognitos tres terminos ſuppeditat, latus N P, angulum P 45 grad. & O K rectum, quorum ope N O per 4 planorum triangulorum propoſitionem pateſcet. Cujus demonſtratio ex operis conſequentia manifeſta eſt.

3 *Exemplum Sole remoto.*

DATUM. Eſto A B C D nubecula forma expoſita, id eſt, concinna, atque à cæteris disjecta leniter verſus verticis punctũ directè (ob cauſas mox dicendas) feratur. QUÆSITUM. Quæritur nubis hujus ſublimitas ſupra terram.

CONSTRUCTIO.



Duo è ſuis quiſque ſtationibus, inſtrumento captandis angulis idoneo, triquetro, aut circulo in gradus diſtributo, ut E F G H I, K L M N O, cujuſmodi ferè in aſtrolabii dorſo deſcribitur, intervallo decempedarum aliquot, puta 100, aut 120 pro ratione nubis ſupra terram ſublati diſtantes, lineas horizontales H F, N L pinnacidiorum ope in directum inter ſe collocabunt, his cõſtitutis μοιρογνωμόνια ſive indices circa ſua quiſq; centra I, O, eodem momento (quod mutuis indiciis inter ſe ſignificabunt) ad idem nubis punctum convertantur, dextrorſum quidem in B, vel ſiniſtrorſum in D: non autem antrorſum retrorſumvè in A aut C, cujus cauſam poſtea explicabimus. uterque igitur collimet in B. jam triangulum fictitiũ B O I tres habet cognitos terminos: angulus enim B I O in inſtrumẽto E I F definitus eſt, itemque B O I in K O N, & diſtantia I O menſura applicata menſu-

menſutari poteſt. Vnde per 4 propoſ. plan. triangulorum latera I B, O B in partibus ipſius O L dcprehenduntur.

NOTATO.

In dato, ſeu hypotheſi poſtulavimus nubem rectà à vertice te verſum, aut contra à te rectà verſus verticem ferri, idque ea cauſa, quod operi major certitudo hinc exiſtat, quam dum in latus movetur ab D in B, aut contra à B in D: Nam quamvis metatores tum ad idem punctum haud colliment, differentia tamen quæ hinc ſuborietur omnino nullius erit momenti, cum recta ab O ad aliud id punctum, ipſi O B proximè æqualis ſit: itemque ab I ad ſimile punctum, ipſi I B propemodum æquetur. Atqui ſi ad A aut C colliment, id certè longè majorem differentiam induceret quam lineæ O B, aut I B.

CONCLVSIO. Itaque ad nubium à terra diſtantiam commodè quandoque menſurandam viam recluſimus. Quod poſtulabatur.

ATMÆORIÆ FINIS.

QVARTVS LIBER
GEOGRAPHIÆ,
DE
*HISTIODROMIA.

* *De velificationis cursu quam diximus Nausiporiam.*

BREVIARIVM
HISTIODROMIÆ.

QVandoquidem crebræ ex his regionibus in longinquas terras navigationes, multos incitarint ad investigandum subsidia maritimis longinquis itineribus utilia, quæ singuli, suis rebus studentes, PRINCIPI ILLUSTRISSIMO *maris Arcithalasso exhibebant, ista Hydrographiæ occasione maximè ad Mathematum exercitia studiaque excitatus est: ut utilissima & subtilissima quæque in Hydrographia, quæ quidem sciam de ea monimentis literarum consignata, perscrutatus sit. Quare ex ea Hydrographiæ materia quartum hunc librum de Histiodromia, quintum de Limeneuretica, sextum de æstibus marittimis in accessu & recessu expediendos selegimus, quia peculiare quiddam in his annotavimus, quæ inter Mathematica Hypomnemata locum sibi deposcant. Ad cætera autem hujus materiæ varii scriptores de iis rebus tractantes hypomnematismi loco erant, quos omnes ipse perlustravit.*

Histiodromiæ subjectum quatuor definitionibus, & undecim propositionibus expedivimus, earum duæ priores ὀρθοδρομίαν *seu rectas velificationis lineas, cæteræ* λοξοδρομίαν *seu curvas explicabunt. Cui tandem Appendicem de curvis lineis, seu obliquo cursu adjecimus.*

DEFI-

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

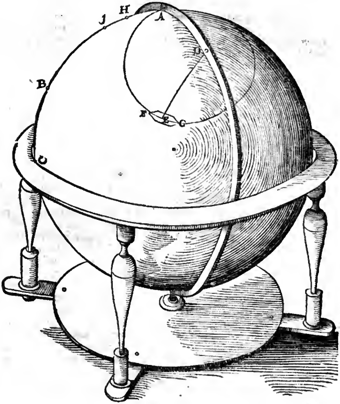
Lineæ velificationis sunt eæ, quæ navium velis instructarum cursu describuntur.

Sic navis ab oriente in occiduam plagam velis contendentis cursus, quem tenuit, generaliter velificationis linea dicitur: speciatim vero cursus eurozephyrius, similiterq; cæteri à cæteris ventis, aut mundi plagis nomen sortiuntur.

2 DEFINITIO.

Rectum cursum seu ὀρθοδρομίαν dicimus brevissimam terrestris globi inter duo puncta peripheriam.

In Terræ globo A B C inter duo puncta A & B brevissima peripheria assu-



matur A B, ea necessariò erit maximi circuli: Hujusmodi in nautica pyxide nunc designantur, orbe ejus duabus & triginta lineis radiato, quæ in plano terrestri usque ad horizontem educi animo concipiuntur, aut in globis è materia solidis vulgatos 32 tractatus, seu ventos descriptos exprimunt.

Atqui si cui novum videatur curvas peripherias rectarum linearum appellatione usurpari, is sciat hanc rectitudinem ita considerari, quatenus in neutram partem inclinet, quod in obliquo cursu, cujus definitio sequitur, secus est.

3 DEFINITIO.

* vide def. 3. 1. lib. Geog.

Nave extra * emmesocyclum & meridianum ita velificante, ut peripheria ab carina in axem educta in carina eundem angulum perpetuo comprehẽdat, cursum quem ista velificatione navis describit, obliquum dicimus.

In 2 definitionis diagrapha D terræ polus sit, E navis, ab A instructis velis cucurrerit in E, ut peripheria E D ab carina F G ad polum connexa eundem angulum semper cum ea comprehendat F E D, quod contingeret si navis in plagam à nautica pyxide duntaxat indicatam contenderet, acu verum septentrionem tantum indicante. His positis linea seu peripheria A F E quam navis descripsit obliquus cursus dicitur. jam si angulus F E D rectus assumatur, navis rectà in Eurum Zephyrumve contendit, & A E peripheria circuli minoris erit: eoque cursu continuato, circulo descripto in A punctum unde moveri cœperat denuo rediret. Vnde liquet rectũ rursum versus Eurum A B, ab obliquo A E longe disparari; Atque majoris evidentiæ ergô C verũ orientem notet in communi horizontis & emmesocycli intersectione, A punctum quodcunque infra verticem, B in peripheria A C, & A F E statuatur æqualis ipsi A B. Itaque si navis ab A versus C currat in peripheria A C, ei qui in A consistet rectà in orientem contendere videbitur, at verò non ei qui in navi versabitur, qui assiduè majorem differentiam animadvertet, ut si A 50 gr. latitudinem habeat, navis cum devenerit ad C videbitur 50 grad. ab oriente aquilonem versus declinasse. Vicissim quamvis B ab A rectà ortum versus jaceat, navis etiam vectori videatur ortum petere, nunquam tamen pertinget ad B, sed longissime diversa abibit in E, supposita, ut prius quoque, peripheria A E æquali ipsi A B.

Notato præterea quamvis B ab A versus verum orientem situs sit, nõ tamen A ab B ad veri occidentis plagam jacere, quorum differentia in majoribus peripheriis magna esse possit. Sic ab loci latitudine 45 gr. peripheria 90 gr. recta versus orientem statuatur: rectus cursus ab orientali plaga versus reliquam, non directa in occidentem tendere videbitur, sed tantum in septentrionem declinare quanta sit dicti loci latitudo, videlicet 45 gr. quæ recta versus borrozephyrum declinant. Vt ab occidẽtaliori loco in orientaliorem contendenti, rectà ortum versus cursum instituere necessum sit: cõtra autem ab oriente versus alterum locum naviganti (ut rectum teneat cursum, nam in obliquo, reditus oppositi ejus venti nomen sortitur, unde velificatio primũ instituta intelligitur) in plagam notozephyriam. Et si latitudo loci 57 gr. foret, ea differentia quoque 57 gr. esset, quæ quinque vulgares tractus seu rumbos, excedit.

Quantoque ad polum propius acceditur, eo differentia ista in longinquis naviga-

navigationibus facilius animadvertitur, idque ob notas causas, quæ in Globo terrestri idoneis additamentis instructo manifestæ sunt. Vt naucleris, qui ea loca petant novasque terras inquirant, hujus rei cognitio necessaria sit, namq; imperitis contingit, ut navi alium in locum, quam ipsorum conjecturæ ferebant, disjecta, id initio æstibus occultis imputent, cujus tamen causa esse possit, quod hæc ipsa minus accuratè quam par erat observarint.

Atque hactenus de obliquo eurozephyrio cursu dictum esto, qui perpetuo circulus est, cæteri verò (præter meridianum & emmesocyclum) helices sunt, quarum forma sequentibus propositionibus explicabitur.

4 DEFINITIO.

* Λοξοδρομίαι nomina sortiuntur in suis quisque quadrãtibus à vicinitate meridiani circuli ut prima sit ei proxima, deinde secunda, atq; eo ordine ad octavam cõtinuato.

* obliqui cursus.

Sic in quadrante horizontali inter Orientem & Septentrionem comprehenso, λοξοδρομία meridiano circulo, hoc est Septentrioni, jam proxima, qui nautis nostris *Noordt ten Oosten*, id est, βορέας ἐπ' ἀπηλιώτην dicitur, prima λοξοδρομία appellatur. *Noortnoortoost* seu βορέας βορραπηλιώτης secunda, *Noortoost ten Noorden*, seu βορραπηλιώτης ἐπὶ βορέαν tertia, eoque ordine ad octavam usque continuato, quæ λοξοδρομία emmesocyclo semper est parallela. Eadem ratio in reliquis tribus quadrantibus observetur.

Tractibus his, præterquam quod à ventis appellationem sortiantur, ab ordine quoq; nomina indimus, ut λοξοδρομίαν primam, secundam, tertiam, atque ita ad octavam continuemus, quia quatuor similiter siti tractus, verbi gratia, *Noordt ten Oosten*, *Noordt ten Westen*, *Zuydt ten Oosten*, *Zuydt ten Westen*, id est, βορέας ἐπ' ἀπηλιώτην, βορέας ἐπὶ λιβυκόν, νότος ἐπ' ἀπηλιώτην, νότος ἐπὶ λιβυκόν, formam habeant admodum cognatam & magnitudine æqualem, unaque harum cognita omnes cognoscantur, eodemq; præcepto omnes comprehendantur: doctrinæ autem claritati expedit omnes istas species communi nomine contineri, ut hîc loxodromiæ primæ, quo tanquam genere reliqui contineantur, neque opus sit quatuor ventos pariter appellari, aut uno duntaxat nominato reliqui præteriti videantur.

PROPOSITIONES SUCCEDUNT.

CVm PRINCEPS multò ILLVSTRISSIMVS *Petri Appiani & Gemmæ Frisiæ Cosmographiam* ad caput 13. legendo cõtinuasset, & postea ad cap. 7. *in libello de locorum scribendorum ratione* devenisset, ubi modus distantiam duorum locorum investigandi docebatur, ea transiliit, cum quia pragmatia nullis demonstrationum mominibus firmaretur, tum etiam quia sphæricorum triangulorum doctrinam nondum edoctus erat: postmodum autem cum sese in hac exercuisset, memor locorum quos istis capitibus negligentius inspexerat, ipsis aliam pragmatiam ab ipsa origine & mathematica demonstratione repetitam substituit, neque solum ad locorum inter se distantiam anquirendam,

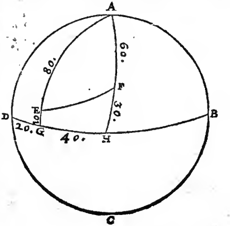
H 2 verum

verum etiam ad omnium terminorum, qui in istiusmodi thesi occurrere possint, investigationem catholica, & quasi regia via contendit.

I PROPOSITIO.

E duorum locorum sex istis terminis, Recto cursu primi loci ad secundum; aut secundi ad primum; longitudinis differentia: arcu differentiæ latitudinis primi loci: arcu differentiæ loci secundi; locorumque distantia, tribus quibusque cognitis, tres reliquos ignoratos terminos invenire.

DATUM. ABCD globus terrestris esto, cujus emmesocyclus BD, cujus initium D, polus A, primus locus in E, secundus in F, quæ peripheria maximi circuli EF, tanquam distantia connectuntur: Per loca EF duo quadrantes AEG, AFH traducti sunto, ipsiusque E latitudo esto EG 10 grad. arcus igitur differentiæ AE 80 grad. Deinde ipsius F latitudo FH 30 grad. ideoque arcus differentiæ AF 60 grad. longitudo loci E esto DG 20 grad. ac loci F longitudo DH 60 grad. ut GH differentia longitudinis duorum E, F, sit graduum 40. Atque adeò ex istis sex tres termini sint cogniti, AE quippe & AF latitudinum arcus differentiæ, & GH differentia longitudinis locorum. QUÆSITUM. Tres ignorati termini inveniendi sunt, id est, directi cursus linea EF, seu quo cursu rectà ab E in F contendendum sit, vel quod idem est, quantus sit angulus AEF. secundo cursus FE, seu amplitudo anguli AFE. Tertio distantia seu locorum intervallum, quæ magnitudine peripheriæ EF definitur.



Notato, qui commodius tete expedias, sex terminos propositione expositos, sex esse terminos sphærici trianguli, tres nempe angulos & tria latera, qui istis nominibus propter subjectam materiam appellantur.

CONSTRUCTIO.

Cum peripheria GH 40 sit graduum, pro amplitudine anguli EAF, triangulum AEF tres terminos habet notos, ipsummet AEF 40 grad. latus AE 80 grad. AF 60 grad. ex hypothesi. quorum ope reliqui ignorati eruuntur per

per 40 propof. fphæricorum triangulorum, angulus quidem A E F pro curfu E F 55 grad. 51 ①, tantum ab Borea in Eurum declinans, angulus A F E pro curfu F E 109 gr. 44 ① tantum ab Borea occafum prætergreffus in Auftrum declinans, hoc eft ab occidente in meridiem 19 gr. 44 ① concedens. Denique diftantia E F 42 grad. 15 ①.

CONSECTARIUM.

In promptu igitur ex tribus quibusque datis tres ignoratos perquirere, ut nihil fit neceffe figillatim ifta exemplificari, cum varietas magna hinc fuppullulet, fextuplex videlicet ad fingulos horum fex terminos.

CONCLVSIO. Itaque cognitis tribus quibufcunque duorum locorum terminis ex hifce fex. recto curfu primi loci ad fecundum; aut fecundi ad primum; longitudinis differentia; arcu differentiæ latitudinis loci primi; arcu differentiæ loci fecundi; locorumque diftantia, tres reliquos ignotos invenimus. Vt petebatur.

2 PROPOSITIO.

Recto curfu velificari.

Cum PRINCEPS ILLUSTRISSIMUS penitiffimè velificationem curfus obliqui, quam huic mox fubjungemus, percepiffet, atque cum iis rectum curfum côtenderet, qui breviffimus eft, placuit pro methodi ratione præcepta primum tradi, quomodo rectus curfus velificando teneri poffit: Qua de caufa accuratius in id animadverti, & quidquid ejus occurreret annotavi, quæ duobus exemplis altero mathematico, mechanico altero complexus fum.

1 *Exemplum mechanicum.*

DATUM. In fuperiore figuratione punctis A, B duo loca in terreftri globo defignentur, & A quidem unde navis folvat, B quo contendat.

QUÆSITUM. Quopacto liceat ὀρθοδρομεῖν ex A in locum B.

CONSTRUCTIO.

Loca A, B maximi circuli peripheria deletili connectantur, quâ navis rectus curfus adumbretur, tum A ad verticem conftituto, & hinc ad B circulo verticali perducto oftendat, verbi gratia, B recta ab A occidentem verfus jacere. Quibus pofitis ab A verfus B rectâ in occidentem contendes, quantum conjecturæ loci datur, ut puta tres quatuorvé gradus, ut ab A in H. fignatoque puncto ad meridianum devolvatur fub verticale punctum, polo pro ratione depreffo, & rurfum arcus à vertice per B punctum deductus oftendet in horizonte B ab H trium graduum intervallo diftare ab occafu in meridiem reflexum. tum rurfum fervato eodem curfu ab H per B 4 aut 5 gradibus velificando continuatis, ut in I, quem ad locum navis ubi devenerit, idem opus iteretur quod in H, & curfum magis adhuc in meridiem verfus B dirigendum animadvertes, quam in H fit factitatum. qua ratione curfus aliquoties flectendus, & quafi moderandus erit, donec ad B erit devenrum, atque optatum tenueris rectû curfum per A B: modo membra itineris & quafi ςαδιασμοὶ A H, H I fimiliaque cætera minuta fatis ufurpentur. nam quamvis pro peri-

pheria maximi circuli AH, alius teneatur cursus minoris circuli in boream magis paullò inclinatus, & pro reliquis segmentis peripheriæ A B, helicum volutarumvé minuta segmenta peragrentur, attamen istiusmodi segmenta si frequenti directione corrigantur, parum à vero aberunt ut eorum differentia non sit habenda pensi.

Notabis autem operis certitudinem hoc pacto explorari posse. cum navis appulerit v.g. ad H, sole aut sideribus dimensis, si eadem latitudo ab ipsis præstetur quæ in desormato terreno globo ab H ostenditur, id inquam minime lubricum argumentum videtur navem directum tenuisse cursum.

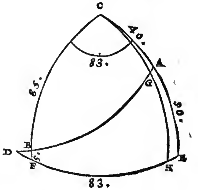
CONSECTARIUM.

Si in emmesocyclo esset decurrendum, certum est tum rectà orientem aut occidentem peti; Atque in Meridiano eodem, Meridiem aut Septentrionem.

2 *Exemplum mathematica via expeditum.*

DATUM. A & B loca data in terreno globo sunto, atque navis ab A solvens contendat in B; C mundi polus, D E emmesocyclus, latitudo loci A, esto E A 50 gr. atque B, F B 5 gr. ipsorum inter ipsa longitudinis differentia F E 83 grad.

QUÆSITUM. Recto cursu velificandum ab A in B, isque mathematicè inveniendus, per triangulorum sphæricorum epilogismum.



Ad priorem operis partem præparatio.

Ducito ab A in B peripheriam maximi circuli in qua navi decurrendum sit, eademque continuata secet emmesocyclum in D, & E A producta ad polum pertineat in C, eritque segmen A C 40 grad. cum ab E C 90 gr. peripheria E A 50 grad. deducta sit. denique F B in polum C educta, faciet B C 85 grad. nam de F C 90 grad. deducta peripheria F B 5 grad. exhibet reliquam B C 80 grad. angulus porro B C A mensuratur amplitudine peripheriæ F E 83 grad.

1 Constructionis pars.

Principio ut cursus quo ab A curritur in B patescat, cognoscenda ante est amplitudo anguli C A B, tantum enim ab Septentrione versus occasum declinandum erit. Cui negotio via sternitur à triangulo C A B, ejus enim tres termini per præparationem cognoscuntur, angulus quippe B C A 83 grad. latus A C 40 grad. & B C 85 grad. unde per 40 propos. sphæricorum triang. tres ignorati termini expediuntur, angulus C A B 92 grad. 8 ①, locorum distantia

stantia A B 81 gr. 41 ①; angulusque CBA 39 grad. 45 ①. Iam quantus est angulus C A B videlicet 92 gr. 8 ①, tantundem ab A à Septentrione ultra Occidentem versus Meridiem erit cursus inclinandus, id est 87 grad. 52 ① ab Meridie versus Occidentem, qui cursus continuetur dicis gratia 4 gr. usque in G, ut A G eosdem 4 grad. valeat.

Ad posteriorem operis partem præparatio.

Quandoquidem non dato recto angulo, ut in antecedente exemplo, terminorum ignoratorum investigatio fit intricatior, præparationem ita ordinabis in sequenti, triangulo ut angulus detur rectus, hoc modo. Triangulum B F D tres habet cognitos terminos, angulum quippe B F D rectum, latus B F 5 grad. ex hypothesi, & angulum D B F, qui ipsi C B A æqualis est, per priorem præparationis partem est 39 grad. 45 ①. unde D angulus latusque D B per 34 propos. sphæricorum triangulorum inveniuntur, & quidem angulus D 50 gr. 26 ①, latusque B D 6 grad. 27 ①, qui additi ad A B 81 grad. 41 ① dabunt 88 grad. 8 ① pro A D.

2 Constructionis pars.

Ad cursum, quo à G contenditur in B investigandum, arcum ab C in G eductum continuato usque ad emmesocyclum E F, isque sit C G H meridiani instar. jam triangulum G H D rectangulum fuerit, cujus tres termini cognoscuntur, rectus quippe G H D, & qui ad D 50 grad. 26 ①, per 2 præparationem, latusque G D 84 grad. 8 ①: cum enim A D per 2 præparationem sit 88 grad. 8 ①, hinc deductis 4 grad. per 1 constructionis partem, reliqui erunt 84 grad. 4 ① pro arcu G D, quemadmodum is assumptus nobis fuit. quorum auxilio angulus H G D per 34 sphæric. triang. propos. invenitur 87 grad. 45 ①. Atque is cursus ab austro versus occasum ex G in B contendenti tenendus est. qui 7 ① magis in meridiem vergit, quam dum ab A iter in G dirigeretur, deductis enim 87 grad. 45 ①, de 87 gr. 52 ①, reliqua erunt 7 ① Cum hoc aliquandiu usus fueris, ubi commodum videbitur, denuo calculo rem committes, qualis ad G jam expositus est, idque aliquoties aliis atque aliis locis continuando donec B optatum terminum contigeris.

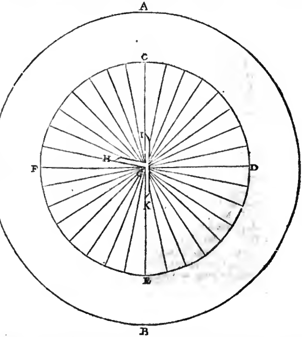
Et quamvis 7 ① tam sint exigua ut à navi velificante observari nequeat, intelliges tamen arcũ ab G prorsum majorẽ quàm 4 gr. assumi potuisse. Atqui si primus arcus nimiũ amplius sumptus esset, ut in minori tamen velificationis cursus commodè corrigi, dirigique possit, calculum quoq; in minori arcu instituti æquum est. Huc accedit etiam illud, in hoc exemplo interceptis arcubus aliquot æqualibus majorem varietatem existere proximè ad punctum B, enimverò cum proximè B deventũ erit à meridie versus occasum 39 gr. 45 ① duntaxat cursus erit dirigendus, (nam angulus D B F tantæ amplitudinis esse invenitur) qui 48 grad. 7 ① magis in meridiem vergunt, quam cum ab A cursus cœptus sit instituí, ubi B A E angulus amplitudinẽ obtinebat 87 gr. 52 ①.

Præterea verò si latitudinem puncti G scire expetas, ut cognoscas utrum reipsa tantus sit, quantus ope mechanicæ factionis 1 exempli inventus sit, inquirito in antecedenti triangulo D G H etiam latus G H, hoc latitudinem optatam tibi definiet. CONCLUSIO. Rectum itaque cursum, ut petebatur, invenimus.

3 PROPOSITIO.

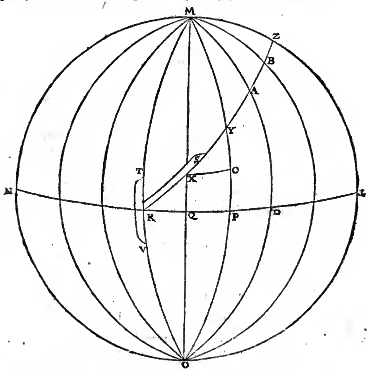
Obliquos curſus mechanicè deſcribere.

Mechanici iſti qui globum terreſtrem è materia ſolidum deformant, variis inſtrumentis,& adminiculis (prout quiſque commodiſſimum ſibi arbitratur)



ad λοξοδρομίων deſignationem utuntur,è quibus unicum nobis deſcribendum elegimus, non qui id uſurpetur, ſed qui explicatè diſerteque propoſitionis ſententiam exprimat. Eſto igitur ſphæra A B, in cujus ſuperficie polo G minor circulus deſcribatur C D E F, à cujus ambitu in 32 partes tributo ſinguli arcus cum polo G connectantur, qui duas & triginta uſitatas mundi plagas nobis exprimant. hic C G E ab Septentrione in Meridiem, itemque F G D ab Occidēte in Orientem excurrere intelliguntor. hinc formato æneum obliquangulum cavum, ideoque ſphæræ congruum, cujus obliquitas unicæ plagæ ſeu rhombo æqualis ſit, tantæ enim amplitudinis eſt angulus F G H. atque ita ſingulis rhombis inter F C interjectis ſua aptabis. atque ita aptatis his ſeptem ſphæricis obliquangulis alium ſumito globum L M N O æqualem priori A B cujus emmeſocyclus ſeu mediator ſit L N, M boreus polus, O notius, per hos acti Meridiani M P O, M Q O, M R O, emmeſocyclum ad ſingulos

gulos gradus fecant in P, Q, R. In hoc igitur globo λοξοδρομίας eo, qui fequitur, modo defcribantur; dicis gratia, fi cupias λοξοδρομίαν feu rumbum eu-



roboreum, fumes è feptem æneis obliquangulis id quod rumbo euroboreo congruet, quod efto R S T V, cujus crus T V meridiano applicetur puta ipfi M R O, ut angulus ejus ftatuatur in meridiani & ennmefocycli communi fectione R, lineamque ab R fecundum R S educito quæ proximum meridianum fecet in X, deinde promoveto cupremi obliquangulum ad meridianum M Q O, ut R congruat puncto X, ducitoque ut prius lineam X Y. Idque continuato verfus Z donec polo fatis vicinus videberis, aut etiam continges, atque ita rumbum euroboreum defignaveris. dixi autem donec polo propinquus fatis fueris, aut etiam contingas, quamvis mathematice rem expendentibus contingi non pofsit, nam helix eam affidue ambibit,afsiduoq; propius accedet, nec tamen unquam eò pertinget,cum tamen mechanice tangi aut tranfiri pofsit.

Hinc igitur, quæ nobis hactenus de euronotici rombi defcriptione dicta funt, jam manifefta eft reliquorum omnium romborum delineatio,& quâ viâ in dato terreni orbis loco obliqui ventorum tractus infcribi pofsint.

CON-

CONCLUSIO. Rumbos itaque mechanice designavimus. Quod fecisse oportuit.

Istum delineandi modum lubricum esse & minus constantem.

Namque ex assiduâ & multiplici, hujus cuprei obliquanguli R S T V crebra transpositione quædam inconstantia operi inducitur, cum similis quoque pluribus aliis instrumentis huic fini confectis accidere possit, & licet omnia certa rataq; forent, nihilo minus tamen demõstratione probari nequit. Ideoque modus iste à nobis tantum positus est, ut hinc quodammodo inconstantia fallaciaque quæ in rumbis in terreno globo delineatis hæret facilius intelligatur. Iterum quia clarissime, proprietates & affectiones rumborum ob oculos ponit, ut inde mathematica factio instituti possit, à quâ deinde mechanica ratio certius accuratiusque perficiatur, quod ipsum post has tabulas, quas jam mox subnectemus, apparebit.

4 PROPOSITIO.

Tabulam obliqui cursus construere.

Hac propositione in numeris quæritur quantitas arcuum diagrammatis 3 propos. Q X, P Y, cæterorumq; similium, cognitis enim istis, punctisque X, Y, *a*, *b*, Z arcubus maximorum circulorum continuatis optatus cursus invenitur. Cujus inventio talis fere est.

PRIMA FACTIO CANONVM *LOXODROMICARVM.

* *cursus inflexi seu obliqui.*

Iterum R Z quartam λοξοδρομίαν notet, hujus arcus Q X, P Y inquirendi sunto. hic igitur trianguli X Q R tres termini noti sunt, angulus videlicet X R Q 45 grad. X Q R rectus, latusque R Q 1 grad. unde Q X latus per 36 sphær. triang. propos. invenitur 59 ① 59 ②. porrò ad inventionem lineæ P Y, agito peripheriam X *c* parallelam contra Q P eritque ideo P *c* 59 ① 59 ② æqualis quippe ipsi Q X: quare in triangulo Y *c* X inveniendum est latus C Y ut id additum ad P *c* integrum arcum P Y nobis suggerat. Huic fini triangulum Y *c* X tres notos suppeditat terminos, angulum quippe Y X *c* 45 grad. Y *c* X rectum, & latus X *c* 59 ① 58 ②, huc enim recidit gradus unus paralleli ad mediatorem sive emmesocyclum relatus (ut ex tabella huic negotio aptata manifestum erit) unde latus *c* Y per 36 sphær. triang. propos. eruitur 59 ① 57 ②, quæ composita cum P *c* 59 ① 59 ②, dabit P Y 1 gr. 59 ① 56 ②. atque ita deinceps in cæteris.

ALTE-

ALTERA CONFECTIO CANONVM LOXODROMICORVM.

Quandoquidem factio canonum omnibus numeris absolutorum secundum istum modum prolixior foret, quam temporis angustia qua nunc circumscribor sinat, aliam deinceps exponam non ita pridem ab *Eduardo Wright* publicatam, qui licet quodam vitio quoque laborent, de quo in λοξοδρομίας appendice pressius edisseram, tamen instituti nostri declarationi nunc utiles erunt.

Quorum constructioni prius instituitur canon secantium additarum, ordinato per 10 ① progressu continuo, hoc modo:

Secans 10 ① valet	10000042.
Huc addatur secans 20 ① 10000168, summa erit	20000210
Cum isto componatur secans 30 ① 10000381, & existet	30000591.

Similique in cæteris progressu. quorum omnium novissimi quinque characteres deterantur, eritque canonis conspectus qualem hic vides:

CANO-

gr.	①	ſecantes.	gr.	①	ſecantes.	gr.	①	ſecantes.
0	10	100	5	10	3104	10	10	6132
0	20	200	5	20	3205	10	20	6234
0	30	300	5	30	3305	10	30	6335
0	40	400	5	40	3405	10	40	6437
0	50	500	5	50	3506	10	50	6539
1	0	600	6	0	3606	11	0	6641
1	10	700	6	10	3707	11	10	6743
1	20	800	6	20	3808	11	20	6845
1	30	900	6	30	3908	11	30	6947
1	40	1000	6	40	4009	11	40	7049
1	50	1100	6	50	4110	11	50	7151
2	0	1200	7	0	4210	12	0	7253
2	10	1300	7	10	4311	12	10	7355
2	20	1400	7	20	4412	12	20	7458
2	30	1500	7	30	4513	12	30	7560
2	40	1601	7	40	4614	12	40	7662
2	50	1701	7	50	4715	12	50	7765
3	0	1801	8	0	4815	13	0	7868
3	10	1901	8	10	4916	13	10	7970
3	20	2001	8	20	5018	13	20	8073
3	30	2101	8	30	5119	13	30	8176
3	40	2201	8	40	5220	13	40	8279
3	50	2302	8	50	5321	13	50	8382
4	0	2402	9	0	5422	14	0	8485
4	10	2502	9	10	5523	14	10	8588
4	20	2602	9	20	5625	14	20	8691
4	30	2703	9	30	5726	14	30	8794
4	40	2803	9	40	5827	14	40	8897
4	50	2903	9	50	5929	14	50	9001
5	0	3004	10	0	6030	15	0	9104

gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.
15	10	9208	20	10	12358	25	10	15610
15	20	9312	20	20	12464	25	20	15721
15	30	9415	20	30	12571	25	30	15832
15	40	9519	20	40	12678	25	40	15942
15	50	9623	20	50	12785	25	50	16053
16	0	9727	21	0	12892	26	0	16165
16	10	9831	21	10	12999	26	10	16276
16	20	9935	21	20	13106	26	20	16388
16	30	10039	21	30	13213	26	30	16499
16	40	10144	21	40	13321	26	40	16611
16	50	10248	21	50	13429	26	50	16723
17	0	10353	22	0	13537	27	0	16835
17	10	10457	22	10	13645	27	10	16947
17	20	10562	22	20	13753	27	20	17060
17	30	10667	22	30	13861	27	30	17173
17	40	10772	22	40	13969	27	40	17285
17	50	10877	22	50	14078	27	50	17398
18	0	10982	23	0	14186	28	0	17512
18	10	11087	23	10	14295	28	10	17625
18	20	11192	23	20	14404	28	20	17738
18	30	11298	23	30	14513	28	30	17852
18	40	11403	23	40	14622	28	40	17966
18	50	11509	23	50	14731	28	50	18080
19	0	11615	24	0	14840	29	0	18194
19	10	11720	24	10	14950	29	10	18309
19	20	11826	24	20	15060	29	20	18423
19	30	11932	24	30	15170	29	30	18538
19	40	12038	24	40	15280	29	40	18653
19	50	12145	24	50	15390	29	50	18768
20	0	12251	25	0	15500	30	0	18884

I

gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.
30	10	18999	35	10	22565	40	10	26358
30	20	19115	35	20	22688	40	20	26489
30	30	19231	35	30	22811	40	30	26621
30	40	19347	35	40	22934	40	40	26752
30	50	19464	35	50	23057	40	50	26884
31	0	19580	36	0	23180	41	0	27017
31	10	19697	36	10	23304	41	10	27149
31	20	19814	36	20	23428	41	20	27282
31	30	19931	36	30	23552	41	30	27416
31	40	20048	36	40	23677	41	40	27549
31	50	20166	36	50	23802	41	50	27683
32	0	20284	37	0	23927	42	0	27818
32	10	20402	37	10	24052	42	10	27953
32	20	20520	37	20	24178	42	20	28088
32	30	20639	37	30	24304	42	30	28223
32	40	20757	37	40	24430	42	40	28359
32	50	20876	37	50	24556	42	50	28495
33	0	20995	38	0	24683	43	0	28632
33	10	21115	38	10	24810	43	10	28769
33	20	21234	38	20	24938	43	20	28906
33	30	21354	38	30	25065	43	30	29044
33	40	21474	38	40	25193	43	40	29182
33	50	21594	38	50	25321	43	50	29320
34	0	21715	39	0	25450	44	0	29459
34	10	21836	39	10	25579	44	10	29598
34	20	21957	39	20	25708	44	20	29738
34	30	22078	39	30	15837	44	30	29878
34	40	22199	39	40	25967	44	40	30018
34	50	22321	39	50	26097	44	50	30159
35	0	22443	40	0	26228	45	0	30300

gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.
45	10	30442	50	10	34902	55	10	39857
45	20	30584	50	20	35058	55	20	40032
45	30	30726	50	30	35215	55	30	40208
45	40	30869	50	40	35373	55	40	40385
45	50	31013	50	50	35531	55	50	40563
46	0	31156	51	0	35690	56	0	40741
46	10	31301	51	10	35849	56	10	40921
46	20	31445	51	20	36009	56	20	41101
46	30	31590	51	30	36169	56	30	41282
46	40	31736	51	40	36330	56	40	41463
46	50	31882	51	50	36491	56	50	41646
47	0	32028	52	0	36654	57	0	41829
47	10	32175	52	10	36816	57	10	42013
47	20	32322	52	20	36980	57	20	42198
47	30	32470	52	30	37144	57	30	42384
47	40	32618	52	40	37308	57	40	42570
47	50	32767	52	50	37473	57	50	42758
48	0	32916	53	0	37639	58	0	42946
48	10	33066	53	10	37806	58	10	43135
48	20	33216	53	20	37973	58	20	43325
48	30	33367	53	30	38141	58	30	43516
48	40	33518	53	40	38309	58	40	43708
48	50	33670	53	50	38478	58	50	43901
49	0	33822	54	0	38648	59	0	44095
49	10	33975	54	10	38819	59	10	44289
49	20	34128	54	20	38990	59	20	44485
49	30	34282	54	30	39162	59	30	44681
49	40	34436	54	40	39334	59	40	44879
49	50	34591	54	50	39508	59	50	45078
50	0	34746	55	0	39682	60	0	45277

gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.	gr.	①	secantes.
60	10	45478	65	10	52030	70	10	59960
60	20	45679	65	20	52269	70	20	60257
60	30	45882	65	30	52510	70	30	60555
60	40	46085	65	40	52752	70	40	60856
60	50	46290	65	50	52995	70	50	61139
61	0	46496	66	0	53241	71	0	61465
61	10	46703	66	10	53487	71	10	61774
61	20	46911	66	20	53736	71	20	62085
61	30	47120	66	30	53986	71	30	62399
61	40	47330	66	40	54237	71	40	62716
61	50	47541	66	50	54491	71	50	63035
62	0	47754	67	0	54746	72	0	63357
62	10	47967	67	10	55003	72	10	63682
62	20	48182	67	20	55262	72	20	64011
62	30	48398	67	30	55522	72	30	64342
62	40	48616	67	40	55784	72	40	64676
62	50	48834	67	50	56049	72	50	65014
63	0	49054	68	0	56315	73	0	65354
63	10	49275	68	10	56583	73	10	65698
63	20	49497	68	20	56853	73	20	66045
63	30	49720	68	30	57124	73	30	66396
63	40	49945	68	40	57398	73	40	66750
63	50	50171	68	50	57674	73	50	67107
64	0	50399	69	0	57953	74	0	67468
64	10	50628	69	10	58233	74	10	67833
64	20	50858	69	20	58515	74	20	68202
64	30	51090	69	30	58800	74	30	68574
64	40	51323	69	40	59086	74	40	68950
64	50	51557	69	50	59375	74	50	69331
65	0	51793	70	0	59667	75	0	69715

gr.	⊙	secantes.	gr.	⊙	secantes.	gr.	⊙	secantes.
75	10	70[illegible]04	80	10	84354	85	10	108865
75	[illegible]	70497	8[illegible]	20	84945	85	20	[illegible]075
75	[illegible]	7[illegible]94	80	30	85546	85	30	111328
[illegible]	[illegible]	[illegible]	80	40	86158	85	40	112630
[illegible]	[illegible]	717[illegible]	80	50	86781	8[illegible]	50	113982
76	[illegible]	[illegible]14	8[illegible]	0	87415	86	0	115389
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	88061	8[illegible]	[illegible]	1168[illegible]6
[illegible]	[illegible]	[illegible]	81	[illegible]	88[illegible]19	[illegible]6	[illegible]	1[illegible]8189
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	89389	86	[illegible]	119993
[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	40	9[illegible]	86	40	121675
[illegible]	[illegible]	7[illegible]	81	5[illegible]	[illegible]	8[illegible]	[illegible]	[illegible]3444
[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	[illegible]	[illegible]48	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1[illegible]1180
77	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible]	[illegible]	87	[illegible]	129372
77	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	93711	87	[illegible]	1[illegible]1498
[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	4[illegible]	944[illegible]	8[illegible]	40	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]2	[illegible]	[illegible]0	87	[illegible]	136417
[illegible]8	[illegible]	[illegible]46[illegible]	8[illegible]	[illegible]	96091	[illegible]8	[illegible]	139200
[illegible]	10	[illegible]7	8[illegible]	1[illegible]	[illegible]	88	10	[illegible]2[illegible]5
[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	[illegible]0	[illegible]775	88	20	145497
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9[illegible]648	88	30	149[illegible]9
7[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]9544	88	4[illegible]	[illegible]5[illegible]
7[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	5[illegible]	100464	88	50	157[illegible]34
[illegible]	[illegible]	[illegible]	84	[illegible]	1[illegible]1409	89	0	163176
[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	1[illegible]	[illegible]	[illegible]	1[illegible]	169[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	8[illegible]	2[illegible]	[illegible]	89	20	177259
79	[illegible]	8[illegible]	8[illegible]	[illegible]	104409	89	30	187[illegible]84
79	[illegible]	[illegible]9	84	[illegible]	105474	89	40	201513
79	30	[illegible]	84	[illegible]	[illegible]165	89	50	226223
80	0	8[illegible]773	[illegible]	[illegible]	[illegible]69[illegible]	90	0	000000

Apparatu canonis collectis secantibus absoluto, deinceps ad canonis λοξοδρομικῆς fabricam via hujusmodi erit. R Z primam λοξοδρομιῶν d[illegible], ut angulus X R Q in triangulo X R Q sit hic 78 grad. 45 ① jam ut [illegible] Q X concludam, triangulum X R Q ob laterum exiguitatem instar plani [illegible], in quo tres istos terminos tanquam notos assumo angulū X Q R rectum, X [illegible] 78 grad. 45 ①, latus Q R 1 grad. Unde Q X latus per 4 planor. tr[illegible]. prop[illegible] concludetur 5 grad. 1 ①, quæ in canone sequenti primæ λοξοδ[illegible] ni adscribo in laterculo suo è regione longitudinis 1 gr. P[illegible] latitudines hujus tabellæ succinctè expediteque inv[illegible], in [illegible] additarum secantium canone inquiro, quis num[illegible] congruat quem invenio 3014, namque 5 gr. debetur 3004, tu[illegible] grua pars proportionalis elicita dabit 10. Numerus iste 3[illegible] P Y, D A, omniumq; cæterorum similum terminoru[illegible] hoc modo. Cum 3014 alios 3014 compono [illegible] 6028 [illegible] antecedente collectarum secantium can[illegible]e 10 gr. deberi [illegible] titudini adscribo in laterculo è regione lo[illegible]s 2 gr. ta[illegible] dehinc rursus addo 3014 ad 6028, & dabitur tot[illegible] 9042, [illegible] cedente video congruere 14 gr. 54 ①. hos sequenti can[illegible] lo suo regione 3 gr. longitudinis, qui arcum D A [illegible]at [illegible] ris 7 λοξοδρομικῆς via.

NOTATO qu[illegible]d longitudi[illegible] la[illegible] λο[illegible] stantias, & has indicare quantitatem arc[illegible] K X, R Y, R A, [illegible] cilè harum ope absque sphæræ aut tab[illegible]æ g[illegible] quæ de loxodromiis proponuntur cu[illegible] [illegible] lis numeris responderi possit. longitud[illegible] Principio ad investigandam [illegible] cognitos habere [illegible]os, [illegible] pe [illegible] Q[illegible] grad. 45 ①, [illegible]e Q X 5 [illegible] 1 [illegible] tur latus R X 5 gr. 6 ① 2 [illegible] dinis 1 gr. inscribo. Secundo ad [illegible] Y C X tres habere cognitos termin[illegible] C 78 grad. 45 ①, latus [illegible]e C Y 4 [illegible] na[illegible]que P C 5 grad. 1 [illegible], qui [illegible] tur C Y dict[illegible] 4 grad. 59 ①. [illegible] X Y concluditur per 4 plan. trian[illegible] 12 [illegible] positum cum R X [illegible] grad. 6 ① 54 [illegible] R [illegible] 19 [illegible] loxodromiæ subj[illegible]o è regione lon[illegible] tia terminorum R, A, o[illegible].

Harum au[illegible] di[illegible] istis duntaxat locis q[illegible] exposit[illegible] quia ipsi canones o[illegible]us numeri n[illegible]n viden[illegible] rius dicetur, partim etiam quia [illegible] cætera n[illegible]oria tantum [illegible] ceditur; Ideoque viam dun[illegible] q[illegible]ædem [illegible] tere[illegible] numer[illegible] ca[illegible] perficiantur, suis locis [illegible]

CANO-

CANONES
*ΛΟΞΟΔΡΟΜΙΚΟΙ.

* cursus seu navigationis obliquæ.

Prima Loxodromia. Secunda Loxodromia.

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. [illegible]	[illegible]ant. [illegible]
1	5 1	5 7	31	82 27		61	89 27		1	2 24	
2	10 0	10 20	32	83 5		62	89 29		2	4 4	
3	14 54		33	83 39		63	89 32		3	7 3[illegible]	
4	19 42		34	84 11		64	89 34		4	9 [illegible]6	
5	24 22		35	84 40		65	89 36		5	11 [illegible]	
6	28 51		36	85 7		66	89 38		6	14 [illegible]	
7	33 10		37	85 32		67	89 40		[illegible]	[illegible]	
8	37 16		38	85 54		[illegible]8	89 41		8	[illegible] 37	
9	41 9		39	86 15		69	[illegible]9 43		9	[illegible]	
10	44 3[illegible]		40	86 [illegible]3		70	[illegible]9 44		[illegible]	[illegible]	
11	48 17		41	86 51		71	[illegible]9 4[illegible]		[illegible]	[illegible]	
12	[illegible]1 31		42	87 7		[illegible]	8[illegible] 4[illegible]		12	[illegible] 4[illegible]	
13	54 3[illegible]		43	87 21		73	89 4[illegible]		[illegible]	[illegible]	
14	57 2[illegible]		44	87 35		74	[illegible] 4[illegible]		[illegible]	1[illegible]	
15	59 58		45	87 47		[illegible]	8[illegible] 5[illegible]		[illegible]	1[illegible]	
16	62 23		46	[illegible]7 58		[illegible]7	8[illegible] [illegible]		[illegible]	[illegible]	
17	64 38		47	88 8		[illegible]	8[illegible] [illegible]		1[illegible]	[illegible]	
18	66 42		48	88 1[illegible]		81	[illegible] 5[illegible]		[illegible]	[illegible]9 48	
19	68 36		49	88 26		83	[illegible]		[illegible]	41 7	
20	70 22		50	8[illegible] 34		8[illegible]	[illegible] 5[illegible]		[illegible]	[illegible]1 24	
21	7[illegible] 59		[illegible]	[illegible]8 4[illegible]		87	[illegible]9 5[illegible]		21	41 8	
22	[illegible] 2[illegible]		[illegible]	[illegible] 4[illegible]		[illegible]0	89 56		[illegible]	[illegible]	
23	74 5[illegible]		53	[illegible]		93	[illegible]9 [illegible]		2[illegible]	[illegible]	
24	76 6		[illegible]4	88 [illegible]		[illegible]6	[illegible]		[illegible]	[illegible]	
25	[illegible]		55	[illegible]		99	89 58		2[illegible]	[illegible]	
26	78 19		56	[illegible] 9		10[illegible]	89 5[illegible]		26	[illegible]	
27	79 18		57	8[illegible] [illegible]		10[illegible]	89 [illegible]8		27	[illegible]	
28	80 11		58	89 1[illegible]		108	89 59		[illegible]8	[illegible]	
29	81 0		59	89 20		111	89 59		[illegible]9	[illegible]	
30	81 46		60	89 2[illegible]		114	89 59		30	[illegible]	

long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.
gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①
31	59 41	5. 7.	61	81 14		91	87 31		121	89 17	
32.	60 53	10. 20.	62	81 36		92	87 37		122	89 19	
33	62 2		63	81 56		93	87 43		123	89 21	
34	63 8		64	82 16		94	87 48		124	89 22	
35	64 13		65	82 35		95	87 54		125	89 24	
36	65 14		66	82 54		96	87 59		126	59 25	
37	66 14		67	83 11		97	88 4		127	89 27	
38	67 11		68	83 28		98	88 9		128	89 28	
39	68 6		69	83 44		99	88 13		129	89 29	
40	68 59		70	83 59		100	88 18		130	89 30	
41	69 50		71	84 14		101	88 22		131	89 32	
42	70 39		72	84 28		102	88 26		132	89 33	
43	71 26		73	84 42		103	88 30		133	89 34	
44	72 11		74	84 55		104	88 33		134	89 35	
45	72 55		75	85 8		105	88 37		135	89 36	
46	73 36		76	85 20		106	88 40		136	89 37	
47	74 16		77	85 31		107	88 44		137	89 38	
48	74 55		78	85 42		108	88 47		138	89 39	
40	75 32		79	85 53		109	88 50		139	89 39	
50	76 7		80	86 3		110	88 52		140	89 40	
51	76 41		81	86 13		111	88 55		141	89 41	
52	77 14		82	86 22		112	88 58		142	89 42	
53	77 45		83	86 31		113	89 0		143	89 42	
54	78 15		84	86 40		114	89 3		144	89 43	
55	78 44		85	86 48		115	89 5		145	89 44	
56	79 12		86	86 56		116	89 7		146	89 44	
57	79 38		87	87 4		117	89 9		147	89 45	
58	80 4		88	87 11		118	89 12		148	89 46	
59	80 28		89	87 18		119	89 13		149	89 46	
60	80 52		90	87 25		120	89 15		150	87 47	

Tertia Loxodromia.

long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①
152	89	48			1	1	29			31	42	1			61	67	1		
154	89	49			2	2	59			32	43	7			62	67	35		
156	89	49			3	4	29			33	44	12			63	68	9		
168	89	50			4	5	58			34	45	16			64	68	42		
160	89	51			5	7	27			35	46	18			65	69	14		
162	89	52			6	8	56			36	47	20			66	69	46		
164	89	52			7	10	25			37	48	20			67	70	16		
166	89	53			8	11	53			38	49	17			68	70	46		
168	89	53			9	13	20			39	50	17			69	71	15		
170	89	54			10	14	47			40	51	14			70	71	44		
17[illegible]	89	54			11	16	14			41	52	10			71	72	12		
174	89	55			12	17	40			42	53	4			72	72	30		
176	89	55			13	19	5			43	53	57			73	73	5		
178	89	55			14	20	30			44	54	50			74	73	31		
180	89	56			15	21	53			45	55	41			75	73	56		
18[illegible]	89	56			16	23	16			46	56	31			76	74	21		
186	89	56			17	43	38			47	57	20			77	74	45		
189	89	57			18	25	59			48	58	8			78	75	8		
192	89	57			19	27	20			49	58	55			79	75	31		
195	89	57			20	28	39			50	59	40			80	75	53		
1[illegible]8	89	57			21	29	57			51	60	25			81	76	14		
201	89	58			22	31	14			52	61	9			82	76	35		
20[illegible]	89	58			23	32	31			53	61	52			83	76	56		
2[illegible]7	89	58			24	33	46			54	62	34			84	77	16		
210	89	58			25	35	0			55	63	15			85	77	36		
213	89	58			26	36	13			56	63	55			86	77	55		
216	89	58			27	37	25			57	64	34			87	78	13		
219	89	58			28	38	36			58	65	12			88	78	31		
222	89	58			29	39	45			59	65	49			89	78	49		
225	89	59			30	40	55			60	66	25			90	79	6		

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
91	79	23		
92	79	39		
93	79	55		
94	80	10		
95	80	26		
96	80	40		
97	80	55		
98	81	9		
99	81	22		
100	81	35		
101	81	48		
102	82	1		
103	82	13		
104	82	25		
105	82	37		
106	82	48		
107	82	59		
108	83	10		
109	83	21		
110	83	31		
111	83	41		
112	83	51		
113	84	0		
114	84	9		
115	84	18		
116	84	27		
117	84	36		
118	84	34		
119	89	52		
120	85	0		

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
121	85	8		
122	85	15		
123	85	23		
124	85	30		
125	85	37		
126	85	43		
127	85	50		
128	85	56		
129	86	1		
130	86	9		
131	86	15		
132	86	20		
133	86	26		
134	86	32		
135	86	37		
136	86	42		
137	86	47		
138	86	52		
139	86	57		
140	87	2		
141	87	7		
142	87	11		
143	87	15		
144	87	20		
145	87	24		
146	87	28		
147	87	32		
148	87	35		
149	87	39		
150	87	43		

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
151	87	46		
152	87	50		
153	87	53		
154	87	56		
155	87	59		
156	88	3		
157	88	6		
158	88	8		
159	88	11		
160	88	14		
161	88	17		
162	88	19		
163	88	22		
164	88	24		
165	88	27		
166	88	29		
167	88	32		
168	88	34		
169	88	36		
170	88	38		
171	88	40		
172	88	42		
173	88	44		
174	88	46		
175	88	48		
176	88	50		
177	88	52		
178	88	53		
179	88	55		
180	88	57		

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
181	88	58		
182	89	0		
183	89	1		
184	89	3		
185	89	4		
186	59	6		
187	89	7		
188	89	9		
189	89	10		
190	89	11		
191	89	12		
192	89	14		
193	89	15		
194	89	16		
195	89	17		
196	89	18		
197	89	19		
198	89	20		
199	89	21		
200	89	22		
201	89	23		
202	89	24		
203	89	25		
204	89	26		
205	89	27		
206	89	27		
207	89	28		
208	89	29		
209	89	30		
210	89	31		

Quarta Loxodromia.

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
212	89 32		273	89 54		1	0 59	1 25	31	29 35	
214	89 33		276	89 54		2	1 59	2 50	32	30 27	
216	89 35		279	89 54		3	2 59	4 15	33	31 18	
218	89 36		282	89 55		4	3 59	5 39	34	32 9	
220	89 37		285	89 55		5	4 59	7 4	35	33 0	
222	89 38		288	89 55		6	5 59	8 29	36	33 50	
224	89 39		291	89 56		7	6 58	9 53	37	34 40	
226	89 40		294	89 56		8	7 58	11 17	38	35 29	
228	89 41		297	89 56		9	8 57	12 41	39	36 17	
230	89 42		300	89 56		10	9 56	14 4	40	37 5	
232	89 43		303	89 57		11	10 55	15 28	41	37 53	
234	89 44		306	89 57		12	11 54	16 51	42	38 40	
236	89 45		309	89 57		13	12 53	18 15	43	39 27	
238	89 45		312	89 57		14	13 51	19 37	44	40 13	
240	89 46		315	89 57		15	14 49	20 59	45	40 58	
242	89 47		318	89 57		16	15 47	22 21	46	41 43	
244	89 47		321	89 57		17	16 45	23 43	47	42 28	
246	89 48		324	89 58		18	17 42	25 3	48	43 17	
248	89 48		327	89 58		19	18 39	26 24	49	43 38	
250	89 49		330	89 58		20	19 36	27 44	50	44 21	
252	89 50		333	89 58		21	20 32	29 4	51	45 21	
254	89 50		336	89 58		22	21 28	30 23	52	46 3	
256	89 50		339	89 58		23	22 24	31 42	53	46 44	
258	89 51		342	89 58		24	23 19	33 0	54	47 25	
260	89 51		345	89 58		25	24 14	34 18	55	48 5	
262	89 52		348	89 58		26	25 9	35 35	56	48 45	
264	89 52		351	89 58		27	26 3	36 52	57	49 24	
266	89 52		354	89 58		28	26 56	38 7	58	50 3	
268	89 53		357	89 58		29	27 50	39 23	59	50 41	
270	89 53		360	89 59		30	28 42	40 37	60	51 49	

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
61	51 56		91	66 55		121	76 11		151	81 47	
62	52 33		92	67 17		122	76 25		152	81 56	
63	53 8		93	67 40		123	76 39		153	82 4	
64	53 45		94	68 3		124	76 53		154	82 12	
65	54 20		95	68 25		125	77 7		155	82 20	
66	54 55		96	68 47		126	77 20		156	82 28	
67	55 29		97	69 8		127	77 33		157	82 36	
68	56 3		98	69 30		128	77 46		158	82 43	
69	56 36		99	69 50		129	77 58		159	82 51	
70	57 9		100	70 11		130	78 11		160	82 58	
71	57 41		101	70 31		131	78 23		161	83 6	
72	58 13		102	70 51		132	78 35		162	83 13	
73	58 44		103	71 10		133	78 46		163	83 20	
74	59 15		104	71 30		134	78 58		164	83 27	
75	59 46		105	71 48		135	79 9		165	83 33	
76	60 16		106	72 7		136	79 21		166	83 40	
77	60 45		107	72 25		137	79 32		167	83 47	
78	61 14		108	72 43		138	79 42		168	83 53	
79	61 43		109	73 1		139	79 53		169	83 59	
80	62 11		110	73 18		140	80 3		170	84 6	
81	62 39		111	73 35		141	80 14		171	84 12	
82	63 6		112	73 52		142	80 24		172	84 18	
83	63 33		113	74 9		143	80 34		173	84 24	
84	64 0		114	74 25		144	80 43		174	84 29	
85	64 26		115	74 41		145	80 53		175	84 35	
86	64 51		116	74 57		146	81 2		176	84 41	
87	65 17		117	75 12		147	81 12		177	84 46	
88	65 41		118	75 27		148	81 21		178	84 52	
89	66 6		119	75 42		149	81 30		179	84 57	
90	66 30		120	75 57		150	81 38		180	85 2	

long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①
181	85	7			211	87	7			241	88	17			271	88	58		
182	85	12			212	87	10			242	88	19			272	89	0		
183	85	17			213	87	13			243	88	20			273	89	1		
184	85	22			214	87	15			244	88	22			274	89	2		
185	85	27			215	87	18			245	88	24			275	89	3		
186	85	32			216	87	21			246	88	25			276	89	4		
187	85	36			217	87	24			247	88	27			277	89	5		
188	85	41			218	87	26			248	88	29			278	89	5		
189	85	45			219	87	29			249	88	30			279	89	6		
190	85	50			220	87	32			250	88	32			280	89	7		
191	85	54			221	87	34			251	88	33			281	88	8		
192	85	58			222	87	37			252	88	35			282	89	9		
193	86	2			223	87	39			253	88	36			283	89	10		
194	86	6			224	87	42			254	88	38			284	89	11		
195	86	10			225	87	44			255	88	39			285	89	12		
196	86	14			226	87	46			256	88	40			286	89	12		
197	86	18			227	87	49			257	88	42			287	89	13		
198	86	22			228	87	51			258	88	43			288	89	14		
199	86	26			229	87	53			259	88	44			289	89	15		
200	86	30			230	87	55			260	88	46			290	89	16		
201	86	33			231	87	57			261	88	47			291	89	16		
202	86	37			232	88	0			262	88	48			292	89	17		
203	86	40			233	88	2			263	88	49			293	89	18		
204	86	44			234	88	4			264	88	51			294	89	19		
205	86	47			235	88	6			265	88	52			295	89	19		
206	86	50			236	88	8			266	88	53			296	89	20		
207	86	54			237	88	9			267	88	54			297	89	21		
208	86	57			238	88	11			268	88	55			298	89	21		
209	87	0			239	88	13			269	88	56			299	89	22		
210	87	4			240	88	15			270	88	57			300	89	23		

Quinta Loxodromia.

long.	latit.	distant.	long.	latit	distant.	long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.
gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①
302	89 24		6	89 47		1	0 40		31	20 16	
304	89 25		12	89 49		2	1 20		32	20 54	
306	89 26		18	89 50		3	2 0		33	21 31	
308	89 27		24	89 51		4	2 40		34	22 8	
310	89 28		30	89 51		5	3 20		35	22 45	
312	89 29		36	89 52		6	4 0		36	23 22	
314	89 30		42	89 53		7	4 40		37	23 59	
316	89 31		48	89 53		8	5 20		38	24 35	
318	89 32		54	89 54		9	6 0		39	25 12	
320	89 33		60	89 55		10	6 40		40	25 48	
322	89 34		66	89 55		11	7 19		41	26 24	
324	89 35		72	89 55		12	7 59		42	27 0	
326	89 36		78	89 56		13	8 39		43	27 35	
328	89 37		84	89 56		14	9 18		44	28 11	
330	89 37		90	89 56		15	9 58		45	28 46	
332	89 38		96	89 57		16	10 37		46	29 21	
334	89 39		102	89 57		17	11 17		47	29 56	
336	89 40		108	89 57		18	11 56		48	30 31	
338	89 40		114	89 57		19	12 35		49	31 5	
340	89 41		120	89 57		20	13 14		50	31 39	
342	89 41		126	89 58		21	13 53		51	32 13	
344	89 42		132	89 58		22	14 32		52	32 47	
346	89 43		138	89 58		23	15 11		53	33 21	
348	89 43		144	89 58		24	15 49		54	33 54	
350	89 44		150	89 58		25	16 28		55	34 27	
352	89 44		156	89 58		26	17 6		56	35 0	
354	89 45		162	89 58		27	17 45		57	35 33	
356	89 45		168	89 58		28	18 2[illegible]		58	36 5	
358	89 46		174	89 58		29	19 1		59	36 38	
360	89 46		180	89 59		30	19 [illegible]		60	37 10	

long.	latit.		distant.		long.	latit.		distant.		long	latit.		distant.		long.	latit.		distant.	
gr.	gr.	①	gr.	①	gr.	gr.	①	gr.	①	gr.	gr.	①	gr.	①	gr.	gr.	①	gr.	①
61	37	42			91	51	49			121	62	35			151	70	29		
62	38	13			92	52	14			122	62	53			152	70	42		
63	38	44			93	52	38			123	63	11			153	70	55		
64	39	16			94	53	2			124	63	29			154	71	8		
65	39	47			95	53	26			125	63	47			155	71	21		
66	40	17			96	53	50			126	64	5			156	71	34		
67	40	48			97	54	14			127	64	22			157	71	47		
68	41	18			98	54	37			128	64	39			158	71	59		
69	41	48			99	55	0			129	64	56			159	72	11		
70	42	18			100	55	23			130	65	13			160	72	24		
71	42	57			101	55	45			131	65	30			161	72	36		
72	43	17			102	56	8			132	65	46			162	72	48		
73	43	46			103	56	30			133	66	3			163	72	59		
74	44	14			104	56	52			134	66	19			164	73	11		
75	44	43			105	57	14			135	66	35			165	73	22		
76	45	11			106	57	36			136	66	51			166	73	34		
77	45	40			107	57	57			137	67	6			167	73	45		
78	46	7			108	58	18			138	67	22			168	73	56		
79	46	35			109	58	39			139	67	37			169	74	7		
80	47	3			100	59	0			140	67	52			170	74	18		
81	47	30			111	59	20			141	68	7			171	74	29		
82	47	57			112	59	41			142	68	22			172	74	40		
83	48	23			113	60	1			143	68	37			173	74	50		
84	48	50			114	60	21			144	68	52			174	75	1		
85	49	16			115	60	40			145	69	6			175	75	11		
86	49	42			116	61	0			146	69	20			176	75	21		
87	50	8			117	61	19			147	69	34			177	75	31		
88	50	34			118	61	38			148	69	48			178	75	41		
89	50	59			119	61	57			149	70	2			179	75	51		
90	51	24			120	62	16			150	70	15			180	76	1		

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
181	76 10		211	80 14		241	83 6		271	85 8	
182	76 20		212	80 20		242	83 11		272	85 11	
183	76 29		213	80 27		243	83 15		273	85 14	
184	76 39		214	80 34		244	83 20		274	85 18	
185	76 48		215	80 40		245	83 25		275	85 21	
186	76 57		216	80 47		246	83 29		276	85 24	
187	77 6		217	80 53		247	83 34		277	85 27	
188	77 15		218	80 59		248	83 38		278	85 30	
189	77 24		219	81 5		249	83 43		279	85 34	
190	77 32		220	81 12		250	83 47		280	85 37	
191	77 41		221	81 18		251	83 51		281	85 40	
192	77 49		222	81 24		252	84 56		282	85 43	
193	77 58		223	81 30		253	84 0		283	85 46	
194	78 6		224	81 36		254	84 4		284	85 49	
195	78 14		225	81 41		255	84 8		285	85 51	
196	78 22		226	81 47		256	84 12		286	85 54	
197	78 30		227	81 53		257	84 16		287	85 57	
198	78 38		228	81 58		258	84 20		288	86 0	
199	78 46		229	82 4		259	84 24		289	86 3	
200	78 54		230	82 9		260	84 28		290	86 6	
201	79 2		231	82 15		261	84 32		291	86 8	
202	79 9		232	82 20		262	84 35		292	86 11	
203	79 17		233	82 26		263	84 39		293	86 14	
204	79 24		234	82 31		264	84 43		294	86 16	
205	79 31		235	82 36		265	84 47		295	86 19	
206	79 39		236	82 41		266	84 50		296	86 21	
207	79 46		237	82 46		267	84 54		297	86 24	
208	79 53		238	82 51		268	84 57		298	86 26	
209	80 0		239	82 36		269	85 1		299	86 29	
210	80 7		240	83 1		270	85 4		300	86 31	

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
301	86	34			331	87	35			1	88	17			31	88	47		
302	86	36			332	87	36			2	88	18			32	88	48		
303	86	38			333	87	38			3	88	20			33	88	49		
304	86	41			334	87	40			4	88	21			34	88	50		
305	86	43			335	87	41			5	88	22			35	88	51		
306	86	45			336	87	43			6	88	23			36	88	51		
307	86	47			337	87	44			7	88	24			37	88	52		
308	86	50			338	87	46			8	88	25			38	88	5[illegible]		
309	86	52			339	87	47			9	88	26			39	88	54		
310	86	55			340	87	49			10	88	27			40	88	54		
311	86	57			341	87	51			11	88	28			41	88	55		
312	86	59			342	87	52			12	88	29			42	88	56		
313	87	1			343	87	55			13	88	31			43	88	57		
314	87	3			344	87	53			14	88	32			44	88	57		
315	87	5			345	87	56			15	88	33			45	88	58		
316	87	7			346	87	58			16	88	34			46	88	59		
317	87	9			347	87	59			17	88	35			47	88	59		
318	87	11			348	88	1			18	88	36			48	89	0		
319	87	13			349	88	2			19	88	37			49	89	1		
320	87	15			350	88	3			20	88	37			50	89	2		
321	87	17			351	88	5			21	88	38			51	89	2		
322	87	19			352	88	6			22	88	39			52	89	3		
323	87	21			353	88	7			23	88	40			53	89	4		
324	87	22			354	88	9			24	88	41			54	89	4		
325	87	24			355	88	10			25	88	42			55	89	5		
326	87	26			356	88	11			26	88	43			56	89	5		
327	87	28			357	88	12			27	88	44			57	89	6		
328	87	29			358	88	14			28	88	45			58	89	7		
329	87	31			359	88	15			29	88	46			59	89	7		
330	87	33			360	88	16			30	88	46			60	89	8		

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
61	89 8		92	84 24		155	89 42		310	89 56	
62	89 9		94	89 25		160	89 43		320	89 57	
63	89 10		96	89 25		165	89 44		330	89 57	
64	89 10		98	89 26		170	89 45		340	89 57	
65	89 11		100	89 27		175	89 46		350	89 57	
66	89 11		102	89 28		180	89 46		360	89 57	
67	89 12		104	89 28		185	89 47		10	89 58	
68	89 12		106	89 29		190	89 48		20	89 58	
69	89 13		108	89 30		195	89 48		30	89 58	
70	89 13		110	89 30		200	89 49		40	89 58	
71	89 14		112	89 31		205	89 50		50	89 58	
72	89 15		114	89 32		210	89 50		60	89 58	
73	89 15		116	89 32		215	89 51		70	89 58	
74	89 16		118	89 33		220	89 51		80	89 58	
75	89 16		120	89 34		225	89 52		90	89 59	
76	89 17		122	89 34		230	89 52		100	89 59	
77	89 17		124	89 35		235	89 52		110	89 59	
78	89 18		126	89 35		240	89 53		120	89 59	
79	89 18		128	89 36		245	89 53		130	89 59	
80	89 18		130	89 36		250	89 53		140	89 59	
81	89 19		132	89 37		255	89 54		150	89 59	
82	89 19		134	89 37		260	89 54		160	89 59	
83	89 20		136	89 38		265	89 54		170	89 59	
84	89 20		138	89 38		270	89 55		180	89 59	
85	89 21		140	89 39		275	89 55		190	89 59	
86	89 21		142	89 39		280	89 55		200	89 59	
87	89 22		144	89 40		285	89 55		210	89 59	
88	89 22		146	89 40		290	89 55		220	89 59	
89	89 23		148	89 41		295	89 56		230	89 59	
90	89 23		150	89 41		300	89 56		240	89 59	

Sexta Loxodromia.

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
1	0 24		31	12 44		61	24 29		91	35 14	
2	0 49		32	13 8		62	24 51		92	35 34	
3	1 14		33	13 32		63	25 14		93	35 54	
4	1 39		34	13 56		64	25 36		94	36 14	
5	2 4		35	14 20		65	25 59		95	36 34	
6	2 29		36	14 44		66	26 21		96	36 54	
7	2 53		37	15 8		67	26 43		77	37 14	
8	3 18		38	15 32		68	27 5		98	37 34	
9	3 43		39	15 56		69	27 27		99	37 53	
10	4 8		40	16 20		70	27 49		100	38 13	
11	4 33		41	16 44		71	28 11		101	38 32	
12	4 57		42	17 8		72	28 33		102	38 52	
13	5 22		43	17 31		73	28 55		103	39 11	
14	5 47		44	17 55		74	29 17		104	39 30	
15	6 12		45	18 19		75	29 38		105	39 49	
16	6 36		46	18 42		76	30 0		106	40 8	
17	7 1		47	19 6		77	30 21		107	40 27	
18	7 26		48	19 29		78	30 43		108	40 46	
19	7 50		49	19 53		79	31 4		109	41 5	
20	8 15		50	20 16		80	31 25		110	41 24	
21	8 39		51	20 39		81	31 46		111	41 42	
22	9 4		52	21 2		82	32 8		112	42 1	
23	9 29		53	21 26		83	32 29		113	42 19	
24	9 53		54	21 49		84	32 50		114	42 38	
25	10 17		55	22 12		85	33 10		115	42 56	
26	10 42		56	22 35		86	33 31		116	43 14	
27	11 6		57	22 58		87	33 52		117	43 32	
28	11 31		58	23 20		88	34 12		118	43 50	
29	11 55		59	23 43		89	34 33		119	44 8	
30	12 19		60	24 6		90	34 53		120	44 26	

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
121	44 43		151	52 53		181	59 45		211	65 27	
122	45 1		152	53 8		182	59 57		212	65 37	
123	45 18		153	53 23		183	60 10		213	65 47	
124	45 36		154	53 37		184	60 22		214	65 57	
125	45 53		155	53 52		185	60 34		215	66 7	
126	46 10		156	54 7		186	60 46		216	66 17	
127	46 28		157	54 21		187	60 58		217	66 27	
128	46 45		158	54 36		188	61 10		218	66 37	
329	47 2		159	54 50		189	61 22		219	66 47	
130	47 19		160	55 4		190	61 34		220	66 57	
131	47 35		161	55 18		191	61 46		221	67 6	
132	47 52		162	55 33		192	61 58		222	67 16	
133	48 9		163	55 47		193	62 9		223	67 26	
134	48 25		164	56 0		194	62 21		224	67 35	
135	48 42		165	56 14		195	62 32		225	67 45	
136	48 58		166	56 28		196	62 44		226	67 54	
137	49 14		167	56 42		197	62 55		227	68 3	
138	49 30		168	56 55		198	63 7		228	68 13	
139	49 47		169	57 9		199	63 18		229	68 22	
140	50 3		170	57 22		200	63 29		230	68 31	
141	50 18		171	57 36		201	63 40		231	68 40	
142	50 34		172	57 49		202	63 51		232	68 49	
143	50 50		173	58 2		203	64 2		233	68 58	
144	51 6		174	58 15		204	64 13		234	69 7	
145	51 21		175	58 28		205	64 23		235	69 16	
146	51 37		176	58 41		206	64 34		236	69 24	
147	51 52		177	58 54		207	64 45		237	69 33	
148	52 7		178	59 7		208	64 55		238	69 42	
149	52 23		179	59 20		209	65 6		239	69 50	
150	52 38		180	59 32		210	65 16		240	69 59	

long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①
241	70	7			271	73	56			301	77	2			331	79	33		
242	70	16			272	74	3			302	77	8			332	79	37		
243	70	24			273	74	10			303	77	13			333	79	42		
244	70	32			274	74	17			304	77	19			334	79	46		
245	70	41			275	74	23			305	77	24			335	79	50		
246	70	49			276	74	30			306	77	30			336	79	55		
247	70	57			277	74	37			307	77	35			337	79	59		
248	71	5			278	74	43			308	77	40			338	80	3		
249	71	13			279	74	50			309	77	46			339	80	8		
250	71	21			280	74	56			310	77	51			340	80	12		
251	71	29			281	75	3			311	77	56			341	80	16		
252	71	37			282	75	9			312	78	1			342	80	20		
253	71	45			283	75	15			313	78	6			343	80	25		
254	71	52			284	75	22			314	78	11			344	80	29		
255	72	0			285	75	28			315	78	16			345	80	33		
256	72	8			286	75	34			316	78	21			346	80	37		
257	72	15			287	75	40			317	78	26			347	80	41		
258	72	23			288	75	46			318	78	31			348	80	45		
259	72	30			289	75	52			319	78	36			349	80	49		
260	72	38			290	75	59			320	78	41			350	80	53		
261	72	45			291	76	5			321	78	46			351	80	57		
262	72	52			292	76	10			322	78	51			352	81	1		
263	73	0			293	76	16			323	78	56			353	81	4		
264	73	7			294	76	22			324	79	0			354	81	8		
265	73	14			295	76	28			325	79	5			355	81	12		
266	73	21			296	76	34			326	79	10			356	81	16		
267	73	28			297	76	40			327	79	14			357	81	20		
268	73	35			298	76	45			328	79	19			358	81	23		
269	73	42			299	76	51			329	79	24			359	81	27		
270	73	49			300	76	57			330	79	28			360	81	31		

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
1	81 34		31	83 12		61	84 32		91	85 35	
2	81 38		32	83 15		62	84 34		92	85 37	
3	81 42		33	83 18		63	84 36		93	85 39	
4	81 45		34	83 21		64	84 39		94	85 41	
5	81 49		35	83 24		65	84 41		95	85 43	
6	81 52		36	83 27		66	84 43		96	85 45	
7	81 56		37	83 30		67	84 45		97	85 47	
8	81 59		38	83 32		68	84 48		98	85 48	
9	82 3		39	83 35		69	84 50		99	85 50	
10	82 6		40	83 38		70	84 52		100	85 52	
11	82 9		41	83 41		71	84 54		101	85 54	
12	82 13		42	83 43		72	84 57		102	85 56	
13	82 16		43	83 46		73	84 59		103	85 57	
14	82 19		44	83 49		74	85 1		104	85 59	
15	82 23		45	83 52		75	85 3		105	86 1	
16	82 26		46	83 54		76	85 5		106	86 2	
17	82 29		47	83 57		77	85 7		107	86 4	
18	82 33		48	83 59		78	85 9		108	86 6	
19	82 36		49	84 2		79	85 12		109	86 8	
20	82 39		50	84 5		80	85 14		110	86 9	
21	82 42		51	84 7		81	85 16		111	86 11	
22	82 45		52	84 10		82	85 18		112	86 12	
23	82 48		53	84 12		83	85 20		113	86 14	
24	82 51		54	84 15		84	85 22		114	86 16	
25	82 55		55	84 17		85	85 24		115	86 17	
26	82 58		56	84 20		86	85 26		116	86 19	
27	83 1		57	84 22		87	85 28		117	86 21	
28	83 4		58	84 24		88	85 30		118	86 22	
29	83 7		59	84 27		89	85 32		119	86 24	
30	83 10		60	84 29		90	85 33		120	86 25	

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
121	86	27			151	87	9			182	87	43			242	88	31		
122	86	28			152	87	10			184	87	45			244	88	32		
123	86	30			153	87	11			186	87	47			246	88	33		
124	86	31			154	87	12			188	87	49			248	88	34		
125	86	33			155	87	13			190	87	50			250	88	36		
126	86	34			156	87	15			192	87	52			252	88	37		
127	86	36			157	87	16			194	87	54			254	88	38		
128	86	37			158	87	17			196	87	56			256	88	39		
129	86	39			159	87	18			198	87	58			258	88	40		
130	86	40			160	87	19			200	87	59			260	88	41		
131	86	42			161	87	20			202	88	1			262	88	43		
132	86	43			162	87	22			204	88	3			264	88	44		
133	86	44			163	87	23			206	88	4			266	88	45		
134	86	46			164	87	24			208	88	6			268	88	46		
135	86	47			165	87	25			210	88	8			270	88	47		
136	86	49			166	87	26			212	88	9			272	88	48		
137	86	50			167	87	27			214	88	11			274	88	49		
138	86	51			168	87	28			216	88	12			276	88	50		
139	86	53			169	87	29			218	88	14			278	88	51		
140	86	55			170	87	30			220	88	16			280	88	52		
141	86	56			171	87	32			222	88	17			282	88	53		
142	86	57			172	87	33			224	88	18			284	88	54		
143	86	58			173	87	34			226	88	20			286	88	55		
144	87	0			174	87	35			228	88	21			288	88	56		
145	87	1			175	87	36			230	88	23			290	88	57		
146	87	2			176	87	37			232	88	24			292	88	58		
147	87	4			177	87	38			234	88	25			294	88	58		
148	87	5			178	87	39			236	88	27			296	88	59		
149	87	6			179	87	40			238	88	28			298	89	0		
150	87	7			180	87	41			240	88	29			300	89	1		

long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.	long.	latit.	distant.
gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr. ①	gr. ①
302	89 2		4	89 22		128	89 44		10	89 56	
304	89 3		8	89 23		136	89 45		20	89 57	
306	89 3		12	89 25		144	89 46		30	89 57	
308	89 4		16	89 26		152	89 46		40	89 57	
310	89 5		20	89 26		160	89 47		50	89 57	
312	89 6		24	89 27		168	89 48		60	89 57	
314	89 7		28	89 28		176	89 48		70	89 57	
316	89 7		32	89 29		184	89 49		80	89 57	
318	89 8		36	89 30		192	89 50		90	89 58	
320	89 9		40	89 31		200	89 50		100	89 58	
322	89 9		44	89 32		208	89 51		110	89 58	
324	89 10		48	89 32		216	89 51		120	89 58	
326	89 11		52	89 33		224	89 52		130	89 58	
328	89 12		56	89 34		232	89 52		140	89 58	
330	89 12		60	89 35		240	89 52		150	89 58	
332	89 13		64	89 35		248	89 53		160	89 58	
334	89 14		68	89 36		256	89 53		170	89 58	
336	89 14		72	89 37		264	89 53		180	89 58	
338	89 15		76	89 37		272	89 54		190	89 58	
340	89 16		80	89 38		280	89 54		200	89 58	
342	89 16		84	89 39		288	89 54		210	89 58	
344	89 17		88	89 39		296	89 55		220	89 58	
346	89 17		92	89 40		304	89 55		230	89 59	
348	89 18		96	89 40		312	8 55		240	89 59	
350	89 19		100	89 41		320	89 55		250	89 59	
352	89 19		104	89 41		328	89 56		260	89 59	
354	89 20		108	89 42		336	89 56		270	89 59	
356	89 20		112	89 42		344	89 56		280	89 59	
358	89 21		116	89 43		352	89 56		290	89 59	
360	89 21		120	89 43		360	89 56		300	89 59	

Septima Loxodromia.

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
1	0 11		31	6 9		61	12 2		91	17 45	
2	0 23		32	6 21		62	12 14		92	17 59	
3	0 35		33	6 33		63	12 25		93	18 11	
4	0 47		34	6 44		64	12 37		94	18 22	
5	1 0		35	6 56		65	12 49		95	18 33	
6	1 12		36	7 8		66	13 0		96	18 44	
7	1 23		37	7 20		67	13 12		97	18 56	
8	1 35		38	7 32		68	13 24		98	19 7	
9	1 47		39	7 44		69	13 35		99	19 19	
10	1 59		40	7 55		70	13 47		100	19 30	
11	2 11		41	8 7		71	13 58		101	19 41	
12	2 23		42	8 19		72	14 10		102	19 52	
13	2 35		43	8 31		73	14 22		103	20 3	
14	2 47		44	8 43		74	14 33		104	20 15	
15	2 59		45	8 54		75	14 45		105	20 26	
16	3 11		46	9 6		76	14 56		106	20 37	
17	3 22		47	9 18		77	15 8		107	20 48	
18	3 34		48	9 30		78	15 19		108	20 59	
19	3 46		49	9 42		79	15 31		109	21 10	
20	3 58		50	9 53		80	15 42		110	21 22	
21	4 10		51	10 5		81	15 54		111	21 33	
22	4 22		52	10 17		82	16 5		112	21 44	
23	4 34		53	10 29		83	16 17		113	21 55	
24	4 46		54	10 40		84	16 28		114	22 6	
25	4 58		55	10 52		85	16 40		115	22 17	
26	5 9		56	11 4		86	16 51		116	22 28	
27	5 21		57	11 15		87	17 2		117	22 39	
28	5 33		58	11 27		88	17 14		118	22 50	
29	5 45		59	11 39		89	17 25		119	23 1	
30	5 57		60	11 50		90	17 37		120	23 13	

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
121	23 23		151	28 44		181	33 50		211	38 39	
122	23 34		152	28 55		182	34 0		212	38 48	
123	23 [illegible]		153	29 5		183	34 10		213	38 57	
124	23 56		154	29 16		184	34 20		214	39 7	
125	24 7		155	29 26		185	34 30		215	39 16	
126	24 18		156	29 36		186	34 39		216	39 25	
127	24 28		157	29 47		187	34 49		217	39 34	
128	24 30		158	29 57		188	34 59		218	39 43	
129	24 50		159	30 8		189	35 9		219	39 53	
130	25 1		160	30 18		190	35 19		220	40 2	
131	25 12		161	30 28		191	35 28		221	40 11	
132	25 22		162	30 38		192	35 38		222	40 20	
133	25 33		163	30 49		193	35 48		223	40 29	
134	25 44		164	30 59		194	35 57		224	40 38	
135	25 5[illegible]		165	31 9		195	36 7		225	40 47	
136	26 5		166	31 19		196	36 17		226	40 56	
137	26 16		167	31 29		197	36 26		227	41 5	
138	26 27		168	31 40		198	36 36		228	41 14	
139	26 38		169	31 50		199	36 45		229	41 23	
140	26 48		170	32 0		200	36 55		230	41 32	
141	26 59		171	32 10		201	37 4		231	41 41	
142	27 9		172	32 20		202	37 14		232	41 50	
143	27 20		173	32 30		203	37 23		233	41 59	
144	27 31		174	32 40		204	37 33		234	42 8	
145	27 41		175	32 50		205	37 42		235	42 16	
146	27 52		176	33 0		206	37 52		236	42 25	
147	28 2		177	33 10		207	38 1		237	42 34	
148	28 13		178	33 20		208	38 11		238	42 43	
149	28 23		179	33 30		209	38 20		239	42 52	
150	28 34		180	33 40		210	38 29		240	43 0	

long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①	long. gr.	latit. gr.	latit. ①	distant. gr.	distant. ①
241	43	9			271	47	21			301	51	14			331	54	49		
242	43	18			272	47	29			302	51	22			332	54	56		
243	43	26			273	47	37			303	51	29			333	55	[illegible]		
244	43	35			274	47	45			304	51	37			334	55	10		
245	43	44			275	47	53			305	51	44			335	55	17		
246	43	52			276	48	1			306	51	51			336	55	23		
247	44	1			277	48	9			307	51	59			337	55	30		
248	44	9			278	48	17			308	52	6			338	55	37		
249	44	18			279	48	25			309	52	13			339	55	44		
250	44	27			280	48	33			310	52	21			340	55	50		
251	44	35			281	48	41			311	52	28			341	55	57		
252	44	44			282	48	49			312	52	35			342	56	4		
253	44	52			283	48	56			313	52	42			343	56	10		
254	45	0			284	49	4			314	52	50			344	56	17		
255	45	9			285	49	12			315	52	57			345	56	24		
256	45	17			286	49	20			316	53	4			346	56	30		
257	45	26			287	49	28			317	53	11			347	56	37		
258	45	34			288	49	35			318	53	18			348	56	43		
259	45	43			289	49	43			319	53	25			349	56	50		
260	45	51			290	49	51			320	53	32			350	56	56		
261	45	59			291	49	58			321	53	40			351	57	3		
262	46	7			292	50	6			322	53	47			352	57	9		
263	46	16			293	50	14			323	53	54			353	57	16		
264	46	24			294	50	21			324	54	1			354	57	22		
265	46	32			295	50	29			325	54	8			355	57	29		
266	46	40			296	50	37			326	54	15			356	57	35		
267	46	48			297	50	44			327	54	22			357	57	41		
268	46	57			298	50	52			328	54	29			358	57	48		
269	47	5			299	50	59			329	54	36			359	57	54		
270	47	13			300	51	7			330	54	42			360	58	1		

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
1	58 7		31	61 8		61	63 53		91	66 23	
2	58 13		32	61 13		62	63 58		92	66 28	
3	58 19		33	61 19		63	64 3		93	66 33	
4	58 26		34	61 25		64	64 8		94	66 37	
5	58 32		35	61 31		65	64 14		95	66 42	
6	58 38		36	61 36		66	14 19		96	66 47	
7	58 44		37	61 42		67	64 24		97	66 52	
8	58 50		38	61 48		68	64 29		98	66 56	
9	58 57		39	61 53		69	64 34		99	67 1	
10	59 3		40	61 59		70	64 39		100	67 5	
11	59 9		41	62 4		71	64 44		101	67 10	
12	59 15		42	62 10		72	64 50		102	67 15	
13	59 21		43	62 16		73	64 55		103	67 19	
14	59 27		44	62 21		74	65 0		104	67 24	
15	59 33		45	62 27		75	65 5		105	67 29	
16	59 39		46	62 32		76	65 10		106	67 33	
17	59 45		47	62 38		77	65 15		107	67 38	
18	59 51		48	62 43		78	65 20		108	67 42	
19	59 57		49	62 49		79	65 25		109	67 47	
20	60 3		50	62 54		80	65 30		110	67 51	
21	60 9		51	62 59		81	65 35		111	67 56	
22	60 15		52	63 5		82	65 39		112	68 0	
23	60 21		53	63 10		83	65 44		113	68 5	
24	60 27		54	63 16		84	65 49		114	68 9	
25	60 33		55	83 21		85	65 54		115	68 14	
26	60 39		56	63 26		86	65 59		116	68 18	
27	60 44		57	63 32		87	66 4		117	68 22	
28	60 50		58	63 37		88	66 9		118	68 27	
29	60 56		59	63 42		89	66 [illegible]		119	68 31	
30	61 2		60	63 47		90	66 18		120	68 35	

long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①
121	68	40			151	70	44			181	72	36			211	74	18		
122	68	44			152	70	48			182	72	40			212	74	21		
123	68	48			153	70	52			183	72	43			213	74	24		
124	68	53			154	70	56			184	72	47			214	74	28		
125	68	57			155	70	59			185	72	50			215	74	31		
126	69	1			156	71	3			186	72	54			216	74	34		
127	69	6			157	71	7			187	72	57			217	74	37		
128	69	10			158	71	11			188	73	1			218	74	40		
129	69	14			159	71	15			189	73	4			219	74	44		
130	69	18			160	71	19			190	73	8			220	74	47		
131	69	22			161	71	23			191	73	11			221	74	50		
132	69	27			162	71	26			192	73	15			222	74	53		
133	69	31			163	71	30			193	73	18			223	74	56		
134	69	35			164	71	34			194	73	22			224	74	59		
135	69	39			165	71	38			195	73	25			225	75	2		
136	69	43			166	71	41			196	73	28			226	75	5		
137	69	47			167	71	45			197	73	32			227	75	8		
138	69	52			168	71	49			198	73	35			228	75	11		
139	69	56			169	71	53			199	73	39			229	75	14		
140	70	0			170	71	56			200	73	42			230	75	17		
141	70	4			171	72	0			201	73	45			231	75	20		
142	70	8			172	72	4			202	73	49			232	75	23		
143	70	12			173	72	7			203	73	52			233	75	26		
144	70	16			174	72	11			204	73	55			234	75	29		
145	70	20			175	72	15			205	73	58			235	75	32		
146	70	24			176	72	18			206	74	2			236	75	35		
147	70	28			177	72	22			207	74	5			237	75	38		
148	70	32			178	72	25			208	74	8			238	75	41		
149	70	36			179	72	29			209	74	12			239	75	44		
150	70	40			180	72	33			210	74	15			140	75	47		

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
241	75 50		271	77 13		301	78 29		331	79 36	
242	75 53		272	77 16		302	78 31		332	79 39	
243	75 56		273	77 19		303	78 33		333	79 41	
244	75 59		274	77 21		304	78 36		334	79 43	
245	76 2		275	77 24		305	78 38		335	79 45	
246	76 5		276	77 26		306	78 40		336	79 47	
247	76 7		277	77 29		307	78 43		337	79 49	
248	76 10		278	77 32		308	78 45		338	79 51	
249	76 13		279	77 34		309	78 47		339	79 53	
250	76 16		280	77 37		310	78 50		340	79 55	
251	76 19		281	77 39		311	78 52		341	79 58	
252	76 22		282	77 42		312	78 54		342	80 0	
253	76 24		283	77 44		313	78 57		343	80 2	
254	76 27		284	77 47		314	78 59		344	80 4	
255	76 30		285	77 49		315	79 1		345	80 6	
256	76 33		286	77 52		316	79 3		346	80 8	
257	76 36		287	77 54		317	76 6		347	80 10	
258	76 38		288	77 57		318	79 8		348	80 12	
259	76 41		289	77 59		319	79 10		349	80 14	
260	76 44		290	78 2		320	79 12		350	80 16	
261	76 47		291	78 4		321	79 15		351	80 18	
262	76 49		292	78 7		322	79 17		352	80 20	
263	76 52		293	78 9		323	79 19		353	80 22	
264	76 55		294	78 12		324	79 21		354	80 24	
265	76 57		295	78 14		325	79 23		355	80 26	
266	77 0		296	78 17		326	79 26		356	80 28	
267	77 3		297	78 19		327	79 28		357	80 30	
268	77 5		298	78 21		328	79 30		358	80 32	
269	77 8		299	78 24		329	79 32		359	80 34	
270	77 11		300	78 26		330	79 34		360	80 36	

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
1	80 38		31	81 33	[illegible]	61	82 23	[illegible]	91	83 8	
2	80 40	[illegible]	32	81 35	[illegible]	62	82 25	[illegible]	92	83 9	[illegible]
3	80 42	[illegible]	33	81 37		63	82 26	[illegible]	93	83 11	[illegible]
4	80 44		34	81 38		64	82 28	[illegible]	94	83 12	[illegible]
5	80 45		35	81 40		65	82 29	[illegible]	95	83 14	
6	80 47		36	81 42		66	82 31	[illegible]	96	83 15	
7	80 49		37	81 43		67	82 32		97	83 16	
8	80 51		38	81 45		68	82 34		98	83 18	
9	80 53		39	81 47		69	82 35		99	83 19	
10	80 55		40	81 49		70	82 37	[illegible]	100	83 21	
11	80 57		41	81 50		71	82 38	[illegible]	101	83 22	
12	80 59	[illegible]	42	81 52		72	82 40	[illegible]	102	83 23	
13	81 1		43	81 54		73	82 41	[illegible]	103	83 25	
14	81 2		44	81 55		74	82 43	[illegible]	104	83 26	
15	81 4		45	81 57		75	82 45	[illegible]	105	83 27	
16	81 6		46	81 59		76	82 46	[illegible]	106	83 29	
17	81 8		47	82 0		77	82 48	[illegible]	107	83 30	
18	81 10		48	82 2		78	82 49	[illegible]	108	83 31	
19	81 11		49	82 4		79	82 50		109	83 33	
20	81 [illegible]		50	82 5		80	82 52	[illegible]	110	83 34	
21	81 [illegible]		51	82 7		81	82 53		111	83 35	
22	81 [illegible]	[illegible]	52	82 8		82	82 55		112	83 37	
23	81 19	[illegible]	53	82 10		83	82 56	[illegible]	113	83 38	
24	81 21		54	82 12	[illegible]	84	82 58	[illegible]	114	83 39	
25	81 22	[illegible]	55	82 13		85	82 59	[illegible]	115	83 41	
26	81 24		56	82 15	[illegible]	86	83 1	[illegible]	116	83 42	
27	81 26	[illegible]	57	82 17	[illegible]	87	83 2		117	83 43	
28	81 28	[illegible]	58	82 18	[illegible]	88	83 4		118	83 45	
29	81 30	[illegible]	59	82 20	[illegible]	89	83 5	[illegible]	119	83 46	
30	81 [illegible]	[illegible]	60	82 21	[illegible]	90	83 6		120	83 47	

long.	latit.	distant.	long.	latit.		distant.	long.	latit.		distant.	long.	latit.		distant.
gr.	gr. ①	gr. ①	gr.	gr.	①	gr. ①	gr.	gr.	①	gr. ①	gr.	gr.	①	gr. ①
121	83 49		151	84	25		181	84	58		211	85	28	
122	83 50		152	84	26		182	84	59		212	85	29	
123	83 51		153	84	27		183	85	0		213	85	30	
124	83 52		154	84	29		184	85	1		214	85	31	
125	83 54		155	84	30		185	85	2		215	85	32	
126	83 55		156	84	31		186	85	3		216	85	32	
127	83 56		157	84	32		187	85	4		217	85	33	
128	83 57		158	84	33		188	85	5		218	85	34	
129	83 59		159	84	34		189	85	6		219	85	35	
130	84 0		160	84	35		190	85	7		220	85	36	
131	84 1		161	84	36		191	85	8		221	85	37	
132	84 2		162	84	38		192	85	9		222	85	38	
133	84 4		163	84	39		193	85	10		223	85	39	
134	84 5		164	84	40		194	85	11		224	85	40	
135	84 6		165	84	41		195	85	12		225	85	41	
136	84 7		166	84	42		196	85	13		226	85	42	
137	84 8		167	84	43		197	85	14		227	85	42	
138	84 10		168	84	44		198	85	15		228	85	43	
139	84 11		169	84	45		199	85	16		229	85	44	
140	84 12		170	84	46		200	85	17		230	85	45	
141	84 13		171	84	47		201	85	18		231	85	46	
142	84 15		172	84	49		202	85	19		232	85	47	
143	84 16		173	84	50		203	85	20		233	85	48	
144	84 17		174	84	51		204	85	21		234	85	49	
145	84 18		175	84	52		205	85	22		235	85	49	
146	84 19		176	84	53		206	85	23		236	85	50	
147	84 20		177	84	54		207	85	24		237	85	51	
148	84 22		178	84	55		208	85	25		238	85	52	
149	84 23		179	84	56		209	85	26		239	85	53	
150	84 24		180	84	57		210	85	27		240	85	54	

long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①	long. gr.	latit. gr. ①	distant. gr. ①
1	87 18		31	87 34		62	87 49		122	88 13	
2	87 19		32	87 35		64	87 50		124	88 14	
3	87 19		33	87 35		66	87 51		126	88 15	
4	87 20		34	87 36		68	87 52		128	88 16	
5	87 21		35	87 36		70	87 53		130	88 16	
6	87 21		36	87 37		72	87 53		132	88 17	
7	87 22		37	87 37		74	87 54		134	88 18	
8	87 22		38	87 38		76	87 55		136	88 18	
9	87 23		39	87 38		78	87 56		138	88 19	
10	87 23		40	87 39		80	87 57		140	88 20	
11	87 24		41	87 39		82	87 58		142	88 20	
12	87 24		42	87 40		84	87 59		144	88 21	
13	87 25		43	87 40		86	87 59		146	88 22	
14	87 25		44	87 41		88	88 0		148	88 23	
15	87 26		45	87 41		90	88 1		150	88 23	
16	87 26		46	87 42		92	88 2		152	88 24	
17	87 27		47	87 42		94	88 3		154	88 25	
18	87 28		48	87 42		96	88 3		156	88 25	
19	87 28		49	87 43		98	88 4		158	88 26	
20	87 29		50	87 43		100	88 5		160	88 26	
21	87 29		51	87 44		102	88 6		162	88 27	
22	87 30		52	87 44		104	88 7		164	88 28	
23	87 30		53	87 45		106	88 7		166	88 28	
24	87 31		54	87 45		108	88 8		168	88 29	
25	87 31		55	87 46		110	88 9		170	88 30	
26	87 32		56	87 46		112	88 10		172	88 30	
27	87 32		57	87 47		114	88 10		174	88 31	
28	87 33		58	87 47		116	88 11		176	88 31	
29	87 33		59	87 48		118	88 12		178	88 32	
30	87 34		60	87 48		120	88 13		180	88 33	

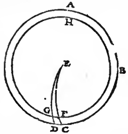
long.	latit.		distant.		long.	latit.		distant.		long.	latit.		distant.		long.	latit.		distant.	
gr.	gr.	①	gr.	①	gr.	gr.	①	gr.	①	gr.	gr.	①	gr.	①	gr.	gr.	①	gr.	①
183	88	34			273	88	56			3	89	13			94	89	26		
186	88	34			276	88	57			6	89	14			98	89	26		
189	88	35			279	88	58			9	89	14			102	89	27		
192	88	36			282	88	58			12	89	15			106	89	27		
195	88	37			285	88	59			15	89	15			110	89	27		
198	88	38			288	89	0			18	89	16			114	89	28		
201	88	39			291	89	0			21	89	16			118	89	28		
204	88	40			294	89	1			24	89	16			122	89	29		
207	88	40			297	89	1			27	87	17			126	89	29		
210	88	41			300	89	2			30	86	17			130	89	30		
213	88	42			303	89	3			33	89	18			134	89	30		
216	88	43			306	89	3			36	89	18			138	89	30		
219	88	44			309	89	4			39	89	19			142	89	31		
222	88	44			312	89	4			42	89	19			146	89	31		
225	88	45			315	89	5			45	89	19			150	89	32		
228	88	46			318	89	6			48	89	20			154	89	32		
231	88	47			321	89	6			51	89	20			158	89	32		
234	88	47			324	89	7			54	89	21			162	89	33		
237	88	48			327	89	7			57	89	21			166	89	33		
240	88	49			330	89	8			60	89	21			170	89	33		
243	88	50			333	89	8			63	89	22			174	89	34		
246	88	50			336	89	9			66	89	22			178	89	34		
249	88	51			339	89	9			69	89	23			182	89	34		
252	88	52			342	89	10			72	89	23			186	89	35		
255	88	52			345	89	10			75	89	23			190	89	35		
258	88	53			348	89	11			78	89	24			194	89	35		
261	88	54			351	89	11			81	89	24			198	89	36		
264	88	55			354	89	12			84	89	24			202	89	36		
367	88	55			357	89	12			87	89	25			206	89	36		
270	88	56			360	89	13			90	89	25			210	89	37		

long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①	long. gr.	latit. gr.	①	distant. gr.	①
215	89	37			6	89	46			190	89	52			195	89	57		
220	89	37			12	89	46			200	89	52			210	89	57		
225	89	38			18	89	47			210	89	53			225	89	57		
230	89	38			24	89	47			220	89	53			240	89	57		
235	89	39			30	89	47			230	89	53			255	89	57		
240	89	39			36	89	47			240	89	53			270	89	58		
245	89	39			42	89	48			250	89	53			285	89	58		
250	89	40			48	89	48			260	89	54			300	89	58		
255	89	40			54	89	48			270	89	54			315	89	58		
260	89	40			60	89	48			280	89	54			330	89	58		
265	89	41			66	89	48			290	89	54			345	89	58		
270	89	41			72	89	49			300	89	54			360	89	58		
275	89	41			78	89	49			310	89	54			20	89	58		
280	89	42			84	89	49			320	89	55			40	89	58		
285	89	42			90	89	49			330	89	55			60	89	58		
290	89	42			96	89	50			340	89	55			80	89	58		
295	89	42			102	89	50			350	89	55			100	89	58		
300	89	43			108	89	50			360	89	55			120	89	58		
305	89	43			114	89	50			15	89	55			140	89	58		
310	89	43			120	89	50			30	89	56			160	89	58		
315	89	44			126	89	50			45	89	56			180	89	58		
320	89	44			132	89	51			60	89	56			200	89	59		
325	89	44			138	89	51			75	89	56			220	89	59		
330	89	44			144	89	51			90	89	56			224	89	59		
335	89	45			150	89	51			105	89	56			260	89	59		
340	89	45			156	89	51			120	89	57			280	89	59		
345	89	45			162	89	51			135	89	57			300	89	59		
350	89	45			168	89	52			150	89	57			320	89	59		
355	89	46			174	89	52			165	89	57			340	89	59		
360	89	46			180	89	52			180	89	57			360	89	59		

Atque hactenus quidem septem canones septem loxodromiarum expositi sunto. octava vero loxodromia est circulus mediatori seu emmesocyclo perpetuò parallelus, ut in latitudinem nulla varietate afficiatur, quare de longitudine ejus tantum superest ut dicamus, cui canon sequens serviet.

DE FABRICA CANONIS OCTAVÆ LOXODROMIÆ.

Diagrammate canonis sequentis argumentum explicemus, sitque sphæra A B C D, in quo mediatoris sive emmesocycli vicem gerat circulus A B C D, cujus polus E, unde minor peripheria F G H delineetur. jam assumatur arcus D C differentia longitudinis inter C & D amplitudine 1 grad. actique à polo E duo quadrantes E D, E C secent minorem peripheriam in F & G, sitque G D dicis gratia 10 grad. differentia latitudinis inter G & D. Quibus positis arcus F G 1 grad. longitudinem occupat in suo circulo 10 grad. à mediatore seu emmesocyclo polum versus remoto, qui propterea brevior minorque fuerit quam 1 grad. mediatoris, cum hic unus sit maximorum in sphæra circulorum. propositum igitur nobis esto investigare amplitudinem arcus F G 1 grad. (in circulo 10 gradibus ab emmesocyclo remoto) in ① & ② ad emmesocyclum relati. seu quod idem fit si F G mediatori seu emmesocyclo applicetur quanti ejus parti congruat, quæ mensura per numeros in ① & ② explicanda sit. Itaque his intellectis deinceps ad opus accingimur.



Datum. Esto 1 grad. differentiæ longitudinis extra mediatorem in circulo qui ab ea sua latitudine 10 grad. recedat. Quæsitum. Amplitudo hujus in ① & ② emmesocycli inquirendus esto.

CONSTRVCTIO.

Vt sinus totus	10000000.
Ad sinum differentiæ 10 grad.	9848078.
Sic 1 gr. emmesocycli, hoc est	60 ①.
Concludes	59 ① 5 ②.

Veluti in sequente canone annotatum est.

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum semidiameter maximi in sphæra circuli, cujus generis est hic mediator seu emmesocyclus,

Ad semidiametrum minoris circuli, qualis hic est qui 10 grad. latitudinem obtinet;

Sic peripheria 1 gr. maximi circuli, sive hujus emmesocycli,

Ad peripheriam unius gradus minoris circuli 10 gr. latitudinem habentis.

Est autem meridiani semidiameter æqualis semidiametro emmesocycli seu mediatoris, qui sinui toto 10000000 æqualis assumitur. atque semidiameter circuli latitudine 10 grad. supra descripti est in ipso meridiano sinus arcus differen-

ferentiæ 10 grad. sive quod idem fit, est sinus 80 grad. qui valet 98480781
Itaque
Vt 10000000,
Ad 9848078:
Sic arcus 1 gr. maximi alicujus circuli, puta meridiani,
Ad arcum 1 gr. minoris circuli 10 graduum latitudinem à maximo obtinente.

Atqui 10000000 ex fabrica dant 9848078, itaque 60 ① quoque dabunt 59 ① 5 ②. Quod demonstrasse oportuit.

NOTA.

Cum PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS factionis hunc modum inspexisset & simul probasset; in mentem ipsi veniebat sese olim similem arcus amplitudinem inter G & F interjectam è sphæricorum triangulorum calculo elicuisse, quod cum arcus sit sphæricus is modus aptior atque ipsi cóngruentior videretur. Atqui cum diversitatis rationem compararet, utrumque calculum suo fine separavit, illum quidem si de recto cursu & in sphærica superficie brevissimo agatur, hunc verò in obliquo minoris circuli cursu locum habere. Verbi gratia, si quæratur quantus cursus sit ab F usque G in λοξοδρομίᾳ seu obliquo cursu, qui hîc minoris circuli arcus est, calculus via supra descripta instituendus est: Cum verò idem cursu directo postulabitur qui in maximi circuli ambitu versatur, per sphærica triangula tete expedies. Ista hîc annotare placuit, cum in rei memoriam, tum etiam si cui res hæc obscura visa esset, ita illustrior appareat.

Canonis Fabrica hoc modo exposita & demonstrata; ipsum deinceps è *Peri Appiani Cosmographiæ prima parte* descriptum exhibemus.

OCTAVA LOXODROMIA, QVOD EST CANONION quantum 1 grad. differentiæ longitudinis extra emmesocyclum seu mediatorem in emmesocycli ① & ② taxatus valeat.

Hâc latitudine, gr.	①	*valet 1 gr. differ. long. istam dist.* ①	②		*Hâc latitudine,* gr.	①	*valet 1 gr. differ. long. istam dist.* ①	②		*Hâc latitudine,* gr.	①	*valet 1 gr. differ. long. istam dist.* ①	②	
0	30	59	59	0	16	0	57	40	9	31	0	51	25	16
1	0	59	59	1	16	30	57	31	9	31	30	51	9	17
1	30	59	58	1	17	0	57	22	9	32	0	50	52	17
2	0	59	57	1	17	30	57	13	10	32	30	50	36	17
2	30	59	56	1	18	0	57	3	10	33	0	50	19	17
3	0	59	55	2	18	30	56	53	10	33	30	50	2	18
3	30	59	53	2	19	0	56	43	10	34	0	49	44	18
4	0	59	51	2	19	30	56	33	11	34	30	49	6	18
4	30	58	48	2	20	0	56	22	11	35	0	49	8	18
5	0	59	46	3	20	30	56	11	11	35	30	48	50	18
5	30	59	43	3	21	0	56	0	11	36	0	48	32	18
6	0	59	0	3	21	30	55	49	12	36	30	48	14	19
6	30	59	36	3	22	0	55	37	12	37	0	47	55	19
7	0	59	33	4	22	30	55	25	12	37	30	47	36	19
7	30	59	29	4	23	0	55	13	12	38	0	47	16	19
8	0	59	24	4	23	30	55	1	13	38	30	46	57	20
8	30	59	20	5	24	0	54	48	13	39	0	46	37	20
9	0	59	15	5	24	30	54	35	13	39	30	46	17	20
9	30	59	10	5	25	0	54	22	13	40	0	45	57	20
10	0	59	5	6	25	30	54	9	14	40	30	45	37	21
10	30	58	59	6	26	0	53	55	14	41	0	45	16	21
11	0	58	53	6	26	30	53	41	14	41	30	44	56	21
11	30	58	47	6	27	0	53	27	14	42	0	44	35	21
12	0	58	41	7	27	30	53	13	15	42	30	44	14	22
12	30	58	34	7	28	0	52	58	15	43	0	43	52	22
13	0	58	27	7	28	30	52	43	15	43	30	43	31	22
13	30	58	20	7	29	0	52	28	15	44	0	43	9	22
14	0	58	13	8	29	30	52	13	16	44	30	42	47	22
14	30	58	5	8	30	0	51	57	16	45	0	42	25	22
15	0	57	57	8	30	30	51	41	16	45	30	42	3	23
15	30	57	49											

OCTAVA LOXODROMIA, QVOD EST CANONION

quantum 1 grad. differentiæ longitudinis extra emmesocyclum seu mediatorem in emmesocycli ① & ② taxatus valeat.

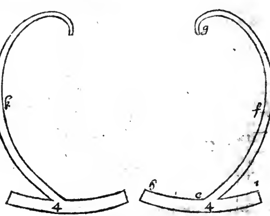
Hâc latitudine, gr.	①	valet 1 gr. differ. long. istam dist. ①	②		Hâc latitudine, gr.	①	valet 1 gr. differ. long. istam dist. ①	②		Hâc latitudine, gr.	①	valet 1 gr. differ. long. istam dist. ①	②	
46	0	41	40	23	61	0	29	5	28	76	0	14	30	30
46	30	41	18	23	61	30	28	37	28	76	30	14	0	31
47	0	40	55	23	62	0	28	10	28	77	0	13	29	31
47	30	40	32	23	62	30	27	42	28	77	30	12	59	31
48	0	40	8	23	63	0	27	14	28	78	0	12	28	31
48	30	39	43	24	63	30	26	46	28	78	30	11	57	31
49	0	39	21	24	64	0	26	18	28	79	0	11	26	31
49	30	38	58	24	64	30	25	49	28	79	30	10	56	31
50	0	38	34	24	65	0	25	21	29	80	0	10	25	31
50	30	38	9	24	65	30	24	52	29	80	30	9	54	31
51	0	37	45	24	66	0	24	24	29	81	0	9	23	31
51	30	37	21	25	66	30	23	55	29	81	30	8	52	31
52	0	36	56	25	67	0	23	26	29	82	0	8	21	31
52	30	36	31	25	67	30	22	57	29	82	30	7	49	31
53	0	36	6	25	68	0	22	28	29	83	0	7	18	31
53	30	35	41	25	68	30	21	59	29	83	30	6	47	31
54	0	35	16	26	69	0	21	30	29	84	0	6	16	31
54	30	34	50	26	69	30	21	30	30	84	30	5	45	31
55	0	34	24	26	70	0	20	31	30	85	0	5	13	31
55	30	34	59	26	70	30	20	1	30	85	30	4	42	31
56	0	33	33	26	71	0	19	32	30	86	0	4	11	31
56	30	33	6	26	71	30	19	2	30	86	30	3	39	31
57	0	32	40	26	72	0	18	32	30	87	0	3	8	31
57	30	32	14	27	72	30	18	2	30	87	30	2	37	31
58	0	31	47	27	73	0	17	32	30	88	0	2	5	31
58	30	31	21	27	73	30	17	2	30	88	30	1	34	31
59	0	30	54	27	74	0	16	32	30	89	0	1	2	31
59	30	30	27	27	74	30	16	2	30	89	30	0	31	31
60	0	30	0	27	75	0	15	31	30	90	0	0	0	31
60	30	29	32	27	75	30	15	1	30					

Quamobrem expositis Canoniis septem λοξοδρομιῶν latitudines per singulos meridianos gradatim ita nobis descriptæ sunto; unde in promptu est ratio quomodo earum subsidio absque ulla hallucinatione in terrestri globo λοξοδρομίαι delineari queant: latitudinum enim puncta in sua statione disposita & lineolis connexa voto satisfacient. Denique canones hi ad δοκιμασίαν λοξοδρομιῶν obliqui cursus examen sive in solido, sive in plano illi designati sint multum utiles erunt.

DE LOXODROMICARVM CVPREARVM HELICVM FABRICA.

Verumenimverò cum ad explicationem sequentium propositionum commodius, atque ad usum in multis problematis concinnius fore mihi videatur ut septem helices loxodromicæ ex ære deformentur, qui singulis sphæræ punctis ubi collibitum sit applicentur, atque ita è vestigio quæsitum assequamur, neq; necesse habeamus ipsas loxodromias globo terreno inscribere. Aut si inscripti jam sint ut intricatiori opere liberemur paucis istarum usum exponam, eo qui sequitur modo.

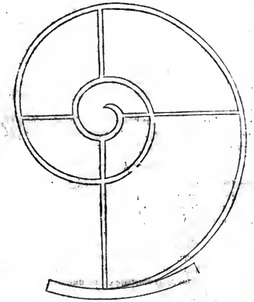
Si in globo terrestri loxodromia aliqua ratione supra scripta delineata sit, dicis gratiâ ea esto Euroborea supra à nobis in exemplum usurpata R X Y Z, quæ quarta est, similis ex cupro deformetur, qualis infra lineamentis *efg* exprimitur, videlicet ut interior limbus *efg* ipsi loxodromiæ R X Y Z omnino congruus sit, tamque basis *hi* addatur, cum qua *efg*, angulum faciat *heg* æqualem ei quem R X Y Z comprehendit cum mediatore sivè emmesocyclo L N. helix ista cyprea sphæræ instar protuberans intelligitor, ut ei applicata concava sui parte undique congruat.



Atque qua via hic helix λοξοδρομίας seu rumbi euroborei, (quæ loxodromiæ notozephyreæ pariter inservit,) delineata est, eâdem cæteræ sex quoque confie-

conficri poterunt, ut universim septem sint, quibus si totidem alias similes quidem sed opposito modo inclinatas adjicias, cujusmodi hic diagrammate *k* expressimus, quæ euroboreæ helici opposito inflexu respondet servitque pariter loxodromiis, borrhozephyreæ, euronotiæque. singulæ autem helices suis numeris notentur ut cui quælibet respondeat in promptu sit. prima 1, secunda 2, &c.

Porrò autem cum septima helex ob frequentes versuras minus firma futura sit, transversis vinculis firmari poterit si necesse videatur ut in subjecta diagrapha hic vides; aut alioquin eadem ex aliquot partibus componi.



CONCLUSIO. Itaque λοξοδρομίας seu rumbos delineavimus; Quod erat faciendum.

5 PROPOSITIO.

Data duorum locorum, eandem latitudinem habentium, longitudinis differentia atque latitudine: ipsorum inter ipsa distantiam & loxodromiam invenire.

NOTATO.

In singulis deinceps propositionibus triplicem dabimus pragmatiam, unam cupreâ helice, alteram loxodromiis in terrestrem globû inscriptis, quæ utraq; factio mechanica est, tertiam mathematicâ per numeros viâ. excepto hoc duntaxat exemplo, ubi cupreæ helicis nullus erit usus, quia octavæ loxodromiæ

 helix

helix congrua, quia supervacaneum videbatur, facta non sit. DATVM. Esto igitur longitudinum differentia 30 grad. latitudo verò 24 grad.

QVÆSITVM. Loxodromia ipsarum distantiaque invenienda esto.

1 Pragmatia loxodromiis in sphæram inscriptis.

Cum latitudo utrique loco par sit, optata loxodromia ordine erit octava, id est ab Oriente in Occidentem, vel contra. ut huc amplius nihil requiratur.

Porrò ad longitudinem ita procedam, si data duo loca in globo designata incidant in circulum emmesocyclo parallelum, circini crura ita divaricentur ut interstitium ipsorum ad lineam rectam proximè accedat, minimumq; ab circuli paralleli peripheria differat, ut puta apertura 1 gr. plusve minusve prout obliquitas paralleli postulabit, minores enim circuli prope polum magis inflectuntur, quam remotiores prope emmesocyclum. atque istâ mensurâ iteratâ quoties necesse erit, expositi paralleli arcum percurres, summâque graduum collectâ, hoc exemplo, si satis accuratè opereris, invenies distantiam optatam 27 grad. 24 ①.

Atqui cum duo exposita loca in globo designata non invenies, duas delétiles notas data latitudine longitudinisque differentiâ designabis, iisque uteris pro expositis.

Et si fortè loca data non incidant in parallelum in ipso globo expressum, dabis operam ut circinus à vicino parallelo æquidistanter meet, quod facile altero circino in auxilium advocato perficietur.

NOTÁTO.

At quærat aliquis quot miliaribus respondeant supra scripti 27 grad. 24 ①, equidem propter miliarium in variis regionibus quantitatem discrepantem & variam certi nihil definire possumus, ideoq; & hic & alibi distantiam tantummo gradibus & minutis ① æstimatam descripsimus, quos singuli pro suo arbitrio ad miliaria deinde revocent. Gradus à multis taxatur 18 horis nec concitato nec lento nimis passu meantium. hora autem talis 8000 passibus, vel 1500 Rhenanis nostratibus decempedis definitur, ut singulis passibus pedes 2½ Rhenanâ mensurâ cedant. Sed tamen summis votis exoptandum fuerit, naucleros naviumq; magistros gradus & ① usurpare ut ipsi mutuo se commodius exaudiant, faciliusque percipiant.

2 Per numeros pragmatia.

Quandoquidem expositæ latitudines æquales sint, necessario (quemadmodum superiore pragmatia dictum quoque fuit) optata latitudo octavam faciet loxodromiam.

Itaque ut horum locorum distantiam inveniam 4 propositione in Canone octavæ loxodromiæ datam 24 grad. latitudinem inquiro cui è regione annotatum invenio quæ distantia uni gradui hîc sit congrua videlicet 54 ① 48 ②, unde proportionem instituam hujusmodi. 1 grad. differentiæ longitudinis in hoc parallelo dat distantiæ 54 ① 48 ②, itaque dati 30 gr. quantum dabunt? Concludes distantiam 27 grad. 24 ①. cujus demonstratio ipso operis ductu manifesta est. CONCLVSIO. Itaque duorum locorum eandem latitudinem habentium longitudinis differentiâ latitudineque datis, distantiam ipsorum & loxodromiam invenimus. Quod facere oportuit.

NOTATO.

Quod si forte nec hic, neque in sequentibus propositionibus, dati numeri omnino atque exacte congruant numeris in canone ordinatis, ut tamen accurate optatum tangas scopum partem proportionalem usurpare poteris, quemadmodum in aliis tabulis fieri solet, & à nobis speciatim 11 propositione de sinuum fabrica descriptum est.

6 PROPOSITIO.

Duorum locorum eandem latitudinem habentium distantia pariter & latitudine datis, ipsorum loxodromiam & longitudinis differentiam invenire.

DATUM. Esto locorum duorum distantia 27 grad. 24 ①, latitudo 24 gr.
QUÆSITUM. Loxodromia ipsorum, & longitudinis differentia invenienda esto.

1 Pragmatia ex sphærâ loxodromiis inscriptâ.

Cum latitudo utriusque sit una, necessario (ut in 5 propos. 1 pragm. dictum fuit) optata loxodromia octava fuerit.

Porrò autem ad longitudinum differentiam inveniendam sic ages, si duo loca in eundem parallelum in sphæra expressum incidant, circini cruribus divaricatis intercipito particulam aliquam mediatoris seu emmesocycli, puta 1 grad. plusvé minusve, atque ea datos 27 grad. 24 ①, in dicto parallelo, qui per loca exposita transeat mensurato. deinde circumactâ sphærâ finem hujus sub meridianum collocato deinde quoque ipsius initium, eritque arcus inter hos meridianos interceptus ipsorum inter ipsa longitudinis optata differentia, videlicet 30 grad. in exposito paradigmate.

Atqui cum loca exposita in sphæra designata non invenies, ipse designato, opusque instituès ut prius.

2 Pragmatia in numeris.

Quia latitudo utriusque loci par est, necessariò (ut in 5 propos. dictum est) optata loxodromia octava erit.

Porrò ad longitudinis inveniendam differentiam 4 propositione in canone octavæ loxodromiæ datam latitudinem 24 grad. inquiro, cui è regione annotatum invenio quæ distantia istic uni gradui longitudinis competat, utpote 54 ① 48 ②: unde proportio 54 ① 48 ② hoc loco æquantur 1 grad. longitudinis itaque 27 grad. 24 ① cui æquabuntur? concludes optatam longitudinis differentiam 30 grad. Cujus demonstratio ex opere perspicitur.

CONCLUSIO. Itaque duorum locorum eandem latitudinem habentium distantia & latitudine datis, loxodromiam & longitudinis differentiam invenimus. Quod petebatur.

7 PRO-

7 PROPOSITIO.

Duorum locorum inæqualis latitudinis loxodromiâ latitudineque datâ, longitudinis differentiam, & distantiam invenire.

In confesso est si latitudines datæ æquales essent, loxodromiam fore 8: aut contra, si data loxodromia octava sit, latitudines æquales fore. Cum igitur differentia longitudinis, distantiaque ex latitudinis differentia inveniantur, ea autem hic nulla exprimatur, ex istis igitur datis neque longitudinis differentia, neque distantia elici poterit, atque ideo propositioni cautelam istam annexuimus *inæqualis latitudinis*. Vnde perspicitur quando in hujus propositionis paradigmatis data loxodromia octavæ valde finitima erit, conclusionem lubricam esse minusque accuratam.

NOTATO.

Evenit nonnunquam ut navis magister in eodem parallelo decurrerit, & duorum locorum latitudinem observationibus indagarit, atque hinc ipsorum distantiam eruere cupiat, ut ita cognoscat, utrum conjecturis, quibus in cursu usus est, cum nostris præceptis bene conveniat; aut ipsi etiam longitudinum differentiæ quam in globo tabulisve geographicis annotatam invenit. Vel etiam si nulla conjectura usus sit differentiaque longitudinis ignoretur, quomodo ea investigari possit; atque isti fini propositio hæc utilis est.

DATVM. Duorum locorum loxodromia 4ta esto, latitudoque occidentalior 5 grad 59 ① altera verò 28 gr. 42 ①. QVÆSITVM. Longitudinis differentia cum distantia investigandæ sunto.

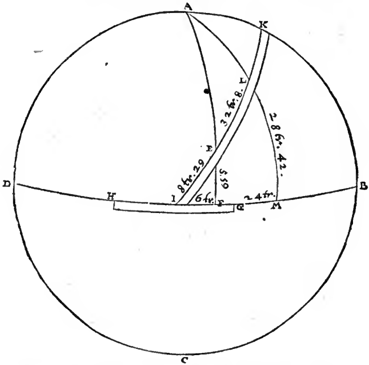
1 *Pragmatia ope helicis loxodromicæ.*

Sumito globum terrestrem A B C D, hujus polus esto A, emmesocyclus seu mediator D B, notato punctū delctile E, latitudine 5 grad. 59 ① qui occidentaliori loco fuerant tributi, tumque assumito datam ex hypothesi 4 loxodromiam G H I K, hujus basin H G mediatori sive emmesocyclo D B applicato atque ita basin secundum emmesocyclum ducito donec helix I K stringat punctum E; deinde globum in occidentem convertito (quia alter locus orientalior assumptus est) donec meridianus & helix loxodromica sese in altera latitudine 28 grad. 42 ① intersecet. id igitur esto in L, communisq; meridiani & emmesocycli sectio sit in M. Quibus positis F M erit expositorum locorum longitudinis differentia, quæ hoc exemplo invenietur 24 grad.

Atque helicis pars E L distantiæ mensura est, quam simili modo qui 5 propositionis primâ pragmatiâ expositus est, per sua segmenta dimensus, invenies 32 grad. 8 ①.

2 *Pragmatia sphærâ loxodromiis inscriptâ.*

Ex inscriptis loxodromiis datam, ut hic 4, seligito eamque ad meridianum transmittito donec in datæ occidentalis latitudinis puncto 5 grad. 59 ① intersecetur. hinc sphæram in occidentem (quia locus secundus orientalior ponebatur), circumducito donec eadem loxodromia à meridiano in altera latitudine



tudine 28 grad. 42 ① intersecetur. Quibus positis emmesocycli segmentum à primi situs meridiano ad secundum interceptus longitudinis differentiam ostendet, quæ hic 24 grad. deprehenditur.

Et loxodromiæ inter has duas stationes segmentum, distantiam ipsarum metitur, quæ dimensa consimili modo atque in 5 propositionis 1 pragmatia factum est, invenietur hoc exemplo 32 grad. 8 ①.

3 Pragmatia per numeros explicata.

In 4 propos. canone quartam inquiras loxodromiam, quæque longitudines distantiaque datis duobus latitudinibus respondeant perquiras: ac minimæ quidem latitudini 5 gr. 59 ①, competere lõgitud. 6 gr. dist. 8. gr. 29 ①. Maximæ autem latitudini 28 grad. 42 ①, animadvertes
deberi longitudinem 30 gr. distantiam 40 gr. 37 ①.
Hinc primam longitudinem latitudinemque deducas,
relinquetur quæsita longitudinis differentia 24 gr. distant. 32 gr. 8 ①.

Demonstratio ex operis consequentia perspicitur.

CONCLVSIO. Itaque duorum diversæ latitudinis locorum loxodromiâ latitu-

latitudineque datâ, longitudinis differentiam, & distantiam invenimus. Quod fecisse oportuit.

8 PROPOSITIO.

Datâ duorum locorum latitudine, cum longitudinis differentiâ, loxodromiam & distantiam invenire.

DATUM. Loci occidentalioris latitudo esto 5 grad. 59 ①, alterius 28 gr. 42 ①, differentia autem longitudinis 24 grad.

QUÆSITUM. Loxodromia & distantia invenienda sunto.

1 Pragmatia auxilio helicis loxodromicæ.

Si loca exposita in globo terreno designata jam sint, deletiles signabis notulas pro ratione dati, quas in diagrapha 7 propos. assumes E, L. Dehinc è septem cupreis helicibus eam seliges, quæ proximè expositæ quæstioni servire videbitur, basimque G A applicabis emmesocyclo B D, eamque huc illuc commovebis donec loxodromiæ helicis I K interior limbus ipsum E alterum expositorum locorum stringat, si jam alter locus helicem istam item tangat, rem factam habes, secus aliam sumes similique modo opus institues, quæque ad data loca proxime accedet, ut hîc quarta, propositum expediet.

Et segmentum loxodromiæ inter data loca E, L interjectum ipsorum distantiam exprimit, quod hîc quidem secundum 5 propos. pragmatiam dimensum, 32 gr. 8 ① exhibebit.

2 Pragmatia sphærâ loxodromiis inscriptâ.

Si duo loca in terreno globo jam designata sub eadem loxodromia forte consistant, certum est istam loxodromiam esse optatam. Sed quia id perquam rarum fit, tale assumemus exemplum ubi eandem loxodromiam non subeant, ubi factio instituetur hujusmodi. versato globum donec expositorum locorum alter, dicis gratia occidentalior, meridianũ secet; deinde (quippe cum alter locus orientalior sit) globum in occidentem provolvito spatio 24 grad. in emmesocyclo, qui longitudinis differentiam definiunt. tumque considerato utrum loxodromiarum aliqua meridianum in maxima expositorum locorum latitudine 28 gr. 42 ① intersecet, quæ si ita evenerint, ista erit optata. sin verò eam assumes, quæ utrumque locum proxime continget: eritque hoc exemplo quarta loxodromia optata.

Itaque ut deinceps distantiam investiges, metire segmentum quartæ loxodromiæ inter data loca comprehensum, ut 5 propos. 1 pragmatiâ docuimus, atque hic quidem fuerit 32 grad. 8 ①.

3 Pragmatia ope numerorum.

In canone 4 propositionis datarũ latitudinum minimam 5 gr. 59 ① in 7 loxodromiarum aliqua inquiro, puta in quarta, atque ei longitudinem congruam animadverto	6 grad.
Dehinc in eâdem 4 loxodromia longitudinem alteri latitudini 28 gr. 42 ① congruam expendo, ea erit	30 grad.
Vnde ablati 6 grad. hoc ordine primi, relinquunt differentiam longitudinis	24 grad.

Quod

Quod si longitudinis ista differentia datæ aut omnino, aut proxime saltem non sit æqualis, indicium erit 4 loxodromiam non esse exposito exemplo congruam, ideoque alius loxodromiæ canon tentandus, donec terminus ordine tertius exactè aut proximè expositæ longitudinis differentię æquetur. At quia hic benè juste inter sese æquantur, quarta erit nobis quæsita loxodromia.

Cæterùm ad distantiæ investigationem in supra scripta quarta loxodromia quæro unam datarum latitudinem 5 grad. 59 ① cui respondet distantia 8 gr. 29 ①.
Deinde secundæ latitudini 28 gr. 42 ① debitam distantiam 40 gr. 37 ①.
Excessus supra minorem 83 gr. 29 ① terminum hoc ordine quintum erit quæsita distantia 32 gr. 8 ①.

Cujus demonstratio è factionis ordine in promptu est.

CONCLVSIO. Duorum itaque locorum latitudinis, longitudinisque differentia datis, loxodromiam & distantiam invenimus. Quod faciendũ fuit.

9 PROPOSITIO.

Data duorum locorum latitudine & distantia, loxodromiam & longitudinis differentiam invenire.

NOTA.

Duorum locorum latitudines observationibus, distantia etiam quandoque itinere permenso è cursu velificationis adhibitis conjecturis cognoscuntur, unde loxodromiam & longitudinis differentiam deinde eruere animus sit, ut velificatio secundum eas dirigatur, vel ut loca ista in globum accuratè inscribantur, aut inscripta examinentur isti sane fini problema hoc per quam aptum est. DATVM. Locus occidentalior latitudinem habeat 5 grad. 59 ①, alter 28 grad. 42 ①, ipsorum iter ipsa distantia 32 grad. 8 ①. QVÆSITVM. Loxodromia, longitudinisque differentia invenienda sunto.

1 Pragmatia helicis loxodromicæ adminiculo.

Primùm ad loxodromiæ investigationem assumo globum ut in diagrapha 7 propositionis, in eumque è datis locis alterum inscribo, is esto occidẽtalior, cujus latitudo 5 gr. 59 ①, sitque E. deinde è septem loxodromiis futuro operi aptiorem seligo, basinque applico emmesocyclo BD, eamque huc illuc commoveo donec loxodromia IK stringat punctum E, tumque ab E sursum secundum loxodromiam datam distantiam 32 grad. 8 ① exporrigo, ea cadat in L, id si incidat in expositam latitudinem 28 grad. 42 ① assumpta loxodromia erit optati cursus index. secus alia usurpanda erit, quæ istam latitudinem quam proxime nobis præstet. atque ea quidem in exposito paradigmate erit quarta.

Hinc porro longitudinis differentia derivatur, quæ à meridianis per E, L ductis comprehenditur 24 grad.

2 Pragmatia sphærâ loxodromiis inscriptâ.

Principio ad loxodromiæ investigationem, eam in sphæra eligito quæ voto maximè consentanea videbitur, eam puta in 7 propositionis diagrammate

N esse

esse I K, inque eâ occidentaliorem locum noto E, cujus latitudo E F 5 grad. 59 ①: porro consimiliter instituto 5 propositionis ab E optatam distantiam 32 grad. 8 ① in loxodromia designo, eaque incidat in L. si igitur L M datæ latitudini 28 gr. 42 ① æqualis sit, assumpta loxodromia erit optata Secus verò, aliam usurpabo, eam quippe quæ proximè datam latitudinem prope L punctum assequatur. Atque ea quidem in exposito isto problemate erit quarta.

Vnde deinceps longitudinis differentia deducetur, quæsita meridianorum per E, L, puncta transeuntium distantia F M, quæ hic quidem erit 24 grad.

3 Pragmatia numerorum ope.

Loxodromiæ investigatio, quæ prior est, ita instituitur. In 4 propositionis canonis datarum latitudinum minorem 5 grad. 59 ① ipsiq́ue congruam latitudinem perquiro, videlicet 8 gr. 29 ①.
Huc addo distantiam datam (addi inquam oportere, quia prior latitudo datarum erat minima, contra cum maxima erit subductionis opus erit usurpandum) quippe 32 gr. 8 ①.
Et conflatur distantia 40 gr. 37 ①.
Tum in eadem quarta loxodromia expendo latitudinem cõgruam distantiæ 40 grad. 37 ①, qui numerus hoc ordine est tertius, ea erit 28 gr. 42 ①.
Hæc latitudo æqualis expositæ latitudini secundi loci, argumento est quartam loxodromiam esse optatam. contra autem cum non æquabitur aliam usurpabis quam proximè problema expedire cognosces.
Postremo ad longitudinis differentiæ inventionem, inquiro loxodromiam, ut prius, longitudinemq́ue ipsi congruam sub data 28 grad. 42 ① latitudine expendo, & invenio 30 grad.
Itidem quæ alteri latitudini 5 gr. 59 ① longitudo competat, scilicet 6 grad.
Hi de 30 grad. deducti, reliquam faciunt optatam longitudinis differentiam 24 grad.

Cujus demonstratio ex operis analogia legenti obvia est.

CONCLVSIO. Itaque è duorum locorum latitudine distantiaq́ue datam, loxodromiam & longitudinis differentiam invenimus. Quod oportuit.

10 PROPOSITIO.

Data duorum locorum loxodromia, longitudinis differentia, cum loci alterius latitudine; ipsorum inter ipsa distantiam cum reliqui latitudine invenire.

DATVM. Loxodromia esto quarta, longitudinis differentia 24 gr. lociq́ue minimi occidentalioris latitudo 5 grad. 5 ①.

QVÆSITVM. Reliqui loci latitudo investiganda esto, ipsorumq́ue locorum inter se distantia.

3 Pragmatia adhibitis cupreis loxodromicis helicibus.

Primum omnium, ut reliqui loci latitudinem inveniam in globo aliquo, ut in 7 pro-

in 7 propositione E punctum designo latitudine data 5 gr. 59 ①. Tum, quia ex hypothesi quarta loxodromia datur, quartam helicem ipsi applico ut basis G H congruat emmesocyclo D B, atque helix ipsa stringat punctum E, eoq; ad meridianum devoluto notabo emmesocycli & meridiani communem sectionem F, hinc in 24 gradibus, quæ longitudinis differentia est data, sphæram in Occidentem provolvo, sitque id spatium inter F & M comprehensum, ibique meridiani & helicis sectionem communem in ipsa helice noto in L. his constitutis L M alterius loci latitudinem comprehendit, quæ in exposito exemplo invenitur 28 gr. 42 ①. Atque E L optatam exprimit distantiam, ea circino, secundum 5 propos. doctrinam, dimensa dabit hic 32 gr. 8 ①.

2 Pragmatia ope sphæræ loxodromiis notatæ.

Principio qui secundi loci latitudo patescat, in sphæræ quarta loxodromia (ea enim per hypothesin datur) I K assumo E punctum latitudine data 5 gr. 59 ①. Idque ad meridianum deduco, & sectionem meridiani & emmesocycli D B signo F puncto: deinde sphæram in occasum revolvo datâ 24 graduum longitudinis differentiâ; puta ab F in M, tumque quâ meridianus helicem loxodromicam intersecat adscribo L punctum. His positis L M erit alterius loci optata latitudo, quæ in exposito exemplo invenitur 28 grad. 42 ①. Et E L distantia, hæc secundum quintæ propositionis præcepta dimensa dabit 32 grad. 8 ①.

3 Pragmatia per numeros expedita.

Datam 5 gr. 59 ① latitudinem in 4 propositionis canone dataque loxodromia perquiro, atque ipsi congruam distantiam & longitudinem annoto, distantiam quidem	8 gr. 29 ①.
Longitudinem verò	6 grad.
Cum hac composita longitudinis data differentia (addi inquam oportere, nam data latitudo minima est: contra verò si maxima esset, subductionis opus esset usurpandum) quippe	24 gr.
Longitudo existet	30 gr.
Huic in supra scripta quarta loxodromia latitudinem secundi loci respondere video	28 gr. 42 ①.
Et distantiam	40 gr. 37.
Cujus excessus supra 8 gr. 29 ①, numeri hoc ordine primi est	32 gr. 8 ①.

Cujus demonstratio ex operis deductione obvia est.

CONCLVSIO. Itaque duorum locorum loxodromia, longitudinis differentia cum loci alterius latitudine datis; reliqui loci latitudinem, distantiamq; invenimus. Quod facere oportuerat.

II PROPOSITIO.

Datâ locorum duorum loxodromiâ, atque alterutrius latitudine distantiâque, reliqui latitudinem, & longitudinis differentiam invenire.

NOTATO.

Si loxodromia quâ è loco ad alterum decurritur sit cognita, locique alterius

latitudo cum distantia, quam conjecturis in velificationis cursu elicueris, unde reliqui loci latitudinem & lõgitudinis, distantiam eruere expetas, ut eam sphæræ inscribas, aut at ab aliis notatam cum ea calculum tuum contendas. istiusmodi instituto propositio hæc magno adjumento erit.

DATUM. Loxodromia exponatur quarta, latitudo minor & Orientalior 5 gr. 59 ①, distantia 32 gr. 8 ①. QVÆSITVM. Reliqui loci latitudo, & longitudinis differentia investiganda esto.

1 Pragmatia juvante helice loxodromica.

In globo terreno 7^mæ propositionis punctum E assumam latitudine 5 gr. 59 ①, atque ei loxodromiam quartam applicabo, ut basis GA emmesocyclo DB conveniat, atque helix IK stringat ipsum E, unde versus Orientem (nam E ex hypothesi occidentalior statuitur) ab helice IK absumo, secundum 5^tæ propositionis præcepta, 32 grad. 8 ①, ea incidant in L. jam perquiro latitudinem puncti L, quam arcus LM definit, invenitur que isto paradigmate 28 grad. 42 ①.

Postea locorum eorundem longitudinis differentiam FM inquiro, eritque in exposito exemplo 24 grad.

2 Pragmatia designatis in sphæra loxodromiis.

Quartam in sphæra loxodromiam assumo, cui datam latitudinem inscribo, dicis gratia esto IK in sphæra propositionis 7 ubi E punctum occupet latitudinem 5 gr. 59 ①. indeq́ue Orientem versus (quia E locus ex hypothesi occidentalior statuitur) ab helice IK optatam distantiam 32 grad. 8 ① secundum 5^tæ propositionis præcepta absumo, hæc dicis gratia incidat in L. Iam latitudinem loci L inquiram, eaque esto LM, cujus amplitudo 28 gr. 42 ①.

Deinde duorum locorum longitudinis differentiam FM expendo, hæc erit in exposito paradigmate 24 gr.

3 Pragmatia ope numerorum.

Expositam 5 gr. 59 ① latitudinem in data quarta loxodromia in canone 4 propositionis inquiro, ipsiq́ue longitudinem distantiamq́ue congruam expendo, longitudinem quidem invenio 6 gr.
Distantiam 8 gr. 29 ①.
Huc si addatur data distantia (addi inquam oportere, quia latitudo exposita minima sit: contra si maxima foret subductione opus esset) videlicet 32 gr. 8 ①.
Conflabitur distantia 40 gr. 37 ①.
Hæc ad suprascriptam quartam loxodromiam relata ostendit sibi congruam secundi loci optatam latitudinem 28 gr. 42 ①.
Et longitudinem 30 gr.
Cujus supra 6 gr. excessus numeri ordine hoc primi, exhibet optatam longitudinis differentiam 24 gr.

Cujus demonstratio è factionis analogia perspicitur.

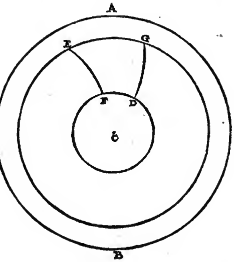
CONCLVSIO. Itaque data duorum locorum loxodromia, lociq́ue alterius latitudine cum distantia, reliqui latitudinem & longitudinis differentiam, quemadmodum petebatur, invenimus.

NOTA-

NOTATO.

Supra de loxodromiis & orthodromiis, seu recto obliquoque velificationis cursu diximus, sed quia in longinquis navigationibus, cum occasio sinit, velificandi quædam ratio ex utrisque mixta in usu est, paucis eam complecti est animus. In diagrammate subjecto A B terrestrem globum nobis designet, indè eodem A B emmesocyclum, C polum boreum, D, E loca duo disparis longitudinis latitudinisque, per quæ duo paralleli circuli describantur D F, E G. jam ut cursum ex E dirigas in D neque orthodromicè neque loxodromicè ut prius, sed in meridiano cum octava loxodromia, primùm in eodem meridiano E F ab E rectà boream versus decurritur; deinde in Occidentem sub eodem parallelo cursus inflectendus, id est sub octava loxodromia assiduè decurrendum donec appellas ad locum optatum D.

Notato item cursus initium ab E in Occidentem contendendo, id est sub octava loxodromia perpetuo versando donec optatam longitudinem ipsius D, quæ istic est in G, nactus sis, deinde ab G in D rectà in Septentrionem dirigi posse. Attamen nisi venti marisvè fluxus aliud suadeant con-



sultius sit ab E currere in F deinde sub eadem latitudine ab F in D; quam ab E in G atque istinc in D, major enim certitudo illinc stat. minore enim hallucinatione curritur sub eadem latitudine E D, quam sub eodem meridiano aut longitudine G D, quantum enim conjecturarum ratione, marisvè fluxu diversum trahente in longitudine committitur, tanta etiam occasum vel ortum versus aberratio erit à puncto D. Vt, si forte D parvam aliquam insulam notet, in ambiguo sit utrum occasum an ortũ versus (quod quandoque usu venire solet) tua te abripuerit aberratio, quamvis sub debita latitudine navem tuam

 stiteris.

ſtiteris. Atqui cum ab E primò ſtatim boream petes, parum refert ortūmve an occaſum verſus ab F ſub juſta latitudine navem appellas, etenim ſi ſub iſta latitudine verſus D decurras, neceſſario ipſi D aliquando occurres.

Huic velificationi ſub uno meridiano & uno parallelo, ſeu octava loxodromia, calculo quidem nullo, qualem in antecedentibus orthodromiis loxodromiiſque uſurpavimus, opus erit; at curſus hîc, quemadmodum in diagrammate perſpicitur, brevitate illis nequaquam comparandus.

APPEN-

APPENDIX LOXODROMIARUM.

CAPUT I.

Relatio super ordinatione loxodromiarum.

NOnnulli, inter quos est *Robertus Hues*, loxodromiarum initium à meridiano emmesocyclum versus exporrigunt primo loco statuentes βόῤῥα-ἐπ-εὖρον, secundo βόῤῥα-ευροβόρεαν, atque ita deinceps. Aliis verò, è quorum numero est *Eduardus Wricht* à mediatore seu emmesocyclo versus meridianum procedunt loxodromiam ευρεπιβορέαν assumentes primam ευρο-ευροβορέαν secundam atque simili in cæteris ordine. Verumenimverò quia ambiguitatis evitandæ gratia utile fore videatur ut omnes qui super hac re tractant in loxodromiarum appellatione eundem sequantur ordinem; rationem mihi reddendam duxi, cur potius à meridiano quam ab emmesocyclo auspicandum censuerim.

Principio cum loxodromiam primam dicimus quæ proxime emmesocyclum sequitur, impropria locutio videtur cum observator extra emmesocyclum vel reapse vel ex hypothesi versabitur. ideoque non jam dicendum erit prima loxodromia ab emmesocyclo; sed prima à circulo contra emmesocyclum parallelo: atqui his concessis parallelus iste non erit in numero loxodromiarum; quem tamen, cum non sit orthodromia, inter loxodromias referri ex ipsarum definitione necesse est. Quare res ipsa, atque ordinis ratio omnino postulare videtur ut initium à meridiano sumatur. ita enim cursus ab ortu in occasum, vel cõtra, inter loxodromias suum locum tuebitur, octavum nempe. atque eam ob causam hunc modum in antecedentibus semper secuti sumus.

CAPUT II.

De erratis *Petri Nonii*, super numeris loxodromiarum.

Cum Lusitani reliquique Hispani primi expeditiones in terras toto pene orbe ab ipsis divisas tentarint, primi etiam rationem & proprietates loxodromiarum annotarunt; quas mathematum peritia summis pene par *Petrus Nonius* scriptis illustrabit, deque numeris formæ ipsarum accommodis nonnulla adjecit, quos ipsos non usquequaque assecutus est, quo tamen ipsius nomini derogatum nihil volo, cum ratio cui illa superstruebat, adeo firma videretur, ut vel peritissimum quemque prima fronte decipere & in errorem pellicere potuerit. Et sane si eadem examinis ratio ipsi quoque, quæ aliis postea, oblata fuisset, ipse errorem suum prævenire & medelam facere potuisset.

Nonius inquam 23 capite lib. 2. *de regulis & instrumentis* concludit sinus arcuum à polo ad loxodromiam Interceptarum esse in proportione continua: Verbi gratia in 3 propositionis diagrammate (ubi R Z quartam loxodromiam statuimus) esse sinum M R ad sinum M X, ut sinus M X sit ad sinum M Y, & sic M Y ad M A, itemque M A ad M B, atque ita M B ad M Z. ideoque

intermissis mediis M R ad M X habere rationem eandem quam M B ad M Z. Quod falsum esse ita cognoscitur. Triangulum M R X cognitos habet tres terminos, latus M R 90 grad. angulum M R X 45 grad. & R M X 1 grad. Vnde M X latus cōcluditur 89 grad. ejusq; sinus 9998. Vt sinus M R ad sinum M X sit in ratione 10000 ad 9998. Iam loxodromia ab R in B exporrigatur ut B duntaxat 10 grad. à polo absit, & sinus M B 10 grad. erit 1736. Itaque sinus M Z concludetur 1736. Nam inita proportione ut sinus M R 10000 ad sinum M X 9998, ita sinus M B 1736 ad quem? datur sinus 1736, qui deberetur arcui M Z. atqui hanc haud esse tantam ita convincitur. Triangulum M B Z tres habet terminos notos, latus M B 10 grad. angulum M B Z 43 gr. & B M Z 1 grad. Vnde M Z latus per sphæric. triangul. 42 propos. invenitur 8 grad. 33 ①. hujus autem sinus 1487 longe abest à suprascriptis 1736, qui ex proportione continua eruuntur. Vt arcus M Z, qui tantum 8 grad. 33 ① vacet, secundum istum *Nonii* modum 10 grad. foret, qui 1 grad. 27 ① justo majores sunt. Atqui cum tantus error ex unicæ proportionis opere existat, verisimile est majorem multò eidem M Z ex antecedentium omnium proportionum erroribus accedere, antequam ad dictos 10 gradus distantiæ à polo deveniatur.

CAPVT III.

De errore *Eduardi VVright* in canonibus loxodromicis.

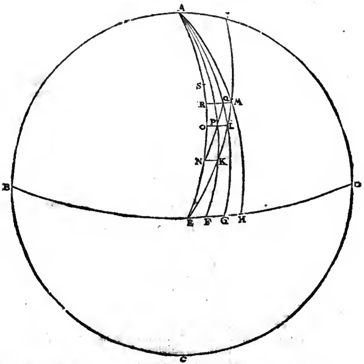
Post Lusitanos Hispanosque, Angli, expeditionibus in longe dissita loca susceptis, primi fuerunt, qui cum ad harum loxodromiarū rationem animum adjecissent errorem *Nonii* retexerunt, ad quem corrigendum, non ita pridem loxodromiarum canones ab *Eduardo Wright*, quos nos 4 propositione retulimus, divulgati sunt, qui propius ad rem ipsam accedunt. δοκιμασία autem atq; examen unde eos vero assidere conjecturam caperem, hęc erat. cum secundum primam construendi canonis hujus rationem quartę loxodromiæ latitudinem anquirerem (ubi propter continuam additionem absque ulla multiplicatione aut divisione opus per quam expeditum est, nam tangens 45 grad. æquatur istic sinui recto) ad longitudinem 78 grad. ei 61 gr. 26 ① congruere deprehendebam, ubi *Wrichti* canones 61 gr. 14 ① suggerunt, ut in tanta longitudine 12 ① tantum inter sese dissidiant. Cognotam autem certis rationibus verum numerum minorem etiam esse necessariò quam 61 grad. 26 ①, quod magno mihi argumento erat canonem istum, quamvis rem ipsam acu nō tetigerit, vero proximę assidere. Cæterorum autem loxodromicorum canonum cum isto calculo convenientiam aliis negotiis impedito experiri datum non fuit. atque ut huic rei fidem faciam exponam unicum istud

THEOREMATION.

Quemadmodum declinatio loxodromiæ ab emmesocyclo unius in longitudinem gradus progressu ad declinationem progressus gradus sequentis, ita (quam proximè) secans arcus educti per initium novissimi progressus ad secantem per primi progressus initium.

DATVM.

DATVM. Terrestris globi A B C D polus esto A, emmesocyclus B E D, in quo quatuor puncta E, F, G, H, comprehendant singulos gradus E F, F G, G H. deinde per eadem puncta quatuor educantur meridiani A E, A F, A G, A H; Deinde E I, loxodromia, verbi gratia, prima secet quatuor meridianos in punctis K, L, M, I; hinc arcus describantur paralleli K N contra F E, L O contra G E secetq́; A F in P, similiter M Q R parallela cōtra H E secetq́; A G



in Q. Et ab N per P in Q usque agatur prima loxodromia, quæ segmento K L M similis erit & æqualis.

Iam igitur F K est loxodromiæ declinatio ab emmesocyclo F E D, in progressu unius gradus, id est loxodromia ab E continuata est in K ut in longitudinem unum gradum profecerit: E inquam isto progressu unius in longitudinem gradus, declinavit in latitudinem arcu F K, seu quod idem sit E N, cum à K N & F E ex hypothesi parallelis intercipiantur; eadem ratione intelliges N O declinationem esse loxodromiæ progressu unius insuper in longitudinem gradus, dum à K porrigitur in L ubi declinavit quasi ab N in O quia L O ex hypothesi contra G E parallela est. similiter O R loxodromiæ declinatio est progressu unius adhuc insuper in longitudinem gradus dum ab L producitur in M. Vt N O declinatio sit loxodromiæ unici in longitudinem gradus,

gradus, O R declinatio unius item gradus proximè sequentis.

QUÆSITUM. Vt demonstretur N O ad O R rationem habere eandem quam secans è centro sphæræ per L initium novissimi progressus L M, ad secantem per K initium primi progressus K L. sed secans per N æquatur secanti per K, quia K N parallela est contrà F E. similiter secans per O æquatur secanti per L, nam L O parallela est, contra G E, itaque demonstrandum est quemadmodum N O ad O R, sic secantem per O ad secantem per N.

Porro scopus instituti theorematis eo tendit, ut demonstremus numeros in exposito canone descriptos ab hac proportione dissidere, ideoque non omnino accuratos esse. Præterea quomodo eodem fundamento Canones accurati & bene justi, quamvis difficiliore modo confieri possint.

DEMONSTRATIO.

Assumamus diagrapham primæ definitionis de fabrica triangulorum, ubi triangulum A B I triangulo A F C simile est, cujus termini similiter siti proportionales sunt, id est

Vt A I ad A B, sic A C ad A F,

Sed A C æquatur A B, & G C ipsi A F, itaque erit

Vt A I ad A B, sic A B ad G C.

A I autem est secans, A B sinus totus, G C sinus ipsius C E qui est arcus differentiæ ipsius B C; ideoque catholico axiomate concludo,

Vt secans arcus ad sinum totum,
Ita sinus totus ad sinum arcus differentiæ.

Quibus positis ad hujus theorematis diagramma redeamus, ubi propter expositam proportionem ita infero:

Vt in quadrante A E, secans per N, seu arcus N E, ad sinum totum, sic sinus totus, ad sinum arcus differentiæ ipsius N E, seu A N. Hoc est in nudis terminis, ut secans per N ad sinum totum, sic sinus totus ad sinum A N. Eodemque modo,

Vt secans per O ad sinum totum,
Sic sinus totus ad sinum A O.

Atqui cum sinus totus utràque proportione media sit, efficitur hinc

Secantem per N, ad secantem per O esse,
Vt sinus arcus A O, ad sinum ipsius A N.

Sed quemadmodum sinus A O, ad sinum A N, sic circulus cujus semidiameter sit sinus A O, cujus pars est peripheria L P, ad circulum cujus semidiameter sit sinus A N, cujus pars est peripheria K N. Itaque

Quemadmodum secans per N, ad secantem per O, ita circulus cujus pars sit L P, ad circulum cujus pars K N.

Est autem L P ad K N (cum singuli ex thesi 1 grad. in suo orbe valeant) quemadmodum circuli toti quorum ipsi sunt partes. Erit igitur

Vt secans per N ad secantem per O, sic L P ad K N.

Verum L P, K N sunt termini similiter siti in duobus triangulis Q L P, P K N, quæ proximè similia sunt (quam proximè inquam, quia inter se contermina sunt, & latera habent valde exilia, quamobrem in propositione adjecta est cautiuncula *quam proximè*) adeòque reliquis quoque lateribus Q L, P K homologa erunt, hoc est

Vt L P ad K N, sic Q L ad P K: & consequenter,

Vt secans per N, ad secantem per O, sic Q L ad P K.

Verum

Verum R O æquatur Q L, & O N ipsi P X. Quare fuerit

Secans per N ad secantem per O, ut R O ad O N.

Et inversè,

Vt O N ad O R, sic secans per O ad secantem per N.

CONCLVSIO. Itaque quemadmodum declinatio loxodromiæ ab emmesocyclo progressu unici in longitudinem gradus, ad declinationem progressus in longitudinem gradus sequentis: sic (quam proxime) secans arcus educti per novissimi progressus initium, ad secantem per initium progressus primi. Quod demonstrandum fuit.

Quamobrem, cum ista proportio rata sit, propositum canonum errorem detegemus.

E I in exposito diagrammate primam notet loxodromiam, ubi latitudines F K, G L inveniēdæ sint. Primum ad inventionem F K, ajo triangulum K F E (quod plani instar habeo, nam ita quoque in canone assumuntur) tres terminos habere notos, K E F 78 grad. 45 ①, K F E rectum, & F E 1 grad. Vnde erutum latus K F in partibus sinus totius 100000000 ut calculus ad ② extendatur, invenitur per 4 planorum triangulorum propositionem 5 gr. 1 ① 38 ②, sed E N æquatur F K quare E N tantundem valet. Iam cognita N E, ut secundum expositi theorematis præcepta inveniam quoque N O ita cōcludam. Vt secans per N seu arcus N E 5 grad. 1 ① 38 ②, quæ est 10038616 ad secantem per E 10000000 (quam secantem nunc dicimus, quamvis improprie, cum secans nō sit, sed ut ex theorematis ratione appellationem observemus) sic arcus N E 5 gr. 1 ① 38 ② ad quem? concludes arcum N O 5 gr. 0 ① 28 ②. His additis ad N E 5 gr. 1 ① 38 ② fit N O, seu quæsita G L 10 gr. 2 ① 6 ②. Atque is numerus cum prima canonis loxodromici fabrica propos. 4. planè congruit. Namq́ue N K tanquam basis rectanguli trianguli valet 59 ① 46 ②, quibus regulam imitatus per planorū triangulum calculum deprehendes K P seu O N 5 gr. 0 ① 28 ②, ideoq́; etiam E O in suprascripta accuratione. A qua tamen secundus modus deficit, quamvis enim omnem calculum per ② etiam ducas G L tamen efficitur tantum 10 grad. 1 ①. Verumenimvero ut secundam hanc confectionem clarius explicem, sic agam. In collectarum secantium canone inquiro quis numerus congruat ipsi E N 5 grad. 1 ① 38 ② & invenio 3020 qui sibi additus exhibet 6040 cui in eodem canone respondent pro G L seu F O 10 grad 1 ①, qui à prioribus 10 gr. 2 ① 6 ② distant 1 ① 6 ②. quare novissima ratio non est accurata satis aut bene justa, nam etiam deinceps operis progressu error cressit.

Animadversione dignum quoque censeo, triangulum K E F in lateris K F investigatione planum haberi non debere, qua duo latera E F, F K quibus calculus instituitur inflexa sint & curva, ut F K per sphæricorum triangulorum præcepta inveniatur 5 grad. 0 ① 51 ②, qui à primo 5 gr. 1 ① 38 ②, duntaxat 47 ① distat. Et licet propter exilitatem triangulorum primò error sit parvus, progressu tamen crescit.

CAPVT IV.

Quomodo fabrica canonum loxodromicorum rata, & vera confieri posit, ex Autoris sententia.

Quemadmodum investigatio arcus N O secundùm præceptum theorematis,

matis 3[tio] hujus Appendicis capite demonstrati, instituta fuit, etiam O R inveniri poterit. quippe ut secans C E ad secantem N E, sic arcus N O ad quem? quod hinc existet definiet arcum O R, hic additus ad O E dabit arcum E R, seu H M latitudinis mensuram sub longitudine 3 graduum. jam si unius adhuc insuper longitudinis gradus latitudinem expetas, puta R S, rursum dicas; ut secans R E ad secantem O E sic arcus O R ad quem? terminus qui hinc existet quartus designabit arcum R S. atque ita in cæteris.

Neque negligendum longitudinis distantiam quo minor sit assumpta, eo cõstantius opus dirigere. arcuum autem segmẽta satis concisa usurpari gemino opere doceberis, si latitudinem per gradus, deinde etiam per graduũ semisses investiges, quamdiu utroque calculo discrimen nullum, aut exiguum quod contemni possit occurret, perseverato, cum autem dissidere senties, minores arcus assumito atque pro gradibus integris semisses, pro semissibus quadrantes graduum adhibeto. jam si rursus discrepantia notabilis existet, graduum semisses deserito, & quadrantes seu 15 ① tanquam principalem usurpato, eique alium minorem per 10 ① calculum administrũ addito. Atque hac via, quamvis operatio molesta sit, certum aliquid & ab errore liberum cudi poterit, dum per geminum opus graduum & semissium nulla discrepantia existet. neque necesse est ab eodem initio repeti semissium & minorum arcuum auxiliarem opellam, quamdiu enim gradibus graduumque semissibus bene convenit frustra esset istorum subsidium.

Præterea si calculum hunc secundum canonum loxodromicarum primam fabricam 4[tæ] propositionis instituere voles, ex re esset ante canonion instituere quantum 1 gr. paralleli cujusque in ①, ② & ⊙ emmesocycli taxatus valeat, quale est octavæ loxodromiæ canonion, sed accuratius tamen. in latitudine enim, pro 30 ① ordinato latitudinis progressu, per singula ① gradiendum; & qui gradus istic duntaxat ad emmesocycli ② revocantur, hic etiam ad ○ extendendi essent.

Hac talis canonis conficiendi molestia superata, clarum est reliquum opus sola multiplicatione confectum iri, cum in altera illa factione præter multiplicationem & divisionem secantes quoque adhibendæ sint. at contra tum ab istius canonis concenturiandi tœdio liber fores.

Atque hæc ratio minime fallax mihi videtur, quamvis operis ratio tœdiosa sit, ea tamen semel devorata securos de erroribus nos præstabit. Si verò interea à quoquam confectio expeditior certis innixa rationibus inveniatur, æquum omnino erit eandem huic præferri.

CAPUT V.

Quomodo velificatio secundum pyxidem nauticam accuratius, quàm vulgo fiat, posit dirigi.

Superioribus seculis nauticam pyxidem in octo tantum plagas diviserant, quæ posteaquam in longissimè dissitas orbis partes expeditiones susceptæ sunt ad tricenas binas excreverunt. Imo à nonnullis etiam ultra in 64 plagas tribuitur, verum novissima hæc partitio aliis, quibus ista subtilis divisio in navis cursu oculorum judicium subterfugere videtur, omnino improbatur & rejicitur. Veruntamen PRINCEPS ILLUSTRISSIMUS cum negotium hoc penficulatius examinaret, modum proposuit, quo non tantum in quatuor & sexaginta plagis, sed etiam gradatim per 360 in quot partes circulus tribui suevit,

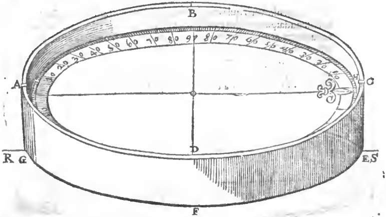
vel

vel etiam fingulorum graduum particulas, ut complures in eadem navi eandem inſpectantes pyxidem, quaſi eodem ore unum eundem graduum, gradusve ſemiſſem aut quadrantem, pro inſtrumenti amplitudine, & accuratione, deſignaturi ſint. Et quia materia hæc ſuperioribus affinis eſt eam huic Appendici annexui, duobus exemplis rem univerſam expediturus.

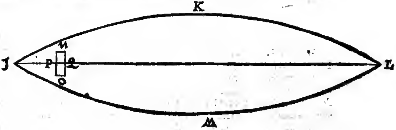
1 *Exemplum pyxidis nauticæ ſtellâ verſatili rigidæ papiro affixâ.*

ABCDEFG pyxis eſto, in qua incluſa orbicularis rigida & recta papyrus, quæ non uſitato 32 plagarum partitione, ſed in 360 gradus dividatur, ut ſinguli quadrantes 90 gr. in extremo papiri margine complectantur. ſub hac alia ſimiliter rigida & orbicularis ſubjiciatur, in qua acus magnete tacta fixa jaceat, ut ita diſtantia à ſtella verſatili tanta ſtatuatur, quantam iſtius loci uſitatus magneticæ deflexus exiget.

In exteriore pyxidis ambitu recta perpendicularis notetur CE, dehinc CH à C verſus pyxidis centrum directa, & ab H alia deorſum parallela ducatur contra CE. porrò A punctum rectâ per diametrũ pyxidis opponatur ipſi G,



unde AG perpendicularis in exteriore pyxidis ambitu ducatur, ut GE connexa rectâ ſubeat centrum & parallela ſit contra AC. Iam IKLM navis

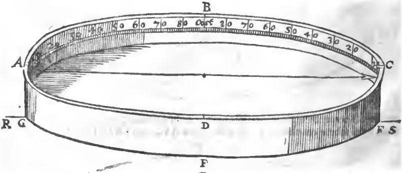


ichnographiam notet, N O locum ubi pyxis collocari solet, hinc P Q agatur contra navis carinam parallela, à medio quippe puppis cum proræ medio cõnexa: verùm, quia P Q nostro instituto nimium exigua est, aliam majorem ipsi homologam exponam in sequenti diagrammate notis R S, quam istius lineæ contra carinam parallelæ vicem fungi fingo; in hac R S statuito pyxidem ut puncta E G secundum eam dirigantur.

His ita ordinatis, navis cursus secundum gradus aut alias minutiores partes dirigi poterit, dicis gratia 17 grad. expositi sunto quibus ab Occidente in Meridiem sit cursus inclinandus, ita clavus erit regẽdus ut 17 isti gradus plane cõgruant rectæ, quæ ab H deorsum tendit parallela contra C E, quamdiu enim è regione istius stabit, accuratius judicium assecutus eris, verum simulatq; unico gradu aut semisse à linea quæ sub H ducta est deflectet, omnes qui aderunt unanimi consensu eodemque ore clamabunt extra viam recedi, & nominatim quantum aberretur designabunt.

2 *Exemplum Pyxidis nauticæ habentis nudam acum magneticam.*

Verumenimverò quia cuspis acus magneticæ omnibus involucris chartaceis denudatę accuratius exactiusq; innatam sibi vim exercet, quam dum duo ferramenta acusvè ad acutum angulum inter se committuntur papyroque affiguntur, illa quoque instituto nostro majorem afferet certitudinem, atque tum interior pyxidis ambitus, ubi recta ab H deorsum tendit, in 360 grad. dividetur, quipe quater 90 grad. ut unus quadrans numerationis suæ initium ducat ab H, B versum, alter ab H versus D, reliqui duo ab A in B, & in D.



Atque ad H scribatur Boreas, ad A Notus; Ad B, ubi usitato more scriberetur occasus, signetur ortus, opposita autem parte ad D occasus. Hinc quantus acus magneticæ hoc vel illo loco erit deflexus, tantùm distet E punctũ ab R S linea, quę sumitur cõtra carinam parallela. Verbi gratia si magneticę deflexus sit graduum 10, à C versus B numeratis 10 gradibus, decimum gradum collocabis in linea R S, tum enim E punctum 10 gradibus removebitur à linea carinæ R S. His positis, si velis, verbi gratia, cursum 17 gradib. ab occasu

casu versus meridiem inflectere. navis ita dirigenda erit ut mucro acus magneticæ stet è regione 17^{mi} gradus ab Occidente in Meridiem in pyxide designati, atque hinc manifestum hunc modum accurationem esse superiore.

Atqui si forte, quia ortus nomen in locum occasus immigrarit, metuas ne navales pedes, qui clavum dirigunt, ob novitatem falli contingat, navis magister pro quatuor mundi cardinibus quatuor characteres A B C D adscribere poterit. Et cum mandare volet ut navis cursum 17 grad. dirigant ab occasu in Meridiem, imperabit ut 17 grad. cursum inflectat ab D in A.

Præterea ut commodius Septentrionale pyxidis punctum seu E tantùm à carinæ linea R S removeatur, quantùm magneticæ deflexus hoc vel illo loco postulabit, utrimque ab R S 40 aut 50 grad. notentur ut pyxidis punctum E isto vel isto gradui, qui deflexui congruus erit, aptetur, inque hujus circuli centro pinnula erigatur in qua basis pyxidis suo centro defixa versetur.

HISTIODROMIÆ

FINIS.

LIBER QVINTVS
GEOGRAPHIÆ
DE
*LIMENHEVRETICA.

Metaphraſte Hug. Grotio Batavo.

* *Portuum inveſtigandorum ratione.*

BREVIARIVM
LIMENHEVRETICÆ.

Neminem esse reor, qui ignoret quantâ diligentiâ jamdudum, ex quo præsertim homines nihil orbis intentatum relinquentes, in Americam Indiamq; navigarunt, optimi rerum indagatores quæsierint certam aliquam rationem, qua ii, quibus clavus commissus est, ubicunque tandem locorũ essent, certò scirent ejusdem loci situm longitudinemq;, atque ita ad destinata navalia pervenirent. Sed nescio quâ fatorum invidiâ hactenus negatum sit indubitatam ejusce rei scientiam adipisci. Quidam enim cum idipsum per chalybem, sive acum marinam invenire conarentur, ipsi longitudini polum attribuerunt, quem à magnete denominarunt: sed aliter hæc se habere res ipsa docuit, cum comperta sit acus sive chalybis declinatio, illius poli normam non observare. Interea tamen temporis continua isthæc indagatio occasionem dedit alteri rationi, quâ ad optatum portum possit certo quodam modo cursus dirigi, ignorata nihilominus tam loci in quo navigium, quam in quo portus est verà longitudine. De ista igitur portus investigandi ratione, quam LIMENHEURETICAM *indigitamus, quæq; longè specialior est nobilissima* longitudinis *inventione, quinto hoc libro disserere est animus.*

DEFI-

DEFINITIONES.

I DEFINITIO.

Declinatio magneticæ à Septentrione ad Orientem ἀναβλισμὸς vocatur, Occidentem versus δυσισμὸς, & nomine universali χαλυβόκλισις: Χαλυβόκλισις autem & ὀρθοβορεοδεῖξις generali χαλυβοδείξεως nomine appellantur.

IMprimis sciendum venit quotidianâ nos experientiâ doceri chalybem sive acum magnete illitam (quam propterea magneticam appellabimus) eodem utique loco unicam duntaxat mundi plagam designare, at non ubiq; locorum eandem, modò enim à Septentrione in Orientem, modo in Occidentem deflectit, quæ χαλυβοκλίσεως communi nomine comprehenduntur. at quia nonnullibi etiam verum Septentrionem commonstrat, hanc ὀρθοβορεοδεῖξιν & illam χαλυβόκλισιν, χαλυβοδείξεως generali appellatione inclusimus. Tanta autem tamque anomalæ inclinationis ratio in cœlestium rerum libris explicabitur, ubi Terræ motus, cum utique ipsa quoque è planetarum sit numero, describetur. Sed ut quilibet clarius hujusce rei θεωρίας addiscat, placet hinc principia quædam rei majoribus adhuc nihilominus experimentis indagandæ, proponere, in quibus σύνοψις ostendetur quædam eorum locorum, quorum chalybodixes jam à doctissimo Geographo *Petro Plancio* assiduo labore, & non sine magnis dispendiis ex variis terrarum angulis propè vel procul dissitis sunt observatæ: quem honoris causâ iccircò nomino, ut tam ii qui locos vel navalia ad hanc rationem posthàc invenient, quàm ii qui jam invenêre, *Plancio* soli se ad gratias habendas sentiant obstrictos, ut qui causa sit princeps hujusce observationis.

Ante tamen hoc præmittere consultum arbitror, si forte posthàc diligentiore & exactiore experientiâ locorum chalibodixis, longitudo, vel latitudo alia quàm quæ est in synopsi, possit inveniri, ita ut necesse esset definitiones explicationesque rerum & vocabulorum immutare, non ideò tamen nos ab hoc proposito debere absterreri, sed multo potius eò omnibus viribus contendere, ut sensim ad certiorem rerum cognitionem perveniamus, his tanquam fundamentis superstruentes. quam opinionem secuti idipsum quod hodie vero simillimum est, tanquam verum prosequemur, ut si alii quoque idem data occasione faciant, semper propius propriusque ad id quod ejus verissimum in rerum natura est accedamus.

CHALYBODIXEOS SYNOPSIS.

				Anatolis.		Latitud.		Lõgitud.	
				gr.	①.	gr.	①	gr.	①.
* *Accrescens declinatio Orientalis.*	Primi spatii sive tmematis ad plagam Septẽtrionalem	* Auxanomenos anatolismus	In Insula Flandricâ Corvo.	0	0.	S 37.	0.	0.	0.
			In Insula Flandrica S.Mariæ.	3.	20.	S 37.	0.	8.	20.
			Prope Insulam Majo dictam.	4.	55.	S 15.	0.	11.	20.
			Apud Canariæ Insulam Palmam.	6.	10.	S 28.	30.	16.	20.
			Apud Caput de Roca prope Vlissiponem.	10.	0.	S 38.	55.	24.	30.
			In extremo Hiberniæ Occidentem versus.	11.	0.	S 52.	8.	24.	12.
			In finibus Angliæ.	12.	40.	S 50.	21.	28.	0.
* *Decrescens declinatio Orientalis.*		* Elattumenos anatolismus	Ad unum miliare versus Orientem à Plemutho.	13.	24.	S 50.	18.	30.	0.
			Apud Timaltum in ipso pelago.	12.	40.	S 55.	0.	33.	0.
			Londini in Anglia.	11.	30.	S 51.	24.	34.	6.
			In Angliæ promontorio.	11.	0.	S 51.	8.	35.	40.
			Amstelodami.	9.	30.	S 52.	20.	39.	30.
				Dusismus.					
* *Accrescens declinatio Occidentalis.*	Secundi spatii seu tmematis ad plagam Septentrionalem	* Auxanomenos dusismus	Helmshudæ ad Occidentem à Nortcapo Finomarci.	0.	0.	S		60.	0.
			Nortcapi Finomarci.	0.	55.	S 71.	25.	61.	30.
			Norquindæ.	2.	0.	S 71.	10.	63.	30.
			In loco Rusciæ S. Michaël sive Archangelus nominato.	12.	30.	S 64.	54.	83.	30.
			In strato australi Vaygathi.	24.	30.	S 69.	30.	103.	0.
			Langenesi in Nova Zembla.	25.	0.	S 73.	20.	100.	30.
			In Wilhelmi Insula apud Novam Zemblam.	33.	0.	S 75.	35.	110.	0.
* *Decrescens declinatio Occidentalis.*		* Elattumenos dusismus	Yshouckii in Novâ Semblâ.	27.	0.	S 77.	12.	120.	30.
			Winterhusii, sive in Chimatœciâ Novæ Semblæ.	26.	0.	S 76.	0.	120.	30.

Primi

			Anatolis. gr. ①.	Latitud. gr. ①.	Longit. gr. ①.
Primi spatii sive tmematis ad Meridionalem plagam,	Auxanomenos anatolismus	105 Hispanicis miliarib. Occidentem versus à Capite S. Augustini in Brasilia.	0. 0.	M.	0. 0.
		Ad Caput S. Augustini in Brasilia	3. 10.	M 8.30.	6. 0.
		Βορείως καὶ νοτίως cum Cap. dos Almas in Guineâ.	12. 15.	M 0. 0.	29. 0.
		Ad Zephyroboream βορειοτάτως ab Insulis Tristanicis de Cuncha.	19. 0.	M 31.30.	30. 0.
	Elattumenos anatolismus	Ad Zephyroboream ζεφυρωτέρως ab iisdem.	15 0.	M 31.30.	36. 0.
		Βορείως καὶ νοτίως cum capite Bonę spei.	2. 30.	M 35.30.	57. 0.
			Dusismus.		
Secundi spatii ad plagam Australem exceptis Goâ, Cochin & Cantano,	Auxanomenos dusismus	Germ. mil. 17 à Cap. das Aguillas ad Orient.	0. 0.	M.	60. 0.
		Quinq; miliarib. in pelago à terrâ Natal.	4. 30.	M 33. 0.	66. 0.
		Apud Barxos Indiæ.	11. 0.	M 22. 0.	79.30.
		In Mosambicâ.	11. 0.	M 14.50.	81.40.
		In sinu S. Augustini Madagascarâ	13. 0.	M 23.30.	83. 0.
		Ad Meridiem à Cap. S. Romani.	16. 0.	M 28. 0.	86.20.
		In sinu Antoni Gilli in Madagascarâ.	25. 0.	M 16.20.	91. 0.
	Elattumenos dusismus	34 Germanib. miliarib. λιβονοτίως à Brandaone.	22. 0.	M 19.20.	110. 0.
		In Goa Indiæ celeberrimo emporio.	15. 10.	M 15.30.	120. 0.
		In Cochin.	15. 0.	M 9.45.	121. 0.
		25 Germ. miliarib. Occidentaliter paulum ad Boream ab angulo Zephyronotio Zamatræ.	6. 0.	M 5.28.	147. 0.
		In Bantano Indiæ Emporio.	4. 45.	M 6. 0.	150. 0.
		In Insula Lubocquâ.	2. 25.	M 6.10.	155. 0.
		In angulo Zephyronotio ab Insulâ Balii.	1. 30.	M 8.40.	157. 0.
		In ostio fluvii Cantani in China.	0. 0.	M 23. 0.	160. 0.
		In Bunam qui locus ad Eurum ab Orientali Iavæ parte situs est.	0. 0.	M	160. 0.

Quamob-

Quamobrem ut ad synopseôs explicationem veniamus, ante omnia dicimus trium quas in synopsi vides columnarum primam chalybodixes loci designare, alteram latitudinem, quibus tertia conjuncta est, quæ longitudines (prout eam conjecturam potuimus assequi) complectitur, ut loci eò faciliùs in sphæra reperiantur, & formæ chalybodixeôn in sequentibus apertius demonstrentur. Nota S. in columnâ secunda Septentrionalem sive βορείαν designat latitudinem, M Meridionalem sive νοτίαν.

2 DEFINITIO.

Auxanomenos anatolismus vel dusissimus est, quo magnetica ab Occidente ad Orientem prolata accrescit: & elattumenus quo decrescit.

Quod ad vocabula illa auxanomenu, & elattumenu attinet, antequam ad definitionem eorum perveniamus, opus habent præcedenti quadam declaratione. Videre est in synopsi Magneticam in Corvo ὀρθοβορειοδεικνύειν, id est, verum Septentrionem demonstrare, sed deinde quò quis magis Orientem versus proficiscetur, eò magis itidem videbit Chalybem ἀνατολίζειν usque unicum miliare Orientem versus à Plimutho, ubi declinatio ad summum perveniens est 13 grad. 24 ① Abhinc rursum incipit decrescere Anatolismus usque ad Helmshudam, qui locus ab Occidente à Nortcapo Finomarci dissidet, ubi iterum ὀρθοβορειοδεικνυει. Longitudo autem à Corvo ad Helmshudam est 60 grad. Quibus perpensis, constat maximam chalybodisin grad. 13 & 24 ① apud Plimuthum, cujus longitudo erat 30 grad. fieri in medio duorum locorum ὀρθοβορειοδεικνυμένων. Nam 30 grad. medietas est inter principium & 60 grad.

Quæ autem hîc in boreali plagâ dicta sunt, eadem obtinere docet experientia in parte Australi; nam 105 Hisp. miliaribus à Capite S. Aug. apud longitudinis principium iterum ὀρθοβορειοδεικνύει, ut & (quemadmodum ex Synopsi liquet) ad 17 mil. Germanica à Cap. das Aguillas, qui locus est in longitudine 60 grad. & in medio utriusque ad 30 nempe grad. uti in Boreali parte rursus est maximus anatolismus, quo de loco hæc fuit in synopsi mentio: Ad Zephyroboream βορειοτέρας ab insulis Tristanicis da Cuncha, ubi est chalybodisis 19 grad.

Ex his concludere volumus, Magneticam ὀρθοβορειοδεικνύειν in singulis locis sitis in duobus hemicyclis meridianis Diacorvou & Dhelshudes, ductis ab uno polo ad alterum. Et anatolismum summum esse in locis omnibus sitis in semicirculo meridiano ducto per locum illum, quem diximus unico miliari à Plimutho Orientem versus distare.

Adeò ut illa terræ pars, quæ intra duos hemicyclos meridianos à se mutuo 60 gr. in long. distantes comprehenditur, spatium sit in quo magnetica semper à Septentrione ad Orientem declinat. Medietas autem illius, terræ videlicet portio inter duos semicirculos meridianos, quorum prior per principium, alter per 30 grad. ducitur inclusa, ubique sit locus auxanomenu anatolismi: Altera verò elattumenu anatolismi, nempe cum quis ab Occidente ad Orientem tendit, persequens ordinem graduum longitudinis.

Ex his quæ dicta sunt in primo tmemate cum anatolismo ejusq; partibus, in quarum unâ est αὐξανόμενος, in altera ἐλαττούμενος anatolismus, facile intelligi potest quæ sit ratio secundi tmematis cum dysismo, & quæ ratio partium,

tium, quarum una est auxanomenu, altera elattumenu dysismi: nam in ostio fluvii Cantani in China ad long. 160 grad. à Corvo dissito, tertio jam ὀρθοβορεοδεικνύει; itaque inibi ducto tertio semicirculo meridiano, erit portio terræ, inter secundum illum hemicyclum Merid. & hunc tertium 100 grad. longitudine à se mutuo distantes, spatium in quo Magnetica à Sept. in Occid. declinat, & in medietate utriusque in hemicyclo Merid. 50 gr. ab secundo & tantundē à tertio dissito, aut alioquin 110 gr. à primo diaCorvou remoto, maxima Magnetices declinatio, ut liquet ex Synopsi duobus in locis, quorum unus est in Hilermoneso, sive Wilhelmi insula apud Novam Zemblam, ubi summus dysismus in lat. inventus est 33 grad. Alter est 34 mil. Ger. ad Euronotum à Brandaone dissitus, ubi maxima chalyboclisis in lat. inventa est 22 grad. cum longitudo singulorum sit 110 grad. ita ut in medietate secundi spatii, quæ terræ portio comprehenditur inter semicirculum Merid. 60 grad. & alterum 110 gr. ubique sit auxanomenus dysismus, in alterâ medietate elattumenus dysismus.

Horum 160 grad. long. qui arcus 20 grad. exceptis terræ mensuram dimidiam complet, *Plancius* chalybodixin, quam jam ostendimus, est assecutus: Quod ad cæteras mundi partes, vel ad Occidentem à Corvo, vel ad Orientem à Cantano dissitas, attinet, non bene conveniunt experimenta quæ nactus est ab Hispanis, Britannis & nostratibus. Neque mirum cum neque scientia perfecta affuerit, neque experimenta ad eam rem necessaria: expectat tamen alia experimenta certiora.

3 DEFINITIO.

Hemicycli meridiani, in quibus est ὀρθοβορεόδειξις, nominantur à nobis primi, & secundi semicirculi meridiani, & ita deinceps pro ordine grad. long. quotquot tales sunt circuli incipientes ab hemicyclo diaCorvou.

Sic meridianus circulus cujus hemicyclus Septentrionalis per Corvo, Meridionalis verò per eum locum eductus, qui περιφερικῶς distantiâ 150 Hispanicorum miliarium Occidentem versus à Capite S Augustini in Brasiliâ in synopsi describitur, primus hemicyclus appellatur. Ita secundus dicitur, qui Septentrionali parte per Helmshudam, Meridionali per eum locū tendit, qui 17 Germanicis miliaribus à capite das Aguillas Orientaliter aberit. Eâdemque analogia tertius, qui per ostium Fluminis Cantan in Chinâ porrigitur.

4 DEFINITIO.

Planum contentum primo & secundo hemicyclo meridiano nominatur primum spatium sive tmema, & alia ex ordine secundum, tertium, & ita usque ad finem.

DEIN-

DEINCEPS PROPOSITIONES.

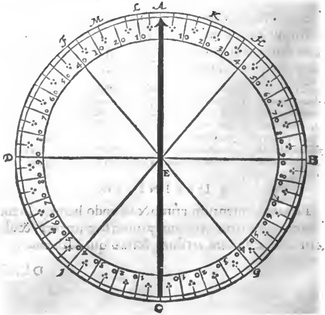
1. PROPOSITIO.

Chalybodixin in pelago invenire.

Quanquam inventio chalybodixeos (de quâ multa fuit hucusque merito) compluribus innotuerit: tamen iis, qui fortè adhuc ejus rationem ignorant, rem paucis enodabimus.

Siquidem hîc αἴτημα, sive postulatum est de declinatione magnetices inveniendâ, primum quærendum est punctum boreale, ut ad eum chalybodixis comparetur. Ejusce inventio in navi mobili non parvam habet affinitatem cum inventione puncti Septentrionalis * ἐν ἠπείρῳ, & brevibus ita potest expediri. In instrumento, quod alii Directorium marinum, alii nauticam pyxidem nuncupant: nos ambiguitatis tollendæ causa novo nomine Haloscopon nominabimus, in eo, inquam, lilium convenire debet cum Septentrionali subjacentis chalybis parte: seu quod longè est commodius, lilii loco acus supra chartam affigitur, & dividitur chartæ orbis in 360 grad. incipientes ad punctum boreale ipsius acus, ut videre est infra in circulo A B C D, in quo magnetica designatur per A C, quæ ipsi chartæ est affixa, E est centrum. Vsus talis est.

* in continenti.



Quemad-

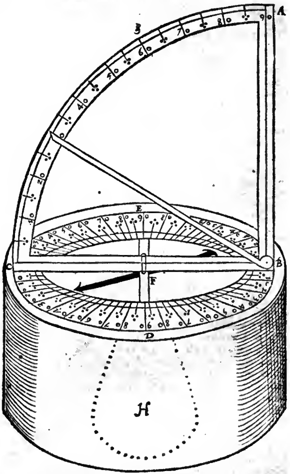
Quemadmodum navarchus in quærendâ latitudine meridiem solet opperiri, usquequo videlicet umbra perpendiculi conveniat cum lineâ quam pro meridianâ habet in suo instrumento: ita omnia etiam hîc procedunt, nisi quod incipiat 3 aut 4 horis ante meridiem, animum advertens in quem gradum haloscopi, quodve tmema umbra perpendiculi incidat. Ponamus itaque invenire in 40 grad. quem literâ F adumbravimus: ita ut G E F umbram designet: Inquiret deinde solis altitudinem, quam (exempli causa) inveniet 28 gr. quos simul cum 40 supra nominatis memoriæ juvandæ gratiâ annotabit: Expectabis deinde quoad Sol post meridiem descendens ad eandem 25 grad. altitudinem pervenerit, animadvertetque quem tunc locum umbra perpendiculi in charta denotet, quem sumamus iterum 40 gr. ad alteram videlicet partem uti ad literam H, ita ut jam I E H umbram adumbret. Quibus perfectis medium arcus F H nempe A est punctum boreale, & quoniam magnetica eum rectâ designat, nullam eo in loco habet declinationem, siquidem ὀρθοβορειοδεικνύει. Sed si in eodem experimento pomeridiano umbra 40 gr. non designasset ad alteram partem A, sed exempli causa 20 tantum grad. usque K, eo in casu debet arcus F K faciens 60 grad. διχάσειν, sive bipertiri cogitatione ad L; ita ut L F & L K singula efficiant 30 grad. & quæsita chalyboclisis sit anatolismus ab L ad A 10 grad.

Sed si in eodem pomeridiano experimento umbra perpendiculi L designasset 30 nempe grad. ab F, arcus F L 30 grad. cogitatione diducitur ad M; ita ut M F, M L singula 15 grad. colligant, quibus perfectis, M erit punctum boreale, & A quæsita chalyboclisis, anatolismus ab M ad A 25 grad. & ita in cæteris. Sed si magnetica vertigine tantum duceretur, neque chartæ esset affixa (ut supra) & gradus in pyxidis sive in organothecæ margine essent annotati, quod aliquoties usuvenit, idem est modus qui supra commemoratus: ita tamen ut in experimenti initio theca eousque vertatur donec Magnetica graduum principium designet.

Alii quadrantem Arimuthalium (ut barbaro utar vocabulo) sive (ut Græco κορυφαῖον accipiunt, cujus planum Horizontale citra ullum impedimentum à navigii motu acceptum, semper manet Horizonti parallelum eo quo dicemus modo: Hoc pacto invenitur Solis altitudo unà cum arcu verticali. Forma ejus talis potest depingi. A B C quadrantem circuli designat superstantem εὐθυγωνίως circulo B D C E diviso in 360 grad. quo planum Horizontale designatur. Centrum ejus est F, super quod circuli quadrans potest circumverti, & ut semper εὐθυγώνιος maneat super circulum B D C E utrinque fulcrum struitur, ut à G usque ad D & E, eidem quadranti affixum, ut simul cum eo possit circumverti. Est præterea in circulo B D C E vitrum quoddam, & intra vitrum ipsa Magnetica sive chalybs, qui quam maximè pyxis patitur lõgissimus sumendus est. Pyxis autem sive theca intra se habet suos 360 gr. quos Magnetica præcise (ut ita loquar) possit demonstrare, quod identidem conveniunt cum aliis totidem grad. plano Horizontali inscriptis. Hoc instrumentũ ex inventione *Reginaldi Petræi* fabricatum est pendens supra duos axes ad instar Haloscopi, ut ita circulus B D C E in navigii motu semper æqualiter ab Horizonte distet. Et ut idipsum majori cum securitate fuit, subnectitur pondus H literâ notatum 25 aut 30 librarum, aut tot, quot instrumenti moles postulat.

Sed & hoc annotatu dignum est quadrantem nempe circuli suo loco erecti perpendiculi in modum, utrinque ejusdem esse gravitatis & ponderis, hoc est latus ab F ad C ἰσόῤῥοπον lateri ab F ad B, quod sciri potest si quis quadrantem

P tem



tem tollens suspendat cum G inferius filo videlicet fixo in medio B C, apud F, & deinde de parte graviori tantum descobinet quantum sufficere possit, ut linea BC pendeat in æquilibrio.

Quia verò possit aliquis objicere lineam illam quam barbari Alidadam appellant, prout vel altiùs, vel depressiùs verteretur magnam in pondere varietatem posse adducere, sciendum tale quid summopere metui non oportere ob summum pondus H, & ipsius lineæ levitatem.

Vsus ejus in inventione puncti Septentrionalis, & chalybodixeôs talis est. Initium, uti in priori specie, sumitur aliquot horis ante meridiem & instrumentum vertitur, quoad Magnetica initium circuli designet: deinde quadrans circuli

culi huc, & illuc tam diu vertitur, quoad Sol per διόπτρα radiet: Quibus observatis invenietur (exempli causâ ita loquamur) quadrantis circuli ultimam marginem sive indicem designare in plano Horizontali 40 gr. & altitudo Solis esse reperietur (ut & hoc ita assumamus) 25 grad. quos simul cum 40 gr. memoriæ necesse habuit annotare. Et cum expectatum est post meridiem, usquequo Sol per idipsum instrumentum descendens in eadem 25 gr. long. positus inveniatur, tum demum ipsum folium convertitur sæpius ad utramque partem quoad Sole iterum per dioptra rutilante Magnetica circuli initium designet. Quibus jam confectis medium arcus punctum in plano horizontali inter primum & alterum σημεῖον ἀρκτικὸν, sive Septentrionale punctum, & quantum ab eo chalybs declinat, tanta est chalybοclisis indagata, uti supra in primo exemplo latius, & ἐν πλάτει explanavimus.

Quæcunque hactenus de Sole interdiu in hisce experimentis diximus obtinere, eadem & intelligi, & simili ratione fieri possunt noctu per singula ἀστέρων ἀπλανέων, quorum hâc in re idem usus qui Solis. Non autem eadem in Luna est ratio cum ob ipsius corporis celerrimum motum, tum ob maximam (ut vocant) parallaxin, quam parit nimia Lunæ cum telluris globo vicinitas.

Sed & hoc notandum ante meridiem duo tria quatuorve, imo etiam plura experimenta posse adhiberi. Vt (verbi gratiâ) primum sit cum Sol 10 gr. supra Horizontem eminet, secundum cum 15 grad. tertium cum 20 gr. & si quis totidem vicibus post meridiem velit experiri, reperiet quo pacto unumquodq; experimentum cum altero conveniat, & cum quovis momento idem punctum Boreale appareat, non parvum ea res addet animum nauclero, operisque fiduciam certiorem.

Sed tamen cum nauta ab Oriente ad Occidentem, vel contra ab Occidente ad Orientem navigat, fieri potest ut decem, vel 12 horarum spatio inter primum secundumque experimentum gradus unius, aut major etiam differentia appareat in chalybodixi: unde sequatur punctum Boreale inventum primo antemeridiano experimento, & ultimo pomeridiano non convenire, cum eo quod repertum est primo pomeridiano & ultimo antemeridiano: cum tamen nauclerus nequaquam in experiundo errârit. Quod ubi usuvenit poterit ex ea re solers nauta judicare, quænam sit ad certum navigandi tempus comparata chalybodixeôs variatio, & ita rationem reperire, quâ punctum Boreale majori cum certitudine & securitate reperiatur: quod ipsum etiam ita fieri possit, si quis chalybodixin prioribus diebus repertam, cum chalybodixi quam in præsentiarum videt diligenter conferat.

2 PROPOSITIO.

Portum cujus latitudo & chalybodixis cognitæ sint invenire.

Magneticæ demonstratione, quam chalybodixin appellare placuit, cognita, itemque loci ipsius latitudine, datur, non cognita longitudine, quemvis locum invenire idque quotidiana experientia abundè perdocet. Nam, ut rem exemplis potissimum declaremus, si sciat navita Vrbis Amstelodamensis latitudinem esse 52 gr. 20 ①. Magneticæ autem declinationem Orientem versus ibidem esse 9 grad. 30 ①, & sese in eadem graduum 52 gr. 20 ① latitudine cō-

ſtitutum reperiat, neque eum fugiat Eoa declinatio 9 gr. 30 ①. omnino ignorare habet neceſſe, ſe non procul abeſſe ab Amſtelodamo. quæcunque tandem ejuſce urbis ſit longitudo. Sed ſane objiciat quis plures eſſe locos qui eandem cum urbe Amſtelodamenſi & latitudinem, & chalyboclisin ſortiantur. At in promptu erit reſponſio eſſe quidem, ſed longo inde diſſitos intervallo, quique per alias περιοικίας, de quibus infra 3 propoſ. diſſeremus, non difficulter poſſint internoſci. Et quanquam nautæ Amſtelodamum quidem aliàs etiam poſſint reperire per locos confines, conjecturas, profunditatem, harenas, aliaque ſigna quamplurima, nullâ interea chalybodixeôs habitâ ratione, placuit tamen cognitum locum exemplo proponere, ut eò apertivis ejuſdem normæ univerſitas in navigationibus longinquis, in quibus nullæ terræ apparent, innoteſcat. Vt verbi gratiâ, ſi cupiat navis gubernator hinc ad Caput S. Auguſtini in Braſiliâ navigare ſciatque chalyboclisin ibidem (uti aiunt) eſſe 3 grad. 10 ①. latitudinem autem Meridionalem 8 grad. 30 ① cùm eò proficiſcens ad eandem latitudinem declinationemque pervenerit, jam ſciet ſe ad Cap. S. Auguſtini perveniſſe: & quanquam ex conjecturâ & calculo aliud opinetur, eâdem ſuſpicione poſthabita ſeſe fatebitur, aut malè ſuſpicatum, aut Orientalibus, Occidentalibusque fluctibus fruſtrà habitum: Neque enim ratio admittit arbitrari eam declinationem ſive chalyboclisin quæ prius in Capite S. Auguſtini inventa fuerat, eſſe immutatam ut ad eam ſeſe opinionem componere debeat. Sic etiam quis non abſurdum, & prorſus ἄτοπον & ἀπροσδιόνυσον æſtimabit, ut is qui prò bè ſciat aliam ſe quàm quæ in Cap. S. Auguſt. eſt 3 grad 10 ①. in mari chalyboclisin invenire, poſtpoſitâ Magneticę experientiâ ex conjecturâ ſe prope Caput S. Auguſtini eſſe affirmet, utpote cùm inter ſe pugnantia loquatur, dum ait ibidem eſſe chalyboclisin 3 grad. 10 ①, & idem iterum non eſſe aſſeverat.

Sed neque hoc notatu indignum eſt, non rarò accidiſſe, ut is, qui ad Inſulam S. Helenæ navigaret, cum ad ejuſdem Inſulæ latitudinem perveniſſet, neq; Inſulam ibidem conſpiceret, & identidem ignoraret, utrum verſus Orientem, an ad Occidentem ab eâ eſſet diſſitus per conjecturas locum ad Orientem indagarit, qui Occidentem ſpectaret, quoque longius navigaret, eò ſemper magis & magis ab Inſula diſceſſerit. Cogitandum jam tibi relinquo, ſi quiſquis ille tandem erat navis gubernator, qui per hebdomadas dierum aliquot Inſulam diligenti quærebat indagine, aliquoties etiam circumnavigans antequam ſtationem adipiſceretur, non ignorans quænam in S. Helenæ Inſula eſſet chalybodixis, & quis chalybodixeôs in mari uſus aut indagandi modus, an ſponte majorem chalybodisin ſecutus fluctuaſſet indubius, certò ſciens minorem revera eſſe declinationem.

3 PROPOSITIO.

In pelago quo in tmemate chalybodixis verſetur invenire.

Reſtat ad extremum ut per exempla exponamus, quanquam in eâdem latitudine eadem ſit chalyboclisis, poſſe nihilominus ſcire navis magiſtrum ubi nam terrarum & quo in loco ſit. Sumamus itaque navim conſtituiſſe proficiſci ab Amſtelodamo ad Cap. S. Auguſtini in Braſiliâ, cujus latitudo in ſynopſi relata eſt 8 grad. 30 ①. & chalyboclisis anatolismus auxanomenos primi tmematis 3 grad. 10 ①. eadem Angliam prætemavigante, invenietur quotidie magis

magis & magis ἀνατολίζειν chalybodixis uſque ad Plimuthum ubi ad ſummum pervenit, eſtque 13 grad. 24 ①. Certus itaque erit nauclerus hactenus ſe in anatoliſmo primi tmematis elattumeno navigaſſe, & poſthàc ſe anatoliſmo auxanomeno uſurum, quem inveniens eſſe 10 grad. in latitud. 38 grad. 55 ①. jam ſe ſciet ad Cap. de Roca prope Uliſſiponem perveniſſe. Inde iterum quaſi ζεφυρονοτίως proficiſſens, indices inveniet latitud. minui, & Magneticam ad Septentrionem vergere, quibus obſervatis & cognitis, tmema in quo chalybodixis verſetur non ignorari neceſſe eſt.

Hactenus ſpecies chalybodixeôs deſcripſimus, quæ ex iis quæ in Synopſi erant propoſita conſequenter ſunt explicatæ. Si quid poſthàc rerum magiſtra experientia aliter ſeſe habere docebit, aliter etiam ex eâ res poterit diffiniri, ut in navigatione id unicè ſequantur naucleri, quod optimum utiliſſimumque erit.

LIMENHEURETICÆ
FINIS.

P 3

SEXTVS LIBER
GEOGRAPHIÆ,
DE
THEORIA MARITIMORVM ÆSTVVM IN ACCESSV ET RECESSV.

BREVIARIVM.

Cum observatio diuturna notandis rebus artes artiumq; theoremata constituerit & comprobarit, hodieq; longe commodiora experimenta, quam unquam ante hac à longinquis navigationibus nobis suppeditentur, quibus certa rataq; æstuum maritimorum proprietates promantur; certè isti negotio quoque emolumento fore credidi, si ejus quandam theoricam partim ab experimentis, partim à rationibus ejus naturæ & veritati consentaneis conscriberem, quæ ad cognitionem uberiorem experimentis inposterum comprobandæ isagoges instar habeat.

Neq; est cur hic quorundam reprehensionem verear tanquam editionem nimis festinam aut præcipitem, cum unius industria tanto negotio impar sit: ideòque etiam hæc via mihi comprimis ad hanc rem compendiaria visa fuit, unde tempore exiguo leviq; negotiò è multorum observationibus plurimum certitudinis existat; verisimile enim videtur multos nostris monumentis incitatos, locis diversis animum ad earum rerum ἱστορίαν adjicientes, plura annotaturos esse, quam à me per certos quosdam homines præstari possit.

POSTV-

POSTVLATA.

1 POSTVLATVM.

Lunam punctumque ipsi ad diametrum oppositum aquam in globo terrestri se versum trahere.

INTERPRETAMENTVM.

AEstus maritimo in accessu & recessu Lunæ motibus gubernari quotidiana experientia erudimur, eosque νεομηνίαις καὶ πανσελήνοις in Lunæ solisque coïtu & oppositione maximè fervere, ad dividuam verò Lunam modicos esse atq; omnino minimos. Hoc cum adeò pervulgatum sit ut certò futuri motus tempora magno navigantium commodo præsciantur, non fuit necesse postulari. Sed quia dum Luna circa terrenũ orbem semel rotatur ęstus bis affluunt iidemq; bis remeant, vicenis quinis circiter horis: Lunæ & puncto ad diametrum opposito occulta vis quædam à nonnullis tribuitur, tanquam maria avido haustu secum trahant. Quod tamen incertum omninò est, pressu etenim eorum (qui haustui suctuiq; contrarius est) quotidie æstus maris bis accederet, bis etiam reciprocaret; Sed uter istorum, an verò tertium aliquod hujus causa sit utiq; propter observationum penuriam incognitũ esse autumo. Et quamvis diligenter à nostris hominibus qui Indiam frequentant, æstuum rationem & tempora in certis quibusdam locis inquisiverim, nihil tamen instituto meo aptum percipere potui. Attamen cum nonnulli maria Lunæ ancillari atque ab ea, & ipsi opposito puncto trahi arbitrentur hoc ipsum quoq; concedi postulamus, quò propositæ theoriæ pro fundamento substernatur; hisce hoc libro expositis penultima propositione etiam quid è pressu efficeretur declarabimus.

2 POSTVLATVM.

Terræ globum universum aquâ contegi, neque ventum aliudvè quid æstuum reciprocationem impedire.

INTERPRETAMENTVM.

Ordinatus ęstuum motus & à ventis & à regionibus extra mare extantibus nõ nihil impeditur, ut Lunâ in meridiano cœli fastigio constitutâ, aut subter imâ cœli meridiano contrariâ, aquæ tamen nondum ubique intumierint, cõtra primi postulati analogiam, sed tum vel omninò resedisse, vel saltem justo minus crevisse possint. Secundò æstus ab ortu in occasum non meat, sed vel ab occasu vel aliunde. Tertiò quibusdam locis, quorum vertex longiusà Luna absit quotidiani æstus altius inundant, quam ubi Luna supra verticem stetit, cum tamen hîc altius intumuisse debuerint.

Verum quo minus omnes istæ anomaliæ æstuum universales affectiones, quas θεωρητικῶς tractare instituimus, interturbent, petimus terræ globum omninò ab aqua ambiri, etiam ventorum regionibus & reliquis, quæ maris motui impedimentũ quidquam afferre possint, è medio sublatis; quò commodius dein-

deinceps de ratione impedimentorum dispiciamus. Nam & Geometriæ à rebus ipsis abstracta contemplatio, usui Geodætico tamen utilis est ne dicam necessaria, quamvis in agris solidisque corporibus non ea linearum accuratio cernatur qualem Geometricę definitiones exigunt. Et nostra hæc theoria in navigationibus maritimis suam tamen tuebitur dignitatem, quamvis ipsa maria talem formam usquequaque non habeant, qualem istis postulatis aut sequentibus definitionibus exhibemus.

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

Punctum, in quo recta à terræ centro ad Lunam connexa ab aquæ superficie summa inciditur, Lunæ * πλημμηκορύφην dicimus: punctumque oppositum ἀντισεληναίαν πλημμηκορύφην.

* Marini accessus seu inundationis verticem.

INTERPRETAMENTVM.

Sphæra A B C D terræ globus esto, centrum E: is igitur globus universus aqua ambiatur usque in F G H I ubi neq; tempestas, neque ventus, neve aliud quodvis obstaculū sit, quemadmodum suprascripto 2 postulato exigitur. Circulus K L Lunæ esto, K ipsa Luna, punctum oppositum F, ab his aqua in formam sphæroîdem ducitur, neve in globosam formam se colligat obsistitur. jam acta K E L ab aquæ superficie incidatur in F & H, ad quam perpendicularis sit I E G: ideoque F erit τῆς πλήμμης κορυφὴ seu exundantis estus vertex summus Lunam versus, qui ideo nobis πλημμηκορύφη Lunaris indigitatur: Et H puncti oppositi, seu ἀντισεληναία πλημμηκορύφη simili analogia appellator.

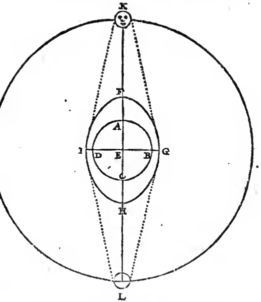
2 DEFINITIO.

Circulus rectam inter oppositas πλημμηκορύφας in terra ad perpendiculum mediam secans ἀμπωτιδόκυκλος dicitur.

INTERPRETAMENTVM.

Si circulum I E G à latere sive in cultrum, ut loquitur *Vitruvius*, contueamur, ἀμπώτιδος κύκλος sive composita voce ἀμπωτιδόκυκλος erit, quia in ejus circumferentia ubique ἄμπωτις seu recessus maris humillimus est, nam E I recta à terræ centro ad ejus peripheriam ubilibet educta brevissima est rectarum omnium, quæ ab eadem E ad aquæ superficiem pertineant.

PROPO-



PROPOSITIONES.

1 PROPOSITIO.

Communes acceſſus & receſſus formas inquirere.

Vt ſimilitudo quædam πλημμηκορύφων & ἀμπωτιδοκύκλων quę in univerſo terrarum orbe contingunt oculorum ſenſui exponatur, ex re eſſet inſtrumentum quoddam aptare, quod ſphæræ applicatum atque huc illuc commotum æſtuum ſummos vertices imique refluxus circulum nobis demonſtret. Cui negotio PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS orbes è rigida papiro confieri curavit quorum ope res hæc illuſtrior eſſet: idque aliis, quibus libebit imitari licet. Verumtamen cum in fixarum ſtellarum ſphæra duo quidam circuli & duo notentur puncta, qui quorundam locorum ἀμπωτιδοκύκλων & πλημμηκορυφων inſtar habeant, hos ipſos in exemplum adhibebimus, quorum ope res illuſtrata & ſemel intellecta, omnino ſemper in promptu erit.

1 *Exemplum Luna ſub vernali ſectione meante.*

In ſphæra cœleſti vernalem & autumnalem ſectionem πλημμοκορύφας eſſe animo cōcipito, Luna in Eclipticæ principio verſante, atque adeò ἀμπωτιδόκυκλος per 90 gradum axemque terræ tranſibit. quibus poſitis, quamdiu Luna ſub ſectione vernali verſabitur, ubique locorum in ſemicirculo cui Luna imminet

imminet

imminet æstus exundabunt; post sex deinceps horas (vel potius propter nisum Lunæ proprium quo mundo it obvia ¼ tardius, hoc est post 6¼) ἀμπωτιδόκυκλος eò appellet, atque tum ob reciprocationem æstus erit humillimus: deinde æquali 6¼ horarum intervallo eodem πλημμύρα redibit, alternis vicibus æstu accedente & reciprocante.

2 *Exemplum Luna sub ecliptica 90 grad. meante.*

Iterum in cœlesti globo nonagesimum eclipticæ gradum præ manibus sumito, quem & sibi oppositum 270 grad. mente effingito esse πλημμυρηκορύφας Luna ipsa 90 grad. obtinente, eritque jam nunc circulus per vernalem sectionem & polos eclipticæ trajectus ἀμπωτιδόκυκλος. Atque isto casu tempora accessus & recessus erunt inæqualia, contra quam in exemplo superiori, quæ pro varia locorum latitudine multum inter se discrepabunt.

Exemplo clarius sit. detur igitur latitudo 90 graduum, poli ἔξαρμα ad istam altitudinem erigitor, & 90^{mus} eclipticæ gradus sub meridianum deducitor, globusque deinde convolvitor ut ἀμπωτιδόκυκλος meridianum in 50mo latitudinis gradu, hoc est in ipso vertice incidat. partesque seu ut loquitur *Ptolomaeus* χρόνους æquinoctialis interim elapsos expendito, sunto dicis gratia 121 gr. 13 ①, unde per 15 grad. divisionem 8 horæ 5 ① existunt, pro mensura temporis inter πλημμύραν & ἀμπώτιδα interjecti, unde ad sequentis æstus inundationem summam 3 horæ 55 ① intersint: tantum enim 8 horæ 5 ① absunt ab horis 12. appendicula tamen temporis, quod à Luna proprio nisu producit, pro auctario singulis istorum addi debuit: sed id brevitatis studio posthabuimus.

NOTA.

Dum PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS exemplum istud in sphæra cœlesti consideraret & inspiceret, cœpit accessus & recessus vicissitudum tempora & consecutionem porrò expendere, ubi ordinem istum, qui sequitur, animadvertit.

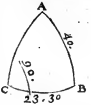
Recessus qui accessui suprascripto succedet erit 3 horarum 55 ①. accessus deinde sequens 8 horarum 50 ①. Vt si Luna assiduè sub 90mo eclipticæ gradu quasi affixa hæreat (quod utique dicis & disciplinæ causa sumi potest) accessus & recessus vicissitudo talis foret.

Recessus	8 horarum 5 ①.
Accessus	3 horarum 55 ①.
Recessus	3 horarum 55 ①.
Accessus	8 horarum 5 ①.
Recessus	8 horarum 55 ①.
Accessus	3 horarum 5 ①.
Recessus	3 horarum 55 ①.
Accessus	8 horarum 5 ①.
Recessus	8 horarum 5 ①.

Atque eâdemque vicissitudine cætera deinceps. quibus tamen nunc mutatio & varietas à Lunæ motu proprio quotidie cumuli instar accedit.

Verumenimverò ut eundem epilogismum per sphærica triangula expendamus, in antecedente exemplo trianguli figurationem inter axem terræ, axem eclipticæ & verticis punctum comprehensi expendo, angulumque in polo eclipticæ esse rectum, latus inter duos polos medium 23 grad. 30 ①, alterum item

item latus à terræ polo ad punctum verticis 40 grad. cum sit quippe arcus differentiæ datæ latitudinis 50 gr. Triangulum istud hic ante oculos pono notatum literis A B C: ubi A verticem refert, B terræ polum, C polum eclipticæ ubi angulus est rectus, A B latus 40 gr. B C 23 gr. 30 ①. jam igitur, quia in hoc triangulo tres cogniti sit termini, B angulus per 32 sphær. triang. proposs. concludetur 58 grad. 47 ①: is de 180 gr. deductus reliquum facit 121 gr. 13 ①, atque tantus est æquinoctialis arcus qui interea se subduxit pro quæsitis 8 horis 5 ①.



DEMONSTRATIO.

B A, B C ad æquinoctialem usque continuata ab ea auferent arcum amplitudinem anguli B mensurantem, hoc est 58 gr. 47 ①. sed continuatio ipsius B C incidit in 270^{um} eclipticæ gradû, quem inter & 90^{um} gr. intersunt 180 gr. qui cû affluxus summùm crevisset sub meridiano erat, quare ab articulo πλημμύρας ad articulum temporis quo ἀμπωτιδόχυκλ@ meridianum in 50mo gradu secabat, transiere 180 grad. minus angulo B 58 grad. 47 ①, hoc est 121 grad. 13 ①. ut supra opere expressum est.

I CONSECTARIUM.

Luna sub æquinoctiali meante, aqua in terræ polis erit humillima, ut primo exemplo patuit: contra altissima, Luna in maxima Borea, aut notia latitudine versante, cui consequens est singulis lunationibus bis tantû aquam istis ad summum extolli, & bis ad imum residere. & cum decreverint, 7 diebus rursum crescere, totidemque decrescere alterna semper vicissitudine. Quamvis & hic & alibi ordinarius is æstus, propter πλημμηκορύφων inconstantiam, quæ silente aut pleno orbe lucente Luna altius exundant, quam in quadratura visibili, varius sit & inconstans.

2 CONSECTARIUM.

Manifestum est fluxum & refluxum singulos semper absumere horas circiter 6¼ ubi ubi Luna sit. sive in 90mo eclipticæ gradu (ut id exempli causa usurpemus) versetur, tum enim ἀμπωτιδόχυκλ@ per æquinoctia & mundi polos transit, quem certe in æquinoctiali 6 horis ab 90mo eclipticæ gradu distare extra controversiam est. sive alibi etiam Luna statuatur nihil interierit, quæ tamen clariora erunt adhibito ad sphæram solidam chartaceo eo instrumento ad indicâdos æstus apto, cujus initio propositionis hujus obiter mentionem fecimus.

3 CONSECTARIUM.

Liquidò etiam hinc constat loca quæ à polo propius absunt, quàm Luna ab æquinoctiali, tum ἀμπωτιδόχυκλω non subire: Atque adeò neque tum æstus adeò sorberi aut humiles esse, quam dum ἀμπωτιδόχυκλ@ per ea transit.

NOTA.

Cum PRINCEPS ILLUSTRISSIMUS hujus 3 consectarii rationem in cœlesti globo inspiceret expenderetque, libido eum incessit pernoscendi, quantum temporis intervallum eo loci aquæ crescentes absumant, quantumq; decrescentes. Ubi deprehendit (quod quilibet, experiatur modò, eadem ra-

 tione

tione verum animadvertet) 12 ſemper horas conſumi, unde concludebat, hoc commune eſſe poſſe locis omnibus quorum latitudo 61 gr. 30 ⊙ excedet. tantum enim reliqui eſt ſi maximam Lunæ latitudinem 28 grad. 30 ⊙, de 90 grad. deduxeris.

Et ſane in mentem mihi venit olim à naviculatoribus audiſſe, ſe loca adiiſſe ubi acceſſus maris 12 horis, totidemque receſſus perficeretur, verumtamen nõ fuiſſe id admodum diuturnum, ſed continuò inordinatum quendam fluxum & refluxum ſucceſſiſſe. Vtrum verò id ab hac cauſa ſit, id ab ea experientia, de qua poſt 9 propoſitione penſiculatius erit diſſertandum, planè & perſpicuè erui, evincique poſſet.

4 CONSECTARIUM.

Palam eſt duarum πλημμηκορύφων dato loco proximam ibidem æſtus ciere altiores quam reliquam. Cui conſequens eſt Lunâ in Borea mundi parte conſtitutâ loca terræ ad Boream plagam altiores æſtus à Lunæ πλημμηκορύφῃ concipere, quam ab oppoſita ἀντιπλωαῖα. contra verò ſi πλημμηκορύφῃ ἀντιπλωαῖα poſſideat Boream plagam, contrarium utique evenire.

NOTA.

Quatuor igitur inſignes varietates in acceſſu & receſſu, etiam ordinato, concipiuntur.

Prima in mediatore, ſeu emmeſocyclo, ubi horas 6½ ſemper abſumunt, ut 1 exemplo, & 2 conſectario patuit.

Secunda extra emmeſocyclum, uſque ad gradum circiter 61 30 ⊙ latitudinis, ubi varietas ea exiſtit quam 2 conſectario explicuimus.

Tertia ab 61 gr. 30 ⊙ uſque ad utrumque polum, ubi quibuſdam locis 12 horarum ſint. ut in annotatiuncula 3 conſectarii diximus.

Quarta ſub polo, ubi tam acceſſus quam receſſus ſeptenis ſinguli diebus reciprocant. ut primo conſectario oſtendimus.

5 CONSECTARIUM.

Deniq; ex omnibus iſtis exemplis conſectariiſque quorum πλημμηκορύφαι & ἀμπωτιδονυκλαι in ſphæra cœleſti notati ſint, reliquorũ etiam locorum, tanquam catholico aliquo theoremate, intelligi, aut ſi neceſſe ſit inſtrumento acceſſus & receſſus, cujus ſupra meminimus, in ſphæra deſignari poſſunt.

2 PROPOSITIO.

Cur pleniores æſtuum exundationes maris receſſu avidius ſorbeantur.

Manifeſtò animadvertere eſt ἀμπώτιδα quæ pleniſſimo maris acceſſui ſuccedit magis ſorberi, quàm eam quæ in quadraturis contingit. Vt hinc ſit quod in molitionibus maritimis quas in alto ſiccoque ſolo, collocari aut extrui neceſſe ſit (ut puta in civitate Oſtendana quæ nunc obſidione premitur) illi ferventes maris æſtus expectentur, quia mare ſeſe tum longè à littore ſubducat. Cauſa autem in propatulo eſt: nam cum mare altius exæſtuabit, quod interlunio aut plenilunio evenire aſſolet, majore quoque copia ſurſum ducitur verſus F & H, quam in quadraturis, ideoque in ἀμπωτιδοκύκλῳ ſorbebitur magis, magiſque deficiet.

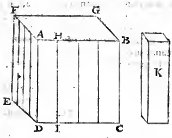
Hactenus

Hactenus itaque communes atque universales æstuum affectiones in fluxu & refluxu expeditæ sunto. speciales deinceps expendendæ veniunt, quid causæ sit cur certis quibusdam locis supra exposita theoremata anomaliam patiantur.

3 PROPOSITIO.

Cur minores aquæ à Luna punctove opposito non tam altè attollantur atque majores.

Ne animadversum quidem est lacus, amnes, lamas, vel aquam in vase aut vitro similiter moveri aut vi Lunæ sursum trahi, quod mirum videatur, siquidem ea sideris vis sit atq; efficacia, ut aquam & se versum, & secum trahat: eam igitur in minore si nō magis cum levior sit, saltem æquivalenter atque in majore vires suas exercere cōsentaneum videtur. Cujus causam pulvere & radio, hoc est, mathematico exemplo explicandam censeo. Esto itaq; A B C D E F G vas aqua plenū, lateribus rectis & quadratis, quorū unū A B C D quaqua versum 4 pedum sit, itaque pressus aquæ eidem innixum æquabitur per 15 propos. element. hydrost. ponderi aqueo 32 pedum. totaque aquæ soliditas erit quatuor & sexaginta pedum. porrò sumamus singulas hedras è quatuor asseribus quatuor pedes lōgis unum latis compaginatas, ut A H I D, singulis igitur incumbet pondus pressuræ æquale octo pedibus aquæ, quæ pars quarta est pedum 32 habebuntque simul omnes hedræ 16 istiusmodi asserculos. ulterius etiam animo concipiamus eosdem asseres pressu 8 pedibus aquæ æquali extrinsecus quoq; affici, ut in illo situ erecti servētur. ad hanc rem 64 potētiæ, seu ut clarius dicam, homines opponantur, tot videlicet quot cubici pedes vase cōtinentur, ut singulis asseribus 4 homines cedant. Porrò K aliud vas minus aqua plenū esto, è quatuor asseribus stantibus, illis antecedentibus & forma & magnitudine æqualibus compactum, id igitur 4 pedes cubicos continebit, altitudine pedum 4. Iam si quis hinc ita inferat. cum 64 hominibus in ampliore vase 64 cubici pedes aquæ sustineantur, etiam in minore à quatuor hominibus quatuor pedes sustentabuntur altitudine 4 pedum, atque singulis lateribus singulos homines opponeret, is proculdubio longe à veritate abiret avius, nam contra singulos minoris vasis asseres tantum ponderis incumbit, quantum contra singulos majoris, ut 11 propos. element. hydrostatices demonstratum est. ut minoris vasis quatuor latera, non jam 4 hominibus sed 16 opus habeant qui ea isto situ servent. Et consequenter 4 homines in minori vase 4 pedes aquæ eâdem altitudine non poterunt perferre, quâ 64 homines in majore vase pedes 64. Adeo ut si quis ad aquam minorem pro ratione majoris cujusdam, certam aliquam hominū manum cōstituat, ab his nō tam altè aquam cogi posse atq; in majore manifestū sit. Par ratio in Luna punctoq; opposito versari intelligitor. quæ haustu suo in pari aquæ copia æque animosè trahit, suamq; vim pari potentiâ exercet, in minori autem non ita est, neque in eandem altitudinem extollere potis est.



Itaque quamvis hauriendi potestas in majore & minore aquarum copia par sit in minori tamen non perinde animadvertitur.

4 PROPOSITIO.

Cur multis in locis æstus, non secundum catholicam rationem ab ortu occasum versus affluat.

Minores aquas adeò sublimè atque majores non attolli tertia propositione patuit: Unde efficitur lacus atque amnes per se quidem ab omni æstu immunes esse, omninòque æstum quo ipsos moveri quadantenus videmus à maris motu cieri, ideoque cum fluviorum ostia sursum aut secundum latus regionis ab occasu in ortum exporrigentur, tum æstum illâc contra generalem analogiam ab occasu quoque ortum versus inferri, & pro riparum sinuamine in diversas plagas converti. Verbi gratiâ Schaldim fluvium assumamus, in quem æstus maris cum infertur Bergo-Zoomam petit, hinc Antuerpiam versus meridiem declinat, unde fluvii curvamen versus Baestro eundem æstum derivat. In majori & minori Oceano par erit ratio. Etenim maris æstus ab occasu ortum versus affluens Gallicas, Flandricas, Hollandicasque insulas legit, quia latissimè patens Atlanticus Oceanus usque in oppositam Americam (quam ut Atlanticam Platonis credamus esse quid vetat?) exporrectus unà cum Cantabrico Oceano, objectu Britannicarum insularum ab Oceano Germanico dividitur, qui tanquam illorum ὑποπαρασμάτιον sit, cum itaque hic non tam altè extumescat maximi illius Oceani turgidior æstus per angustias fretumque Britannicum sese in Oceanum Germanicum seu mare nostrum infundit ab occasu versus ortum. quod plurimis commune est, & universali theoriæ præcepto repugnare vedetur, cum tamen certas ob causas ita evenire necessum sit.

5 PROPOSITIO.

Cur multis in locis Lunâ punctové opposito ad meridianum jam devolutis, æstus tamen contra quam analogia universalis postulabat, nondum creverint.

Cum majora maria minoribus æstum inferant, ut proxima propositione demonstravimus, consequens est minorum æquorum loca majoribus maximè vicina citius exæstuare remotioribus: ideoque quamvis in magno & spatioso mari, Lunâ punctové opposito in meridiano cœli fastigio cōstitutis, æstus semper ad summum creverint, tamen eodem momento aliis locis remotiusculè illinc dissitis in minori æquore πλημμύρα esse nequit. quod in Oceano Germanico videre est, ubi loca versus ortum longius dissita maris affluxum tardius persentiscunt.

6 PROPOSITIO.

Cur æstius illi ferventissimi turgidissimique crebris locis perpetuò diebus aliquot post Lunam novam plenamq; demum contingant.

Certè equidem aliquot horis tardius æstus inturgescere quam Luna punctumvè oppositum ad meridianum appellat, jam demonstravimus, unde nihil

mirum

mirum si turgidos pleniluniorum æstus totidem horis Luna antevertat. sed aliquot dierum intervallo tardiores esse, quemadmodũ quot mensibus animadvertere est (ad littus Hollandicum enim, quemadmodum ab hominibus marítimis & nauticæ rei studiosis intellexi, biduo & quod excedit tardius appellunt, in locis Occidentalioribus paulò citius, in Orientalioribus etiam serius) multam anxietatem dubietatemque homini, etiam non scrupuloso incutere posset. Quamobrem ut hujus causam commodius exponam, ajo ex 4 propositione palam esse ferventes istos pleniluniorum æstus, quibus flumina & maria minora moventur, non ab ipsis sed ab inundatione maximi Oceani longe lateque grassante existere. consequens itaque videtur temporis intervallum inter turgidissimas æstuum ad plenilunia noviluniaque inundationes majus esse posse inter Oceanũ majorem & minorem, quam inter mare minus aliquot & amnem, aquæ enim amnium perpetuo agmine è loco sublimiore fluentes adventitiæ maris aquæ, æstusque turgidi impulsioni non cedit, ut adeo longe intra ipsum penetrare nequeat, quam turgidior minoris maris æstus, qui posteriore parte tantò sublimior haud sit. verum planior exemplo constituto per descriptionem fiet difficultas. A B C D E F G summa minoris Oceani superficies esto, cujus tumidus plenilunii æstus majori Oceano conterminus A, qui cum sex horis decreverit, iterum totidem creverit, atque ita assiduè senis rursum, prorsum moveatur horis, minus mare interim assiduo exercetur motu ob dicti plenilunii rationem, locis intermediis successivè altè intumescens & vicissim alte sese sorbens, propter primum incrementum ad A, fluxu interea paulatim



ad remotissima loca penetrante, donec mare neq; prorsum nec rursum meare sentiatur. Sed quia aliquot dierum intervallũ intercedere possit antequam primus ille turgidior æstus A ad postremum turgidiorem æstum G appellat, atq; in omnibus pleniluniis & noviluniis maria turgidiore æstu affluant, non ante poterit turgidissimus iste æstus ad A turgidissimũ quoq; æstum seu affluxum concitare ad G, quam per omnes intermedios tumentes affluxus B, C, D, E, F permearit, qui prout propius aut longius aberit ab A dies aliquot absumere poterit. Exemplo illustrius erit, secundum tritas istas Ephemerides quas Almanach dicunt, Lunâ silente plenâve æstus Caleti seu ad Iccium portum creverit horâ 10: Neoporti hora 11: Ostendę hora 11½: Ad Blancebergam hora 1½: Vlisingæ hora 2: Bergo-zomæ hora 4: Antwerpiæ hora 6: ad Baestro hora 8. Ita accessus maris Caleto Neoportum usque 1 horam ponit; Neoporto Ostendam horæ semissem, Ostenda usque ad Blancenbergam duas horas, à Blancenberga Vlisingam horæ semissem, Vlisinga Bergo-zomam horas duas, Bergo-zoma Antuerpiam totidem, & totidem denique Antwerpia ad Baestro. quæ in summam coactæ 10 horas colligunt. Vnde patet decima demum hora post istium turgidiorem æstum contingere ad Bastro, quam Caleti. Et si quis simili modo ad loca etiam longe remotiora calculum subducat, pro horis istis in dierum intervalla incurreret. Ideoque etsi quamvis iis locis ubi nihil impedimenti objicitur æstus illi summè tumidi, secundum analogiam supra expositam in pleniluniis novilunijsque contingant; attamen iidem isti æstus, propter terras in mare excurrentes, ad recessus & locos interiores aliquot diebus serius post novam plenamque Lunam appellere necesse habent.

7 PROPOSITIO.

Cur in locis à πλημμηκορύφῃ remotioribus alicubi æstus altius excrescat, quam in locis ab ea minus dissitis.

Secundum Theoricæ nostræ catholicas rationes sub πλημμηκορύφῃ mare reliquis locis supereminere, ipsisque vicinora remotioribus consentaneum est; cum tamen contra plurimis locis evenire videamus. Cujus causam proposito exemplo commodius dispiciemus. Vnda in terrarum acroteria impacta sese cõtra erigit, imò nonnunquam transilit, ut è reliquis fluctibus longe extet. undarum enim agmine posteriore priorem impellente, non est huic liberum statim retroïre, cum pondus maximum ipsi à tergo incumbat, quo hujus refluxus impediatur, atque illius rursus ab altero, agmine perpetuo unda undam trudente. cujus impulsu prior reliquos maris fluctus exsuperet. Iam si cõsimili modo universum affluentis ęstus tumorem, qui aliquot passuum milibus quaqua versum patet, unius undæ instar habeamus, neutiquam mirandum fuerit si iis locis in quos rectà impingitur altius intumescat quam ubi campo fruitur aperto, ac libero. sic dum æstus è spatiosissimo Atlantici & Cantabrici Oceani æquore sese versus minorem Oceanum Germanicum infert, in littora Armorica impingit, & 10 aut 11 orgyis supra reflui maris altitudinem sese extollit. ut non tantum loca πλημμηκορύφῃ vicina, sed ipsam etiam πλήμμηκορύφην exsuperet. idque ob notas has causas.

8 PROPOSITIO.

Cujusmodi æstuum affectione futuræ essent, si à Lunæ punctique oppositi pressu accessus eorum & recessus concitarentur.

Si Lunæ punctique oppositi ductum Oceanus sequatur utique æstuum ratio ista esset: sed si is pressu Lunæ cieretur, nonnulla expositis theorematis contraria contingerent. quæ exemplo clarius cognosci possunt. Exponatur figura ut in 1 definitione, in qua eædem literæ easdem notiones sibi subjectas habeant, exceptis quod Luna M punctumque oppositum L aquam non ad se trahant, sed contra quàm illic premant & quàm longissimè possint abigant, ut F H brevior sit rectà I G his positis F & H πλημμηκορύφαι erunt, I G ἀμπωτιδόκυκλος, & multæ fluxus & refluxus rationes contrariæ 1 & 2 exemplo, itemque 1, 2, 3 & 4 consectario 1 propositionis deprehendentur.

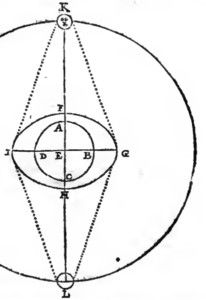
Primò, locis omnibus, in quorum meridiano Luna versabitur, maris æstus, contra priorem hypothesin, consederit.

Secundò, Luna sub 90^mo^ eclipticæ gradu meante, quod 1^mæ^ propositionis 2^do^ exemplo cõclusimus 8 horis 5 ① confici, id 3 horis 55 ① perficeretur: & contra, cui illic 3 horas 55 ① tribueramus, 8 horæ 5 ① erunt assignanda.

Tertiò, aqua in terræ polis summum creverit Lunâ æquinoctialem percurrente; summumq; decreverit eâdem in maximis latitudinibus, cum Borea tum etiam notia, versante. contra 1 consectarium 1 propositionis.

Quartò alterutra πλημμηκορύφων quæ à dato loco proximè abberit, recessum maris depressiorem istic reddit quam opposita. quod dissidet à 4 consectario 1 propositionis.

Quintò,



Quintò, loca quæ à polo propius aberunt, quam Luna ab æquinoctiali, tum à πλημμηκύκλῳ non transiri, ut hoc tempore minore tumore mare hic affluat, quam iis locis quæ πλημμήκυκλον subeunt. quod cum 3 consect. 1 propositionis pugnat.

Verumenimvero utra harum hypothesium vera sit, an verò tertium aliquid in rerum natura existat ad quod maris æstus sese componant, propter ἐμπειρίας καὶ ἱστορίας penuriam ignorari arbitror. cujus veritatem quomodo indagari posse autumem sequente propositione perscribam.

9 PROPOSITIO.

Quomodo æstuum maritimorum cognitio planius indagari possit.

Cum æstuum accessus, recessus, tam quotidiani & modici, quàm ferventes & turgidi illi nec temporis articulo, neque quantitatis modo cum vulgaris calculi supputatione conveniunt, secundum quem navitæ rationes suas componunt. sed vel antevertunt, vel serius appellunt, vel vento spirante, quo æstus maxime increscere debuerant minus increscunt, vel contra spirante vento æstuum incrementis inimico, præter hominum opinionem nihilo secius crescunt, arbitramur vulgò alium ventum in maris patenti æquore flare, aut flasse: cum tamen hæc res fortè è præceptis istis nostris aut similibus explicari possit. Veruntamen cum hinc nonnunquam navium, vitæ, opumque jactura dependeat, non alienum est constantes horum motuum leges causasque omni studio inquirere,

inquirere, & vestigia odorari quibus ipsas cõsequi possimus. Sed cum è certissimis experimentis minimè fallacia præcepta deriventur, ad promovendum hoc negotium ex re esset multos mortales omnibus locis, ubi quidem res & occasio sinet, quotidianas suas observationes, ut qua hora æstus omninò decreverint, quavè item hora rursum creverint, & utriusque altitudinem, nec non ventorum tum spirantium vehementiam, aut aëris tranquillitatem, annotare; hæc notata & animadversa cum in publicum prodibunt, aut in quorundam hominum Theoriæ peritorum (si forte quorũ industria ista annotata erunt ipsi ignari sint) manus incident, istorum cum catholicis & universalibus theorematis in ventorum & excurrentium littorum impedimentis, convenientiam expendendi copia erit. Neque verò hîc silentio prætereundum communes illas æstuum affectiones, de quibus 1 propositione dictum, non incommodè in minimis quibusdam insulis in spatiosissimo Oceano sitis observari posse, & (quo magis ab omnibus impedimentis vacuæ sint) longissime à continenti dissitis, cujusmodi est Insula S. Helenæ, atque aliæ similes. Tum facile animadvertere esset, utrum sub Luna punctoque opposito geminæ πλημμηκορύφαι versentur, inter quas ἀμπωτιδοκύκλος jaceat medius, juxta prioris hypothesis rationem. vel, an geminæ iis subsint ἀμπωτιδοκορύφαι, cum intermedio πλημμηκύκλῳ secundum hypothesis secundæ, quam 8 propositione tradidimus, modum.

Secundò utrum, Lunâ sub æquinoctiali decurrente, mare rursum & prorsum 6½ assidue moveatur horis. juxta secundæ propositionis theoriam.

Tertiò, Lunâ longè ab æquinoctiali declinante, tantanè in accessu recessuq; differentia deprehendatur, quantam 1 propositionis 2^{dum} exemplum ex theoriæ ratione postularet. vel contra quanta 2 membro 8 propositionis consentanea sit. namque id etiam pro ἑρμαίῳ arripere liceret, unde vel de haustu, vel de pressu certiores redderemur.

Quartò, marenè maximè depressum sit circa mundi polos, secundum 1^{mæ} propositionis consectarium 1^{um}, Lunâ sub æquinoctiali meante; vel an contra, secundum 3^{um} membrum 8^{væ} propositionis, tum maxime prope polos excreverit: unde itidem de pressu & haustu certi aliquid derivari possit.

Ad extremum, tumnè iste æstus summè creverit, cæterosque vincat cujus vertici tractrix illa potentia, hoc est, Luna, punctumvè oppositum, proxima erit, quemadmodum a exemplo 1 propositionis expendimus; vel an contra omnes æstuum affluxiones ubique æquales sint, sed refluxiones dispares, quæ res à pressu orietur. Quamobrem si observationes cum alterutra harum theoriarum congruerent, theoremata nostra ipsa experientia comprobari viderentur. at si discreparent, rursum ad incudem revocanda & corrigenda forent.

Æstuum Maritimorum

FINIS.

COSMOGRAPHIAE
PARS TERTIA
DE
COELI MOTV.

BREVIARIVM

motum Cœlestium.

RERVM cœlestium conversionem ita describere instituam, tanquam nihil ejus cognitum esset; & iisdem vestigiis, quibus paulatim incrementum nacta videbitur eam persequar, tribus libris ita eam descripturus, ut

1 Liber sit de planetarum, sydérumque cœlo affixorum motu ex observationum Ephemeridibus, terrâ immotâ deducto.

2. De motus planetarum investigatione ex ratiocinio mathematico terrâ stabili, & hypothesi anomaliæ primæ.

3. De anomalia secunda: ubi Copernicex hypotheses in terræ conversione, & motu exprimuntur.

PRIMVS LIBER

MOTVVM COELESTIVM

DE

INVESTIGATIONE MOTVS

PLANETARVM, SYDERVMQVE cœlo affixorum ex obſervationum Ephemeridibus, ſtante & quieſcente terra.

BREVIARIUM

Libri primi.

Postquam definitiones generales generatim expressæ & descriptæ erunt, reliqua hujus libri pars in sua quasi capita quædam digeretur, de investigatione motus Solis, Lunæ, Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii, syderumq; cœlo affixorum ex observationum Ephemeridibus terrâ immotâ & stabili, tanquam in mundi centro libratrâ: quamvis enim verè in proprio orbe suas conversiones peragat non secus atque planetæ reliqui; artis tamen hujus prima elementa facilius è verisimilibus figmentis, quam vero conceptu percipiuntur, quod pressius 3 lib. 7 propositione edisseram. quæ verò ulterius in hac Theoria considerandæ veniunt, cui negotio vera & genuina hypothesis conversionis terrestris magis idonea est, suprascripto 3 libro quoque docebo.

DEFINITIONES.

Quandoquidem in triangulorum doctrina libro 4^to circulorum cœlestium, peripheriarum, punctorumque definitiones, quibus ibi nobis opus erat, expressæ sint: eas tanquam notas usurpamus. atq; ideo reliquas duntaxat definitiones operi sequenti servientes persequemur.

1 DEFINITIO.

Temporis spatium, quo centrum Solis è meridiano digreditur usque dum eodem regrediatur, dies est naturalis. Idemque inter se inæquales censentur. idque intervallum ideo ut plerumque inæquatum dicitur.

Diei naturalis conversio integra æquatoris conversione atque insuper tanti arcus, quantum Sol suo interea motu contra peragit, definitur. quod si hi arcus omnes æquales forent dies naturales sibi mutuò essent pares, cum tamen contra eveniat. Causa hujus inæqualitatis ferè gemina est. prima quod arcus illi quos Sol interim suo motu in ecliptica peragrat inæquales sint, ob orbis sui eccentricitatem. deinde verò licet quamvis illi inter se æquales essent, meridianum tamen inæqualibus æquinoctialis peripheriis prætervehuntur, ob Zodiaci declinationem, & obliquitatem. Et quamvis differentia ista uno die sentiri non possit, multorum tamen dierum intervallo facile deprehenditur.

2 DEFINITIO.

Annus naturalis tropicus est spatium quo Sol conversionem suam peragit, cujus & principium, & finis sit punctum quodcunque unum idemque, æquali intervallo à vernà sectione semper disjunctum, & diebus 365, 5 horis, atque aliqua insuper, sed ignota tamen parte, definitur.

Ptolemaus ignoratum illud horæ spatium circumscripsit 55 ① 12 ②. *Albategnius* 46 ① 24 ②. alii, alter.

3 DEFINITIO.

Annus Ægyptius 365 dierum est.

Anni Ægyptii, quarto quoque anno, die unico ab anno naturali superantur proximè.

4 DEFINITIO.

Anni Iuliani tres continui 365, at quartus 366 dies complectitur. ideoque Februarius tunc 29, reliquis autem 28 diebus cluditur.

Namque ut damnum, quod annis Ægyptiis accidit, quasi farciatur, diem unum quarto quoque anno intercalandum censuit *Iulius Cæsar.*

Ille moras Solis, quibus in sua signa rediret,
Traditur exactis disposuisse notis.
Is decies senos tercentum & quinque diebus
Iunxit, & è pleno tempora quarta die.
Hic anni modus est. in lustrum accedere debet,
Quæ consumatur partibus una dies.

Anni igitur isti à *Iulio Iuliani* appellantor.

5 DEFINITIO.

Si annus naturalis totidem diebus, horisque, & partibus æqualibus taxetur; quot dies, horasque, & partes inęquales continet; illi dies æquales, seu medii: atque tempus istiusmodi medium, seu æquale vocatur.

Dies medii seu æquales inde appellationem hanc sortiti sunt, quod inter longiores brevioresque naturales dies 1ᵐᵃᵉ definitionis sint medii.

6 DEFINITIO.

Planetæ sunt septem luminosa mundi corpora, quæ in speciem nulla constanti ratione moveri, sed vagari videntur, ut Saturnus, Iuppiter, Mars, Sol, Venus, Mercurius, Luna.

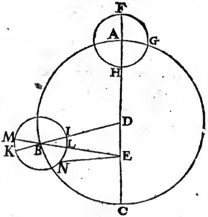
Quamvis Terra verè propriéque è planetarum sit numero, ob causas tamen in Breviario supra expositas, eam stabilem fingimus, neque nunc eam inter planetas numeramus.

7 DEFINITIO.

Excentricus est circulus, cujus centrum à Terra diversum: Concentricus verò cujus centrum Terræ centro idem est.

Esto

Esto circulus A B C, centrum D. Terra E. hic A B C erit eccentricus. si verò D punctum Terra sit, jam concentricus fuerit.



8 DEFINITIO.

Recta centrum eccentrici cum terræ centro connectens, linea eccentricitatis est.

Talis in 7 definitionis diagraphâ est D E.

9 DEFINITIO.

Apogæum eccentrici dicitur punctum quod à terra longissimè abest: Perigæum quod proximè.

Iam 7 definitionis diagrammate eccentricitas D E utrinque continuata peripheriæ occurrat in A & C. hic A punctum in peripheria A B C à terra longissimè erit dissitum, C verò proximè: ideoq; A eccentrici A B C Apogæum, C perigæum erit.

10 DEFINITIO.

Deferens est eccentricus à quo planeta defertur.

11 DEFINITIO.

Si in eccentrici peripheria quocunque puncto, tanquam centro, circulus minor describatur, in quo planeta decurrat, minor is circulus epicyclus, major deferens epicyclum dicitur.

Rursus ad 7 def. diagramma oculos animumque adjicito, inibique in eccentrici peripheria ubilibet assumatur punctum A, hoc tanquam centro mi-

nor aliquis circulus F G H decircinetur in quo Planeta rotetur, is erit epicyclus; major verò, deferens epicyclum.

12 DEFINITIO.

Apogæum epicycli est punctum quod à terra longissimè abest, perigæum quod proximè. Apogæum epicycli medium, quod à sui deferentis centro longissimè; & perigæum medium, quod indidem proximè abest.

In 7 definitionis diagrammate diameter C A continuetur usque ad epicycli ambitum in F. id, cum sit à terrâ distantissimum, epicycli apogæum est; H contra perigæum, quia proximum. Verum ut medium apogæum & perigæum ostendamus, alio devolvatur epicycli centrum, ut in B. tumque acta recta D B K secet peripheriam quâ proximè in I, quâ remotissimè in K. itemq; recta E L B M, quâ proximè in L, quâ remotissimè in M. hic igitur M apogæum, L perigæum; sed K remotissimum à D apogæum medium, & I ipsi D viciniflimum perigæum medium. Atque adeò apogæa M, K epicyclo illàm obtinente stationem diversa fiunt; at verò cum centrum epicycli in deferentis apogæo A, aut perigæo C consistet, apogæum verum mediumque in unum coëunt. itemque perigæum verum & medium. Apogæum verò medium, & medium perigæum inde nomen sortita sunt, quod K apogæum ex D æquabili velocitate commoveatur. cōtra M dispari & inæquali: nunc tardius, modo celerius. inter quam inæqualitatem cum sit motus puncti K quasi medius, Apogæi medii nomen & appellationem ex re invenit.

13 DEFINITIO.

Arcus epicycli inter apogæa, perigæave interceptus, æquatio centri in epicyclo dicitur.

Arcus K M, in 7 definitionis diagrammate, inter apogæum verum K & medium M, æquatio centri dicitur.

14 DEFINITIO.

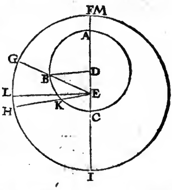
Deferentis semicirculus prior est arcus continuus 180 gr. à perigæo ad apogæum secundum successionem graduum interjectus; reliquus posterior.

15 DEFINITIO.

Apparens planeta est locus in quo constitutus videtur, cum tamen reipsa nō sit. Et motus apparens arcus, quem peragrare videtur, cum tamen non peragret.

Deferens

Deferens planetæ sit A B C, centrumque D, terra E, unde Ecliptica describatur F G H. cujus diameter F I per E D puncta trajecta secat deferentem in apogæo A, perigæo C. planetæ verò locus in deferente B, per quem acta E B penetret rectà in G. Iam cum B verus propriusque planetæ sit locus, tamen ex E terra inter affixa cœlo sidera in Ecliptica in puncto G consistere videbitur. ideoq; G punctũ apparens planetę locus, seu appares & verus planeta nominatur. si hinc ex B discedat, ut in K, perque id punctum agatur E K H, planeta qui verè propriéque peragrat arcum B K videbitur nobis hic



in terra pertransisse arcum G H, qui ejus motui B K dissimilis est: is autem arcus G H (pro quo quoque usurpare licet angulum B E K seu G E H) est planetæ motus apparens.

CONSECTARIUM.

Exemplo isto apparentis Planetæ, & motus apparentis in deferente, in promptu est similis ratio in epicyclo.

Itemque ex analogia vocum apparentis planetæ, apparentisque motus satis in promptu est ratio nominum, apparentis arcus, apogæi apparentis F, perigæi apparentis I, similiumque, quæ cum usus erit postea citabuntur.

16 DEFINITIO.

Medius planeta est punctum Zodiaci fictum eodem semper motu incedens, semperque apparenti apogæo junctum cum planeta verus epicyclo defectus, in sui deferentis apogæo: at si erit adfectus epicyclo, cum epicycli centrum in apogæo consistet. motusque ejus medius dicitur.

Dicis gratia, cum planeta in 15^ta definitionis diagrammate, propè apogæũ A consistet, erit fictum aliquod punctum, junctũ apparenti seu vero apogæo F, quod semper ὁμαλῶς æquabili feratur motu, ut cum verus planeta redierit ad apogæum A, post peractam integram conversionem, id punctũ redeat ad apparens apogæum, quod interea temporis conversionis gyrum quoque peregerit, atque insuper tantam partem, quantam apparens apogæum interim permearit. id, inquam, punctum, appellatione medii planetæ designatur, motusque ejus medius. verumenimverò ista quæ de integræ restitutionis veri planetæ spatio exposuimus, etiam in parte conversionis aliqua lucem exempli desidera-

desiderare videntur. Vt si verus planeta ab A mearit usque in B, planeta medius ex hypothesi interea arcum ipsi A B similem decurret, is esto F L (videlicet ut L eo sit loco, quò E L parallela fiat contra D B) atque insuper tantum adhuc, quantum apparentis apogæi motus interea adjiciet, quod esto ab M ad F. ut M L motus medius sit, tempore par veri planetæ cursu in deferente A B, & medius dicitor, quia istiusmodi æqualis motus inter citatum tardumque apparentem motum medius est.

Isto planetæ medii, mediique motus exemplo in deferente, similis ratio in epicyclo in promptu est. assumpto etenim epicycli centro loco planetæ omnia supra exposita ei ad amussim congruent.

17 DEFINITIO.

* πρόσθεσις. * Additio est spatium quo verus planeta in Zodiaco medium antevertere; * Diminutio contra quo ab eodem anteverti videtur. quæ utraq; composita voce prostaphæresis dicitur.

* ἀφαίρεσις.

Exemplum tale esto: in diagrapha 15 definitionis planeta verus ab A contenderit in B, apparenter verò in G; interim igitur planeta medius arcum F L, ipsi A B similem permeabit. his positis planeta verus in Zodiaco posterior videtur, quam medius L, intervallo arcus G L, ideoque hic arcus G L aphæresis diminutio (quia subducendus) dicitur. aphæresis autem ista semper in deferentis semicirculo priore accidit: contra cum tanto arcu antecedet additio, seu prosthesis dicetur. & utraque communi appellatione prostaphæresis.

Notato insuper tam angulum D B E, quam arcum G L aphæresin, seu subductionem planetæ dici; quia utriusque amplitudo eodem graduum numero definiatur. nam G L peripheria in quem angulus G E L insistit, ipsi D B E, propter parallelas B D E L, æqualis est.

Hactenus exemplum exhibuimus planetâ deferentem decurrente: sed si insuper epicyclum habeat gemina prostaphæresi afficitur: unâ à centro epicycli, estque similis, jam expositæ anomaliæ deferentis; alterâ à motu planetæ in epicyclo: & prostaphæresis, quæ ab hac gemina anomalia existit, generaliter prostaphæresis planetæ dicitur.

Majoris claritatis ergò in 7 definitionis diagrapha planeta in epicyclo fit in N, ubi præter aphæresin seu subductionem, quam ei affert epicycli sui centrum, prosthesin habet anguli B E N, qui reliquo temperatus (addendus enim cum erunt homogenei, demendus autem cum contra heterogenei, ut hic) dabit prostaphoresin planetæ.

Notato quoque numerum graduum arcus apogæi, qui est M K, aut perigæi I L; semper æquari prostaphæresi centri epicycli D B E. quia I L ex centro B decircinatus sit. ut hinc quoque æquatio centri dicta videatur. supra def. 13.

18 DEFINITIO.

Prima prostaphæresis est centri epicycli: secunda planetæ in epicyclo: æquata denique, quæ è primæ secundæque mixtura conflatur.

Planeta.

Planeta in deferente unicam prostaphæresin habet, quâ propter deferentis eccentricitatem afficitur. neque primæ secundæve aut æquatę prostaphæresis discrimine opus habet: sed hæc tota propria est planetarum in ępicyclis. ubi cum prima & secunda erunt prostheticæ earum summa erit prostaphæresis æquata: cōtra si utræq; sint subducendæ, seu aphæreticę, earū quoque summa prostaphęresis est ęquata: at cōtra cum una erit* subdicenda, altera* addenda differentia earum majori cognominis, harum prostaphæresis erit æquata. * prosthetica. * aphæretica.

19 DEFINITIO.

Quantum dato temporis intervallo planeta planetam antevertit motus distantiæ seu exsuperatio dicitur.

Temporis istius initium sæpe à conjunctione duarum planetarum numeratur; ut intervallum arcus apparentis à tardiore ad citatiorem in consequentia plerunque arcus distantiæ dicatur, qui tam in mediis planetarum locis, quam veris calculo indagatur.

20 DEFINITIO.

Duo luminosa mundi corpora in eandem Zodiaci apparentem longitudinem delati dicuntur conjuncti: at semicirculo disjuncti, dicuntur oppositi.

21 DEFINITIO.

Conjunctiones & oppositiones mediorum planetarum mediæ dicuntur.

22 DEFINITIO.

Ephemerides observationum sunt in quibus ordine ad singulos dies planetarum loca idoneis Mathematicis instrumentis observata notantur; adscripto insuper ipsorum inter ipsos mutuæ, & cum fixis cōjunctionis tempore, cæterisque accidentibus; cujus generis sunt eclipses; magnitudo, & plaga defectus; tempus incidentiæ, durationis, finis; & cætera id genus.

23 DEFINITIO.

Ephemerides calculo subductæ sunt, quæ ex Astronomica doctrina subducuntur, ubi ordine planetarum loca ad singulos dieis describuntur, quæ futuris deinceps temporibus

poribus occupaturi putantur, adſcriptis inſuper Solis & Lunæ eclipſibus cæteriſque accidentibus.

Hujus generis tabulæ publicatæ ſunt à *Ioanne Stoffler*o, *Eraſmo Renoldo, Leovitio, Stadio, Magino, Martino Everarto*, aliis.

24 DEFINITIO.

Planetæ tempus periodicum eſt ejus ad eundem ſui orbis terminum accurata obſervatione notata reſtitutio. unde motus celeritas ad datum tempus invenitur.

NOTA.

Zodiacus & æquinoctialis, cæteriſque orbes in 360 gradus tribuentur, veteri tamen in duodecim ſigna partitionis more neglecto: cujus rationes in appendicem motuum cœleſtium conjeci.

DISTIN-

DISTINCTIO PRIMA PRIMI LIBRI, DE MOTU SOLIS EX OBSERVATIONUM Ephemeridibus investigando.

Priusquam propriè & pressim de Solis motu dicere instituam, unicam propositionem & quidem catholicam, quæ sit de inventione motus planetarum in genere, primo loco præmittam.

I. PROPOSITIO.

Qua via planetarum cursus initio notatus & animadversus sit; quaque ratione nunc deinceps porrò in notitiam (si nulla haberetur) venire possit.

CUm artium cognitio penitior ab primis quasi incunabilis optimè derivetur, etiam in hac arte, quid à primis inventoribus in planetarum motus investigatione factitatum sit, aut quibus vestigiis ejus motus rationes & varietatem perquiri posse autumem, sententiam meam paucis exponam; & quî facilius exaudiar, nobilem hanc cœlestium orbium doctrinam geographico exemplo illustrabo. Enimverò, inquam, ut is qui regionem, quam nemo unquam in tabula depinxit, aut saltem cujus expressa imago ad manus ejus nunquam devenit, is inquam, si eam delineare cupiat, necesse habet regionem hanc αὐτόπτης lustrare, aut saltem certis & indubiis aliorū relationibus, qui ipsi loca illa lustrassent, auscultare: similiter qui planetarum cursus intelligere & describere animum induxit, is motum eorum vel ipsemet vidisse, vel è certis aliorum relationibus, qui istum experientia & observationibus edocti sint, cognovisse. Istud verò mare veteres illi Argonautæ summa industria sulcarunt. Nam cum cœlum, cœlique plagas diligentius scrutarentur, ex innumerabili cœlestium syderum numero quinque, præter Solem & Lunam, ab illis animadversa sunt, quorum cursus motusque vagus, & inconstans videretur, nunc incitatus, modo lenis, aliàs penè stabilis, denique etiam retrogradus. hac varietate permoti in causas ejus inquirere cœperunt, notantes indies loca eorum apparentia inter sydera cœlo affixa; item Lunæ eclipses, Solis labores; reliquaque id genus: ut sunt duratio eclipsis, magnitudo, plaga quam obscurata pars spectaret, longitudo, latitudo in ecliptica ad medium eclipsis tempus. denique ubinam locorum istorum observatio esset instituta. præterea ad rei accurationem non levis momenti erat tempus, quo planetæ fixarum alicui officere animadversi essent, cæterasque id genus φαινόμενα, ipsorumque etiam inter ipsos conjunctiones, & concursus annotare. Ex apparentibus seu visis planetarum locis, in dies videbant eos cum in longitudinem tum in latitudinem evagari, quæ in modum Ephemeridum concenturiabant, ipsorumq; pla-

netarum conjunctiones præterea annotabant. Vnde effectũ est, ut,dum ista ad posteritatem transderent, hi suas Ephemerides cum observatis majorum ephemeridibus componendo innumerabilem observationum seriem jungerent. In his plana erat ipsis via ut in singulorum planetarum cursum motumque inquirerent, cujus rei *Hipparcho, Ptolemæo,* posterisque parata fuisset copia, si ad eorum manus istæ devenissent.

Verùm postquam illæ evanuerunt, neque postea ullæ novæ, prout rei accuratio & dignitas postulat,confectæ sint, alias ex calculo deductas & typis divulgatas, cujusmodi sunt ephemerides *Stadii,* illarum loco sufficiam, quamvis harum calculus ad tempus æquale subductus sit, cum ephemerides experientiæ quotidianæ ad inæquale & naturale instituantur. præterea licet à veritate non nihil diffideant,partim ob errorem, cui arithmetica numerorum varietas obnoxia est; partim quod cœlestium motuum scientia hoc sæculo in lubrico versetur; tamen exempli, & dicis gratia usurpare licebit, ut solummodo animi mei sententiam explicem, quæ est ut doceam, qua ratione verisimile sit initio animadversum esse, planetas in eccentricis curriculum suum decurrere; atque nonnullos insuper in epicyclis quoque rotari. secundo quomodo medii planetarum motus, nec non apogæorum & perigæorum in epicyclis apparens longitudo secundum eclipticam hinc inveniantur.

Deinde, cum jam planetarum cursus & motus rudi quidem Minervâ, attamen planè & intelligenter, à nobis erit expressus, tum secundo deinceps libro, reliquisque paulo pressius de his edisseram, remque mathematicis rationibus,secundum ordinem,quem in Cœlestium motuum Breviario proposui, explicare instituam. Nam ista statim ab principio secundum monumenta quę ab *Hipparcho* & *Ptolemæo* ad nostram usque ætatem propagata sunt (pro quibus illis grates debemus gratias) investigare; scilicet mathematico ratiocinio ex unius planetæ observatis tribus apparentibus secundum eclipticæ longitudinem locis, non videntur primis hujus artis incunabulis satis consentanea: sed aliis initiis videtur primulum propagata, unde innotesceret,quarumnam rerum observationes ad cœlestis motus scientiam profuturæ essent; postmodum verò ad majorem accurationem, & certiorem πίςωσιν mathematicus epilogismus illi ex abundanti adjectus esse: quem ordinem iis describendis sequar, ubi res ipsa ex observationũ ephemeridibus percepta erit. Nõ negligendum autem arbitror terram prima fronte immotam videri: ideoque nos quoq; (quia prima initia ista hypothesi animadversa sint, hæcque ratio commodior, & ἀπαγωγῇ convenientior sit) iisdem vestigiis instituros,& primo secundoque libro tali filo omnem doctrinam deducturos: at tertio deinceps hypothesin naturæ rerum consentaneam explicaturos, terram volventes.

Prisca rerum cœlestium doctrina, qualem quidem ad se allatam *Ptolomæus* testatur, erat simplicissima; Lunæ enim, perinde ut Soli, eccentricum solum, reliquis verò eccẽtricum cum epicyclo assignarat. *Ptolomæus* autem, postquam istas hypotheses non satis arctè cum observationibus consentire judicaret,alias ex ingenio suo depromptas cum veterum hypothesibus commiscuit, inque unam massam conflavit: similem quoque mixtionem *Copernicus* in Terræ motu usurpavit. Verum miscellaneis istis vestigiis insistere non est animus; sed primarum hypothesium modum duntaxat explicare, ut ita nuda & simplex nobis ob oculos versetur, qualis scilicet ad *Ptolomæum* allata est. De reliquis autem postmodum confictis anomaliis, utpote obscuris, & à natura, & à veritate alienis, peculiari tractatu edisseram, ut his studiis initiato

facilius

facilius appareat quidnam potiſſimum in Aſtronomiæ reſtauratione quæratur, atque ita minus lubricâ viâ faciliores felicioreſque theoriæ inveniri poſſint. Nam hæc via mihi cómodiſſima videtur, ut breviſſimè & perſpicuè ILLVSTRISSIMO PRINCIPI explicem ea, quæ de Planetarum motu cognita, & perſpecta habeo; utque clariſſimè demonſtrem quam neceſſariæ ſint ephemerides obſervationum; & ſiderum obſervatores quanto ſint uſui: ut ſic eò caput tandem extollamus, quò eruditi ſeculi homines ſe erexerant.

NOTA.

Antequam ulterius tendo id monere neceſſe habeo, me non in eo laborare ut accurate, & ad amuſſim planetarum loca futuris deinceps annis certò definiam, ſed tantum ut eorum motus rationem expendam, idque exemplis iſti negotio maximè idoneis: ſive verâ, ſeu ſecus ea ſint. namque tota hæc doctrina ob ignotam ſecundam anomaliam, necdum ſtabili ſatis fundamēto innixa eſt, ſed novum & magis certum poſtulat: quod non ita in proclivi fuerit, partim quia nulla gens eſt, quæ tota lingua ſibi vernacula ſciētiam hanc exerceat, atque ideo tot navi & induſtrii ſyderū obſervatores invenire nequeant, quot res ipſa deſiderat, quemadmodum in ſcholio primæ prop. 1 lib. Geographiæ fuſius expoſuimus: partim etiam quod emendatio iſta non exiguo tempore opus habeat. Hæc inquam, veſtigia ſunt, quibus priſcos illos Planetarum motus rationem indagaſſe credam; eodemque curſu, iiſdemque veſtigiis denuo (etiamſi ea funditus interiiſſet) vel ſuſcitari, vel reſtaurari poſſe autumem.

2 PROPOSITIO.

Ex obſervationum ephemeridibus anni naturalis quantitatem inveſtigare.

Meritò ab inveſtigatione quantitatis anni naturalis ordiundū: certo enim, & circumſcripto temporis intervallo opus eſt, quo planetarū motus tanquam expreſſa menſura dimetiamur. Quamobrem, ut in rem præſentem veniamus, quî ſequentia commodius intelligantur, *Stadii* aut alterius ephemeridibus ad hanc rem opus eſt, quaſque tanquam obſervationum, experientia conſignatę, & ita digeſtæ eſſent uſurpemus, ſecus enim me explicare cōmodè vix queam. In his annum aliquem, verbi gratia primum, qui eſt 1554 à partu ſalatifero, & meridiem quo Sol ſectioni vernæ eſſet proximus inquiro: eum Martii die 11 deprehendo, tum enim 359 gr. 59 ① tenebat, qui 1 ① ab ſectione verna abſiſtunt. ſimiliter anno ſequente 1555 eundem 359 grad. 59 ① die 11 menſis Martii hora 5 36 ① tenere animadverto, enimverò ipſo meridie 359 gr. 45 ① habet, ut iſtud ſpatium temporis adhuc deſit, quo Sol 14 ① peragrat. ad cujus inveſtigationem deprehendo ex ephemeride Solem uno die 1 grad. id eſt 60 ① iſtic proficere. itaque dicam 60 ① peragrantur horis 24, itaque 14 ① quanto tempore peragrabuntur? efficientur ut diximus 5 horæ 36 ①. Et 11^{us} dies Martii 1554, ab 11^{mo} Martii anni ſequentis 1555 abeſt diebus 365. ideoque annus ſecundum iſtam rationem 365 dies 5 horas 36 ① complectetur.

Hoc primum unius converſionis calculo expreſſimus, ut res illuſtrior eſſet, & perceptu facilior: quia verò plures continuæ converſiones certius eum nobis definient (nam mille annis unius horæ error, ſingulis $\frac{1}{1000}$ erroris tribuit: & contra in uno anno unius horæ error, mille annis 1000 horarum, id eſt, ferè

sex septimanarum errorem inducit) tot annos ad eam rem assumemus, quot istis ephemeridibus continentur. quæram igitur novissimo anno, qui est 1606, quandonam Sol 359 gr. 59 ① obtineat, cujus tempus 10^{um} Martii horamq; 11 47 ① 48 ② reperio nam ipso meridie Sol 359 grad. 30 ① tenebat, ut spatium temporis quo Sol 29 ① percurrerit, adhuc desiderentur. iumque ex analogia motus diurni (qui tum ex ephemeride datur 59 ①) ita concludo. 59 ① dant 24: ergo suprascripta 29 ① quid dabunt? Cõcludes ut supra expressimus 11 horas 47 ① 48 ②. atqui ab 11 Martii anni 1554, ad anni 1606 mensis Martii 10 diem 11 horam 47 ① 48 ②, absolutæ sunt 52 cõversiones, quas Sol cõfecit 18992 diebus 11 horis 47 ① 48 ②. Nam 52 anni per 365 dies multiplicati dant 18980, unde 1 dies deducendus est, quia ab 11 Martii exordium sumpsimus & in 10 desiimus, ut reliqui sint 18979, huc rursum (ob 13 annos intercalares) 13 dies qui 6 Kal. Mart. intercalantur additi, dabunt summam dierum 18992. Quæ cum ita sint, ita concludam. 52 conversiones perficiuntur 18992 diebus 11 horis 47 ① 48 ②: itaque una conversio quanta erit? concludes 365 dies 5 hor. 45 ① 55 ②, pro optata anni (secundum hunc calculum) quantitate. Atque is modus est quo ex ephemeridibus observationum naturalis anni quantitas investigetur.

3 PROPOSITIO.

Solis motum medium ad datum tempus investigare.

1 NOTA.

Secunda propositione anni quantitatem 365 diebus, horis 5, 45 ① 55 ① circumscripsimus: unde novi medii modus canones institui possint: sed quia id mihi operosum esset, atque ista anni definitio non nihil lubrica sit, idque ipsum exemplum dicis gratia duntaxat, ob causas 1 propositione pressius expositas, proponatur, huic labori supersedere est animus: quin potius anni quãtitatem, & canones inde derivatos à *Ptolomæo* mutuabitur. Annum igitur *Ptolomæus* secundum viam suprascriptam invenit 365 dierum 5 horarum 55 ① 12 ②, quæ ad diei sexagesimas partes revocata efficient 365 dies 14 ① 48 ②, seu quod idem sit 365 $\frac{14}{48}$.

Non secus in cæteris planetis *Ptolemæi* medii motus Canoniis utemur potius, quam ut ipsi novos ex lubrico & instabili exordio deducamus.

DATUM. Spatium diei unius. QUÆRITUR Solis medius motus eo tempore. CONSTRUCTIO. Cum 365$\frac{14}{48}$ diebus Sol peragret 360 gr. per priorem hujus propositionis annotatiunculam, quantum igitur cõficiet 1 die? Concludes motum diurnum 59 ① 8.17.13.12.31.

2 NOTA.

Quomodo Solis medius motus uno die per proportionem investigandus sit, proposito exemplo planè satis expressimus. unde simili analogia ad quodvis datum tempus solis motus concludi possit. quæ via tamen, cum crebrius usurpanda, tœdiosa est: ideo Canones in hunc usum substituuntur, unde ad quodvis datum tempus motus facili compendio explicetur. quorum fabricam deinceps describam, ut sequitur.

FABRI-

FABRICA CANONIS * MEDII MOTUS SOLIS.

* [illegible]

SI motus diurni, seu 24 horarum 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.
Sumas $\frac{1}{24}$, motus is erit horarius 2 ① 27. 50. 43. 3. 1.
Is duplicatus dabit motum 2 horarum 4 ①. 55. 41. 26. 6. 2.
Atque isto deinceps ordine continuo horario motu addito 23 horarum motus existet, inde diurnus, hinc bidui, hinc anni & tandem addendo ad 810 Ægyptiacos adscendetur, quemadmodum in canone expressum vides.

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	53	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	4	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
Dies.							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	59	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥	Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	45	21	8	35	270	294	21	24	5	8	37	30
2	359	30	49	30	42	17	10	288	285	5[illegible]	49	41	29	12	0
3	359	16	14	16	3	25	45	306	285	36	15	17	49	46	30
4	359	1	39	1	24	34	0	324	281	13	40	45	10	21	0
5	358	47	3	46	45	42	35	342	276	51	6	30	30	55	30
6	358	32	28	32	6	51	30	360	272	28	32	6	51	30	0
7	358	17	53	17	28	0	5	378	268	5	57	43	12	4	30
8	358	3	18	2	49	8	40	396	263	43	23	19	32	39	0
9	357	48	42	48	10	17	15	414	259	20	48	55	53	13	30
10	357	34	7	33	31	25	50	432	254	58	14	32	13	48	0
11	357	19	32	18	52	34	25	450	250	35	40	8	34	22	30
12	357	4	57	4	13	42	0	468	246	13	5	44	54	57	0
13	356	50	21	49	34	51	35	486	241	50	31	21	15	31	30
14	356	35	46	34	56	0	10	504	237	27	56	57	36	6	0
15	356	21	11	20	17	8	45	522	233	5	22	33	56	40	30
16	356	6	36	5	38	17	20	540	228	42	48	10	17	15	0
17	355	52	0	50	59	25	55	558	224	20	13	46	37	49	30
18	355	37	25	36	29	34	30	576	219	57	39	22	58	24	0
36	351	14	51	12	41	9	0	594	215	35	4	59	18	58	30
54	346	52	16	49	1	43	30	612	211	12	30	35	39	33	0
72	342	29	42	25	22	18	0	630	206	49	56	12	0	7	30
90	338	7	8	1	42	52	30	648	202	27	21	48	20	42	0
108	333	44	33	38	3	27	0	666	198	4	47	24	41	16	30
126	329	21	59	14	24	1	30	684	193	42	13	1	1	51	0
144	324	59	24	50	44	36	0	702	189	19	38	37	22	25	30
162	320	36	50	27	5	10	30	720	184	57	4	13	42	50	0
180	316	14	16	3	25	45	0	738	180	34	29	50	3	34	30
198	311	51	41	39	46	19	30	756	176	11	55	26	24	9	0
216	307	29	7	16	6	54	0	774	171	49	21	2	44	43	30
234	303	6	32	52	27	28	30	792	167	26	46	59	5	18	0
252	298	43	58	28	48	3	0	810	163	4	12	15	25	52	30

VSVS CANONIS.

Postuletur ipsius Solis motus, quem medium vocant, in 879 annis Ægyptiacis, 66 diebus, 2 horis. CONSTRVCTIO. Si canon expositus nobis 879 annos 66 dies 2 horas, & eorum motum è directo uno fasce exhiberet, tes factione non indigeret: nunc autem ille numerus per suas partes nobis investigandus est: itaque ex annorum canonio eos sumes qui proxime ad expositos accedunt, qui sunt 810, quos cum medio motu ad ② usque describes (hæc enim in usu satis sunt) reliqua verò illa minutiora minuta non usui, sed canonum fabricæ inserviunt (quod explanatius mox in cautela fabricæ demonstrabo) eo ordine qualem hic vides.

810 anni. 163 gr. 4. 12.

Anni igitur 69 nobis hic desiderantur, quos partior (quamvis id liberum sit) in 54 & 15: porrò dies in 60 & 6, & horas 2. quibus ordine descriptis, & homogeneis motuum numeris inter se additis operis facies talis erit.

810 anni.	163 gr.	4.	12.
54 anni.	146 gr.	52.	17.
15 anni.	356 gr.	21.	11.
60 dies.	59 gr.	8.	17.
6 dies.	5 gr.	54.	50.
2 horæ.	0 gr.	4.	56.
	931 gr.	25.	43.

Ex summa 931 grad. si quas habet integras periodos rejicito, quarum singulæ 360 grad. taxantur. ita hic post sublatas duas periodos relinquuntur 211 grad. quibus si annumeres ipsa minuta, habes 211 grad. 25 ① 43 ②. & neglectis 43. ② erit optatus dati temporis motus 211 gr. 26 ② proximè. Is igitur modus est canones medii motus Solis condendi, & usurpandi.

CAVTIVNCVLA AD CANONIS FABRICAM.

Non est negligendum canonis incrementum, cum ultra dies excrescet, vel additione vel multiplicatione, non autem divisione subductioneve condi & explicari: dicis gratiâ si motus 18 annorum qui est 168 grad. 49. 52. 9. 9. 45. 0. sit cognitus, inde quater 18 hoc est 72 annorum motum legittimum investigabis: multiplicato enim motu exposito per 4, existet (rejectis integris periodis) 315 grad. 9. 28. 36. 0. 0. quæ multiplicationis via, ut supra diximus, legittima est. Atqui si alicunde nobis 72 annorum motus prius innotuisset, atque inde contrariâ divisionis viâ motus 18 annorum investigandus foret, labor omnis irritus esset; namque istius quadrans motum 18 annorum neutiquam tibi restitueret: cujus causa tamen haud obscura est: quia in multiplicatione integræ periodi exemptæ sint, quæ priusquam divisionem legittimam inire possis rursum addendæ essent: itaque cum istę ignorantur divisionis opus lubricum est. Præterea partes dierum, aut etiam anni unius ex divisione nihil vitii accipere indidem manifestum est, quia infra integras periodos subsistunt.

Porrò

Porrò cum particularum quæ ① minores sint, utpote ②, ③ & cæterarum, in observationum experientia aut per exiguum, aut nullum discrimen animadvertere sit (quemadmodum suo loco enucleatius explicavimus) mirum videatur, cur motum hunc Solis in canoniis ad ⑥ usque deduxerimus: & cur non satis sit Solis motum diurnum 59 ① duntaxat definivisse, neglecta reliquorum scrupulorum appendice: aut cur in ⑥ subsistamus, nec ultra ad minores scrupulorum partes progressi simus. causa ex antecedentibus non obscura est. Nam cum veteres in animo haberent Canonem 810 annorum condere, qui complectuntur dies 295650, hujus autem conversionis numerus ex diurni motus additione componatur (nam singulis canoniis numeros per proportionis regulam, quod in unius diei motu supra fecimus semper investiganti, ad ④ descendere abundè satis fuerit: verum laborem istum, quia operosus est, libentissimè declinamus) efficitur ut neglectis ② (quę in motu diurno 8 insunt ultra 59 ①) error inducatur 295650 secundorum octies, quæ summam 657 gr. excedunt. Ideoque canonem motus solaris in ① claudere, ob hanc causam, importunum fuerit. simili ratione facile erit animadvertere eum nec in ②, ③ aut ④ terminari debere. enimvero si in ④ exspiret canonis numerus, atque ⑤ aliquot vel desint, vel supersint, longa annorum serie vitium hoc in ipsa ③ redundaret: nam 30 ⑤ cum 295650 multiplicata 40 ④ errorem inducunt: qui, si longior sit temporis series, denique etiam ad ipsa ① penetraret. atque adeò, ut de ① hîc certi sumus & securi, ⑤ ipsa in canonis ordinatione neutiquam nobis sunt negligenda. verum ut omnino indubius sit epilogismus iste, & Solis motus etiam ultra 810 annos bene accuratè computari possit, veteres non frustra ad ⑥ abaci hujus epilogismum deduxerunt: neque vicissim temere aut inconsultò hic gradum stitisse videri debent, quippe cum ratio ipsa convincat cætera illa nulli bono esse.

NOTA.

Eâdem viâ & ratione, quâ hic è diurno solis motu canonem ipsum fabricavimus, in cæteris quoq; planetis, eorumq; orbibus, ex unius diei motu reliqui temporis motum colligemus, & canones concenturiabimus. cumque illorum & fabrica & usus hujus modo nō absimilis sit, ab hoc labore illic supersedebimus. deniq; etiam memineris animadversiunculam hanc in illis quoque locum habere.

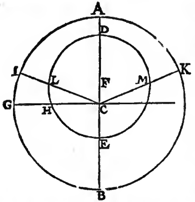
4 PROPOSITIO.

Ex observationum ephemeridibus solaris apogæi & perigæi eccentrici longitudinem in Zodiaco invenire.

Si ephemerides *Stadii*, quas tanquam ex observationibus derivatas fingimus (ejus enim causam supra explicuimus) diligentiùs excurias, in vero Solis motu anomaliam, seu inæqualitatem quandam deprehendes: ut quandoque diurni motus curriculi 3, aut etiam quatuor minutis inter se distent: deinde etiam quotannis propter Iunii medium quàm lentissimum esse, ut in singulos dies 57 ① duntaxat promoveat. Diceis gratiâ, 15 Iunii anno 1555 deprehendo Solem in 92 gr. 39 ①, postridie autem, qui est 16, in 93 gr. 36 ①, ut diurno motu à 15 ad 16 Iunii promoverit 57 ①. & tantundem quoque à 15 ad 16 Junii annis subsequentibus peragrat. Vicissim circa medium Decembrem singulis annis velocissimè commovetur, videlicet 1 gr. 1 ①. Cumque ista quot-

annis

annis eodem modo eveniant, merito primis harum rerum scrutatoribus cogitationem injecerunt Solem in circulo decurrere, cujus centrum à terra diversum sit. quæ ut exemplo clarius intelligantur, esto A B ecliptica, cujus centrum, quæ terra est, sit C; D E circulus Solem deferens, ejusque centrũ F; apogæum D, perigæum F; hinc à C ad eclipticam usque in G continuetur C G perpendicularis in A B, & Solis deferentem incidens in H. Quibus positis, facile apparet cur Sol in orbis sui curriculo circumactus, plus quadrante, atque in ecliptica apparenter ab A ad G quadrãtem duntaxat: &



vicissim in deferente suo ab H ad E minus quadrante, inque ecliptica à G ad B verè seu apparenter circuli tantum quadrantem permearit: pariterque jam consta tcut Sol in peripheriis æqualibus A G, G B vero motu inæquale temporis spatium consumat; hoc est, plus temporis collocet ab D in H, qui apparenti motu A G respondet; quam ab H in E, qui apparenti motui G B congruit. verum in semiperipheriis apparentibus A G B, B K A, & eccentrici semiperipheriis D H E, E M D, quomodocunque mutuò inter se cõferantur pari tempore commoretur. unde efficitur Solem in apogæo D medium tardi motus sui locum, contráque in perigæo E medium citati motus tenere. Verum ut medium id, quod nobis ad investigandum proposuimus certa ratione modóque scrutemur, pauca hæc, quæ sequuntur, ante rem dicere necesse habeo. In ecliptica notentur duo puncta I, K, pari intervallo distantia ab apogæo A. hinc rectæ dicta puncta & mundi centrum connectentes C I C K incidant eccentricum in L & M. quibus positis, certum est, quemadmodum arcus veri motus A I hinc, æqualis sit arcui veri motus A K illinc; ita Solis in suo differente motus D L, D M utrimque ab apogæo æquales esse. & consequenter omnes motus veri arcus utrimque ab apogæo æquales, duos deferentis æquales arcus utrimque ab D deposcere. Vnde efficitur, ut invento in observationum ephemeridibus loco, unde utrimque æqualia spatia æquali tempore peraguntur, eum esse apparentem seu verum Solis apogæum.

Cæterum investigatio ejus ita ferè instituitur. Iunium mensem (quo motus ubique tardissimus animadvertitur) anni 1554 eligito, ibique quorundam dierum periculum facito, quos proxime ad Solis tardissimum motũ accedere animadvertes. verbi gratia, diei 10^mi, ubi Sol in 88 gr. 2 ☉ deprehenditur; verum tertium ante mensem, id est 10 Martii gradum tenebat 359, ut hujus peripheriæ intervallum sit 89 gr. 2 ☉. & porrò tertium post mensem à 10 Iunii, qui est 10 Septembris, cum Sol 176. gr. 39 ☉ obtinet peripheria di-

stantiæ

ſtantiæ erit 88 gr. 37 ①, quæ ipſis 88 gr. 2 ① inæqualis eſt. itaque apogæi locus in 88 grad. 2 ① quæ ipſis non erit ſtatuendus.

Quamobrem alterum locum quoque tentabo: qui eſto 15 Iunii, cum Sol in 92 gr. 49 ① verſatur. arcus trimeſtris præcedentis eſt 68 gr. 53 ①, & ſequentis 88 gr. 46 ①, qui rurſum inæquales ſunt, poſteriorque priore minor, ut in priori exemplo, arguit nobis ulterius porrò Iunium tentandum. eligatur itaque dies 19 cum Sol obtinet 96 gr. 39 ①, arcus trimeſtris præcedentis 88 gr. 46 ①, ſequentis autem 88 gr. 55 ①. his rurſum inæqualibus inter ſe, poſteriore priorem ſuperante, indicum erit in Iunium ultra quam par ſit me ingreſſum, retroque recedendum. jam igitur dies eligatur 16, & Solis locus in 93 grad. 46 ①. hic trimeſtri antecedente Sol peragraret 88 gr. 51 ①, conſequente autem 88 gr. 48 ①. verum neque hæc uſquequaq; quadrant. Itaque ad 16 diem, & gradum 93 46 ① me conferam, & prior quidem trimeſtris arcus deprehendetur 88 gr. 51 ①, poſterior verò 88 gr. 48 ①. ut nunc inductione hac comprobarim apogæum inter 93 gr. 46 ① & 94 grad. 43 ① intercidere, atqui ut propius etiam ad rem accedam, video noviſſimum arcum ad diem 16 Iunii, minorem eſſe juſto, & contra ad diem 17 juſto eſſe majorem. unde efficitur optatum locum inter utrumque intercidere, videlicet in 16 Iunii cum horis aliquot. quamobrem ut hæc accuratius inveſtigem, primò ſumam 16 Iunii cum horis 12: hinc, ſi non congruat, etiam alibi experiar, verbi gratia die 16 & hora inſuper 16 Sole jam 94 gr. 24 ① obtinente: ubi prior arcus invenietur 88 gr. 49 ①, poſterior autem 88 gr. 49 ① 20 ②, qui pauxillum inter ſe diſtant, (ſi qui verò majorem accurationem exiget, etiam horarum particulas in conſilium adhibeat.) Itaque jam inventum 94 grad. 24 ①, tanquam veri ſeu apparentis apogæi in Zodiaco locum aſſumo. huic additis 180 grad. exiſtet perigæi locus :: 274 grad. 24 ①.

Notato *Copernicum* ſuo ævo apogæo aſſignaſſe 96 gr. 40 ①. Sed noſter ille locus ex ephemeridum numeris, quos ſecuti ſumus, ita inventus eſto.

Præter hunc etiam modus alter eſt, qui priori tanquam δοκιμασία ſuccenturiari poteſt. cujus rationem deinceps exponam, ut ſequitur.

Tetigimus ſupra, Solem vero ſeu apparenti motu in utroque ſemicirculo AGB, BKA æquale temporis ſpatium commorari. cui conſequens eſt ſi in ephemeridibus duo apparentes Solis loci inveniantur 180 gr. inter ſe diſſidentes, in quorum utroque Sol par ſpatium temporis commoretur, alterum eorum ſemicirculorum terminum eſſe apogæum, reliquum perigæum. Vt igitur hac via apogæum inveſtigem ad 180 gr. addam ſupraſcriptos 94 gr. 24 ① apogæi veri, efficiunturq; ut ſupra dixi 274 gr. 24 ① pro perigæo vero. deinde in ephemeridibus tempus quo Sol eum locum vere obtinuerit inquiro. idque eodē anno 1554 menſe Decembri fuiſſe comperio die 16 hora 8,16 ①. Si igitur ſpatium temporis horum 180 gr. à 16 Iunii 16 horis, ad 16 Decembris 8 hor. 16 ① æquale & par foret tempori motus ſemicirculi reliqui: vel ut clarius dicam, ſi is motus eſſet ſemeſtris, qui eſt 182 dierum 14 horarum 58 ①, inventus apogæi locus foret verus. ſed à 16 Iunii 16 horis, ad 16 Decembris 8 hor. 16 ① interſunt 182 dies 16 horæ 16 ①. quæ cum 1 hora 18 ① duntaxat redundent, haud longule iſtinc aberit apogæum. Verum ut propius ſcopū accedam idem alio loco tentabo, aſſumpto loco Solis ad 18 Iunii, qui erat 95 grad. 41 ①, cum quo epilogiſmi filum deduco, ut prius, & hujus ſemicirculi motum o horis 25 ① deficere animadverto. ut hine apogæum inter 94 gr. 24 ①, & 95 gr. 41 ① interjacere deprehendatur. Verumenimvero ut etiamnum penitius in rem ingrediar,

grediar, idem rursum loco inter ea intermedio experiar, qui fit 17 die 13 hora Iunii, quo tempore ephemerides Solis locum suggerunt 95 gr. 14 ①. unde semicirculi motum o hor. 2 ① duntaxat deficere deprehendo. quæ cum vero proxima sint, pro ipsis veris usurpabo: ut hac ratione apogæum in 95 gr. 14 ① (quod priore via in 94 gr. 34 ① inveniebatur) versari deprehendatur, quorum differentia est 50 ①. quæ hoc loco parvi momenti sunt, eque minus perfectis ephemeridum abacis existunt.

CONSECTARIUM.

Perinde atque hic arcus trimestris motus utrimque æquales arguuntur, cæteri quoque (modo ephemerides vitio careant) similes omnino utrimque æquales esse debebunt. Exemplum. Ante mensem, id est 31 dies, & totidem post 17 Iunii anni 1554 Sol proximè utrimque ab apogæo pari intervallo aberat, videlicet hinc 29 gr. 37 ①, illinc vero 29 grad. 39 ①. sic item secundo mense id est 61 dierum intervallo, hinc 58 gr. 31 ①, illinc verò 58 grad. 33 ① aberat. Ista igitur quæ hic subest 2 ① discrepantia manifestò ex ephemeridum vitio exoritur. sed si alium terminum assumas differentia nimis quam insignis existere posset: verbi gratia, ad 14 Septembris anni 1554. Solis locus fuit 180 gr. 36 ①, ut mensem ante tertium vero motu 3 gr. 5 ① minus confecerit, quam post menses totidem. nam 14 Iunii qui tribus mensibus hoc est 92 diebus antecedunt, tenuit 91 grad. 51 ①. sed 92 diebus post 14 Septembris, videlicet 15 Decembris obtinuit 273 gr. 2 ①. prior igitur motus verus, qui valet 89 gr. 21 ①, posteriore, qui est 92 grad. 26 ①, minor est 3 grad. 5 ①.

NOTA.

Dixeram me rationem ejus daturum, quod statuerim temporis intervallum, quo Sol quadrante ab apogæo abest certius id arguere, quam si vel propius vel remotius spatium assumatur. Etenim ut id nunc agam, exemplum tale ob oculos ponam. Martii 12 anno 1555 Sol o grad. 45 ① tenebat, at tertium ante mensem videlicet dies 90 (quamvis si exactus anni quadrans assumeretur certius id ostenderet, hoc ipso tamen exemplo clare satis me explicabo) 3 grad. 7 ① motu apparenti plus profecerat, quam totidem menses post. magnam hanc differentiam, plus certitudinis inducere quam minorem aliquam, quæ 180 gr. 36 ① ab apparenti apogæo distet, ex suprascripta temporis sumptione animadvertitur, quo Sol quadrantem circuli peragrat, nam si (verbi gratia) 2 duntaxat dies ante & post 14 Septembris sumpsissemus, motum horum arcuum æqualem omnino haberemus. quorum singuli haberent 1 gr. 58 ①, neque inde utrum prope apogæum simus nec ne constare posset. Iam arcus qui plus quadrante ab apogæo discedunt ideo nocent, quod prope nimis ad perigæum accedant. ibique eandem ob causam, quà prope apogæum importuni sunt.

Et hoc insuper notandum venit. quod quamvis id tempus assumendū dixerimus cum Sol quadrante aberit à perigæo, non ideo id astringamus unius anni quadranti, sed ad quodvis tempus extendamus, quo Sol eodem loci restituitur, etiamsi is sit unus pluresve integri anni, dummodo quadrantis appendicula ei adhæreat. & sic ab altera parte tres quadrantes cum anno annisve Solem eo deducentibus. quibus temporibus Sol perpetuo à perigæo quadrantem abest, nisi quod interim apogæum pauxillum quid promoveatur, verum is motus in pauculis annis haudquaquam ullius momenti est.

Præterea, quæ hic de motu Solis notata sunt, etiam reliquis planetis compe-

tere

tere noris; nam in illorũ perigæi Investigatione rutissime operabere, assumpto tempore quo planeta quadrantem ab apogæo suo aberit. Atque ita ex ephemeridibus observationum apparentem seu verum apogæi & perigæi deferentis solaris in Zodiaco longitudinem eruimus.

5. PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus motus apogæi eccentrici Solis investigetur.

Inveneris per 4 propositionis præcepta longitudinem apogæi anno 1554 in 94 gr. 24 ①. similiter eandem investigaris aliquo annorum sequentium, ut puta 1594 in 97 gr. 53 ① ad diem Iunii 20. nam tribus ante hunc diem mensibus obtinebat 9 gr. atque tertium post mensem erat in 186 gr. 46 ①. quorũ distantia utrimque ab apogæo par est 88 grad. 55 ①, ut ab anno 1554 ad 1594, quorum intervallum est annorum 40, secundum hasce ephemerides motus quæsitus sit 3 gr. 29 ① tantum enim interest inter 94 gr. 24 ① & 97 gr. 53 ①. Vnde in procinctu est ad datum quodvis tempus apogæi motum eruere. Nam si annuus ejusdem motus postuletur sic agam. 40 anni promovent apogæum 3 gr. 29 ①: itaque singuli anni quid dabunt? concludes 5 ① 13 ②.

Non negligendum arbitror *Stadio* in harum ephemeridum epilogismo errorem obrepsisse. veruntamen exempli loco esse potest, ut modus & via saltem pateſcat, quâ in aliis, & quidem minus dubiis observationibus insistendum sit: atque ut propius scopum collimemus, non ineptum fuerit observationes jam olim ante multa secula institutas adhibere: sic si eam sumamus, quam *Ptolomæus* 4 cap. 3 libri annotavit, quæ instituta fuit anno 463 ab obitu *Alexandri Magni*, quo tempore Solis apogæum in 65 gr. 30 ① eclipticæ à se notatum ait (& quamvis ejus vestigia secutus tantundem invenerim, tamen dicis gratia ejus autoritas usurpetur) secunda observatio esto in 97 grad. 53. ① 20 Iunii anno 1594. qui absunt à morte *Alexandri* 1918 annis. Itaque apogæum annis 1455 promotum est 32 gr. 23 ①: nam tanto numero minor est 65 grad. 30 ① quam 97 gr. 53 ①. si hinc motum dati temporis eruere expetas, secundũ proportionem ita concludes. 1455 anni dant 32 grad. 23 ①. itaque 1 quid dabit? concludes 1 ① 20 ②. atq; hunc novissimũ 1 ① 20 ①. (pro priore 5 ① 20 ② quem inveneram supra secundũ Stadium) numerum, in exemplis consequentibus tanquam saniorem minusque vitiosum, si quando hujus motus mentio erit, usurpabo. Atque ita ex ephemeridibus observationum Solis apogæum erutum esto.

6. PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Solis in deferente suo motus inveniatur.

Apogæum deferentis singulis annis 1 ① 20 ② in antecedentia commoveri è 5 propositione perspicitur, qui de medio motu Solis annuo 359 gr. 45 deductus, relinquit optatum Solis in deferente motum annuum Ægyptiacum 359 gr. 43 ① 40 ②. Atque ita consimiliter cujusvis temporis motus investigandus est.

DEMONSTRATIO. Cum enim Sol in ecliptica apparenter integram converſionem peragat, atque interea temporis ipſe deferens 1 ① 20 ② promoverit, neceſſe eſt Solem in deferente ſuo tanto minus progreſſum.

Hic igitur modus eſt, quo Solis in deferente motus ex obſervationũ ephemeridibus eruuntur.

7 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus declinatio deferentis ab æquatore inveniatur.

Solis in ſingulos dies declinationem apparentem, in his ephemeridibus è regione ſuę longitudinis expreſsè annotatam non habemus, quę tamen certa via è peculiari tabella erui ſolet. Attamen ſi ea diſertè ſuis locis annotata foret, quemadmodum in iis ephemeridibus, quę ab ipſis obſervationibus derivatę ſunt (quod jam quoque doctrinę ergò animo effingere licet) factitatum eſt, maximam latitudinem quotannis bis inveniremus: alteram circa 12 Iunii Septentrionalem, auſtrinam alteram propter 12^{m} Decembris: eamq; in his ipſis ephemeridibus, ſecundum placita *Copernici* 23 gr. 28 ①. Præterea ſi accuratius adhuc conſideres, animadvertes id fieri Sole 90 gr. apparenter à verna ſectione diſſito. Vnde concludere eſt eclipticæ declinationem eſſe 23 gr. 28 ①, nam tantus latitudinis arcus 90 gradib. à nodo diſtans, ejus anguli amplitudinem metitur: quod è ſphæricis triangulis perſpicere eſt. Itaque ex obſervationum ephemeridibus eclipticę ab æquinoctiali declinationẽ quoque eruimus.

8 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus, ephemerides calculo ſubductæ in futura tempora deriventur.

Si in *Stadii* ephemeridibus (quas, ut ſupra preſſius dixi, tanquam obſervationibus annotatas fingimus) apparentes reſtitutiones locorum Solis indages, ut de locis ejus in tempus futurum, ex præterito judicium fiat, animadvertes quarto quoque anno Solem iiſdem diebus, eandem in ecliptica longitudinem proximè obtinere. Dicis gratia Kalendis Ianuariis anno 1554 Sol habuit 290 gr. 36 ①. hinc annum poſt quartum, qui erat 1558 ſimiliter Kal. Jan. obtinuit 290 gr. 37 ①. atque ita cæteris pari intervallo inter ſeſe diſtantibus annis 1562, 1566, 1570, 1574, 1578, ſemper ipſis Kalendis Ianuariis 290 gr. 37 ①, 290 gr. 36 ① 290 gr. 37 ①, 290 gr. 37 ①, 290 gr. 38 ①, obtinuiſſe videbis. nec ſecus, in cæteris annis ſimiliter collatis, animadvertes.

His initiis, etiamſi obſervari hic eſſet deſitum ad Kal. Ianuar. 1578, etiam in futura tempora ephemerides continuari poterunt eadem ordinatione, & diſpoſitionis filo quadriennio ſequenti digeſto, quo erant quadriennium antecedens. hoc modo. Sol anno 1570 2do Ianuarii obtinuit 291 gr. 38 ①; 3 Ianuarii 292 gr. 40 ①; ideoque anno 1574, die 2 & 3 Ianuarii eadem loca obtinebit, ac ſimili in cæteris ordine. qui deinceps continuatus ephemerides in conſequentia tempora ſubductas exhibebit.

1 NOTA.

Si anni vero magnitudo diebus 365 hor. 6, quibus *Iulius Cæſar* eũ definivit, ad amuſſim

amussim responderet, annis quadriennii intermediis nihil subesset varietatis: sed cum ex istis ephemeridibus docuerim annum esse 365 dierum 5 horarum 45 ① 55 ②. ideo singulis annis desiderantur 14 ① 5 ② unius horæ, quibus Sol 35 ② proximè peragrat: quæ quartò quoque anno addunt 2 ① 20 ②, tantumque singulis quadrienniis, secundum hunc epilogismum, ad singulos antecedentis quadriennii dies addi deberet. Sed si anni quantitas ex *Ptolomæi* sentẽtia usurpetur 365 dierum 14 ① 48 ②; ubi ad explendam summam 365 ¼ sola desunt 12 ② unius diei, quo tantulo intervallo Sol proximè 12 ② promovet, hoc est singulis quadrienniis 48 ②; tantum quoque secundum *Ptolomaicos* abacos singulis quadriennii posterioris diebus accederet.

2 NOTA.

Præterea observandum tibi hic venit, causam quoque à nobis redditam cur tempora commutentur: sic nempe, ut Kalendæ Martiæ, quibus jam ver propè auspicamur, temporis decursu etiam in mediam æstatem prolabi aliquando possint, & illinc in autumnum ipsum præcipitari, atque ita deinceps porrò promoveri, nisi huic negotio quandoque dierum exemptione subveniatur: ut anno 1582 factum fuit, quo 10 dies exempti sunt. Nam secundum *Ptolomæi* abacos 300 annis unus dies accrescit, aliis etiam amplius.

3 NOTA.

Si quis diligentius *Stadii* ephemerides excutiat erroris eas non esse immunes intelliget. dicis igitur gratia Solis loca quarto quoque anno ad Kalendas Ianuarias exponantur

1554.	290 gr.	36 ①.
1558.	290 gr.	37 ①.
1562.	290 gr.	37 ①.
1566.	290 gr.	36 ①.
1570.	290 gr.	37 ①.
1574.	290 gr.	37 ①.
1578.	290 gr.	38 ①.
1582.	290 gr.	39 ①.
1586.	290 gr.	39 ①.
1590.	290 gr.	40 ①.
1594.	290 gr.	40 ①.
1598.	291 gr.	31 ①.
1602.	291 gr.	32 ①.
1606.	291 gr.	7 ①.

Vbi mediocre incrementum continuum (quod tamen justo adhuc minus est) usque ad annum 1594 cernere licet. verum istinc ad proximi quadriennii annum 1598 nimius est saltus penè 51 ①, itemq; ab anno 1602 ad 1606 est 25 ①. Verum error hic nõ est à Theorematis expositi vitio; sed vel calculi, vel typographi lapsu commissus. Atque ita ex locis Solis ad singulos dies observatis, ephemerides calculo subducti concenturiandi essent.

Hactenus igitur *ἀναγωγὴν* motus solaris ex observationum ephemeridibus derivatam exposui. cui tanquam fundamento mathematicis rationibus plura inædificare facile esset, quod facere tam diu supersedebo donec simile initium in reliquis planetis ostendero: tumque mathematicos super his generales conceptus secundo libro latius diffundam, secundum rationes in Motuum Cœlestium breviario propositas.

C 2 DISTIN-

DISTINCTIO SECVNDA PRIMI LIBRI, DE MOTV LVNÆ EX OBSERVATIONVM Ephemeridibus investigando.

1 DEFINITIO.

Cum duo luminaria in conjunctione secundum visum sibi officiunt, id cui officitur deficiens dicitur.

Definitio ista non Lunæ planetisvè tantum alligatur, verum ad cæteras stellas cœlo affixas sese quoque diffundit. Lunæ autem peculiaris est ea quæ sequitur.

2 DEFINITIO.

Cum terra Lunæ soli ad diametrum oppositæ ita officit, ut tota ab Sole non illustretur, ea deficere dicitur.

3 DEFINITIO.

Nodi sunt eclipticæ & eccentrici Lunaris communes sectiones.

Cum plana in quibus planetæ, præter Solem conversiones suas peragunt, ab eclipticæ plano declinent, atque ideo eclipticæ ambitum duobus locis intersecabunt, hæ sectiones in Lunæ orbe nodi ecliptici appellantur. Notato autem quod vel in ipsis, vel propter eos Solis Lunæque defectus contingant.

4 DEFINITIO.

Nodus is unde Luna in Boream ab eliptica scandit adscendens, oppositus descendens vocatur.

Ptolemæo σύνδεσμος ἀναβιβάζων, σύνδεσμος καταβιβάζων. vulgò caput, & cauda draconis.

5 DEFINITIO.

Lunatio est temporis intervallum inter duos continuos Solis Lunæque coïtus: Lunatio verò media, inter medias conjunctiones interceptum.

PROPO-

PROPOSITIONES.

9 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus proprietates motus Lunaris de integro animadverti, & notari poſſint.

Si Lunaris motus proprietates in obſervationum ephemeridibus inveſtiges, quintuplex, & ea quidem inſignis, differentia ſeſe notandam exhibet.

Prima Lunæ motus in ſuo orbe.

Secunda Apogæi motus.

Tertia medii motus Lunæ ſecundum apparentem eclipticæ longitudinem.

Quarta Lunationis, cum motu diſtantiæ.

Quinta latitudinis Lunæ, nodorumque motus, & latitudinis Lunaris deferentis ab ecliptica.

Quas ſingulas deinceps perſequar.

1 *Membrum de Luna motu in orbe ſuo.*

Stadii ephemerides, quas ita uſurpamus (ob cauſas 1 propoſitione expoſitas) tanquam è cœlo eſſent derivatæ, non autem per abacos logiſticos inveſtigatæ; ephemerides, inquam, iſtas luſtranti ſeſe offerat, dicis gratia, Ianuarius menſis anni 1569; ubi in ſelide Lunari, animadvertatut motus Lunę die 7 maximè cōcitatus, quod in margine voce περιγέια (contrariū planè ſignificāte voce ἀπογέια) annotatū vides: nam à 6 ad 7 diem pervolitat 14 gr. 33 ☉; dehinc autem porro indies lenteſcit eundo, uſque ad diem 22. ut à 21 ad 22 duntaxat peragret 11 gr. 47 ☉: deinde verò denuò curſum per 14 proximos dies incitat, poſteaq; viciſſim per dies totidem celeritatem ſuam inhibet. idq; ita deinceps alternis vicibus ordine continuò, quæ res indicio eſt Lunam in excentrico decurrere in quo 27mo aut 28mo quoq; die gyrū ſuum perluſtret. Verū ut tempus id certius præfiniatur, motum hunc accuratius paulò excutienti, citatiſſimus Lunæ motus diverſis Lunationibus diverſus, atque adeo inæqualis deprehendetur. Exemplo fiet illuſtrius. Citatiſſimus motus à 1 Aprilis ad 2 anno 1569, 15 gr. eſt. at à 19 ad 20 Iulii 14 grad. 38 ☉. Conſideratis autem & inter ſeſe collatis circumſtantiis, illam in Solis oppoſitione, hanc circa quadraturam contigiſſe patebit. jam verò cum aliis porrò & oppoſitionibus, & quadraturis has expoſitas conferenti, erit in promptu animadvertere qualiſnam ſit inæqualitatis hujus analogia. Cæterum ut id clarius pateſcat, quatuor oppoſitiones ſeligam, quæ meridiei vicinæ ſint atque propinquæ, quo calculus in integris tantum diebus expeditior ſit.

Velociſſimus motus primus in oppoſitione nobis ſit is, qui contingit anno 1569, quique perpauxillū à meridie abſit, videlicet 1 Aprilis o hor. 3 ☉.

Secundus anno 1572 Auguſti 23 o hor. 22 ☉.

Tertius anno 1581 Auguſti 14 o hor. 30 ☉.

Ex omnibus his communem affectionem iſtam agnoſco, quod motus citati il-

lic magis incitentur, quam in quadraturis proxime ipsos sequentibus. Vnde concludo motus citatos, si in oppositionem incidant, velocissimos esse: contraque in quadraturis minus veloces.

Quæ cum ita sint; ut jam, quemadmodum instituteram, Lunaris motus in suo curriculo restitutionem assequar; assumam omnes suprascriptas conversiones, quæ in oppositionem contigere, ut eò accuratius unam lunationem mediam concludam.

A prima oppositione ad secundam intersunt dies 1240, quo spatio Sol quinquies & quadragies motu velox, seu perigæum adiisse deprehenditur. Vnde proportio, ut 45 conversiones ad 1240. ita 1 conversio ad quem? concludes dies 27 33 ① 20 ②.

A secunda oppositione ad tertiam sunt dies 3278, quo intervallo Luna 119^ies motu velox invenitur: itaque proportio existet hujusmodi. 119 conversiones peraguntur 3278 diebus: itaque 1 conversio peragitur 27 diebus 32 ① 47 ②. quæ proximè priori consentiunt.

Vt hinc satis manifesta sit perfectio istiusmodi conversionum circa oppositiones. cæterum de reliquis anomaliis intermediis, quæ secundæ appellantur, tertio libro pertractabitur.

Verum cum tanto certius concludatur, quo major restitutionum numerus fuerit. sumam intervallum primæ tertiæque oppositionis, quod est dierum 4518, quo Luna 164^ies perigæum adierit: atque ita concludo. 164 conversionum gyri 4518 diebus peragrantur, itaque una conversio absolvitur 27 diebus 32 ① 56 ②.

Et si quis hæc longiori temporis intervallo eodem modo ita quærere instituat, is longe certius ad scopum collimabit. Iam si hinc singulorum dierũ motum investigare cupias simili proportione ita concludere poteris. 4518 diebus 164 conversiones, id est, 49040 gr. peragrantur: ergo uno die permeantur 13 gr. 4 ①. quæ ab epilogismo *Ptolomai* 13 gr. 3 ① 53. 56. parum absunt. atque hinc quemadmodum in Solis motu usurpavimus, canones mediorum Lunæ motuum concenturiari & digeri poterunt, qui ad rudia artis lineamenta constituendum satis sint. cujus generis 11 propositione exhibentur.

2 *Membrum de motu apogæi deferentis.*

Cum itaque jam pateat quomodo medius Lunæ motus in suo deferente seu eccentrico investigandus sit, easdem ephemerides diligentius cõtemplanti, alia & ab his diversa sese quoque suggerent. Et primò quidem apogæum deferentis insigni aliquo motu affici. Nam (ut hoc dicis gratia usurpem) anno 1572 motum velocissimum in 23 Augusti incurrere animadvertes, Luna, atque ideo etiam ipso perigæo 333 gr. 35 ① obtinente. Sed si post annũ proxime exactum eundem motum velocem anquiras, eum in 15 August. anni 1573 incidere videbis, sub 3 gr. 15 ①, quo tantulo temporis intervallo perigæum 23 gr. 40 ① in antecedentia commotum esset. Et rursum altero anno exacto, qui est 1574, 9 Augusti die obtinet 53 gr. 30 ①. ut hoc anno 50 grad. 15 ① promoverit. atque si ita deinceps continuando observes, deprehendes perigæum in antecedentia commoveri. Vt 15 August. anno 1581 subierit 345 grad. 35 ①, noveniique intervallo unam conversionem, & paululum amplius peregerit. atque ita continuis deinceps aliis novenis quibusque annis similiter unam colliges conversionis restitutionem. Iam ut diurnum indages mo-

ges motum, complures periodos assumas, istæ enim (ob causas, quas supra 2 propositione retulimus) certius verum explicant, quam pauciores. age igitur omnes, quotquot in ephemeridibus periodi exhibentur assumamus: ii sunt quinque. nam anno 1554,5 die Ianuarii motus velocissimus in 316 gr. incidebat: rursumque anno 1598,23 die Novembris in eundem eclipticæ proxime locum, namque sub 315 gr. 5 ① deprehenditur. isto 45 annorum, demptis 43 diebus, intervallo, qui 16393 dierum numerum æquant, perigæum quinque periodos proximè confecisse cognosces, quorum summa est 1800 gr. Vnde proportio. 16393 diebus percurrit apogæum 1800 gr. itaque 1 die conficiet 6 ① 35 ②. quæ proxime cum abaco *Ptolemaico* 6 ① 41 ② consentiunt, is enim numerus reliquus est si Lunaris epicycli motum 13 gr. 3.53.56. à longitudinis motu 13 grad. 10.34.59. subducas, id enim *Ptolemaica* epicycli hypothesis exposcit. hanc rationem si aliis similiter locis instituas proxime eadem redibunt scrupula. Vt exemplo clarius fit. anno 1560, 18 die Ianuarii motus velocissimus est in 197 gr. 49 ①, atq; anno 1604, 5 Decembris eodem proximè rediit, videlicet ad gradum 191 53 ①. quo tempore similiter 16393 dies exacti sunt, & perigæum proximè 5 integras cōplevit revolutiones unde diurnus motus similiter proximè invenitur, ut prius, 6 ① 34 ②. Atq; hinc, quemadmodum in sole factitatum est, Canones motus apogæi deferentis institui & ordinari poterunt.

NOTA.

Quia valde insolens, & alienum videtur perigæi motum & æquabilem esse, & tamen ex ipsis ephemeridibus hoc anno majorem alio minorem deprehendit: imò vero si ipsas periodos inter se compares, perigæum ipsum nonnunquam retrocedere videri. Vt dicis gratia primus motus citatus, seu velox anno 1572 incidit in 18 Octobris sub 357 gr. 32 ①. at proximus ei motus velox incidit in 14 Novembris sub 353 gr. 9 ①, ut 27 diebus perigæum 3 gr. 23 ① repedasse videatur. Cum tamen verè 3 gr. in antecedentia commotum sit. causa tantæ diversitatis hinc est, quod tempus ingressus Lunæ in apogæum accuratè annotatum non sit, sed à nobis assumptum tanquam ipso meridie evenisset, quod tamen secus est, & multarū horarum, imò integræ diei intervallo abesse possit. atque ita pene 12 aut 13 graduum error in perigæi assumptione committeretur. Imò non rarò usu venit, ut in hoc negotio integer dies ambiguus vacillet, cum motus antecedentis & consequentis diei par invenietur. atque ita si in hac periodo dies redundet, in sequenti autem deficiat, bidui, id est pene 26 gr. error, in novissimam periodum inducitur.

Sed tamen ut hallucinationem istam, de horæ in perigæum ingressu declinemus, atque nonnihil certius collimemus, istam viam insistere poterimus, Lunæ motus 7 dierum (quo maximam Lunæ prostaphæresin assequimur) & ante, & post meridiem istum, quem ὡς ἐν πλάτει primò assumpsimus, inter se conferatur, qui si æqualis & peripheriarum æqualium sit, tum iste meridies verum perigæi momētum designat. at si inter se inæquales erunt, vel horarum additione, vel subductione investigabimus in quod temporis momentum illa motus peripheriarumvé æqualitas incidat. cui ratione simile exemplū in Solis motu 4 propos. usurpavimus. dicis gratia 7 diebus ante & post citatum seu velocem Lunæ motum 17 Ianuarii anno 1560 peripherias istas differentes invenies priorem quidem 98 gr. 44 ①, alteram 96 gr. 40 ①. Ideoque iterato opere ad 17 Ianuarii demptis aliquot horis æquales arcus invenies quam proximè ad 16 Ianuarii 12 hor. Luna tum perigæum tenente sub 174 gr. 55 ①.

3 *Membrum de apparenti Lunæ motu medio secundum longitudinem ecliptica.*

Diligentius adhuc ephemerides intuenti, præter suprascriptos motus (quorum alter fuit Lunæ in deferente suo, alter autem perigæi ejus) tertia varietas sese offert in apparenti longitudinis secundum eclipticam motu, quæ ita se nobis notandam & inveniendam exhibet. Assumpto anno quocunque, ut puta 1569, Luna ad 7 Ianuarii sub 173 gr. 15 ① deprehenditur, at 14^to Ianuarii sub 271 gr. 51 ①, ut his septem diebus secundū eclipticam apparenter 98 gr. 36 ① in longitudinem cōmota sit. porro autem 21 die obtinuit 358 gr. 28 ①, ut hoc 7 dierum intervallo 86 gr. 37 ① processerit, & 11 grad. 59 ① amplius quàm priore intervallo promota sit. jam tantæ inæqualitatis causam investiganti manifestum est eam necessariò partim ab ipsa Lunæ eccentricitate, partim etiam à secunda anomalia derivari. Adeò ut medio motui rite accurateq; investigando, atque gemino isto impedimēto evitando, opus sit locis duobus quibus Luna Soli vel opposita, vel conjuncta sit sub eodem eclipticæ gradu: atque ita tamen, ut Luna utrobique eundem sui deferentis locum possideat. tum enim & Solares periodi, quę temporis mensura sunt, & Lunares, & apogæi omnes integræ & absolutæ habentur. neque quidquam impedimenti ab eccentricitate inducitur: secunda etiam anomalia, quæ secundum exposita in oppositionibus aut conjunctionibus nulla est, planè quasi evanescit.

Eò fine ephemerides lustravi, atque omnes motus citatos seu perigæi, qui in oppositiones incidunt annotavi, quemadmodum hic vides.

Anni.		*Sedes perigæi.*
1560	10 Aprilis.	209 gr. 30 ①.
1569	1 Aprilis.	201 gr. 0 ①.
1570	17 Iulii.	303 gr. 46 ①.
1572	23 Augusti.	339 gr. 35 ①.
1575	17 Decembris.	94 gr. 37 ①.
1578	23 Martii.	192 gr. 2 ①.
1580	26 Iulii.	312 gr. 58 ①.
1581	14 Augusti.	330 gr. 35 ①.
1588	28 Iunii.	286 gr. 20 ①.
1689	17 Iulii.	304 gr. 3 ①.
1590	5 Augusti.	321 gr. 42 ①.
1597	19 Iunii.	277 gr. 29 ①.
1598	8 Iulii.	295 gr. 7 ①.
1603	3 Maii.	218 gr. 31 ①.
1606	10 Iunii.	268 gr. 35 ①.

Hic varia perigæorum loca congessi, quæ novem proximè gradibus in eundem eclipticę gradum incurrunt: namque novem annis demptis 9 diebus inter se distant. atque isto temporis intervallo Luna 120 apparentes secundum eclipticam conversiones demptis 9 grad. proximè peregit: id est 119 periodos & 351 gr. loca autem ita se habent, ut sequitur.

Primo à 10 Aprilis anni 1560, usque ad 1 Aprilis 1569 anni intersunt 9 minus 9 diebus, quo tempore transactæ sunt periodi 119 351 gr. 30 ①.

Secundo inter 1 Aprilis anni 1569, & 23 Martii anni 1578 intercidunt anni 9 minus

minus 9 diebus. & converſiones Lunæ eo tempore inveniuntur 119 351 grad. 2 ①.

Tertio à 23 Auguſti 1572 ad 14 Auguſti 1581 ſunt anni 9 minus 9 diebus. & periodi Lunares 119 351 grad.

Quarto à 26 Iulii 1580, ad 17 Iulii 1589 ſunt anni 9 minus 9 diebus, & periodi Lunæ 119 351 gr. 5 ①.

Quinto à 14 Auguſti 1581 ad 5 Auguſti 1590 intercidunt 9 anni minus 9 diebus, & Lunares periodi 119 351 gr. 7 ①.

Sexto à 28 Iunii 1588 ad 19 Iunii 1597 ſunt 9 anni minus 9 diebus, & periodi Lunares 119 351 gr. 9 ①.

Septimo à 17 Iulii ad 8 Iulii 1598 ſunt anni 9 minus 9 diebus, & Lunares periodi 119 351 gr. 4 ①.

Octavo à 19 Iunii 1597 ad 10 Iunii 1606 ſunt 9 anni minus 9 diebus, & periodi Lunares 119 351 grad. 6 ①.

Vt hinc jam propoſitum nobis medium Lunæ motum in longitudinem ſecundum eclipticam inveſtigem, proportione hac utar. 3278 diebus (in eum enim cumulum aſſurgunt 9 anni minus 9 diebus) Luna 119 periodos & 351 gradus peragrat: itaque uno die permeabit 13 gr. 9 ①, quę proxime abſunt à 13 gr. 10 ① 35 ② epilogiſmi *Ptolemaici*.

Veruntamen ſi ephemerides longius eſſent continuatæ, ut etiam longe ultra 3278 dies iſta motus congruentia excurreret, certum eſt nos certius, propiusq; ad veritatem collimaturos, quod 2 propoſitione ſupra oſtendimus.

Notatu porrò dignum arbitror eundem hunc motum inveniri addito motu Lunæ in deferente ad motum apogæi, ex iſtorum additione enim Lunæ apparens in longitudinem eclipticæ motus neceſſariò conflatur. Dicis gratia, motus Lunæ in ſuo deferente diurnus eſt per 1 membrum 13 gr. 4 ①. huc additus apogæi motus diurnus, qui per 2 membrum 6 ① 35 ② eſt, exiſtent 13 gr. 10 ① 35 ②. quæ perpauxillum à priori 13 gr. 9 ① abſunt.

Iam verò cum Lunæ medius motus diurnus apparenter in longitudinem ſit 13 grad. 10 ①, facile eſt iſtinc canonion exſtruere (ut in Sole prius à nobis uſurpatum eſt) quale 11 propoſitione exhibituri ſumus. Clarum quoq; eſt, qua via ex ephemeridibus obſervatione annotatis iſte medius motus inveſtigetur.

4 *Membrum de Lunationibus & motu exſuperantiæ.*

Lunæ oppoſitiones duæ continuæ neutiquam in eundem eclipticæ gradum incidere poſſunt: ſed poſterior priore tantũ in conſequentia vergit, quantum Sol interea promoverit, adjecta inſuper tanta proſthapheresi quantam Lunæ eccentricitas arguet. quæ Lunationum inæqualitatem quoque inducet, ſic Lunatio ab oppoſitione anni 1554 Ianuarii 18 hor. 6 47 ① ad proximè ſequentem oppoſitionem 1 Februarii 1 hora 6 ①, hor. 2 & 20 ① productior eſt, quam proxime ſequens ab hac oppoſitione jam dicta ad proximè ſequentem 18 Martii 17 hor. 5 ①. Vnde patet converſiones alias quaſlibet nulli iſtarum trium reſpondere. adeò ut ſi jam quæratur longitudo Lunationis mediæ, opus ſit haberi duas oppoſitiones quæ Solis Lunæque perfectas periodos complectantur, tum enim ab eccentricitate nihil impedimẽti infertur. Itaq; in ſupra ſcripta velocis motus tabella duos inquiro, qui ſub eundem eclipticæ gradum cadant. atque hujuſmodi unam invenio proxime incidere in annum 1570 Iulii 17. Luna ſub 303 gr. 46 ① conſtituta, alteram in annum 1589 17 Iulii, ſub

304 gr.

304 gr. 30 ①. inter hos 19 anni medii intercidunt, quo tempore 235 oppositiones contigere. itaque concludo 235 oppositiones seu Lunationes peraguntur 19 annis, id est diebus 6940. ergo una Lunatio durat 29 dies 32 ①.

Sed ad Lunæ motum diurnum eruendum ita ages. 6940 dies dant 235 periodos, id est 84600 gr. ergo 1 dies dabit 12 gr. 11 ① 25 ②. quod parum abest à *Copernici Ptolemaiq;* abacis 12 gr. 11 ① 27 ②.

Nota motum hunc quoque inveniri Solis medio motu de medio Lunæ motu subducto. sic Solis diurnus medius motus est per 3 propos. 59 ① qui de medio Lunæ motu apparenti in longitudinem secundum eclipticam (qui est per 3 membrum 13 gr. 10 ①) deductus, relinquet Lunæ exuperantiam 12 gr. 11 ①, quæ perparum à priore inventione 12 gr. 12 ① absunt.

Itaque cum Lunæ exuperantia sit 12 gr. 11 ①, in procinctu est hinc canones fabricari, quemadmodū supra in Sole usurpavimus: atque insuper quomodo ex ephemeridibus observationū in notitiam hujus motus penetremus.

5 *Membrum de Lunæ motu in latitudinem, deque nodorum motu, & Lunæ ab ecliptica declinatione.*

Porrò autem in considerationem etiam venit Lunæ motus in latitudinem, nam sæpius maximam latitudinem suam adit quam perigæum, neque semper sub eadem longitudine eclipticæ. Attamen ex his ephemeridibus varietatem istam minus commode eruere possumus, quam ii qui erudito seculo ex observationum ephemeridibus eam investigarunt: nam cum tot maximas Lunæ latitudines numerarent, quot longa annorum serie observatę essent, videntur eæ peculiarem habuisse sedem è regione apparentis longitudinis Lunæ in ecliptica. quemadmodum etiam nunc in reliquis quinque planetis usurpant, in Luna autem desiderantur: sed ex theoremate quodam generaliter latitudo ejus per calculū investigatur, quæ si istic annotata haberetur (quod doctrinæ causa cogitatione nobis effingere licet) certe motus iste primo intuitu sese explicaret. atque ideo quoque nodorum motus, qui hunc cōsequitur: nam cum Luna in ipsa ecliptica, ipsisve adeò nodis inventa esset, facile esset videre id in diversis eclipticæ gradibus evenire, idque εἰς τὰ ἡγούμενα sive contra ordinem signorum. unde certiores essemus nodos εἰς τὰ ἡγούμενα seu in antecedentia moveri: attamen cum istis ephemerides nostræ careant, exemplo tantū aliquo huic negotio facem allucebo. fingo igitur 1089 diebus Lunam 40^ies^ borealem maximam latitudinem adiisse, eodemque intervallo temporis nodos retrolisse 57 gr. 38 ①.

Hinc igitur latitudinis motum diurnum sic eruam. 1089 dies Luna 40^ies^ latitudinis periodum seu 14400 gr. absolvit; itaque 1 die absolvet 13 gr. 13 ① 23 ②. quod perparum à *Copernici Ptolemaiq;* abacis 13 gr. 13 ① 46 ② dissidet.

Similiter ut nodorum motum inveniam, ajo. 1089 diebus permeat nodus alteruter 57 gr. 38 ①. Itaque 1 die permeabit 3 ① 10 ②. quod pauxillum à *Ptolemæi* sententia 3 ① 11 ②, abest. sed eundem hunc motum invenies deducto Lunæ in longitudinem eclipticæ motu, à motu latitudinis: nam si à suprascripto latitudinis motu diurno 13 gr. 13 ① 46 ②, subducas diurnum Lunæ motum longitudinis in ecliptica numeratæ, qui per 3 memb. est 13 gr. 10 ① 35 ②, idem reliquum erit, quod prius, 3 ① 11 ②.

Cum igitur latitudinis diurnus motus sit 13 gr. 13 ① 46 ②, nodorum etiam motus diurnus 3 ① 10 ②, facile canones concenturiari poterunt, quemadmodum

modum in Sole usurpavimus. & jam manifestum est quomodo ex observationum ephemeridibus hujus motus ratio inveniatur.

Cæterum quantum ad deferentis Lunaris ab ecliptica declinationem attinet, si istæ latitudines in ephemeridibus suis locis annotatę essent, manifestum certè arbitror istic tum singulis Lunationibus maximam latitudinem obviam fore, eamque semper 5 graduum: quam demum adit Luna cum à nodis, (non secus ac Sol à verna sectione) 90 gradibus disjuncta fuerit. Et suprascripti 5 gr. pari de causa Lunæ maximam declinationem, quemadmodũ 23 gr. 28 ① maximam declinationem Solis ab æquinoctiali designant. Hactenus igitur explicavimus viam modumque, quo ex observationum ephemeridibus Lunaris motus affectiones ab ipsis incunabulis eruendæ, & indagandæ sint.

10 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus tempus restitutionis Lunæ eruatur.

Qui 23 definitione restitutionis notionem viderit, arbitrabitur fortean tempus restitutionis Lunę 8 propositione satis expressam. Cum tamen ista solum ei fini instituta sit (quod & ipsius propositionis verba indicant) ut docerem quomodo Lunaris motus affectiones indagatæ sint primulum: hic verò, cum deinceps certiorem viam indagandæ restitutionis nacti simus, ad ipsam propriamque ejus descriptionem accedamus. Nam cum suprascripta motuum varietas ab hominibus rudi tantum Minerva animadversa esset, idque non minimam partem ex Solis Lunæque oppositionibus: cumque ephemerides observationum suarum in dies novis accessionibus locupletarent, inque longam annorum seriem producerent observando, ut hinc investigarent quod è paucioribus eruere non possent, tandem animadverterunt hęc concinnius certiusq; perfici adhibitis oppositionibus ἐκλειπτικαῖς (quæ ab erroribus magis immunes sunt quam conjunctiones ἐκλειπτικαὶ) ubi locus Soli ad diametrum oppositus Lunæ locum indicat: neque tum Lunę parallaxis quidquam huic negotio derogat, quanta quanta ea sit; siquidem hæc ratio loco Lunæ viso nõ utitur, atque ipsæ conversiones tum quasi perfectissimæ sint. Verumenimverò quia nostræ ephemerides ob exiguam annorum seriem nihil tale nobis suggerant, iis potius utar, quæ *Hipparchus* (testante *Ptolomæo*) huc tanquam in consilium adhibuit. oppositiones nempe duas (eodem fine quo in 8 propositionis 3 membro usurpatæ sunt) sed ἐκλειπτικὰς, quibus Luna semper eundem locum visum & in ecliptica, & in suo deferente proximè obtinebat. Has, inquam, eclipses annotavit contigisse post intervallum 126007 dierum 1 hor.

Quo tempore Luna quoque in suo deferente periodos perfectas (nam ad idem sui deferentis punctum erat restituta) confecerat 4573.

Motusque apogæi apparens in longitudinem eclipticæ erat periodorum 38 & 352 gr. 30 ①.

Neque tamen hæc novissima conversio, quamvis imperfecta sit (desunt enim 7 gr. 30 ①) quidquam vitii huic rei affert, quia apogæum semper ἰσοταχῶς fertur.

Porro medius Lunæ apparens motus in longitudinem Zodiaci invenitur (quemadmodum sub finem 3 memb. 8 propos. annota-

vimus

vimus) additis 4573 Lunæ periodis, ad 38 motus apogæi periodos 352 gr. 30 ①, quarum summa est 4611 periodi 352 gr. 30 ①.
Fuit autem summa Lunationum 4267.
Hæ & mediæ, & veræ totidem sunt: nam integræ periodi occursibus istis comprehenduntur, quia in utraque eclipsi Luna eundem sui differentis, nec non Sol quoque sui deferentis locum quam proxime obtinebat. siquidem 7 grad. 30 ① duntaxat desiderabantur, Solisque eccentricitas in tantulo arcu tam longo tempore nihil differentiæ inducere potuit.

Attamen *Hipparcho* Lunæ motus quà in latitudinem commovetur adhuc deerant, quem ex duabus istis eclipsibus eruere non poterat, quia in eodem etiam nodo Lunam deficere oportuisset, & quidem tantundem, utque pars defecta utrobique vel austrum, vel boream spectaret. Certe si hęc omnia in istis concurrerent, aliis eclipsibus non esset opus; verum cum secus sit, alias quærere necesse habuit, quæ utraq; propter eundem nodum cōstitissent; Lunaq; tantundem defecta, utque ea pars ad eandem plagam seu Meridiem, seu Septentrionem esset conversa, non habita tamen ratione longitudinis Lunæ secundum eclipticam, neque loci ejus in suo deferente. Nam cum nodorū motus (unde varietas ista inter longitudinis & latitudinis motum inducitur, ut 5 membro propos. 8 nobis dictum est) jugi motu & æquabili feratur, neque Solis eccentricitas, neque Lunæ ad hanc rem quidquam faciunt. quamobrem inquam clarum est Lunam in prima secundaque eclipsi tantundem tunc à nodis abesse, atque adeò periodos latitudinis, quæ inter duas istas eclipses intercciderunt, perfectas absolutasque esse.

Quamobrem cum *Hipparchus* duas hujusmodi eclipses nactus esset, ait inter eas intercedisse 5458 Lunationes, latitudinis autem periodos perfectas 5923. Quare ex observationum ephemeridibus ita tempus periodi Lunaris descriptum nobis esto.

II PROPOSITIO.

Quomodo Lunares medii motus inveniendi, atque inde canones condendi sint.

DATUM esto tempus diurnum: QUÆRUNTUR medii motus Lunares. CONSTRUCTIO. Diebus 126007 & hora 1, peragrat Luna (per 9 propos.) deferentem suum 4573ies: Itaque uno die decurret 13 grad. 3. 53. 56. 34. 21. 41.

Diebus 126007 & hora 1 peragrat, per 9 propos. apogæum deferentis Lunaris 38 periodos 352 gr. 30 ①: Itaque 1 die permeabit 6 ① 40. 54. 22. 15. 55.

Iam ut inveniam diurnum medium Lunæ motum apparentem secundum eclipticam, suprascriptos motus Lunæ in deferēte suo 13 gr. 3. 53. 56. 34. 21. 41, & apogæi 6 ① 40. 54. 22. 11. 55. in unam summam colligo, unde existit motus quæsitus 13 gr. 10. 35. 50. 56. 33. 36.

Vt hinc Lunæ exsuperationem diurnam inveniam, tollam medium motum Solis diurnum, qui per 3 propos. est 0 gr. 59. 8. 17. 13. 12. 31, de medio motu diurno Lunæ 13. 10. 34. 50. 56. 33. 36. relinquentur exsuperatio diurna 12. gr. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Lunæ porro motus in latitudinem diurnus invenietur, si notum sit quanto temporis intervallo 5458 Lunationes, quas *Hipparchus* in secundo suarum

eclipsium

eclipsium pari usurpat conversionem suam peragant, quod tempus tamen ab *Hipparcho* annotatum non est: quare isti fini ita concludam 4267 lunationes per 9 proposit. absolvuntur 126007 dieb. & 1 hora, quanto igitur tempore absolventur 5458 lunationes, quas in secundo suarum eclipsium pari *Hipparchus* supra 9 propos. usurpat invenies $\frac{16505914402}{102408}$ dies. Vnde secundam proportionem instituam $\frac{16505914402}{102408}$ diebus conficit Luna 5923 periodos latitudinis, in secundo eclipsum pari, quantum igitur curret 1 die? quod inde existeret foret optatus latitudinis diurnus motus. Cæterum cur ipsum numerum non adsctipserimus infra diceiur.

Motus nodorum diurnus invenitur subducto diurno Lunæ motu medio, de suprascripto diurno latitudinis motu, reliquus erit ecliptici nodi motus.

NOTA.

Quia verò supta expositi diurni motus numeti ad *Ptolomei* abacos non usquequaque respondent, hujus discrepantiæ rationem paucis explicabo, atque isti fini adscribam sigillatim suprascriptos motus diurnos, ut sequitur.

Motus Lunæ in deferente diutnus	13 gr.	3.53.56.34.21.41.
Motus Apogæi diurnus	0 gr.	6.40.54.22.11.55.
Medius moius Lunæ secundum apparentem eclipticæ longitudinem	13 gr.	10.34.50.56.33.36.
Lunæ exsuperatio diurna	12 gr.	11.26.33.43.21.5.

Cæterum latitudinis & nodorum calculus supra nobis ad umbilicum non est perductus.

Horum loco substituit *Ptolomæus* istos numeros.

Motus Lunæ in deferente diutnus	13 gr.	3.53.56.17.51.59.
Motus Apogæi diurnus	0 gr.	6.41.2.15.38.31.
Medius motus Lunæ secundum apparentem eclipticæ longitudinem	13 gr.	10.34.58.33.30.30.
Lunæ exsuperatio diurna	12 gr.	11.26.41.20.17.59.
Motus latitudinis diurnus	13 gt.	13.45.39.48.56.37.
Nodorum eclipticorum motus diurnus	0 gr.	3.10.41.15.26.7.

Causa differentiæ ista est:

Cum *Hipparchus* Lunæ in suo deferente diurnum motum per suos abacos invenisset 13 gr. 3.53.56.29.38.38. *Ptolomæus* ex accuratis Lunæ observaiionibus docuir eum 11 ⊕ 46.39. justo esse majorem, quemadmodum 7 capite 4 libri videre est. itaq; tantulo intervallo *Hipparchi* numerus minutus relinquit suprascriptos 13 gr. 3.53.56.17.51.59. quos *Ptolomæus* tanquam saniores pro motu diurno usurpavit, atque inde canones suos, ut infra videre est, derivavit. Quod verò intet *Hipparchum* & nos intersit differentia 4 ⊕ 43.30, hanc inde existere arbitror, quod ejus calculus minus accuratus sit, quam hic noster.

Secundò Lunæ secundum longitudinem eclipticę medius motus diurnus, à nobis 7 ③ 36 ⊕ minor inventus est quam *Ptolomæo*. consequens igitur fuerit motum 810 annorum Ægyptiacorū (ad quod temporis intervallum *Ptolomæus* suos canones extendit) 10 gradibus & eo amplius majorem esse, quam calculus ex posita hypothesi derivatus ferat: nam si ad minuta supra à nobis

 exposita

exposita addas particulas ex divisione reliquas, hoc modo 13.gr.10.34.50.56. 33.36 $\frac{1446896}{3024165}$ calculus omnibus numeris erit absolutus.

Tertiò quia apogæi motus invenitur subducto motu Lunæ in suo deferente, à medio motu secundum apparentem eclipticæ longitudinem, etiam istius differentiæ causa non obscura est.

Quartò quia Lunæ exsuperatio invenitur subducto motu Solis de medio Lunæ motu secundum apparentem eclipticæ longitudinem, hujus quoque differentiæ causa obvia est.

Quintò in motu latitudinis & nodorum, si calculum accuratiùs persequaris, inter tuos & *Hipparchi* abacos non nihil interesse adgnosces, de qua differentia idem judicium fuerit quod supra.

Hæc ipsa quæ non tam doctrinam, quàm discrepantes de eadem re opiniones continent, quibusdam alieno loco infarta videri possunt, ac potius cõsueto nobis more in Appendicem rejicienda: veruntamen ne is qui nostrum epilogismum à *Ptolemaico* dissidere animadverterit, interim animi dubius pendeat, satius credidi scrupulum hunc statim tollere.

Quamobrem diurnis motibus cognitis, quales ex *Ptolomæi* sententia exposuimus, non arduum erit inde condere mediorum motuum canonia, quemadmodum supra in Sole usurpavimus, atque hic ex *Ptolomæo* ipso ante oculos ponimus, ut ita levi negotio optatum motum assequamur.

CANON

D 2

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	32	39	44	50	43	40
2	1	5	19	29	41	29	20
3	1	37	59	14	32	14	0
4	2	10	38	59	22	58	40
5	2	43	18	44	13	43	20
6	3	15	58	29	4	28	0
7	3	48	38	13	55	12	40
8	4	21	17	58	45	57	20
9	4	53	57	43	36	42	0
10	5	26	37	28	27	26	50
11	5	59	17	13	18	11	20
12	6	31	56	58	8	56	0
13	7	4	36	42	59	40	39
14	7	37	16	27	50	25	19
15	8	9	56	12	41	9	59
16	8	42	35	57	31	54	39
17	9	15	15	42	22	39	19
18	9	47	55	27	13	23	59
19	10	20	35	12	4	8	39
20	10	53	14	56	54	53	19
21	11	25	54	41	45	37	59
22	11	58	34	26	36	22	39
23	12	31	14	11	27	7	19
Dies.							
1	13	3	53	56	17	51	59
2	26	7	47	52	35	43	58
3	39	11	41	48	53	35	57
4	52	15	35	45	11	27	56
5	65	19	29	41	29	19	55
6	78	23	23	37	47	11	54
7	91	27	17	34	5	3	53
8	104	31	11	30	22	55	52
9	117	35	5	27	40	47	51

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	130	38	59	22	58	39	50
11	143	42	53	19	16	31	49
12	156	46	47	15	34	23	48
13	169	50	41	11	52	15	47
14	182	54	35	8	10	7	46
15	195	58	29	4	27	59	45
16	209	2	23	0	45	51	44
17	222	6	16	57	3	43	43
18	235	10	10	53	21	35	42
19	248	14	4	49	39	27	41
20	261	17	58	45	57	19	40
21	274	21	52	42	15	11	39
22	287	25	46	38	33	3	38
23	300	29	40	34	50	55	37
24	313	33	34	31	8	47	36
25	326	37	28	27	26	39	35
26	339	41	22	23	44	31	34
27	352	45	16	20	2	23	33
28	5	49	10	16	20	19	32
29	18	53	4	12	38	7	31
30	31	56	58	8	55	59	30
60	63	53	56	17	51	59	0
90	95	50	54	26	47	58	30
120	127	47	52	35	43	58	0
150	159	44	50	44	39	57	30
180	191	41	48	53	35	57	0
210	223	38	47	2	31	56	30
240	255	35	45	11	27	56	0
270	287	32	43	20	23	55	30
300	319	29	41	29	19	55	0
330	351	26	39	38	15	54	30
360	23	23	37	47	11	54	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥	Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	88	43	7	28	41	13	55	270	194	3	39	5	32	37	30
2	177	26	14	57	22	27	50	288	350	59	53	41	54	48	0
3	266	9	22	26	3	41	45	306	147	56	8	18	16	58	30
4	354	52	29	54	44	55	40	324	304	52	22	54	39	9	0
5	83	35	37	23	26	9	35	342	101	48	37	31	1	19	30
6	172	18	44	52	7	23	30	360	258	44	52	7	23	30	0
7	261	1	52	20	48	37	25	378	55	41	6	43	45	40	30
8	349	44	59	49	29	51	20	396	212	37	21	20	7	51	0
9	78	28	7	18	11	5	15	414	9	33	35	55	30	1	30
10	167	11	14	46	52	19	10	432	166	29	50	32	52	12	0
11	255	54	22	15	33	33	5	450	323	26	5	9	14	22	30
12	344	37	29	44	14	47	0	468	120	22	19	45	36	33	0
13	73	20	37	12	56	0	55	486	277	18	34	21	58	43	30
14	162	3	44	41	37	14	50	504	74	14	48	58	20	54	0
15	250	46	52	10	18	20	45	522	231	11	3	34	43	4	30
16	339	29	59	38	59	42	40	540	28	7	18	11	5	15	0
17	68	13	7	7	40	56	35	558	185	3	32	47	27	25	30
18	156	56	14	36	22	10	30	576	341	59	47	23	49	36	0
36	313	52	29	12	44	21	0	594	138	56	2	0	11	46	30
54	110	48	43	49	6	31	30	612	295	52	16	36	33	57	0
72	267	44	58	25	28	42	0	630	92	48	31	12	56	7	30
90	64	41	13	1	50	52	30	648	249	44	45	49	18	18	0
108	221	37	27	38	13	3	0	666	46	41	0	25	40	28	30
126	18	33	42	14	35	13	30	684	203	37	15	2	2	39	0
144	175	29	56	50	57	24	0	702	0	33	29	38	24	49	30
162	332	26	11	27	19	34	30	720	157	29	44	14	47	0	0
180	129	22	26	3	41	45	0	738	314	25	58	51	9	1	30
198	286	18	40	40	3	55	50	756	111	22	13	27	31	21	0
216	83	14	55	16	26	6	0	774	268	18	28	3	53	31	30
234	240	11	9	52	48	16	30	792	65	14	42	40	15	42	0
252	37	7	24	29	10	27	0	810	222	10	57	16	37	52	30

Canone huius numeri sunt iidem, qui medii motus Lunæ in epicyclo apud *Ptolemæum*.

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	16	42	35	39	6
2	0	0	33	25	11	18	12
3	0	0	50	7	46	57	18
4	0	1	6	50	22	36	24
5	0	1	23	32	58	15	30
6	0	1	40	15	33	54	36
7	0	1	56	58	9	33	43
8	0	2	13	40	45	12	49
9	0	2	30	23	20	51	55
10	0	2	47	5	56	31	2
11	0	3	3	48	32	10	8
12	0	3	20	31	7	49	14
13	0	3	37	13	43	28	21
14	0	3	53	56	19	7	28
15	0	4	10	38	54	46	33
16	0	4	27	21	30	25	40
17	0	4	44	4	6	4	46
18	0	5	0	46	41	43	52
19	0	5	17	29	17	22	59
20	0	5	34	11	53	2	6
21	6	5	50	54	28	41	12
22	0	6	7	37	4	20	18
23	0	6	24	19	39	59	25
Dies.							
1	0	6	41	2	15	38	31
2	0	13	22	4	31	17	2
3	0	20	3	6	46	55	33
4	0	26	44	9	2	34	4
5	0	33	25	11	18	12	35
6	0	40	6	13	33	51	6
7	0	46	47	15	49	29	37
8	0	53	28	18	5	8	8
9	0	0	9	29	20	46	39

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	1	6	50	22	36	25	10
11	1	13	31	24	52	3	41
12	1	20	12	27	7	42	12
13	1	26	53	29	23	20	43
14	1	33	34	31	38	59	14
15	1	40	15	33	54	37	45
16	1	46	56	36	10	16	16
17	1	53	37	38	25	54	47
18	2	0	18	40	41	33	18
19	2	6	59	42	57	11	49
20	2	13	40	45	12	58	20
21	2	20	21	47	28	28	51
22	2	27	2	49	44	7	22
23	2	33	43	51	59	45	53
24	2	40	24	54	15	24	24
25	2	47	5	56	31	2	55
26	2	53	46	58	46	41	26
27	3	0	28	1	2	19	57
28	3	7	9	3	17	58	28
29	3	13	50	5	33	36	59
30	3	20	31	7	49	15	30
60	6	41	2	15	38	31	0
90	10	1	33	23	27	46	30
120	13	22	4	31	17	2	0
150	16	42	35	39	6	17	30
180	20	3	6	46	55	33	0
210	23	23	37	54	44	48	30
240	26	44	9	2	34	4	0
270	30	4	40	10	23	19	30
300	33	25	11	18	12	35	0
330	36	45	42	25	1	50	30
360	40	6	13	33	51	6	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	40	39	38	45	9	18	35
2	81	19	17	30	18	37	10
3	121	58	56	15	27	55	45
4	162	38	35	0	37	14	20
5	203	18	13	45	46	32	55
6	243	57	52	30	55	51	30
7	284	37	31	16	5	10	5
8	325	17	10	1	14	28	40
9	5	56	48	46	23	47	15
10	46	36	27	31	33	5	50
11	87	16	6	16	42	24	25
12	127	55	45	1	51	43	0
13	168	35	23	47	1	1	35
14	209	15	2	32	10	20	10
15	249	54	41	17	19	38	45
16	290	34	20	2	28	57	20
17	331	13	58	47	38	15	55
18	11	53	37	32	47	34	30
36	23	47	15	5	35	9	0
54	35	40	52	38	22	43	30
72	47	34	30	11	10	18	0
90	59	28	7	43	57	52	30
108	71	21	45	16	45	27	0
126	83	15	22	49	33	1	30
144	95	9	0	22	20	36	0
162	107	2	37	55	8	10	30
180	118	56	15	27	55	45	0
198	130	49	53	0	43	19	30
216	142	43	30	33	30	54	0
234	154	37	8	6	18	28	30
252	166	30	45	39	6	3	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	178	24	23	11	53	37	30
288	190	18	0	44	41	12	0
306	202	11	38	17	28	46	30
324	214	5	15	50	16	21	0
342	225	58	53	23	3	55	30
360	237	52	30	55	51	30	0
378	249	46	8	28	39	4	30
396	261	39	46	1	26	39	0
414	273	33	23	34	14	13	30
432	285	27	1	7	1	48	0
450	297	20	38	39	49	22	30
468	309	14	16	12	36	56	0
486	321	7	53	45	24	31	30
504	333	1	31	18	12	6	0
522	344	55	8	50	59	40	30
540	356	48	46	23	47	15	0
558	8	42	23	56	34	49	30
576	20	36	1	29	22	24	0
594	32	29	39	2	9	58	30
612	44	23	16	34	57	33	0
630	56	16	54	7	45	7	30
648	68	10	31	40	32	42	0
666	80	4	9	13	20	16	30
684	91	57	46	46	7	51	0
702	103	51	24	18	55	25	30
720	115	45	1	51	43	0	0
738	127	38	39	24	30	34	30
756	139	32	16	57	18	9	0
774	251	25	54	30	5	43	30
792	163	19	32	2	53	18	0
810	175	13	9	35	40	52	30

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	32	56	27	26	23	46
2	1	5	52	54	52	47	32
3	1	38	49	22	19	11	18
4	2	11	45	49	45	35	5
5	2	44	42	17	11	58	51
6	3	17	38	44	38	22	37
7	3	50	35	12	4	46	23
8	4	23	31	39	31	10	10
9	4	56	28	6	57	33	56
10	5	29	24	34	23	57	42
11	6	2	21	1	50	21	28
12	6	35	17	29	16	45	15
13	7	8	13	56	43	9	1
14	7	41	10	24	9	32	47
15	8	14	6	51	35	56	33
16	8	47	3	19	2	20	20
17	9	19	59	46	28	44	6
18	9	52	56	13	55	7	52
19	10	25	52	41	21	31	38
20	10	58	49	8	47	55	25
21	11	31	45	36	14	19	11
22	12	4	42	3	40	42	57
23	12	37	38	31	7	6	43
Dies.							
1	13	10	34	58	33	30	30
2	26	21	9	57	7	1	0
3	39	31	44	55	40	31	30
4	52	42	19	54	14	2	0
5	65	52	54	52	47	32	30
6	79	3	29	51	21	3	0
7	92	14	4	49	54	33	30
8	105	24	39	48	28	4	0
9	118	35	14	47	1	34	30

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	131	45	49	45	35	5	0
11	144	56	24	44	8	35	30
12	158	6	59	42	42	6	0
13	171	17	34	41	15	36	30
14	184	28	9	39	49	7	0
15	197	38	44	22	22	37	30
16	210	49	19	36	56	8	0
17	223	59	54	35	29	38	30
18	237	10	29	34	3	9	0
19	250	21	4	32	36	39	30
20	263	31	39	31	10	10	0
21	276	42	14	29	43	40	30
22	289	52	49	28	17	11	0
23	303	3	24	26	50	41	30
24	316	13	59	25	24	12	0
25	329	24	34	23	57	42	30
26	342	35	9	22	31	13	0
27	355	45	44	21	4	43	30
28	8	56	19	19	38	14	0
29	22	6	54	18	11	44	30
30	35	17	29	16	45	15	0
60	70	34	58	33	30	30	
90	105	52	27	50	15	45	
120	141	9	57	7	1	0	
150	176	27	26	23	46	15	
180	211	44	55	40	31	30	
210	247	2	24	57	16	45	
240	282	19	54	14	2	0	
270	317	37	23	30	47	15	
300	352	54	52	47	32	30	
330	28	12	22	4	17	45	
360	63	29	51	21	3	0	

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	129	22	46	13	50	[illegible]	30
2	258	45	32	27	41	5	0
3	28	8	18	41	31	37	30
4	157	31	4	55	22	10	0
5	286	53	51	9	12	42	30
6	56	16	37	23	3	15	0
7	185	39	23	36	53	47	30
8	315	2	9	50	44	20	0
9	84	24	56	4	34	52	30
10	213	47	42	18	25	25	0
11	343	10	28	32	15	57	30
12	112	33	14	46	6	30	0
13	241	56	0	59	57	2	30
14	11	18	47	13	47	35	0
15	140	41	33	27	38	7	30
16	270	4	19	41	28	40	0
17	39	27	5	55	19	12	30
18	168	49	52	9	9	45	0
36	337	39	44	18	19	30	0
54	146	29	36	27	29	15	0
72	315	19	28	36	39	0	0
90	124	9	20	45	48	45	0
108	292	59	12	54	58	30	0
126	101	49	5	4	8	15	0
144	270	38	57	13	18	0	0
162	79	28	49	22	27	45	0
180	248	18	41	31	37	30	0
198	17	8	33	40	47	15	0
216	225	58	25	49	57	0	0
234	34	48	17	59	6	45	0
252	203	38	10	8	16	30	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	12	28	2	17	26	15	0
288	181	17	54	26	36	0	0
306	350	7	46	35	45	45	0
324	158	57	38	44	55	30	0
342	127	47	30	54	5	15	0
360	136	37	23	3	15	0	0
378	305	27	15	12	24	45	0
396	114	17	7	21	34	30	0
414	283	6	59	30	44	15	0
432	91	56	51	39	54	0	0
450	260	46	43	49	3	45	0
468	69	36	35	58	13	30	0
486	238	26	28	7	23	15	0
504	47	16	20	16	33	0	0
522	216	6	12	25	42	45	30
540	24	56	4	34	52	30	0
558	193	45	56	44	2	15	0
576	2	35	48	53	12	0	0
594	171	25	41	2	21	47	0
612	340	15	33	11	31	30	0
630	149	5	25	20	41	15	0
648	317	55	17	29	51	0	0
666	126	45	9	39	0	45	0
684	295	35	1	48	10	30	0
702	104	24	53	57	20	15	0
720	273	14	46	6	30	0	0
738	82	4	38	15	39	45	0
756	250	54	30	24	49	30	0
774	59	44	22	33	59	15	0
792	228	34	14	43	9	0	0
810	37	24	6	52	18	45	30

CANON

Hora	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	30	28	36	43	20	45
2	1	0	57	13	26	41	30
3	1	31	25	50	10	2	15
4	2	1	54	26	53	23	0
5	2	32	23	3	36	43	45
6	3	2	51	40	20	4	30
7	3	33	20	17	3	25	15
8	4	3	48	53	46	46	0
9	4	34	17	30	30	6	45
10	15	4	46	7	13	27	30
11	5	35	14	43	56	48	15
12	6	5	48	20	40	9	0
13	6	36	11	57	23	29	44
14	7	6	40	34	6	50	29
15	7	37	9	10	50	11	14
16	8	7	37	47	33	31	59
17	8	38	6	24	16	52	44
18	9	8	35	1	0	13	39
19	9	39	3	37	43	34	14
20	10	9	32	14	26	54	59
21	10	40	0	51	10	15	44
22	11	10	29	27	53	31	29
23	11	40	58	4	56	57	14
Dies.							
1	12	11	26	41	20	17	59
2	24	22	53	22	40	35	58
3	36	34	20	4	0	53	57
4	48	45	46	45	21	11	56
5	60	57	13	26	41	29	55
6	73	8	40	8	1	47	54
7	85	20	6	49	22	5	53
8	97	31	36	30	42	23	52
9	109	43	0	12	2	41	51

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	[illegible]	54	26	53	22	59	50
11	134	5	53	34	43	17	49
12	146	17	20	16	3	35	48
13	158	28	46	57	23	53	47
14	170	40	13	38	44	11	46
15	184	51	40	20	4	29	45
16	195	3	7	1	24	47	44
17	207	14	33	24	45	5	43
18	219	26	0	24	5	23	42
19	231	37	27	5	25	41	41
20	243	48	53	46	45	59	40
21	256	0	20	28	6	17	39
22	268	11	47	9	26	35	38
23	280	23	13	50	46	53	3
24	292	34	40	32	7	11	36
25	304	46	7	13	27	29	35
26	316	57	33	54	47	47	34
27	329	9	0	36	8	5	33
28	341	20	27	37	28	23	32
29	353	31	53	58	48	41	31
30	5	43	20	40	8	59	30
60	11	26	41	20	17	59	0
90	17	10	2	0	26	58	30
120	22	53	22	40	35	58	0
150	28	36	43	20	44	57	30
180	34	20	4	0	53	57	0
210	40	3	24	41	2	56	30
240	45	46	45	21	11	56	0
270	51	30	6	1	20	55	30
300	57	13	26	41	29	55	0
330	62	56	47	21	38	54	30
360	68	40	8	1	47	54	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	129	37	21	28	29	23	55
2	259	14	42	56	58	47	50
3	28	52	4	25	28	11	45
4	158	39	25	53	57	35	40
5	288	6	47	22	26	59	35
6	57	44	8	50	56	23	30
7	187	21	30	19	25	47	25
8	316	58	51	47	55	11	20
9	86	36	13	16	24	35	15
10	216	13	34	44	53	59	10
11	345	50	56	13	22	23	5
12	115	28	17	41	52	47	0
13	245	5	39	10	22	10	55
14	14	43	0	38	51	34	50
15	144	20	22	7	20	58	45
16	273	57	43	34	50	22	40
17	43	35	5	4	19	46	35
18	173	12	26	32	49	10	30
36	346	24	53	5	38	21	0
54	159	37	19	38	27	31	30
72	332	49	46	11	16	42	0
90	146	2	12	44	5	52	30
108	319	14	39	16	55	3	0
126	132	27	5	49	44	13	30
144	305	39	32	22	33	24	0
162	118	51	58	55	22	34	30
180	292	4	25	28	11	45	0
198	105	16	52	1	0	55	30
216	278	29	18	33	50	6	0
234	91	41	45	6	39	16	30
252	264	54	11	39	28	27	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	98	6	38	12	17	37	30
288	251	19	4	45	6	48	0
306	64	31	31	17	55	58	30
324	237	43	57	50	45	9	0
342	50	56	24	23	34	19	30
360	224	8	50	56	23	30	0
378	37	21	17	29	12	40	30
396	210	33	44	1	1	51	0
414	23	46	10	34	51	1	30
432	196	58	37	7	40	12	0
450	10	11	3	40	29	22	30
468	183	23	30	13	18	33	0
486	356	35	56	46	7	43	30
504	369	48	23	18	56	54	0
522	343	0	49	31	46	4	30
540	156	13	16	24	35	15	0
558	329	25	42	57	24	25	30
576	142	38	9	30	13	36	0
594	315	50	36	2	2	46	30
612	129	3	2	35	51	57	0
630	302	15	29	8	41	7	30
648	115	27	55	41	1	18	0
666	288	40	22	14	19	28	30
684	101	52	48	47	8	39	0
702	275	5	15	19	57	49	30
720	88	17	41	5[illegible]	47	0	0
738	261	30	8	25	36	10	30
756	74	42	34	58	25	21	0
774	247	55	1	31	14	31	30
792	61	7	28	3	3	42	0
810	234	19	54	36	52	52	30

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥	Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	33	4	24	9	32	22	10	132	17	36	38	9	26	10
2	1	6	8	48	19	4	43	11	145	31	22	17	58	22	47
3	1	39	13	12	28	37	5	12	158	45	7	57	47	19	24
4	2	12	17	36	38	9	26	13	171	58	53	37	36	16	1
5	2	45	22	0	47	41	48	14	185	12	39	17	25	12	38
6	3	18	26	24	57	14	9	15	198	26	24	57	14	9	15
7	3	51	30	49	6	46	31	16	211	40	10	37	3	5	52
8	4	24	35	13	16	18	52	17	224	53	56	16	52	2	29
9	4	57	39	37	25	51	14	18	238	7	41	56	40	59	6
10	5	30	44	1	35	23	3	19	251	21	27	36	29	55	43
11	6	3	48	25	44	55	5	20	264	35	13	16	18	52	20
12	6	36	52	49	54	28	1	21	277	48	58	56	7	8	57
13	7	9	57	14	4	0	40	22	291	2	44	35	56	45	34
14	7	43	1	38	13	33	2	23	304	16	30	15	45	42	11
15	8	16	6	2	23	5	23	24	317	30	15	55	34	38	48
16	8	49	10	26	32	37	45	25	330	44	1	35	21	35	25
17	9	22	14	50	42	10	6	26	343	57	47	15	12	32	2
18	9	55	19	14	51	42	28	27	357	11	32	55	1	28	39
19	10	28	23	39	1	14	49	28	10	25	18	34	50	25	16
20	11	1	28	3	10	47	11	29	23	39	4	14	39	21	53
21	11	34	32	27	20	19	32	30	36	52	49	54	28	18	30
22	12	7	36	51	29	51	54	60	73	45	39	48	26	37	0
23	12	40	41	15	39	24	15	90	110	38	29	43	24	55	30
Dies.								120	147	31	19	37	53	14	0
1	13	13	45	39	48	56	37	150	184	24	9	32	21	52	30
2	26	27	31	19	37	53	14	180	221	16	59	26	49	51	0
3	39	41	16	59	26	49	51	210	258	9	49	21	18	9	30
4	52	55	2	39	15	46	28	240	295	2	39	15	46	28	0
5	66	8	48	19	4	43	5	270	331	55	29	10	14	46	30
6	79	22	33	58	53	39	42	300	8	48	19	4	43	5	0
7	92	36	19	38	42	36	19	330	45	41	8	59	11	23	30
8	105	50	5	18	31	32	56	360	82	33	58	53	39	42	0
9	119	3	50	58	20	29	33								

Anni	gr.	①	②	○	④	⑤	⑥
1	148	42	47	12	44	25	5
2	297	25	34	25	28	50	10
3	86	8	21	38	11	15	15
4	234	51	8	50	57	40	20
5	23	33	56	3	42	5	25
6	172	16	43	16	20	30	30
7	320	59	30	29	10	55	35
8	109	4[illegible]	17	41	5[illegible]	20	40
9	258	25	4	54	39	45	45
10	47	7	52	7	24	10	50
11	195	50	39	20	8	35	55
12	344	33	26	32	5[illegible]	1	0
13	133	16	1[illegible]	45	37	26	5
14	281	59	0	58	21	51	10
15	0	41	48	11	6	16	15
16	219	2	35	23	50	41	20
17	8	7	22	36	35	6	25
18	156	50	9	49	19	31	30
36	313	40	19	38	39	3	0
54	110	30	29	27	58	34	30
72	267	20	39	17	18	6	0
90	64	10	49	6	37	37	30
108	221	0	58	55	57	9	0
126	17	51	8	45	16	40	30
144	174	41	18	34	36	13	0
162	331	31	28	23	55	43	30
180	128	21	38	13	15	15	0
198	285	11	48	2	54	46	30
216	82	1	57	51	54	18	0
234	238	52	7	41	13	49	30
252	35	42	17	30	33	21	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	○
270	192	32	27	19	52	52	30
288	149	22	37	9	12	24	0
306	140	12	46	58	31	55	30
324	103	2	56	47	51	27	0
342	99	53	6	37	10	59	30
360	256	4	16	26	30	30	0
378	53	33	26	15	59	1	30
396	210	2	36	5	9	33	0
414	7	13	45	54	28	4	30
432	164	3	55	43	48	36	0
450	320	54	5	33	8	7	30
468	117	44	15	22	27	39	0
486	274	34	25	11	47	10	30
504	71	24	35	1	6	42	0
522	228	14	44	50	26	13	30
540	25	4	54	39	45	45	0
558	181	55	4	29	5	16	30
576	338	45	14	18	24	48	0
594	135	35	24	7	44	19	30
612	292	25	33	57	3	51	0
630	59	15	43	46	23	22	30
648	246	5	53	35	42	54	0
666	42	56	3	25	2	25	30
684	199	46	13	14	21	57	0
702	356	36	23	3	41	28	30
720	153	26	32	53	1	0	0
738	310	16	42	42	20	31	30
756	107	6	52	31	40	3	0
774	263	57	2	20	59	34	30
792	60	47	12	10	19	6	0
810	217	37	21	59	38	37	30

Atque ita medii motus Lunæ nobis inventi atque in canones digesti nobis sunto.

12 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus eclipseωn causa, reliquæque circumstantiæ primulum animadversæ videantur.

Si ex ephemeridibus causam eclipsium Solis Lunæque explicare instituas, Solis quidem labores in conjunctionem, Lunæ autem defectum in oppositionem semper incurrere deprehendes. Sic eclipsis Solis anno 1600 ad diem 30 Iunii hora 0 55 ① in conjunctionem incidit sub 108 grad. 11 ①, eodemque tempore nodus descendens erat sub 111 gradu 23 ①. ut conjunctio ista huic nodo fuerit quam proxima, videlicet duntaxat 3 grad. 12 ① illinc dissita. non secus eclipsis Lunæ anno 1554 ad diem 8 Decembris hora 13 3 ① incidit in oppositionem Sole, 266 gr. 29 ① obtinente. & * συνδέσμου καταβιβάζοντος sub 262 gr. 30 ① constituto, ut hîc item 4 gr. 5 ① differentia tantum fuerit. atque negotium hoc diligentius pensanti, animadvertetur Lunam nodis viciniorem magis deficere, quam remotiorem, præterea etiam æquales eclipses inæquali spatio durare, cujus ratio à Luna tarda aut veloce tota dependet. Quæ omnia ex observationum ephemeridibus animadversa, occasionem suppeditabant ut deinceps in reliquas affectiones Geometrico ratiocinio & Arithmetico calculo diligentius inquirerent, quarum tractationem accuratiorem in 2 librum rejecimus. Atque ita ex observationum ephemeridibus causæ, unde eclipses Lunares animadversæ sunt, explicatæ sunto.

*nodo descendente.

13 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus aliæ calculo subductæ in consequentia tempora deriventur.

Si in ephemeridibus investiges, quonam temporis periodo Luna ad eandem eclipticę longitudinem sua revolutione restituatur, invenies proximè singulas enneadecaëteridas ad id congruere. dicis gratia anno 1554 Kalendis Ianuarii Luna versabatur sub 257 gr. 10 ①. & decimumnonum post annum, qui erat 1573, Kalendis Ianuarii erat sub 260 gradu 2 ①. quæ à priore absunt duntaxat 2 grad. 52 ① in consequentia. rursumque post annos novendecim qui erat 1592 Kalendis Ianuarii sub 254 grad. 26 ①, qui 5 grad. 36 ① absunt à novissimo, sed in antecedentia Zodiaci. Atque ita deinceps ad singulas enneadecaëteridas in aliis etiam locis, ubi differentia modo ultra, modo citra expositum terminum consistit, atque ea 8 aut 9 summum gradibus definitur. attamen hic observatione dignum quasdam enneadecaëteridas quatuor annos habere bissextiles, nonnullos verò autem quinque, unde integræ diei differentia ingeratur, quo intervallo Lunæ motus minor 15 gradib. sed major 11 gr. esse possit. Cujus rei ideo diligens habenda est ratio.

Neque negligendum adhibitis Lunæ ad Solem oppositione, vel conjunctione plus certitudinis induci. quia ita secunda anomalia declinatur. attamen hæc res ab errore & vitio non omnino immunis est, quemadmodū & antecedentia. ut, si quis forte ista parvi pendat ex observationum ephemeridibus. similes

ſimiles in conſequentia tempora tanquam calculo ſubductas derivare poſſit. Et ſi ephemerides longiore annorum ſerie eſſent continuatæ, forte major arctiorque convenientia reperiretur.

Enneadecaëteridis iſta reſtitutio Lunaris quæ 235 lunationes quàm proximè complectitur, à Metone primum animadverſa traditur, videturque ephemeridum ſubſidio inventa, eâ ratione quam nos jam ante retulimus: unde ab inventiore ennedecaëteris hæc metonica dicta fuit, qui numerus multis adeo placuit, ut Athenienſes reliquæque metropoles eum in curia iis collocarent.

Atque ita hactenus ex obſervationum ephemeridibus, ephemerides in conſequentia tempora deduximus.

14 PROPOSITIO.

Quomodo hora horæque momentum quo planetæ inter ſe mutuò junguntur vel opponuntur ex obſervationum ephemeridibus inveniatur.

Stadio in ephemeridibus ſuis uſitatû eſt aſpectus Lunæ cum reliquis planetis annotare, reliquorum autem planetarû inter ipſos nullos: eum verò earum notitia in ſequentibus uſui ſit, catholicam ejus inventionis rationem deinceps exponam, quæ tam ſervit δοκιμασίᾳ adſpectuum Lunæ ad reliquos planetas, quam ipſorum planetarum inter ipſos inveſtigationi.

Eſto igitur hora horæque particula invenienda, qua Luna Soli juncta ſit anno 1576 ad diem 26 Iunii.

Summa calculi huc recidit, ut expendas quanta planetæ velociſſimi exſuperatio horaria ſit, item quantum eorum ſit intervallum quod ſuperandû ſit tumque concluditur, iſta exſuperatio abſolvitur 1 hora, quanto igitur ſpatio abſolvetur tantum intervallum inter duos planetas (quod videlicet velociori exſuperandum reſtat) quartus is proportionalis eſt quæſitus. Itaque ſecundum iſtanc analogiam ſic ago.

Sol 1 die à 25 ad 26 Iunii (quemadmodum in ephemeridibus videre eſt) peragrat	57 ①.
Luna meat 1 die, à 25 ad 26 Iunii	14 gr. 39 ①.
Vnde deducatur 57 ① numerus hoc ordine primus; relinquetur exſuperatio Lunæ diurna	13 gr. 42 ①.
Iam 24 horę dant 13 grad. 42 ① exſuperationis Lunæ, itaq; 1 hora dabit	34 ① 15 ②.
Sol autem 26 Iunii abeſt à Luna	0 gr. 36 ①.
Itaque dicito 34 ① 15 ② peragrantur 1 hora, itaq; numerus hoc ordine primus luſtrantur 1 hora 36 ①; numerus hoc ordine quintus quid dabit? exibunt hora ejuſque optata pars pro tempore conjunctionis à meridie, videlicet	1 hor. 29 ①.

Cujus demonſtratio ab operis nexu perſpicitur. atque ita ex obſervationum ephemeridibus & horam & horæ momentum planetarum adſpectibus congruum eruimus.

CONSECTARIUM.

Iſto exemplo quo conjunctionem ſolam ſumus viſi declarare, etiam oppoſitiones, cæterique adſpectus trigoni, tetragoni, hexagoni ſatis clarent.

DISTINCTIO TERTIA PRIMI LIBRI, DE MOTV SATVRNI EX OBSERVATIONUM Ephemeridibus investigando.

15 PROPOSITIO.

Quomodo rudi minerva periodus restitutionis, affectio retrogradationis, & stationis Saturni, atque ejus in epicyclo motus ex observationum ephemeridibus animadvertatur.

Propositum hîc nobis est ex observationum ephemeridibus (cujus loco ob causas 1 propositione expositas *Stadii* ephemerides usurpamus) Saturni motus affectiones inquirere: tertiam igitur felidem, quæ Saturni est, præ manibus sumo, locus, qui mihi hîc casu offertur sint, dicîs gratiâ, ipsæ Kalendæ Ianuariæ anni 1554, quo tempore laterculus is mihi exhibet 342 gr. 27 ①: anno vertente, cum erit annus 1555 similiter Kalendis Ianuariis deprehendo eum obtinuisse 353 gr. 53 ①, ut integro anno 11 gr. 26 ① processerit. similiter altero anno elapso ipsis Kalendis Ianuarii 11 gr. 51 ① in antecedentia promotum invenio. atque ita deinceps continuato motuusque ad anni 1584 Kalendas Ianuarias, tandem ad eundem locum, unde anno 1554 ire cœperat, videlicet 347 grad. 54 ①, restitutum proximè animadverto: in quam periodum annos proximè 30 consumpserit. atq; ita deinceps exploranti trigesimo quoque anno unam periodum peragere deprehenditur.

Cæterum si cæteras motus affectiones singulis annis consideres, nunc citatum, modo tardum, nonnunquam pene stare, imo verò retro ire non rarò animadvertes: cujus regressus medium si diligentius consideres Saturno Soli opposito fere contingere videbis, quantoque Solem propius subit, tantò magis motum accelerare: exemplo res illustrior evadet. Anno 1569 circa initium Iunii diurnus motus est ①, postea 2 ①, qui deinceps augescit indies donec mensis Septembris initio ad 8 ① evadat, quo loco velocissimus est: rursum sub finem mensis velocitatem inhibet moderaturque, atque indies decrescit, ut tandem à 18 ad 24 Ianuarii 1570 stare videatur sub 202 gr. 20 ①: unde deinceps regreditur, & retrogradationem istam à 21 Ianuarii ad 11 Iunii côtinuat, quod spatium est 141 dierum, ejus semissis 70 in Kalendas Apriles incurrit, atque haud lôgulè illinc, propridie Kalendas, seu 30 Martii Sol Saturno erat oppositus. atque adeò quemadmodum dixeram, medium retrogradationis incidit in Saturni Solisque oppositionem: quâtò autem Soli vicinior, tantò evadit velocior, Solique junctus fit velocissimus. sic in assumpto exemplo velocitatis Soli junctus erat (finge enim animo, te id reapse notasse in cœlo, non ex libro de-

bro derivasse) ad diem 25 ejusdem mensis. Præterea diligentius ista consideranti facile est videre, inter oppositiones duas quasvis proximas, & conjunctiones, & retrogradationes annum & mensis semissem proximè intercedere, sic ab oppositione 17 Martii anno 1569, ad proximè sequentem, quæ contingit 30 Martii 1570, annus atque mensis semissis insuper intercidit, quo intervallo semper retrogradatio accidit, duratque dies 140 proximè, ut nonnunquam duo tresvé dies desint, nonnunquam vero etiam supersint. Istæ sunt affectiones, quas ex ephemeridibus eruere studuimus.

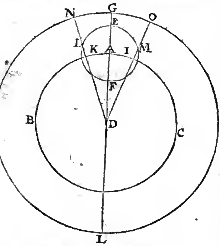
Res hæc suspicionem movet non levem Saturnum non quemadmodum Solem ferri in eccentrico solo, cujus hypothesin nulla retrogradatio sequitur; sed potius in epicyclo, ita ut circa oppositiones Solis propè epicycli perigæum versetur, cumque ibi ob suam in epicyclo velocitatem motū centri epicycli in deferente superet, retrograditur: contraque Soli conjunctus in perigæo epicycli constitutus tantò erit velocior quam centrum epicycli in deferente, quantùm motus ejus in epicyclo ad id afferet momenti.

Quamobrem Saturno motum nunc accelerante, aliàs retrogrediente, consequens est inter has mutationes tempus aliquod stationis intercidere, & vicissim progressu, regressu, & statione diligenter examinatis, causa in promptu est cur epicyclo opus sit. Quamobrem tempus periodicum Saturni retrogradationisque & stationis modum, ejusque in epicyclo conversionem rudi minerva ex observationum ephemeribus derivavimus.

16 PROPOSITIO.

Quomodo deferens epicyclum Saturni ex observationum ephemeridibus eccentricus deprehendatur.

Si deferens centrum epicycli idem cum terrę centro centrum haberet, consequens esset eum æquali temporis intervallo altero ante, altero post quam Soli oppositus foret æquales arcus apparēter peragrare, quod ab experientiâ, reique veritate omnino alienum est. enimverò A B C circulus esto Saturnini epicycli centrum deferens, isque (si fieri possit) concentricus assumatur, id est ut ejus centrum terreni globi centro D congruat. hinc ex A epicyclus E F describatur, cujus apogæum quidem



sit E, perigæum verò F. præterea ecliptica G L eodem D centro scribatur,

sitque G apparens apogæum ipsius E, jam duo assumantur puncta I K in deferente æqualiter distantia ab A: itemque L M in epicyclo pari ab F intervallo, per quæ à centro D in eclipticam usq; educantur rectæ D L N, D M O. his positis centrum epicycli primum fuerit in I, Saturnusque in L, apparenter autem in O: posteaque idem centrum ab I concesserit in A, ac Saturnus eodem tempore ad perigæum in F, quo loco (ob caussas supra expositas) Soli opponetur: rursumque exacto pari temporis intervallo centrum epicycli accesserit in K, arcusque A K ipsi A I æqualis sit, Saturnus verò eodem tempore F M arcum ipsi F L æqualem peragrarit, & hic N locus apparens Saturni tantundem distabit à G quantum prius punctum O, anguli enim G D O, G D N æquales sunt, unde efficitur id, quod dicere institueram, si centrum epicycli in concentrico versaretur, quemadmodum in subjecto diagrammate, consequens etiam esse Saturnum pari temporis intervallo utrimque & ante, & post ejus contra Solem oppositionem duos ęquales arcus apparēter conficere, cum secus id esse experientia confirmet: ideoque ipse deferēs eccentricus habendus. Cęterum experientię id repugnare ita docetur, dicis gratia nobis assumatur oppositio anni 1569 ad diem 17 Martii, Saturno 186 grad. 29 ① tenente, atque aliquod tempus ante ut puta 7 annis, ad diem 17 Martii anno 1562 versabatur sub 88 grad. 14 ①, inter istos igitur arcus 98 grad. 15 ① intercipiuntur. atqui 7 post annis id est 17 Mart. anno 1576, versabatur in 271 gr. 44 ①, inter quem & 186 grad. 29 ① interest arcus 85 gr. 15 ①. qui 13 gr. minor est priore.

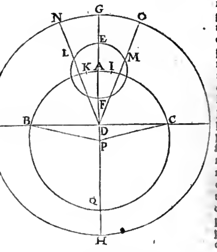
Quamobrem ex ipsis observationum ephemeridibus docuimus Saturnini epicycli centrum in eccentrico deferri.

17 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus apogæi & perigæi deferentis ejus apparens longitudo indagetur.

Cum per 16 propositionem in confesso sit circulum eum, qui centrum epicycli defert eccentricum esse, reliquum est apogęi ejusdem apparentem longitudinem investigare, cui fini inventa est ista ratio; Saturno Soli opposito centroque epicycli vel in apogæo, vel in perigæo consistente, æqualibus temporum intervallis ante & post oppositionem æquales arcus apparentes peragere. & contra cum in observationum ephemeridibus oppositio invenietur aliqua, ante & post quam æquales peripheriæ æquali temporis intervallo peragrātur, tum centrum epicycli in deferentis apogæo, vel perigæo consistere; unde apparens apogæi vel perigæi longitudo facili negotio inveniatur. Cæterùm ut res hæc sit illustrior, usurpabimus 16 propos. diagramma & characterū in diagrammate notiones easdem, ita tantum ut hic deferens A B C eccentricus sit, hoc est, D centrum terræ non sit, sed P. & centrum epicycli A in apogæo deferentis, Saturnus autem in F epicycli perigæo Solique oppositus consistat, quibus positis consequens est motus apparentes G N G O æquali tempore, ob angulorum G D N, G D O æqualitatem, æquales esse; nam id arguunt peripheriæ F L, F M æquales. eadem ratio est centro epicycli situ simili ad deferentis perigæum Q disposito.

Hactenus quidem platicè usurpavimus Saturnum in perigæo epicycli versari cum Soli opponitur. verum ut pressius id definiatur, notandum est eum ad epicycli perigæum ex amussim non redire, nisi & centro epicycli in perigæo ec-



gæo eccentrici, & Sole in sui deferentis apogæo perigæové constitutis. nam cum Sol in ecliptica secundũ apparentiam, seu visum non æqualiter moveatur, Saturnus verò in epicyclo contra æqualiter, non quâlibet oppositione verâ erit in perigæo epicycli, sed potius qualibet oppositione media, cujus motus secundum definitionem 16 æquabilis est. Ideoque, ut accuratius loquamur, deinceps potius in apogęo, perigæove eum in oppositione, aut conjunctione media esse dicemus.

Iam igitur ut apogæi perigæivé Saturnini apparentem secundũ eclipticam longitudinem scrutemur, in propatulo est ob causas jam dictas mihi in observationum ephemeridibus aliquam oppositionem mediam inveniendam esse, ut æqualibus quibuscunque binis intervallis temporum & ante, & post eam æquales arcus apparentes permeet: ut igitur eam inveniam, in ephemerides oculos conjicio ubi mihi, dicis gratiâ se offerat annus 1569, quo Saturnum sub 186 grad. 26 ♄ ad diem 17 Martii Soli oppositum deprehendo. atque hîc quidem pro vero loco Solis medium usurpare debuimus, quemadmodum ex jam dictis clarum est, sed id sat tempori fiet sub finem hujus computatiunculę, cum videbimus etiam vero loco Solis nos veritati satis vicinos, hoc inquam loco duos arcus æqualium temporum inter se contendo (ob causam in annotatiuncula 4 propos. expositam) atque huc septenne spatium (quod quadrantem periodi Saturni per 14 propos. ferè ęquat) hinc atque hinc ab loco dicto accerso; atque antecedente 7^{ennio}, id est, à 17 Martii anni 1562, cum esset in 88 grad. 14, ad 17 Martii 1569, cum esset sub 116 grad. 29 ♄, eum 98 grad. 15 ♄ confecisse deprehendo. at 7^{ennio} sequente, id est à 17 Martii 1569 sub 186 grad. 29 ♄, ad 17 Martii 1576 sub 271 gr. 44 ♄, invenio eum percurrisse duntaxat 85 grad. 15 ♄: verum cum hujus novissimi & primi arcus, videlicet 98 grad. 15 ♄, differentia sit 13 grad. apparens apogęum, aut perigęum longè aberit à suprascripto loco 186 grad. 29 ♄, atque ab opposito 6 grad. 29 ♄. attamen neuter ultra 90^{mum} gradum illinc abesse potest. quare simile periculum in ceteris intra istos terminos locis fieri poterit, assumptis oppositionibus antecedentium consequentiumvé annorum ab anno proposito 1569, annus is sit dicis gratia 1572, quo oppositio incidit in 23 Aprilis, Saturno 222 gr. 51 ♄ tenente, ubi similiter atque prius calculo ad septenne intervallum instituto, deprehendo dictorum arcuum differentiam esse 9 grad. 42 ♄. Itaque alio me con-

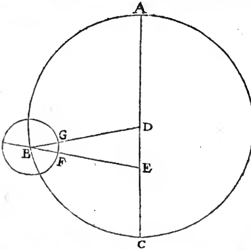
 fero

fero in annos consequentes, quia prior in hac comparatione arcus justo major fuerat: usurpetur igitur nobis oppositio anni 1576 Iunii 10. sub 268 gr. 20 ①. ubi arcubus septennalis motus ante & post hunc locum collatis, tandem eos inter se proximè congruere deprehendo, quippe quorum differentia 4 ① tantum sit, quæ hic in æstimationem haud veniant.

Cæterum quia proprius verusq; Solis locus nobis hic sit usurpatus, ad Solis medium locum me converto, ut oppositionem ejus paulo pressius examinem. assumpto igitur loco perigæi Solis sub 94 grad. 24 ①, quem 4 propos. definieramus, atque cum ibi & medius, & verus Solis locus per 16 propos. cõgruant ad diem 16 Iunii, medius & verus ejusdem locus in exemplo nostro tantum discrepant, quantum à 6 diebus induci potuit, à die scilicet Iunii 10 ad 16: differentia autem ea hoc modo est eruenda. Apparens Solis motus 6 dierum ex ephemeridibus exhibetur 5 grad. 44 ①, medius autem ejusdem motus per 3 propositionem fuit 5 grad. 55 ①, quorum differentia est 11 ①, quæ tantula discrepantia cum hic sit levis momenti priori calculo contentus majorem ἀκρίβειαν non desidero. si cui verò ludus ille allubescat, & accuratio major placeat, subducat 11 ① illa de vero Solis loco 88 grad. 20 ①, quem 10 Iunii obtinebat, reliquus 88 gr. 9 ① medium Solis locum demonstrat, unde Saturni oppositionis, quæ prius veri Solis tempus tantillo antevertit, initium auspicandum, reliquæ verò deinceps antecedenti operi consimiliter peragenda.

Non erat necesse septennii intervallum solum ad motus collationem ante, & post apogæum, vel perigæum assumi, sed aliis temporum spatiis uti licuit: nam 10 annis ante & post 10 Iunii 1576 differentia duntaxat 5 ① invenitur. ad 20 annos autem 3 ①. unde planius evincitur suprascriptum 268 gr. 20 ① esse optatum locum.

Verumenimverò cum hactenus non signatè, sed confusè alterutrum, apogæum scilicet aut perigæum sub 268 grad. 20 ① versari deprehensum sit; superest ut utrique suum propriumq; locũ assignemus. esto igitur deferens Saturni A B C, centrumque ejus D; centrum terræ cui ille est eccẽtricus E, apogeum A, perigeum C, B centrũ epicycli F G; hujus perigæum F, perigæum medium G. jam itaq; evidens



est (cum A apogæum notet) medium motum A D B in priore semicirculo

A B C

ABC ubique majorem esse vero AEB. & contra cum motus centri epicycli, seu medius Saturni motus, definito tempore major invenietur quam apparens, necesse est punctum id unde numeratio principium capit apogæum esse. atque cum contrarium continget id esse perigæum. quamobrem aliquas oppositiones in ephemeridibus examino, quæ longule absint ab A, aut C id est à 268 grad. 20 ①, aut ejus opposito. assumatur itaque nobis oppositio anni 1584 ad diem 15 Septembris, Saturno 2 grad. 44 ① obtinente, quo tempore motus initio derivato à 263 gr. 20 ①, apparens centri epicycli motus est 94 gr. 24 ①, pro angulo AEB. Sed ejusdem centri epicycli medius motus eodem intervallo temporis, videlicet à 10 Iunii anni 1576 ad 15 Septembris 1584 (quorum spatium est 8 annorum Ægyptiorum 99 dierum) per 17 propos. est 101 grad. 6 ①, pro angulo ADB, qui cum sit major quam AEB 94 grad. 24 ①, etiam ob causas jam dictas, A punctum sub 268 grad. 20 ① eclipticæ apogæum erit, & C sub 88 gr. 20 ① perigæum.

Quod verò hic prætendi possit rectam, quæ in oppositione à terræ centro E per ipsum Saturnum transigitur, haud necessario in epicycli centrum B incurrere, ob eccentricitatem deferentium Solis ac Saturni, atque ideo quæstionem hanc in dubium vocari. Contra id ita occurritur certò utique id constare posse, atque ita inveniri si numerus deferentis epicyclum Saturni & perigæi medii consentiat cum eo qui in oppositione fuerat, & tum necesse esse Saturnum in perigæo consistere.

Ad cujus investigationem angulum suprascriptum ADB 101 grad. 6 ① subduco de 180 gr. relinquetur angulus EDB — 78 gr. 54 ①.

Atque angulus AEB, id est quoque DEB, valet ut supra — 94 gr. 24 ①.

Duo isti anguli EDB DEB in triangulo EDB constant summam 173 gr. 18 ①, qui de 180 grad. subducti reliquum faciunt angulum DBE, qui ipsum perigæi arcum FG quoque definit — 6 gr. 42 ①.

Ajo igitur si peripheria deferentis à perigæo medio G ad Saturnum usque, hujus oppositionis tempore tanta quoque (videlicet 6 gr. 42 ①) deprehendatur, Saturnum tum perigæum F obtinuisse, atque adeò in recta EB constitisse. verum is arcus invenitur duntaxat 5 grad. 27 ①, nam Saturnus suprascriptis 8 annis Ægyptiis 99 diebus per sequentem 18 propos. cucurrit 354 gr. 33 ①, qui de 360 grad. deducti reliquos faciunt ut dixeramus — 5 gr. 27.

Quorum differentia à 6 gr. 42 ① duntaxat est — 1 gr. 15 ①.

Qui verò accuratius aliquid postulat is similem rationem alia oppositione sequatur, quæ istam proxime vel antecesserit vel consecuta sit, donec omninò scopum feriat. ut si exempli gratiâ assumatur oppositio anni 1583 Septemb. 3. invenies deficere 1 gr. 13 ①. Vt A quæsitum apogæum etiam hoc exemplo comprobetur versari sub 268 grad. 20 ①, qui numerus à 268 gr. quem in tabulis *Pruthenicis* exhibet *Rheinoldus*, perparum abest.

Cæterum quamvis ad calculum perfectissimũ adspiranti oppositione medii loci Solis utendum esset, id tamen huic εἰσαγωγῇ, quam rudi tantum minerva adumbramus neutiquam est necessarium; atq; eò magis, quod ad istum tam limatum calculum diutius continuatis ephemeridibus opus sit: Quamobrem hac apparenti apogæi & perigæi deferentis Saturni longitudine secundum eclipticam contenti nunc simus.

18 PRO-

18 PROPOSITIO.

Quomodo Saturni medius motus ex obſervationum ephemeridibus ad datum tempus inveniatur, & in canonem digeratur.

Inveſtigatio motus centri epicycli ex obſervationum ephemeridibus hoc modo inſtituitur. Tabulæ ephemeridum planiſſimè oſtendunt Saturnum 30 quoque anno apparentem ſecundum eccliptìcam motum conficere. itaque annum circiter 30^{mum} (& ſi ephemerides ſatis longa annorum ſerie continuatę eſſent, etiam poſt aliquot triacontaëterides) ſive ante, ſeu poſt ſupraſcriptum 10 Iunii 1576, inquiro quo Saturnus circiter 10 Iunii ſub 268 gr. 20 ① (ubi, ut jam 16 propoſ. demonſtratum fuit, deferentis apogæum eſt) Soli oppoſitus ſit, tum enim periodi interea revolutæ proximè ſunt perfectæ, ut ab eccentricitate deferentis epicycli, atque ipſius etiam Solis nullo incommodo, aut vitio afficiantur; tempus etiam inter oppoſitiones iſtas elapſum cognitum habetur, unde diurnum motum facile eſt eruere, atque canonem concenturiare, qui deinceps ſuccedentibus ævis (ut in Solis motu expoſuimus) corrigantur. verum ut etiam exemplo id ipſum declaremus; in ephemeridibus 30^{mum} annum (aut tricenarios ſi ſatis longa ſerie ſint continuati) ante poſtvè ſupraſcriptam oppoſitionem, quæ contigit ad diem 10 Iunii 1576 inveſtigabo, quo Saturnus proximè circa 268 gr. 20 ① verſetur, is invenitur 4 Iunii 1605, ſub 263 grad. 35 ①, qui locus à priore 4 gradib. 45 ① abeſt, ſed in tantillo arcu Solis ac Saturni eccentricitates, ſaltem in iſto exemplo quod diſciplinæ cauſa tantum adhibetur, notabilem differentiam haud inducent.

Quibus poſitis, video Saturnum, & conſequenter epicycli ſui centrum à 10 Iunii 1576, ad 4 Iunii 1605, quorum intervallū eſt 10586 dierum, peragraſſe 355 gr. 15 ①, videlicet à 268 gr. 20 ① ad 263 gr. 35 ①. Itaq; dicam 10586 dant 355 gr. 15 ①, itaque 1 dies quid dabit? Concludes 2 ① 0 ② 49 ③. qui calculus perparum à *Copernici* abaco 2 ① 3 ② 36 ③ abeſt, pro quo *Ptolomaus* 2 ① 0 ② 34 ③ uſurpat. Si oppoſitio iſta (quæ 3 gr. 13 ① à vera diſſidet) veræ propior eſſet (quæ ipſi vicinior inveniretur, ſi ephemerides longiori ſerie eſſent continuatę quales erudito ſeculo extitere) etiam motus diurnus ab epilogiſmo *Copernici* propius abeſſet.

Cæterum cum motus diurnus iſte deſignatus ſit, inde jam porrò canones (quemadmodum in motu Sòlis 3 propoſ. factitavimus) ad datum àliquod tempus còntinuare non erit difficile, quorum ope motum centri epicycli Saturni, àd datum tempus invenire in promptu ſit, quod in uſu ut plerunque locum habet.

Sed quia *Ptolomaicis* canoniis dicis gratiâ, & exempli loco, ob cauſas ſupra in Solis & Lunæ motu expoſitas, utimur, canonem hunc qualis apud eum extat ante oculos ponimus.

CANON

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	5	1	23	48	42
2	0	0	10	2	46	37	24
3	0	0	15	4	11	26	6
4	0	0	20	5	35	14	48
5	0	0	25	6	59	3	31
6	0	0	30	8	22	52	13
7	0	0	35	9	46	40	55
8	0	0	40	11	10	29	37
9	0	0	45	12	34	18	19
10	0	0	50	13	58	7	1
11	0	0	55	15	21	55	43
12	0	1	0	16	45	44	25
13	0	1	5	18	9	33	8
14	0	1	10	19	33	21	50
15	0	1	15	20	57	10	32
16	0	1	20	22	20	59	14
17	0	1	25	23	44	47	55
18	0	1	30	25	8	36	38
19	0	1	35	26	32	25	20
20	0	1	40	27	56	14	2
21	0	1	45	29	20	2	45
22	0	1	50	30	43	51	27
23	0	1	55	32	7	40	9
Dies.							
1	0	2	0	33	31	28	51
2	0	4	1	7	2	57	42
3	0	6	1	40	34	26	33
4	0	8	2	14	5	55	24
5	0	10	2	47	37	24	15
6	0	12	3	21	8	53	6
7	0	14	3	54	40	21	57
8	0	16	4	28	11	50	48
9	0	18	5	1	43	19	39

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	0	20	5	35	14	48	30
11	0	22	6	8	46	17	21
12	0	24	6	42	17	46	12
13	0	26	7	15	49	15	3
14	0	28	7	49	20	43	54
15	0	30	8	22	52	12	45
16	0	32	8	56	23	41	36
17	0	34	9	29	55	10	27
18	0	36	10	3	26	39	18
19	0	38	10	36	58	8	9
20	0	40	11	10	29	37	0
21	0	42	11	44	1	5	51
22	0	44	12	17	32	34	42
23	0	46	12	51	4	3	33
24	0	48	13	24	35	32	24
25	0	50	13	58	7	1	15
26	0	52	14	31	38	30	6
27	0	54	15	5	9	58	57
28	0	56	15	38	41	27	48
29	0	58	16	12	12	56	39
30	1	0	16	45	44	25	30
60	2	0	33	31	28	51	0
90	3	0	50	17	13	16	30
120	4	1	7	2	57	42	0
150	5	1	23	48	42	7	30
180	6	1	40	34	26	33	0
210	7	1	57	20	10	58	30
240	8	2	14	5	55	24	0
270	9	2	30	51	39	49	30
300	10	2	47	37	24	15	0
330	11	3	4	23	8	40	30
360	12	3	21	8	53	6	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	12	13	23	56	30	30	15
2	24	26	47	53	1	0	30
3	36	40	11	49	31	30	45
4	48	53	35	46	2	1	0
5	61	6	59	42	32	31	15
6	73	20	23	39	3	1	30
7	85	33	47	35	33	31	45
8	97	47	11	32	4	2	0
9	110	0	35	28	34	32	15
10	122	13	59	25	5	2	30
11	134	27	23	21	35	32	45
12	146	40	47	18	6	3	0
13	158	54	11	14	36	33	15
14	171	7	35	11	7	3	30
15	183	20	59	7	37	33	45
16	195	34	23	4	8	4	0
17	207	47	47	0	38	34	15
18	220	1	10	57	9	4	30
36	80	2	21	54	18	9	0
54	300	3	32	51	27	13	30
72	160	4	43	48	36	18	0
90	20	5	54	45	45	22	30
108	240	7	5	42	54	27	0
126	100	8	16	40	3	31	30
144	320	9	27	37	12	36	0
162	180	10	38	34	21	40	30
180	40	11	49	31	30	45	0
198	260	13	0	23	39	49	30
216	120	14	11	25	48	54	0
234	240	15	22	22	57	58	30
252	200	19	33	20	7	3	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	60	17	44	17	16	7	30
288	280	18	55	14	25	12	0
306	140	20	6	11	34	16	30
324	0	21	17	8	43	21	0
342	220	22	28	5	52	25	30
360	80	23	39	3	1	30	0
378	300	24	50	0	10	34	30
396	160	26	0	57	19	39	0
414	20	27	11	54	28	43	30
432	240	28	22	51	37	48	0
450	100	29	33	8	46	52	30
468	320	30	44	45	55	57	0
486	180	31	55	43	5	1	30
504	40	33	6	40	14	6	0
522	260	34	17	37	23	10	30
540	120	35	28	34	32	15	0
558	340	36	39	31	41	19	30
576	200	37	50	28	50	24	0
594	60	39	1	25	59	28	30
612	280	40	12	23	8	33	0
630	40	41	23	20	17	37	30
648	0	42	34	17	26	42	0
666	220	43	45	14	35	46	30
684	80	44	56	11	44	51	0
702	300	46	7	8	53	55	30
720	160	47	18	6	3	0	0
738	20	48	29	3	12	4	30
756	240	49	40	0	21	9	0
774	100	50	50	57	30	13	30
792	320	52	1	54	39	18	0
810	180	53	12	51	48	22	30

Atque ita ex obſervationum ephemeridibus medius Saturni motus ad datum tempus erutus nobis eſto.

19 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus Saturni motus in epicyclo ad datum tempus inveniatur.

DATUM. Quæritur Saturni diurnus in epicyclo motus.

NOTA.

Poſtquam hujus praxim uſitato more (ſubducto videlicet medio Saturni motu de medio motu Solis) deſcripſiſſem, quemadmodum paulo infra videre eſt, placuit PRINCIPI ILLUSTRISSIMO ad majorem rei claritatem, cauſarumque cognitionem, (quæ non minus in cæteris ſequentibus planetis quam Saturno uſui ſit) operis hujus exegeſim ex propriis Saturni fundamentis derivare & explicare, quam ipſe ita inſtituit.

1 CONSTRUCTIO.

Primò duas Saturni Soliſque oppoſitiones longo quidem temporis intervallo diſſitas, at ſub eodem proximè gradu eclipticæ ex ephemeridibus eruit. iſto enim ſpatio totidem Saturni in epicyclo, quot Solis in deferente periodos peragi neceſſe eſt, neque eecentricitas hic quidquam negotii faceſſit, neq; medium Solis locum uſurpare hic, propter notas jam cauſas, opus eſt. priorem igitur aſſumpſit 10 Iunii anno 1576, poſteriorem verò 4 Iunii 1605, inter quas interſunt 29 proximè anni, ſeu intervallum dierum 10586, quo ſpatio Saturnus totidem converſiones peregit in epicyclo ſuo, quoties Soli oppoſitus ſtetit, videlicet 28, ſingulis autem periodis cedunt 360 gr. ſumma omnium 10080 grad. Itaque ex proportione concludes 10586 dies dant 10080 grad. unus igitur dies dabit 57 ① 7. 55. qui calculus proxime abeſt à *Copernici*, & *Ptolomæi* ſequenti epilogiſmo.

2 CONSTRUCTIO.

De diurno motu Solis qui per 3 propoſitionem eſt	0 gr. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Subducas motum medium Saturni qui per 17 propoſitionem eſt	0 gr. 2. 0. 33. 31. 28. 51.
Relinquitur optatus Saturni motus diurnus in epycyclo	0 gr. 57. 7. 43. 4. 43. 40.

DEMONSTRATIO.

Nam quandoquidem Saturnus in perigeo epicycli lineæ medii motus Solis opponitur, ut ſupra patuit, conſequitur eum in epicyclo motum æqualem eſſe medio Solis motui, dempto medio motus Saturni, hoc eſt, quantum interea centrum epicycli promovetur.

Verum exemplo id explicatius docebo. ſi centrum epicycli eodem loco fixum ſtaret neque quoquam commoveretur Saturnuſque jam nihilominus in oppoſitione ad perigæum epicycli rediret, clarum eſt Saturni motum in epicyclo

epicyclo Solis medio motui æqualem fore; atqui interea epicycli centrum aliquo usque sese promovit; quare tanto intervallo minor est motus Saturni in epicyclo quàm medius motus Solis: ideoque subducto motu centri epicycli Saturni de medio motu Solis, reliquus erit optatus Saturni in epicyclo motus.

CONSECTARIUM.

Itaque ex isto motu diurno quem supra ostendimus fabrica canonum (qualem in Solis motu 3 propositione usurpavimus) expedita est, quorum ope Saturni motus in epicyclo ad datum quodcunque tempus (quemadmodum in ipso usu, & opere sæpe necesse est) inveniatur. Notabis quoque interim δοκιμασίαν atque examen in condendis canonibus instituí, si quotiescunq; consultum videbitur experiaris utrum numerus ex abaco tuo deductus, cum numero sibi respondente congruat. dicis gratiâ si de annuo Solis motu, Saturni in epicyclo annuam revolutionem deductas, ut tum reliquus is numerus idem sit cum eo, quem observationes suggerunt.

F 2 CANO-

Horę	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	22	49	19	14	19
2	0	4	45	38	28	28	38
3	0	7	8	27	57	42	57
4	0	9	31	17	16	57	17
5	0	11	54	6	36	11	36
6	0	14	16	55	55	25	55
7	0	16	39	45	14	40	14
8	0	19	2	34	33	54	33
9	0	21	25	23	53	8	52
10	0	23	48	13	12	23	12
11	0	26	11	2	31	37	31
12	0	28	33	51	50	51	50
13	0	30	56	4'	10	6	9
14	0	33	19	30	29	20	28
15	0	35	42	19	48	34	47
16	0	38	5	9	7	49	7
17	0	40	27	58	27	3	26
18	0	42	50	47	46	17	45
19	0	45	13	37	5	32	4
20	0	47	36	26	24	46	23
21	0	49	59	15	44	0	42
22	0	52	22	5	3	15	2
23	0	54	44	54	22	29	21
Dies.							
1	0	57	7	43	41	43	40
2	1	54	15	27	23	27	20
3	2	51	23	11	5	11	0
4	3	48	30	54	46	54	40
5	4	45	38	38	28	38	20
6	5	42	46	22	10	22	0
7	6	39	54	5	52	5	40
8	7	37	1	49	33	49	20
9	8	34	9	33	15	33	0

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	9	31	17	16	57	16	40
11	10	28	25	0	39	0	20
12	11	25	32	44	20	44	0
13	12	22	40	28	2	27	40
14	13	19	48	11	44	11	20
15	14	16	55	55	25	55	0
16	15	14	3	39	7	38	40
17	16	11	11	22	49	22	20
18	17	8	19	6	31	6	0
19	18	5	26	50	12	49	40
20	19	2	34	33	54	33	20
21	19	59	42	17	36	17	0
22	20	56	50	1	18	0	40
23	21	53	57	44	59	44	20
24	22	51	5	28	41	28	0
25	23	48	13	12	23	11	40
26	24	45	20	56	4	55	20
27	25	42	28	39	46	39	0
28	26	39	36	23	28	22	40
29	27	36	44	7	10	6	20
30	28	33	51	50	51	50	0
60	57	7	43	41	43	40	0
90	85	41	35	32	35	30	0
120	114	15	27	23	27	20	0
150	142	49	19	14	19	10	0
180	171	23	11	5	11	0	0
210	199	57	2	56	2	50	0
240	228	30	54	46	54	40	0
270	257	4	46	37	46	30	0
300	285	38	38	28	38	20	0
330	314	12	30	19	30	10	0
360	342	46	22	10	22	0	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	347	32	0	48	50	38	20
2	335	4	1	37	41	16	40
3	322	36	2	26	31	55	0
4	310	8	3	15	22	33	20
5	297	40	4	4	13	11	40
6	285	12	4	53	3	50	0
7	272	44	5	41	54	28	20
8	260	16	6	30	45	6	40
9	247	48	7	19	35	45	0
10	235	20	8	8	26	23	20
11	222	52	8	57	17	1	40
12	210	24	9	46	7	40	0
13	197	56	10	34	58	18	20
14	185	28	11	23	48	56	40
15	173	0	12	12	39	35	0
16	160	32	13	1	30	13	20
17	148	4	13	50	20	51	40
18	135	36	14	39	11	30	0
36	271	12	29	18	23	0	0
54	46	48	43	57	34	30	0
72	182	24	58	36	46	0	0
90	318	1	13	15	57	36	0
108	93	37	27	55	19	0	0
126	229	13	42	34	20	30	0
144	4	49	57	13	32	0	0
162	140	26	11	52	43	30	0
180	276	2	26	31	55	0	0
198	51	38	41	11	6	30	0
216	187	14	55	50	18	0	0
234	322	51	10	92	29	30	0
252	98	27	25	8	14	0	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	234	3	39	47	52	30	0
288	9	39	54	27	4	0	0
306	145	16	9	6	15	30	0
324	280	52	23	45	27	0	0
342	56	28	38	24	38	30	0
360	192	4	53	3	50	0	0
378	327	41	7	43	1	30	0
396	103	17	22	22	13	0	0
414	238	53	37	1	24	30	0
432	14	29	51	40	36	0	0
450	150	6	6	19	47	30	0
468	285	42	20	58	59	0	0
486	61	18	35	38	10	30	0
504	196	54	50	17	22	0	0
522	332	31	4	56	33	30	0
540	108	7	19	35	45	0	0
558	243	43	34	14	56	30	0
576	19	19	48	54	8	0	0
594	154	56	3	33	19	30	0
612	290	32	18	12	31	0	0
630	66	8	3	51	42	30	0
648	201	44	4	30	54	0	0
666	337	21	2	10	5	30	0
684	112	57	16	49	17	0	0
702	248	33	31	28	28	30	0
720	24	9	46	7	40	0	0
738	159	46	0	46	51	30	0
756	295	22	15	26	3	0	0
774	70	58	30	5	14	30	0
792	206	34	44	44	26	0	0
810	342	10	59	23	37	30	0

Motus inæqualitatis, seu ἀνωμαλίας, significat motum planetæ in epicyclo.

Atque ita ex observationum ephemeridibus Saturni motus in epicyclo ad datum tempus inventus nobis esto.

NOTA.

Si ephemerides istæ *Stadii* tam longa annorum feriæ essent continuatæ, ut duas Saturni Solisque oppositiones sub eadem eclipticæ longitudine suppeditarent, etiam theorema simile ei quod in Sole Lunaque usurpavimus instituere liceret, quomodo videlicet ex observationum ephemeridibus calculo subductæ ephemerides in consequentia tempora derivandæ sint: sed quia hic una solummodo perfecta periodus exhibetur, investigationis istius abacus nō succedit. Verumtamen, quomodo epilogismo mathematico ad quodcunque datum tempus ephemerides continuandæ sint infra dicetur.

20 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus deferentis apogæi motus inveniatur.

Quia ephemerides *Stadii* (quas, ut 1 propos. diximus, tanquam observando ex ipso cœlo derivatæ essent usurpamus) nimis angustis temporum limitibus circumscriptæ sunt, quam ut optato negotio satis esse possint, iis succenturiabo observationes *Ptolemaicas*, qui apogæum deferentis Saturni (ut 5 cap. 11 lib. annotavit) sub 233 grad. deprehendit. at nos ei 268 gr. 20 ① è nostro calculo 16 propos. assignaveramus, qui cum 35 gr. 20 ① ultra excurrunt, apogæum 1450 annorum intervallo tantum secundum nostrum epilogismū processisse arguitur: nam ab anno 127 ad 1576 tot anni sunt intermedii. atque hinc jam motus apogæi ad datum tempus inventu perquam facilis est; Sic dicis gratia motus ejus annuus per proportionem ita invenietur; 1450 anno dant 35 grad. 20 ①, itaque 1 annus dabit 1 ① 28 ②. Quamobrem ex observationum ephemeridibus motus apogæi deferentis Saturni ita explicatus esto.

21 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus motus *centri epicycli in deferente inveniatur.

* ἀνώμαλος τοῦ ἀστέρος κατὰ μῆκος.

Motus apogæi deferentis annuus per 20 propos. est	10 ① 28 ②.
Quo deducto de medio Saturni motu annuo Ægyptiaco per 18 propos.	12 gr. 13 ①.
Reliquus erit motus centri epicycli in deferente annuus Ægyptiacus	12 gr. 12 ①.

Atque ita similiter deinceps ad datum quodlibet tempus motus ejus explicari poterit. cujus demonstratio ipsa seipsam explicat.

DISTIN-

DISTINCTIO QVARTA PRIMI LIBRI, DE MOTV IOVIS EX OBSERVATIONVM Ephemeridibus investigando.

Priusquam in rem ipsam ingredior illud præmonere habeo necesse, tractationem istam, quam de Iovis motu suscipio, consimilem esse Saturni, nam Iovi & epicyclus, & epicycli in deferente motus etiam assignandus venit: velocitate tamen ab eo dissidet, nam citius sæpiusque suas absolvit periodos, eccentricitatis quoque mensuram, aliaque nonnulla id genus tantum habet diversa, quæ hic ita generatim annotata quemlibet non obesse naris facile erudiant, ut suo marte in Iove deprehendat ea, quæ de Saturni motu nobis expressa sunt: attamen ut omnem caliginem diffindam, ea hic describere institui, quæ in ejus motus qualitate, & affectionibus indagandis mihi occurrerunt, servato ordine qualem in Saturno secuti sumus.

23 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus rudi minerva tempus periodicum, retrogradatio, & statio Iovis, ejusque in epicyclo motus investigetur.

Cum hic affectio motus Iovis ex observationum ephemeridibus (in cujus locum propter rationes 1 propos. expositas Stadium subrogamus) eruenda sit: oculos animumque ad sextam selidem, quæ ejus motum habet expressum converto: Hic igitur dicis gratiâ, sese offerant Kalendæ Ianuariæ 1554, quo tempore laterculus ei debitus exhibet 184 grad. 53 ①, & anno vertente, qui est 1555 Kal. Ianuar. 212 grad. 44 ①, ut eo intervallo 27 grad. 51 ① processerit: ac simili via hinc ad sequentis anni 1556 Kal. Ianuarias 26 grad. 4 ① promovisse deprehendes: atque hoc ordine deinceps ad annum 1566 continuato animadvertes eum aliquantillum processisse ultra locum prius assignatum, hoc est ad 189 grad. in qua periodo 12 proximè annos insumpsit. atque, si in aliis locis simili modo periculum facias, 12 quibuslibet annis proximè periodum suam absolvere cognosces.

Et si accuratius periodi cujusque motum consideres ipsum Iovem modò citatum, aliàs lenem, & nonnunquam stantem, ac deniq; etiam retrogradum animadvertes: porrò etiam cum retrogradationem hanc diligētius scrutaberis reipsa experiere eam Iove Soli opposito semper evenire; quantoque ad Solem propius accedat, tantò citatiori motu ferri. Exemplo idem clarius erit: anno 1554 ad diem 16 Maji singulis diebus singula duntaxat ① conficit, inde 2 ①,

exinde deinceps indies motũ accelerat, donec Octobri mense 13 ☉ decurrat: Inde vicissim ab hac sui motus velocitate in Novẽbri nõ nihil remittit, donec tandem à 9 ad 11 Februarii anni 1555, in 215 gr. 6 ☉ plane stet immotus. atq; hinc tum vicissim retrò regreditur, cujus regressus initium, pensiculatius æstimanti à 10 Februarii ad 13 Iunii excurrere animadvertitur, eamque spatio 123 dierũ absolvi; hujus semissis sunt 61 dies, ut mediũ istius retrogadationis cadat in 11 Aprilis; atq; pridie ejus diei Iuppiter Soli oppositus erat. Quantò verò ad Solem propius accedit, tantò citatiore motu fertur, ut sub ipsam cõjunctionem velocissimus feratur. Sic ista expositi motus velocitas (fingamus enim eam oculis conspicuam fuisse) in ipsam conjunctionem incidit proximè ad 8 diem Septembris. Cæterum retrogradatio exposita non levem movet suspicionem Iovem non in deferente aliquo, ut Solem ferri, sed in epicyclo, cujus rei argumenta, in haud multùm absimili Saturni motu, 15 propositione exposuimus. Quamobrem ita ex observationum ephemeridibus tempus periodicum Iovis, retrogradationisque & stationis modus aliquis, ejusque in epicyclo conversio rudi minerva derivata sunto.

23 PROPOSITIO.

Quomodo deferens epicyclum Iovis ex observationum ephemeridibus eccentricus deprehendatur.

Si deferens centrum epicycli Iovis idem centrum cum terræ centro haberet, consequens esset eum æqualibus temporum intervallis, altero ante, altero post quàm Soli opponeretur, æquales arcus secundum visum peragrare, quod hìc ab experientiâ reique veritate alienum esse, ita demonstratur. Sumas enim dicis gratiâ oppositionem anni 1593 ad diem 30 Iunii, Iove 287 grad. 36 ☉ proximè obtinente. sed ante aliquod temporis spatium, puta annos tres, 30 Iunii anni 1590 versabatur sub 189 grad. 50 ☉, quarum peripheriarum differentia est 97 grad. 46 ☉. at tertio anno post, qui erat 30 Iunii 1596 obtinebat 37 grad. 18 ☉, cujus à primo loco distantia est 109 grad. 42 ☉, hic autem arcus 11 grad. 56 ☉ major est priore 97 gr. 46 ☉. Ita igitur Iovis epicycli motus eccentricus ex ipsis observationum ephemeridibus demonstratus esto.

24 PROPOSITIO.

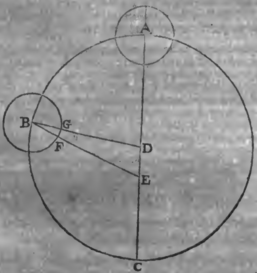
Quomodo apogæi & perigæi deferentis apparens longitudo sit ex observationum ephemeridibus indaganda.

Cum per 23 propos. in confesso sit circulum eum qui centrum epicycli defert eccentricum esse, reliquum igitur est apparentem seu veram apogæi sui longitudinem investigare. Cum igitur (propter argumenta ad 15 propos. in simili Saturnini motus analogiâ exposita) ex observationum ephemeridibus oppositio aliqua Iovis & medii motus Solis invenietur à quâ & ante, & post eam æquali temporis spatio Iuppiter æquales peripherias peragat, non dubium est quin centrum epicycli eo casu in deferentis sui apogæo vel perigæo versetur; atque inde vera longitudo alterutrius saltem absidis erui possit. Vt igitur hos arcus inveniam, ad ephemerides me converto, ubi se offerat, dicis gratiâ, oppositio anni 1557 ad diem 5 Iunii sub 273 grad. 18 ☉: duos igitur arcus æ-

cus æqualium temporum ante & post eam inter se contendo, atque triennę spatium, quod quadrantem periodi Iovis proximè æquat, (propter causas 17 propositione positas) huc accerso; peripheriarumq; ipsis congruarum prioris supra posteriorem differentiam 48 grad. 55 ① deprehendo. quæ cum nimia sit, arguit apogæum vel perigæum verum à 273 grad. 18 ①, aut puncto ad diametrum opposito 93 gr. 18 ① longè abesse: attamen utut sit distantia absidum ab his terminis 90^{mum} gradum non excedit: atque ideò aliquot locis facto periculo tandem fingo me incidisse in oppositionem anni 1578 ad diem 9 Martii sub 188 grad. 56 ①, ubi collato motu triennii antecedentis, cum motu sequentis triennii, differentiam perpauxillam 29 ① deprehendo.

Calculo ista jam via quodammodo expedito, oppositio Iovis & lineæ medii motus Solis examinanda esset, sed cum hic ipse accurationis articulus propter angustiam temporum, quibus in his tabulis circumscribimur, non possit inveniri, ideò his 188 gr. 56 ① exempli tantum loco usurpatis acquiescemus.

Hujus rei periculum etiam in aliis annis à ternario dividuis facere licebit, ut si intervallum assumas 15 annorum ab 19 Martii anni 1578, invenies discrepantiam duntaxat 16 ①, quo argumento motus suprascriptos 188 grad. 56 ① pro optato termino hîc usurpabo.



Cum igitur ostensum sit sub 188 gr. 56 ① alterutrã absidem, summam vel imam, hoc est, apogæum vel perigæum cõsistere: reliquum est ut, utri is locus assignãdus sit inquiramus. Exponatur ad hanc rem A B C deferens centrum epicycli Iovis, centrum ejus ad D, terræ centrum E, apogæum A, perigæum C; & ex B tanquam centro circinetur epicyclus F G, cujus perigæũ F, & perigæum medium G: his positis manifestum est medium motum A D B, in priore semicirculo A B C, ubique majorem esse apparente A E B. atque ex ejus converso manifestum est, cum motus centri epicycli (seu quod idem est, medius motus Iovis) dato temporis spatio in priore semicirculo major erit apparente, locum, unde numerationis initium ducitur, apogæum esse: contra si minor, perigæum. His positis in ephemeridibus assumam oppositionem aliquam ab A vel C hoc est à 188 grad. 56 ① vel opposito ad diametrum puncto satis disjunctam: ea sit nobis, dicis gratiâ, oppositio anni 1581 ad diem 25 Iunii,

25 Iunii, Iove sub 282 grad. 35 ① constituto, quo tempore secundum visum à 188 grad. 56 ①, distat 93 grad. 37 ①, qui est angulus A E B: Sed medius ejusdem intervalli motus videlicet à 19 Martii anni 1578, ad diem 25 Iunii 1581, quod intervallum est trium annorum Ægyptiorum 99 dierum, est per sequẽtem 25 propos. 99 grad. 15 ①, pro quantitate anguli A D B, atque is cum major sit quam angulus A E B 97 grad. 37 ①, consequens est (ob causas supra expositas) punctum A, sub eclipticæ 188 grad. 56 ① apogæum, & in puncto opposito, id est 8 grad. 56 ① perigæum C consistere.

Quod verò hic objici possit rectam, quæ in conjunctione à centro terræ E per Iovem F exporrigitur, non necessariò in B centrum epicycli, ob causas cognitas, se induere, atque ideò expositum epilogismũ ancipitem ac dubium videri. respondeo si tres anguli trianguli D E B additi 180 grad. restituant Iovem necessariò in epicycli perigæo F constitisse. cujus veritatem ita explorabis, subdicito A D B 99 grad. 15 ① de 180 grad. relinquetur angulus E D B 80 gr. 45 ①.

Atque angulus A E B, seu D E B valet ut supra 93 gr. 37 ①.

Angulus autem E B D 2 gr. 24 ①, nam suprascripto intervallo 3 annorum Ægyptiorum 99 dierum Iuppiter ab apogæo medio G, ad perigæum F decurrit per sequentem 26 propos. 357 grad. 36 ①, qui de integro circulo 360 grad. deducti, relinquunt arcum perigei F G, seu quodidem sit angulũ E B D ut supra 2 gr. 24 ①.

Tres anguli E D B 80 gr. 45 ① ordine primus, D E B 93 gr. 37 ① ordine secundus, E B D 2 gr. 24 ① ordine tertius additi dabunt 176 gr. 16 ①.

Qui ab semicirculo absunt duntaxat 3 gr. 44 ①.

At qui arctiorem consensum desiderabit, similem calculi epilogismum tentet usurpata alia aliqua oppositione, quæ nobis usurpatam antecedat aut sequatur, donec desideratam accurationem assequatur. Vt si oppositionem, quę contigit anno 1580 ad diem 21 Maji in consilium adhibeas, 2 gr. 26 ① à justo dissidebis. Et si oppositionem anni 1579 diei 20 Aprilis usurpes, angulos D E B 30 gr. 57 ①, B D E 147 gr. E B D 2 grad. 36 ① deprehendes, qui additi dabunt summam 180 grad. 33 ①: qui numerus 33 ① duntaxat æquo major est. Cujus excessus haud magni momenti censendus est; atq; adeò his tot casibus comprobatur apogæum versari sub 188 gr. 56 ①, ut supra, qui locus satis vicinus est ipsis 186 gr. quem in Tabulis *Prutenicis* exhibet *Rheinoldus*.

Cæterũ quod ipsum τὸ ἀκριβὲς & accuratissima veritas postulet oppositionem lineæ medii motus solis in hoc negotio usurpari, id in εἰσαγωγικῇ hac doctrina minimè est necessarium, maximè verò cum hic nimis angustis ephemeridum cancellis circumscribamur. Quamobrem ita absidum deferentis Iovis longitudo vera secundum eclipticam ex observationum ephemeridibus inventa esto.

25 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus medius motus Iovis ad datum tempus inveniendum, atque inde canones condendi sint.

Investigatio motus centri epicycli ex observationum ephemeridibus instituitur

tuitur hoc modo. quia Iovem duodenis quibusque annis proximè periodum suam peragere animadvertimus, restitutionis diem anno dictæ revolutionis duodecimo (vel à duodenario multiplo si ephemeridum tempora id sinant) ante, vel post supra expositum 19 Martii anni 1578 inquiremus, quia Iuppiter ad diem 19 Martii sub 188 gr. 56 ①, Soli oppositus, & simul in epicycli apogæo per 21 primam propos. versari ostensus est. atque hic revolutionis restitutio una pluresve, pro temporis intervallo transactæ satis vero propinquæ & perfectæ erunt, neque ab eccentricitate deferentium Solis & Iovis errorem ullum magni momenti admittent. Intervallum præterea temporis inter duas oppositiones medium est hîc cognitum, unde diurnus motus investigari & canonia (non secus atque in Solis motu docuimus) condi poterunt, cujus veritas longioribus deinceps temporum intervallis vel comprobari, vel emendari possit.

Verumenimvero ut hæc generatim dicta speciali exemplo aliquo comprobemus. In ephemeridibus duodecimũ assumamus annum, qui supra scriptam oppositionem 19 Martii anno 1578, quo tempore Iuppiter 188 gr. 56 ① obtinebat, ante cessit: is autem erat annus 1566, quo tempore ad diem 12 Martii Iuppiter sub 185 gr. 8 ① invenitur, cujus à priore differentia est 3 gr. 48 ①. qui tam illus arcus ab ipsorum eccentricitatibus notatu dignam hallucinationem non admittit, maximè verò negligendam cum ista exempli loco tantum usurpentur. His igitur positis animadverto Iovem, atque adeò epicycli centrum à 12 Martii 1566, ad 19 Martii 1578, hoc est 4390 dierum intervallo decurrisse 363 gr. 48 ①, integram nempe periodum, atque insuper tantillũ quantum interest inter 185 gr. 8 ① & 188 grad. 56 ①. Vnde proportio, 4390 dies dant 363 gr. 48 ①, itaque 1 dies quid dabit? Concludes 4 ① 58. 20: qui numerus à *Ptolomai* abacis 4 ① 59. 14. perparum abest.

Nonnihil propius ad veritatem collimabat hîc calculus ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS, usurpato longiore temporis intervallo duarum oppositionum (ratus non necessario id negotium epicycli apogæo aut perigæo alligari) quàm longissimè in his ephemeridibus disjunctarum, quarum prior incurrit in 11 Martii 1554, posterior in 25 Martii 1602, quo intervallo, quod est 1746 dierum, quatuor restitutionum periodi, atque insuper 15 gr. 35 ① transacti sunt. Ex cujus analogiâ motus diurnus invenitur 4 ① 58. 29. Et quamvis in hoc calculo eccentricitatum ratio hisce 15 gr. 35 ① majorem errorem inducat, quam in nostro 3 gr. 48 ①; contra tamen majus temporis intervallum hîc ad accurationem plus proficit.

Cæterum adhibitâ lineâ medii motus Solis abaci hujus calculum deducere nihil attinet, ob rationes quas simili casu in Saturni motu 17 propos. rettulimus.

Si igitur motus diurnus tantus esset, in proclivi foret inde canones derivare, quemadmodum in Solis motu usurpavimus, ut levi negotio motus centri epicycli Iovis, seu quod idem est, medius motus Iovis ad datum tempus derivetur, quemadmodum in usu postulari solet. Veruntamen quia *Ptolomai* canones dictis & exempli gratia (propter causas in Solis & Lunæ motu supra jam expositas) usurpamus, eos ipsos nunc huic loco subjungam.

CANON

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	12	28	6	6	56
2	0	0	24	56	12	13	52
3	0	0	37	24	18	20	48
4	0	0	49	52	24	27	45
5	0	1	2	20	30	34	41
6	0	1	14	48	36	41	37
7	0	1	27	16	42	48	34
8	0	1	39	44	48	55	30
9	0	1	52	12	55	2	26
10	0	2	4	41	1	9	22
11	0	2	17	9	7	16	19
12	0	2	29	37	13	23	15
13	0	2	42	5	19	30	11
14	0	2	54	33	25	37	8
15	0	3	7	1	31	44	4
16	0	3	19	29	37	51	0
17	0	3	31	57	43	57	56
18	0	3	44	25	50	4	53
19	0	3	56	53	56	11	49
20	0	4	9	22	2	18	45
21	0	4	21	50	8	25	42
22	0	4	34	18	14	32	38
23	0	4	46	46	20	39	34
Dies.							
1	0	4	59	14	26	46	31
2	0	9	58	28	53	33	2
3	2	14	57	43	20	19	33
4	0	19	56	57	47	6	4
5	0	24	56	12	13	52	35
6	0	29	55	26	40	39	6
7	0	34	54	41	7	25	37
8	0	39	53	55	34	12	8
9	0	44	53	10	0	58	39

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	0	49	52	24	27	45	10
11	0	54	51	38	54	31	41
12	0	59	50	53	21	18	12
13	1	4	50	7	48	4	43
14	1	9	49	22	14	51	14
15	1	14	48	36	41	37	45
16	1	19	47	51	8	24	16
17	1	24	47	5	35	10	47
18	1	29	46	20	1	57	18
19	1	34	45	34	28	43	49
20	1	39	44	48	55	30	20
21	1	44	44	3	22	16	51
22	1	49	43	17	49	3	22
23	1	54	42	32	15	49	53
24	1	59	41	46	42	36	24
25	2	4	41	1	9	22	55
26	2	9	40	15	6	9	26
27	2	14	39	30	2	55	57
28	2	19	38	44	29	42	28
29	2	24	37	58	56	28	59
30	2	29	37	13	23	15	30
60	4	59	14	26	46	31	0
90	7	28	51	40	9	46	30
120	9	58	28	53	33	2	0
150	12	28	6	6	56	17	30
180	14	57	43	20	19	33	0
210	17	27	20	33	42	48	30
240	19	56	57	47	6	4	0
270	22	26	35	0	29	19	30
300	24	56	12	13	52	35	0
330	27	25	49	27	15	50	30
360	29	55	26	40	39	6	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	30	20	22	52	52	58	35
2	60	40	45	45	45	57	10
3	91	1	8	38	38	55	45
4	121	21	31	31	31	54	20
5	151	41	54	24	24	52	55
6	182	2	17	17	17	51	30
7	212	22	40	10	10	50	5
8	242	43	3	3	3	48	40
9	373	3	25	55	56	47	15
10	303	23	48	48	49	45	50
11	333	44	11	41	42	44	25
12	4	4	34	34	35	43	0
13	34	24	57	27	28	41	35
14	64	45	20	20	21	40	10
15	95	5	43	13	14	38	45
16	125	26	6	6	7	37	20
17	155	46	28	59	0	35	55
18	186	6	51	51	53	34	30
36	12	13	43	43	47	9	0
54	198	20	35	35	40	43	30
72	24	27	27	27	34	18	0
90	210	34	19	19	27	72	30
108	36	41	11	11	21	27	0
126	222	48	3	3	15	1	30
144	48	54	54	55	8	36	0
162	235	1	46	47	2	10	30
180	61	8	38	38	55	45	0
198	247	15	30	30	49	19	30
216	73	22	22	22	42	54	0
234	259	29	14	14	36	28	30
252	8[illegible]	36	6	6	30	3	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	271	42	57	58	23	37	30
288	97	49	49	50	17	12	0
306	283	56	41	42	10	46	30
324	110	3	33	34	4	21	0
342	296	10	25	25	57	55	30
360	122	17	17	17	51	30	0
378	308	24	9	9	45	4	30
396	334	31	1	1	38	39	0
414	320	37	52	33	32	13	30
432	146	44	44	45	25	48	0
450	332	51	36	37	19	22	30
468	158	58	28	29	12	57	0
486	345	5	20	21	6	31	30
504	171	12	12	13	0	6	0
522	357	19	4	4	53	40	30
540	183	25	55	56	47	15	0
558	9	32	47	48	40	49	30
576	195	39	39	40	34	24	0
594	21	46	31	32	27	58	30
612	207	53	23	24	21	33	0
630	34	0	15	16	15	7	30
648	220	7	7	8	8	42	0
666	46	13	59	0	2	16	30
684	232	20	50	51	55	51	0
702	58	27	42	43	49	25	30
720	244	34	34	35	43	0	0
738	70	41	26	27	36	34	30
756	256	48	18	19	30	9	0
774	82	55	10	11	23	43	30
792	269	2	2	3	17	18	0
810	95	8	53	55	10	52	30

Quare ex obſervationum ephemeridibus medius Iovis motus ita nobis erutus, atque in canonem digeſtus eſto.

26 PROPOSITIO.

Quomodo Iovis in epicyclo ſuo motus ad datum tempus inveſtigandus, atque in canonem ſit digerendus.

1 CONSTRVCTIO.

Cur iſtum modum alteri, qui ſecundo loco ſequitur præponamus, ſupra ex nota 18 propoſ. cognoſces.

Duas Iovis & Solis oppoſitiones, quæ quam longiſſimo temporis intervallo disjunctę, in eundem tamen eclipticæ gradum proximè inciderint ex ephemeridibus inquiro: ita enim Iovis* reſtitutiones in epicyclo, & Solis in eccentrico abſolutæ habebuntur, neque eccentricitates ipſorum quidquam impedimenti huic negotio objicient, neque medium Solis locum in hujus calculi conſilium adhibere erit neceſſe, ob cauſas ſupra jam cognitas. Priorem igitur harum oppoſitionum aſſumam, quæ in 11 Martii 1554 incurrit, alteram quæ in 25 Martii 1602: inter quas 48 anni proximè intercidunt, hujus intervalli ſumma colligit dies 17546, & Iuppiter eo ſpatio tot in epicyclo periodos abſolvit, quoties Soli ad diametrum oppoſitus ſtetit, oppoſitionum autem numerus ex ephemeridibus datur 44, qui multiplicatus per periodi 360 gr. colligent ſummam 15846 gr. Vnde proportio 17546 dies dant 15846 grad. itaque 1 dies quid dabit? Concludes pro optato termino 54 ① 11 ②, quæ haud longè abſunt à *Copernici*, & *Ptolemai* abaco, ut ſequitur.

* [illegible]

2 CONSTRVCTIO.

Si de diurno Solis motu, qui ex 3 propoſ. habetur	o grad. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Deducatur Iovis medius motus diurnus, qui per 25 propoſ. eſt	o grad. 4. 59. 14. 26. 46. 31.
Reliquis erit optatus Iovis in epicyclo motus diurnus	o grad. 54. 9. 2. 46. 26. 0.

Cujus demonſtratio ex analogiâ Saturni ad 19 propoſit. manifeſta eſt.

CONSECTARIUM.

Si itaque motus diurnus tantus aſſumatur, non obſcurum eſt quomodo inde canones condendi ſint, quemadmodum 3 propoſ. in Solis motu uſurpavimus, ut illorum ſubſidio Iovis in epicyclo motus ad datum tempus inveniatur, quemadmodum in ipſo uſu poſtulari ſolet.

CANON

G 3

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	15	22	36	56	5
2	0	4	30	45	13	52	10
3	0	6	46	7	50	48	15
4	0	9	1	30	27	44	20
5	9	11	16	53	4	40	25
6	0	13	32	15	41	36	30
7	0	15	47	38	18	32	35
8	0	18	3	0	55	28	40
9	0	20	18	23	32	24	45
10	0	22	33	46	9	20	50
11	0	24	49	8	46	16	55
12	0	27	4	31	23	13	0
13	0	29	19	54	0	9	5
14	0	31	35	16	37	5	10
15	0	33	50	39	14	1	15
16	0	36	6	1	50	57	20
17	0	38	21	24	27	53	25
18	0	40	36	47	4	49	30
19	0	42	52	9	41	45	35
20	0	45	7	32	18	41	40
21	0	47	22	54	55	37	45
22	0	49	38	17	32	33	50
23	0	51	53	40	5	29	55
Dies.							
1	0	54	9	2	46	26	0
2	1	48	18	5	32	52	0
3	2	42	27	8	19	18	0
4	3	36	36	11	5	44	0
5	4	30	45	13	52	10	0
6	5	24	54	16	38	36	0
7	6	19	3	19	25	2	0
8	7	13	12	22	11	28	0
9	8	7	21	24	57	54	0

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	9	1	30	27	44	20	0
11	9	55	39	30	30	46	0
12	10	49	48	33	17	12	0
13	11	43	57	36	3	38	0
14	12	38	6	38	50	4	0
15	13	32	15	41	36	30	0
16	14	26	24	44	22	56	0
17	15	20	33	47	9	22	0
18	16	14	42	49	55	48	0
19	17	8	51	52	42	14	0
20	18	3	0	55	28	40	0
21	18	57	9	58	15	6	0
22	19	51	19	1	1	32	0
23	20	45	28	3	47	58	0
24	21	39	37	6	34	24	0
25	22	33	46	9	20	50	0
26	23	27	55	12	7	16	0
27	24	22	4	14	53	42	0
28	25	16	13	17	40	8	0
29	26	10	22	20	26	34	0
30	27	4	31	23	13	0	0
60	54	9	2	46	26	0	0
90	81	13	34	9	39	0	0
120	108	18	5	32	52	0	0
150	135	22	36	56	5	0	0
180	162	27	8	19	18	0	0
210	189	31	39	42	31	0	0
240	216	36	11	5	44	0	0
270	243	40	42	28	57	0	0
300	270	45	13	52	10	0	0
330	297	49	45	15	23	0	0
360	324	54	16	38	36	0	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	329	25	1	52	28	10	0
2	298	50	3	44	56	20	0
3	268	15	5	37	24	30	0
4	237	40	7	29	52	40	0
5	207	5	9	22	20	50	0
6	176	30	11	14	49	0	0
7	145	55	13	7	17	10	0
8	115	20	14	59	45	20	0
9	84	45	16	52	13	30	0
10	54	10	18	44	41	40	0
11	23	35	20	37	9	50	0
12	353	0	22	29	38	0	0
13	322	25	24	22	6	10	0
14	291	50	26	14	34	20	0
15	261	15	28	7	2	30	0
16	230	40	29	59	30	40	0
17	200	5	31	51	58	50	0
18	169	30	33	44	27	0	0
36	339	1	7	28	54	0	0
54	148	31	41	13	21	0	0
72	318	2	14	57	48	0	0
90	127	32	48	42	15	0	0
108	297	3	22	26	42	0	0
126	106	33	56	11	9	0	0
144	276	4	29	55	36	0	0
162	85	35	3	40	3	0	0
180	255	5	37	24	30	0	0
198	64	36	11	8	56	0	0
216	234	6	44	53	24	0	0
234	43	37	18	37	51	0	0
252	213	7	52	22	18	0	0
270	22	38	26	6	45	0	0
288	192	8	59	51	12	0	0
306	1	39	33	35	39	0	0
324	171	10	7	20	6	0	0
342	340	40	41	4	33	0	0
360	150	11	14	49	0	0	0
378	319	41	48	33	27	0	0
396	129	12	22	17	54	0	0
414	298	42	56	2	21	0	0
432	108	13	29	46	48	0	0
450	277	44	3	31	15	0	0
468	87	14	57	15	42	0	0
486	256	45	11	0	9	0	0
504	66	15	44	44	36	0	0
522	235	46	18	29	3	0	0
540	45	16	52	13	30	0	0
558	214	47	25	57	57	0	0
576	24	17	59	42	24	0	0
594	193	48	33	26	51	0	0
612	3	19	7	11	18	0	0
630	173	49	40	55	45	0	0
648	342	20	14	40	12	0	0
666	151	50	48	24	39	0	0
684	321	21	22	9	6	0	0
702	130	51	55	53	33	0	0
720	300	22	29	38	0	0	0
738	109	53	3	22	27	0	0
756	279	23	37	6	54	0	0
774	88	54	10	51	21	0	0
792	358	24	44	35	48	0	0
810	67	55	18	20	15	0	0

Iovis igitur in epicyclo motus ita ad datum tempus ex ephemeridibus erutus, atque in canonem digestus esto.

27 PROPOSITIO.

Quomodo motus apogæi deferentis epicyclum Iovis ex observationum ephemeridibus inveniatur.

Quandoquidem ephemerides *Stadii* (quas, tanquam ex cœlo, non ex abaco essent derivatæ, propter causas 1 propos. expositas, usurpamus) ob temporum angustiam, ad hujus investigationem inidoneæ sunt, *Ptolemai* potius observationes illis subrogabo, qui 1 capite 11 lib. μεγάλ. συντάξ. apogæum epicycli Iovis invenit sub ecliptica 161 gr. atque nos supra propositione 24 sub 188 gr. 56 ①; ut 1450 annorum spatio 27 gr. 56 ① in antecedentia promotum sit: unde ad datum quodlibet tempus apogæi motus facilè concluditur: ut si annuum postules, sic ages: 1450 anni dant 27 gr. 56 ①, itaque 1 annus dabit 1 ① 9 ②. Atque is modus est, quo motus apogæi deferentis epicyclum Iovis ex observationum ephemeridibus eruatur.

28 PROPOSITIO.

Quomodo* motus centri epicycli Iovis in suo deferente ex observationum ephemeridibus inveniatur.

* m. motus longitudinis.

Motus apogæi deferentis epicyclum Iovis annuus per 27 propos. invenitur — 1 ① 9 ②.
Is subductus de Iovis medio motu annuo Ægyptio, cujus quantitas per 25 propos. est — 30 gr. 20 ①.
Relinquit optatum apogæi deferentis motum annuum Ægyptium — 30 gr. 19 ①.

Atque calculus huic consimiliter ad quodlibet propositum tempus institutus, optatum apogæi deferentis motum exhibebit.

DISTIN-

DISTINCTIO QVINTA PRIMI LIBRI, DE MOTV MARTIS EX OBSERVATIONVM Ephemeridibus investigando.

Priusquam in rem ipsam ingredior illud præmonere habeo necesse, tractationem istam, quàm de Iovis motu suscipio, consimilem esse Saturni & Iovis: nam Marti & epicyclus, & epicycli in deferente motus assignandus venit: velocitate tamen ab eo dissidet, nam citius sæpiusque suas absolvit periodos: eccentricitatis quoque mensuram, aliaque nonnulla id genus habet diversa, quæ hîc ita generatim annotata, quemlibet non obesæ naris facilè erudiant, ut suo marte in Marte ea deprehendat, quæ de Saturni aut Iovis motu nobis exposita sunt: attamen ut omnem caliginem diffindam, ea hîc scribere institui, quæ in ejus motus qualitate, & affectionibus indagandis mihi occurrerunt, servato ordine quem in Iove secuti sumus.

29 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus rudi minerva tempus periodicum, retrogradatio, statio Veneris, MARTIS ejusque iu epicyclo motus observetur.

Cum hîc affectio quædam motus Martis ex observationum ephemeridibus (in cujus locum, propter causas 1 propositione positas, *Stadium*, subrogamus) eruenda sit, ad selidem sextam Marti dicatam me converto. Vbi casu fortuitò sese nobis offerant Kal. Ianuar. anni 1554, & Martis locus sub 299 grad. 53 ①: & anno vertente 1555 Kal. Ianuariis sub 176 gr. 12 ①: atque anno 1556 ipsis Kal. Ianuariis sub 315 gr. 39 ①, ut hoc biennio Mars unam circiter periodum peragrarit, hujus motus constantiam in cæteris quoque locis comprobante experientiâ.

Et si pensiculatius hujus motus affectiones in singulis periodis examinabis, motus miram varietatem in celeritate, tarditate, statione, retrogadatione animadvertes: porrò etiam cum retrogadationem hanc diligentius scrutaberis, reipsa experieris eam Marte Soli opposito evenire; quantoq; ad Solem propius accedat, tantò citatiori motu eum ferri. Exemplo facem allucebo. anno 1555 à 12 Aprilis Mars indies motum accelerat, ut primo die duntaxat 1 ① percurrat, secundo autem 2 ①, & similiter sequentibus diebus semper velocitati suæ aliquid addat, donec adito motu velocissimo vicissim à summa sua contentione aliquid remittat, ac tandem à 1 ad 3 Martii 1557 sub 213 gr. 52 ① planè immotus subsistat; tum denique à 4 Martii (si accuratius regressus initium æsti-

 mes)

mes) ad 18 Maji retrorsum repedet, ac repedationem suam, spatio 75 dierum absolvat, cujus semissis sunt dies 37, ut medium ejus in 10 Aprilis incurrat, nō longè à Solis & Martis oppositione quæ contigit 7 Aprilis: atq; hinc quantò ad Solem propius tantò velocius fertur, ut sub ipsam conjunctionem velocissimè feratur: sic ista expositi motus velocitas (fingamus enim eam oculis corporis observatam) in ipsam conjunctionem incidit ad diem 21 Aprilis. Cæterum repedatio ista haud levem movet suspicionem Martem non in deferente, ut Solem ferri, sed in epicyclo, cujus rei argumenta in simili Saturni motus casu 15 propos. exposuimus. Atque ita ex observationum ephemeridibus tempus periodicum Martis, repedationisque, & stationis modus aliquis, ejusq; in epicyclo rotatio rudi tantum minerva notata sunto.

30 PROPOSITIO.

Quomodo deferens epicyclum Martis ex observationum ephemeridibus eccentricus deprehendatur.

Si deferens centrum epicycli Martis idem centrum cum terræ centro haberet, cōsequens esset eum æqualibus temporum intervallis, altero ante, altero post quam Soli opponeretur, æquales arcus (ob causas simili casu in Saturni motu 16 proposit. expositas) secundum visum peragrare, quod in Marte ab experientiâ reique veritate alienum esse ita demonstratur. Sumas enim dicis gratiâ oppositionem anni 1593 ad diem 4 Maji, Marte sub 233 gr. 18 ① cōstituto: sed ante aliquod temporis spatium, puta menses sex, videlicet 4 Novembris 1573 versabatur sub 177 gr. 50 ①, quarum peripheriarum differentia est 55 grad. 28 ①. atqui post sextum mensem, hoc est 181 dies, videlicet Kalendis Novembris anni 1574, obtinebat 297 gr. 40 ①, qui à 233 gr. 18 distant 64 gr. 22 ①: atque is arcus 8 gr^bus 54 ①^tis minor est priore 55 gr. 28 ①: quare centrum epicycli æqualibus temporum intervallis arcus inæquales percurrit, atque adeò deferens eum circulus eccentricus arguitur.

31 PROPOSITIO.

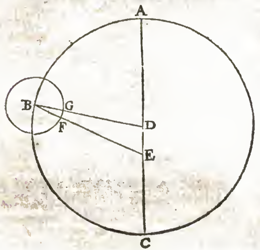
Quomodo apogæi & perigæi deferentis apparens longitudo ex observationū ephemeridibus sit investiganda.

Quandoquidem per 30 propos. jam demonstratum sit circulum eum, qui centrum epicycli defert eccentricum esse, reliquum igitur est ut apparentem seu veram ejus longitudinem secundum eclipticam investigemus. Cum igitur (propter argumenta ad 15 propos. in simili Saturni motus analogia exposita) ex observationum ephemeridibus oppositio aliqua Iovis & medii motus Solis invenietur, ante & post quam Mars æquali temporis spatio æquales peripherias peragat, non dubium est quin centrum epicycli eo casu in deferentis sui apogæo vel perigæo versetur, atque inde vera longitudo alterutrius absidis eirui possit. Vt hoc inveniam ad ephemerides me converto, ubi se offerat, dicis gratiâ, oppositio anni 1565 ad diem 5 Decembris sub 83 gr. 55 ①, ac duos arcus æqualium temporum ante, & post eam inter se cōtendo, semestre autem spatium 181 dierum (propter causas in 4 propos. 2 annotatiunculâ expositas) huc accerso, quia quadrantem biennii quâ Mars periodum

dum suam absolvit, proximè æquant; ac peripheriarum dato tempori cógruarum majoris supra minorem differentiam 11 gr. 14 ① deprehendo, quæ cum nimia sit, arguit apogæum aut perigæum verum à suprascriptis 83 grad. 55 ① longè abesse: attamen utut sit, distantia absidum ab his terminis 90^{mum} gradum haud excedit: atque ideò aliquot locis intermediis facto periculo, tandem fingo me incidisse in oppositionem 1561 ad diem 4 Augusti sub 321 gr. 42 ①, ubi collato motu semestris antecedentis 181 dierum, cum motu semestris sequentis, solum 2 grad. 21 ① inter se differre deprehendo: neque arctior consensio ex ephemeridibus erui posse videbatur. Calculo istâ viâ quodammodo jam expedito, etiam oppositio media Solis & Iovis esset nobis examinanda, sed eâ etiam inventâ tamen ephemeridum brevitas multò accurationem oppositionem nos invenire non sinet: atque ideò his 321 grad. 42 ① exempli tantum loco usurpatis acquiescemus.

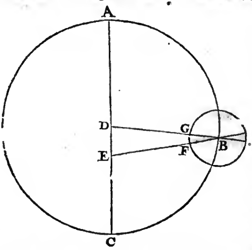
Hujus periculum etiam aliis temporum intervallis à semestri dividiis facere licebit; ut assumpto septennio ante & post 4 Augusti 1561, invenies discrepantiam duntaxat 2 gr. 56 ①, quo argumento motus suprascriptos 321 grad. 42 ① pro optato termino hîc usurpabo.

Cum igitur ostensum sit hactenus alterutram absidem, hoc est vel apogæū vel perigæum sub 188 gr. 56 ① cósistere, reliquū est ut utri is locus assignandus sit inquiramus. Exponatur ad hãc rem A B C deferens epicyclū Martis, cujus cẽtrum D, terræ centrū E, apogæum A, perigæū C, & ex B tanquam cẽtro circinetur epicyclus F G, cujus verum perigæum F, perigæum medium G: his positis manifestum est medium motum A D B in priore semicirculo A B C, ubique majorem esse apparente A E B, quia punctum A sit apogæum: atque ex ejus converso manifestum est, cum motus centri epicycli (seu quod idem est, medius motus Martis) dato temporis spatio in priore semicirculo major erit apparente, punctum unde numerationis initium deducitur apogæum esse: & contra, si minor, perigæum. Quibus positis ex ephemeridibus assumam oppositionem aliquam ab A vel C, hoc est à 321 grad. 42 ① vel opposito ad diametrum puncto satis disjunctam: ea sit nobis dicis gratiâ oppositio anni 1563 ad diem 16 Octobris, Marte sub 33 gr. 7 ① constituto, quo tempore apparens ejus



ejus seu verus motus à 321 grad. 42 ①, distat 71 gr. 25 ①: at medius ejusdem motus à 4 Augusti 1561, ad 16 Octobris 1563 (quod intervallū est 2 annorum Ægyptiorum 73 dierum) est per sequentem 32 propos. 60 gr. 49 ①, qui cum minor sit motu vero 71 gr. 25 ①, consequens est (ob causas expositas) perigæum sub 321 grad. 42 ① eclipticæ consistere.

Verumenimvero ut diagramma cum verbis consentiat transferam epicyclum in partem dextrā, ubi A B C D E F G easdem notiones sibi habēt subjectas quas prius; ut distantia à C ad B ex E puncto conspecta, hoc est angulus C E B æquetur supra scripto apparenti motui 71 gr. 25 ①, & C D B medio motui 60 gr. 49 ①: is cum



hoc casu minor sit, quam C E B 71 gr. 25 ①, necessariò C perigęum sub 321 gr. 42 ① eclipticæ, & apogæum A sub 141 grad. 42 ① consistet.

Quod verò hîc objici possit rectam, quæ in conjunctione à centro terrę E, per Martem F expotrigitur, non necessariò se (ob causas jam notas) in epicycli centrum B inducere, atque ideò expositum epilogismum ancipitem ac dubium videri. respondeo si tres anguli trianguli D E B additi 180 grad. restituant Martem in epicycli perigęo constitisse. Cujus veritatem ita explotabis.

Angulus C D B, seu E D B valet ut supra 60 gr. 49 ①.

Atque angulus C E B 71 gr. 25 ①, qui deductus de 180 gr. reliquus erit angulus D E B 180 gr. 35 ①.

Angulus verò E B D est 10 gr. 39 ①: nam suprascripto intervallo 2 Ægyptiorum annorū 73 dierum, Mars per sequentem 33 propos. tantum in epicyclo promovit, quare existet idem numerus, qui prius 10 gr. 39 ①.

Tres isti anguli E D B 60 gr. 49 ① ordine primus, D E B 108 grad. 35 ① ordine secundus, E D B 10 gr. 39 ① ordine totius colligunt 180 gr. 3 ①.

Vbi supra semicirculum duntaxat redundant 3 ①.

Quæ cùm vero satis vicina sint statuemus Martem epicycli perigæum obtinuisse. si differētia nimis magna intercessisset, eandem viam, quam in Saturno & Iove 17 & 24 propos. secuti sumus, hîc quoque usurpare licuisset. Nunc verò supra scriptum 141 gr. 42 ① pro optato apogæi Martis loco in eclipticâ assume.

assumemus, qui satis vicinus est (cum exempli gratiâ ex angustis adeò ephemeridibus derivatus sit) ipsis 147 gr. quē in *tabulis Prutenicis* exhibet *Rheinoldus*.

Cæterum quod exquisita rei veritas postulet mediam Solis oppositionem in hoc negotio usurpari, id in εἰσαγωγικῇ hâc doctrinâ minimè est necessariū, maximè verò cum hic nimis angustis ephemeridum cancellis circumscribamur. Quare ita absidum deferentis epicyclum Martis longitudo secundum eclipticam ex observationum ephemeridibus invento nobis esto.

32 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus medius motus Iovis ad datum tempus inveniendum, atque inde canones condendi sint.

Investigatio motus centri epycicli ex observationum ephemeridibus instituitur hic modo. Quia Martem biennio quoq; apparentem secundū eclipticam periodū peragere animadvertimus, restitutionis diem anno dictæ revolutionis secundo (vel quovis alio à biennio multiplo) ante, vel post supra expositum 4 Augusti 1561, quia Mars tū 4 Augusti sub 321 gr. 42 ① Soli oppositus, & simul in epicycli perigæo per 26 propos. versari ostensus est. atq; hîc revolutionis restitutio una pluresve, pro temporis in tervallo transactæ, satis vero propinquæ, & perfectæ erunt, ne ab eccentricitate differētium Solis & Martis errorem ullum magni momenti admittant. Intervallum prçterea temporis inter duas oppositiones mediū hîc cognitū est, unde diurnus motus investigari, & canonia (non secus atq; in Solis motu docuimus) condi poterunt, cujus veritas lōgioribus deinceps temporum intervallis vel cōprobetur, vel emendetur. Cæterum non negligendum arbitror, eâdem veritate & certitudine huc Martis contra dictum locum 321 gr. 42 ① oppositionem adhiberi posse.

. Verumenimvero ut hæc generatim ita dicta speciali aliquo exemplo comprobemus: in ephemeridum tabulis annum, prætet expositum, inquiram, quo Mars circiter 4 Aug. diem, eclipticæ 321 gr. 42 ① adierit, vel accuratè vel saltem proximè. Sed cum Mars nullo harū ephemeridum anno isti loco vicinus deprehendatur; quæram Solis & Martis oppositionem aliquam quâ Mars eidem loco 321 gr. 42 ① oppositus sub 141 gr. 42 ① inveniatur, quæ continget Sole 321 gr. 42 ① obtinente, cum verò grad. Sol circa 1 Febr. quotannis adit: quare etiam annus aliquis, quo Mars 1 Febr. 141 gr. 42 ① proximè adierit investigandus; is autem fuit 1585, quādo ad Kal. Febr. obtinuit 143 gr. 25 ①, ut à 145 gr. 42 ①, hoc est à perfectâ restitutione duntaxat 1 gr. 43 ① absit: qui tantillus arcus à Solis & Martis eccentricitate nullum notatu dignū errorem admittit, & negligendū quod ista tantū exempli loco usurpentur. His igitur positis animadverto Martem à 4 Aug. 1561 ad 1 Febr. anni 1585, hoc est 4320 dierū intervallo 12 integras periodos, atq; insuper 181 gr. 43 ① percurrisse, (tot enim adhuc gradus inter 321 gr. 42 ① & 143 gr. 25 ① medii intersunt) quorū summa colligir 4501 gr. 43 ①. Vnde proportio 8582 dies dant 4501 gr. 43 ①, itaque 1 dies dabit 31 ① 28 ②, qui numerus perparū à *Ptol.* abacis 31 ① 27 ② dissidet.

Ex isto diurno motu fac lè est canones derivare, quemadmodū in Solis motu 3 propos. usurpavimus, ut inde motus centri epicycli Martis expeditè inveniatur. Veruntamen quia *Ptolomæi* canones dicis & exempli gratiâ (propter causas simili casu in Solis & Lunæ motu jam expositas) usurpamus, eos ipsos huic loco subdere visum est.

CANON

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	18	36	32	14	39
2	0	2	37	13	4	29	18
3	0	3	55	49	36	43	56
4	0	5	14	26	8	58	35
5	0	6	33	2	41	13	14
6	0	7	51	39	13	27	53
7	0	9	10	15	45	42	32
8	0	10	28	52	17	57	11
9	0	11	47	28	50	11	49
10	0	13	6	5	22	26	28
11	0	14	24	41	54	41	7
12	0	15	43	18	26	55	46
13	0	17	1	54	59	10	25
14	0	18	20	31	31	25	4
15	0	19	39	8	3	39	43
16	0	20	57	44	35	54	22
17	0	22	16	21	8	9	0
18	0	23	34	57	40	23	39
19	0	24	53	54	12	38	18
20	0	26	12	10	44	52	57
21	0	27	30	47	17	7	36
22	0	28	49	23	49	22	15
23	0	30	8	0	21	36	54
Dies.							
1	0	31	26	36	53	51	33
2	1	2	53	13	47	43	6
3	1	34	19	50	41	34	39
4	2	5	46	27	35	26	12
5	2	37	13	4	29	17	45
6	3	8	39	41	23	9	18
7	3	40	6	18	17	0	51
8	4	11	32	55	10	52	24
9	4	42	59	32	4	43	57

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	5	14	26	8	58	35	30
11	5	45	52	45	52	27	3
12	6	17	19	22	46	18	36
13	6	48	45	59	40	10	9
14	7	20	12	36	34	1	42
15	7	51	39	13	27	53	15
16	8	23	5	50	21	44	48
17	8	54	32	27	15	36	21
18	9	25	59	4	9	27	54
19	9	57	25	41	3	19	27
20	10	28	52	17	57	11	0
21	11	0	18	54	51	2	33
22	11	31	45	31	44	54	6
23	12	3	12	8	38	45	39
24	12	34	38	45	32	37	12
25	13	6	5	22	26	28	45
26	13	37	31	59	20	20	18
27	14	8	58	36	14	11	51
28	14	40	25	13	8	3	24
29	15	11	51	50	1	54	57
30	15	43	18	26	55	46	30
60	31	26	36	53	51	33	0
90	47	9	55	20	47	19	30
120	62	53	13	47	43	6	0
150	78	36	32	14	38	52	30
180	94	19	50	41	34	39	0
210	110	3	9	8	30	25	30
240	125	46	27	35	28	12	0
270	141	29	46	2	21	58	30
300	157	13	4	29	17	45	0
330	172	56	22	56	13	31	30
360	188	39	41	23	9	18	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	191	16	54	27	38	35	45
2	22	33	48	55	17	11	30
3	213	50	43	22	55	47	15
4	45	7	37	50	34	23	0
5	236	24	32	18	12	58	45
6	67	41	26	45	51	34	30
7	258	58	21	13	30	10	15
8	90	15	15	41	8	46	0
9	281	32	10	8	47	21	45
10	112	49	4	36	25	57	30
11	304	5	59	4	4	33	15
12	135	22	53	31	43	9	0
13	326	39	47	59	21	44	45
14	157	56	42	27	0	20	30
15	349	13	36	54	38	56	15
16	180	30	31	22	17	32	0
17	11	47	25	49	56	7	45
18	203	4	20	17	34	43	30
36	46	8	40	35	9	27	0
54	249	13	0	52	44	10	30
72	92	17	21	10	18	54	0
90	295	21	41	27	53	37	30
108	138	26	1	45	28	21	0
126	341	30	21	3	3	4	30
144	184	34	42	30	37	48	0
162	27	39	2	38	12	31	30
180	230	43	22	55	47	15	0
198	73	47	43	13	21	58	30
216	276	52	3	30	56	42	0
234	119	56	23	48	31	25	30
252	323	0	44	6	6	9	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	166	5	4	23	40	52	30
288	9	9	24	41	15	36	0
306	212	13	44	58	50	9	30
324	55	18	5	16	25	3	0
342	258	22	25	33	59	46	30
360	101	26	45	51	34	30	0
378	304	31	6	9	9	13	30
396	147	35	26	26	43	57	0
414	450	39	46	44	18	40	30
432	193	44	7	1	53	24	0
450	36	48	27	19	28	7	30
468	239	52	47	37	2	51	0
486	82	57	7	54	37	34	30
504	286	1	28	12	12	18	0
522	129	5	48	29	47	1	30
540	332	10	8	47	21	45	0
558	175	14	29	4	56	28	30
576	18	18	49	22	31	12	0
594	221	23	9	40	5	55	30
612	64	27	29	57	40	39	0
630	267	31	50	15	15	22	30
648	110	36	10	32	50	6	0
666	313	40	30	50	24	49	30
684	156	44	51	7	59	33	0
702	359	49	11	25	34	16	30
720	202	53	31	43	9	0	0
738	45	57	52	0	43	43	30
756	249	2	12	18	18	27	0
774	92	6	32	35	53	10	30
792	295	10	52	53	27	54	0
810	138	15	13	11	2	37	10

Atque ita ex observationum ephemeridibus medius motus Martis erutus, & in canonem digestus esto.

33 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Martis in epicyclo motus inveniendus, atque in canones digerendus sit.

DATUM. Martis in epicyclo motus diurnus inveniendus esto.

1 CONSTRUCTIO.

Hic modus sequenti, ob causas in annotatiuncula 18 propos. expositas, præponitur.

In ephemeridibus duas Martis ac Solis oppositiones satis longo intervallo disjunctas, sub eodem tamen proximè eclipticæ gradu constitutas inquiro. ita enim ejus in epicyclo, & Solis in deferente periodi absolutæ perfectæque habebuntur, neque ab eccentricitate quidquam impedimenti objicietur, neque necesse erit lineam medii motus Solis in hujus calculi consilium (ob causas jam notas) adhibere. Prima igitur harum oppositionum sit ea, quæ incurrit in 12 Ianuarii 1568, altera quæ in 15 Ianuarii 1600, horum intervallum est 32 annorum, seu summa dierum 11691, quo tempore Mars toties epicyclū suum peragravit, quoties Soli oppositus stetit, videlicet 15, hæc in 360 gr. multiplicata dabunt 5400 gr. Vnde proportio 11691 dies dant 5400 gr. itaque 1 dies quid dabit? concludes optatum numerum 27 ① 42.49, qui à *Copernici*, & *Ptolemæi* sequenti abaco paululum distat.

2 CONSTRUCTIO.

Si de Solis medio motu, qui per 33 propos. est	0 gr. 59. 8.17.13.12.31.
Deducas Martis medium motum diurnum, qui per 32 propos. est	0 gr. 31.26.36.53.51.33.
Reliquus erit optatus Martis in epicyclo diurnus motus	0 gr. 27.41.40.19.20.58.

Cujus demonstratio ex analogiâ Saturni 19^{næ} propositionis manifesta est.

CONSECTARIUM.

Quamobrem cum motus diurnus inventus sit, non arduum erit inde canones condere, quemadmodum supra 3 propos. in Solis motu exhibuimus, ut facili negotio Martis in epicyclo motus ad datum tempus inveniatur, quemadmodum in praxi sæpe usu venire solet. Canon autem talis est.

CANON

H 2

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	9	14	10	43	22
2	0	2	18	28	21	38	44
3	0	3	27	42	32	25	7
4	0	4	36	56	43	13	29
5	0	5	46	10	54	1	52
6	0	6	55	25	4	50	14
7	0	8	4	39	15	38	36
8	0	9	13	53	26	26	59
9	0	10	23	7	37	15	21
10	0	11	32	21	48	3	44
11	0	12	41	35	58	52	0
12	0	13	59	50	9	40	29
13	0	15	0	4	20	28	51
14	0	16	9	18	31	17	1
15	0	17	18	32	42	5	36
16	0	18	27	46	52	53	58
17	0	19	37	1	3	42	21
18	0	20	46	15	14	30	43
19	0	21	55	29	25	19	5
20	0	23	4	43	[illegible]6	7	28
21	0	24	13	5	46	55	50
22	0	25	23	11	57	44	13
23	0	26	32	26	8	32	35
Dies.							
1	0	27	41	40	19	20	58
2	0	55	23	20	38	41	[illegible]6
3	1	23	5	0	57	2	54
4	1	50	46	41	17	23	52
5	2	18	28	21	36	44	50
6	2	46	10	1	56	5	48
7	3	13	51	42	15	26	46
8	3	41	33	22	34	47	44
9	4	9	15	2	54	8	42

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	4	36	56	43	13	29	40
11	5	4	38	23	32	50	38
12	5	32	20	3	52	11	36
1	6	0	1	44	11	32	34
14	6	27	43	24	30	53	32
15	6	55	25	4	50	14	30
16	7	23	6	45	9	35	28
17	7	50	48	25	28	56	26
18	8	18	30	5	48	17	24
19	8	46	11	46	7	38	22
20	9	13	53	26	26	59	20
21	9	41	35	6	46	20	18
22	10	9	16	47	5	41	16
23	10	46	58	27	25	2	14
24	11	4	40	7	44	23	12
25	11	32	21	48	3	44	10
26	12	0	3	28	23	5	8
27	12	27	45	8	42	26	6
28	12	55	26	49	1	47	4
29	13	23	8	29	21	8	2
30	13	50	50	9	40	29	0
60	27	41	40	19	20	58	0
90	41	32	30	29	1	27	0
120	55	23	20	38	41	56	0
150	69	14	10	48	22	25	0
180	83	5	0	58	2	54	0
210	96	55	51	7	43	23	0
240	110	46	41	17	23	52	0
270	124	37	31	27	4	21	0
300	138	28	21	36	44	50	0
330	152	19	11	46	25	19	0
360	166	10	1	56	5	48	0

seu Canon m. motus in epicyclo.

Anni	gr.	②	②	③	④	⑤	⑥
1	168	28	30	17	42	32	50
2	336	57	0	35	25	5	40
3	145	25	30	53	7	38	30
4	313	54	1	10	50	11	20
5	122	22	31	28	32	44	10
6	290	51	1	46	15	17	0
7	99	19	32	3	57	49	50
8	267	48	2	21	40	22	40
9	76	16	32	39	22	55	30
10	244	45	2	57	5	28	20
11	53	13	33	14	48	1	10
12	221	42	3	32	30	34	0
13	30	10	33	50	13	6	50
14	198	39	4	7	55	39	40
15	7	7	34	25	38	12	30
16	175	36	4	43	20	45	20
17	344	4	35	1	3	18	10
18	152	33	5	18	45	51	0
36	305	6	10	37	31	42	0
54	97	39	15	56	17	33	0
72	250	12	21	15	3	24	0
90	42	45	26	33	49	15	0
108	195	18	31	52	35	6	0
126	347	51	37	11	20	57	0
144	140	24	42	30	6	48	0
162	292	57	47	48	52	39	0
180	85	30	53	7	38	30	0
198	238	3	58	26	24	21	0
216	30	37	3	45	10	12	0
234	183	10	9	3	56	3	0
252	335	43	14	22	41	54	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	128	16	19	41	27	45	0
288	28[illegible]	49	25	0	13	36	0
306	7[illegible]	22	30	18	59	27	0
324	225	55	35	37	45	18	0
342	18	28	40	56	31	9	0
360	171	1	46	15	17	0	0
378	323	34	51	34	2	51	0
396	116	7	56	52	48	42	0
414	268	41	2	11	34	33	0
432	61	14	7	30	20	24	0
450	213	47	12	49	6	15	0
468	6	20	18	7	52	6	0
486	158	53	23	26	37	57	0
504	311	26	28	45	23	48	0
522	103	59	34	4	9	39	0
540	356	32	39	22	55	30	0
558	49	5	44	41	41	21	0
576	201	38	50	0	27	12	0
594	354	11	55	19	13	3	0
612	146	45	0	37	58	54	0
630	299	18	5	56	44	45	0
648	91	51	11	15	30	36	0
666	244	24	16	34	16	27	0
684	36	57	21	53	2	18	0
702	189	30	27	11	48	9	0
720	342	3	32	30	34	0	0
738	134	39	37	49	19	51	0
756	287	9	43	8	5	42	0
774	79	42	48	26	51	33	0
792	232	15	53	45	37	24	0
81[illegible]	24	48	59	4	23	15	0

 Atque

Atque ita Martis in epicyclo motus ad datum tempus ex observationum ephemeridibus erutus, atque in canonem digestus esto.

34 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Martis deferentis apogæi motus inveniatur.

Quia ephemerides *Stadii* (quas, ut supra 1 propos. monuimus, tanquam observando ex ipso cœlo derivatæ essent usurpamus) nimis angustis temporum limitibus circumscriptæ sunt, quàm ut optato negotio sufficere possent, *Ptolomaicas* observationes illis substituam, qui apogæum deferentis Martis (ut 7. cap. lib. 10 annotavit) sub 115 gr. 30 ① eclipticæ versari deprehendit: at nos 141 gr. 42 ① ei 31 propos. assignaveramus, qui cum 26 gr. 12 ① ultra excurrant, hinc apogæum 1450 annorum intervallo tantum secundum hunc epilogismum processisse arguitur. atque hinc apogæi motus ad quodvis datū tempus expeditissimè invenietur. sic si ejus annuus motus quæratur, per proportionem invenietur hoc modo. 1450 anni dant 26 gr. 12 ①, itaque 1 annus dabit 1 ① 5 ④. Quare ita ex observationum ephemeribus motus apogæi deferentis Martis explicitus esto.

35 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Martis centri epicycli motus inveniatur.

Martis apogæi deferentis annuus motus per 34 propos. est	1 ① 28 ③.
Is deductus de medio Martis motu annuo Ægyptio, qui per 32 propos. est	19 gr. 17 ①.
Relinquet optatum centri epicycli in deferente Ægyptiacum motum annuum	191 gr. 16 ①.

Atque simili via deinceps ad datum quodlibet tempus motus ejus explicari poterit.

DISTIN-

DISTINCTIO SEXTA PRIMI LIBRI, DE MOTU VENERIS EX OBSERVATIONUM Ephemeridibus investigando.

DEFINITIO.

Venus & Mercurius matutini Solem ortu suo antevertentes, contra vespertini eundem Occidentem sequentes dicuntur.

Venus enim Mercuriusque Solem comitantur, ideoque modò ante ortum modò post Solem occasum conspiciuntur. à qua re ipsa hæc nomina derivantur; ut cum Solem in ecliptica antecedant matutini, at cum eundem sequantur vespertini dicantur.

36 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus rudi minerva tempus periodicum, retrogradatio & statio Veneris, ejusque motus in epicyclo investigetur.

Cum hic affectio motus Veneris ex observationū ephemeridibus (in cujus locum, propter rationes 1 propos. expositas, *Stadium* subrogamus) eruenda sit, itaque oculos animumque ad sextam selidem, quæ ejus motum definit, converto, neque unquam ullo in loco Soli oppositam, contra quàm priores quatuor, deprehendo: sed vicino cursu Solem comitari, nonnunquam antecedere & mox etiam subsequi animadverto. dicis gratia anno 1554 21 Decembris, maximam ejus distantiæ metam vespertinam à Sole invenio 47 grad. 29 ①, ex quo tempore Solem insequitur, donec eum adepta radiis ejus condatur ac nobis dispareat, adque conjunctionem festinet, ac mox eundem prætergressa apparens ejus secundum eclipticam longitudo Solis longitudine fit minor, nobisque conspiciendam ex Solis radiis emersa, ad 19 Maji anni 1555 se præbeat: tumque longissimo rursum intervallo, videlicet 45 grad. 46 ①, à Sole dimota, mox vicissim cursum suum Solem versus reciprocet. In hac motus varietate à Veneris distantia vespertina ad remotissimam matutinam 5 menses proximè exacti sunt, atque hinc ad distantiam maximam vespertinam intercidit annus unus & menses amplius duo; quod intervallum, & motus ipsius similis reciprocatio cæteris locis comprobatur.

Quare Venus haud unquam à Sole digreditur longius: sed modo eum antevertit, modo pone subsequitur, atque interim & stationis & retrogradationis affectibus obnoxia. unde efficitur non alienum à ratione videri eam in epicyclo rotari, cujus centrum proximè Solem assiduò versetur, atque adeò ut centri motus diurnus medio motui Solis 59 ① 8. 17. 13. 12. 31. par sit. Cum igitur Canones medii motus Solis huic negotio congruant, iisdem in motu centri epicycli Veneris indagando uti poterimus.

Hora	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	37	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	6	51	44	[illegible]	4	3	27
22	0	54	12	35	47	[illegible]	28
23	0	56	40	26	30	9	29
Dies.							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	5	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	58	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	29	25	2	0
150	147	[illegible]	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	45	21	8	25
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	[illegible]	[illegible]	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	24	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	36	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	294	21	24	5	8	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	11	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	59	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

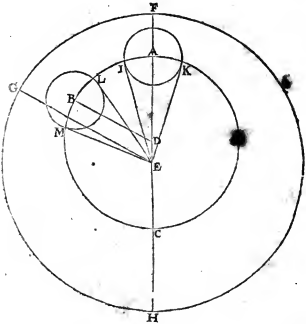
Dignum

Dignum porro animadversione est Venerem epicycli unicâ periodo bis (quod in antecedentibus planetis secus est) Soli conjungi, semel medio velocissimi motus, iterum in medio retrogradationis, rursumque denuo in medio motus velocissimi, cæterisque locis vicibus alternis. dicis gratiâ in conjunctione (animo effingito eam oculis observari, aut animadverti potuisse) 18 Maji 1554 uno die 1 grad. 14 ☉ peragrabat. at verò conjunctione proximi 7 Martii 1555, ipsa circa medium retrogradationis versabatur. nam à 14 Febr. ad 29 Martii cursum retro agebat. cujus intervalli medium in 7 Martii incidebat. Atque ita ratio & via nobis hactenus exposita esto, quomodo ex observationum ephemeridibus Veneris tempus periodicum, retrogradatio, statioque, ejusque in epicyclo motus primum indagatus sit.

37. PROPOSITIO.

Quæ sit Veneris maxima à Sole distantia.

Cum per 36 propos. Venus Soli nunquam opponatur, hujus (cōtra quam in antecedentibus planetis) usus nullus est. Conjunctiones quoque, quæ istis *Stadii* ephemeridibus exhibentur, si è cœlo ipso essent deductæ (quia tum visui disparet) desiderarentur. atque ideò in hac nostra isagoge eæ usurpari legittime à nobis non possunt, quamobrem ut difficultates istas evitemus, remotissimæ Veneris à Sole distantiæ meta nobis istum locum supplere possit, si



prius

prius ejus rationem ipsam pauxillum explanaverimus: atque ad hanc rem exponatur epicyclus A B C, centrum D, terra E, unde tanquam centro decircinetur ecliptica F G H, deferentis apogæum A, apogæum apparens F, perigæum C, perigæum apparens H, in A puncto statuatur epicyclus I K, & in B epicyclus L M, centra jungat D B, contra quam parallela sit E G; dehinc tangant epicyclum rectæ E I, E K, E L, E M; in punctis I, K, L, M, quibus locis Venus longissimæ à Sole distantiæ metas attingit. His positis, si cogitatione effingas centrũ epicycli primò in A constitisse, ipsumq; Solem medium in F, oculis clarè patet distantiam vespertinam in I à medio Solis loco F, id est, angulum F E I æqualem esse remotissimæ distantiæ matutinæ F E K, quia centrum epicycli in apogæo eccentrici consistat. neque secus evenire in perigæo C clarum est, ubi isti contingentium utrinque à perigæo anguli inter se quidem æquales, sed iis, qui in apogæo A comprehẽduntur, majores sunt. at verò cum centrum epicycli alium aliquem locum obtinebit ut B, ibi angulus matutinus G E L, vespertino G E M amplior erit, imo omnes anguli matutini in semiperipheria A B C quocunque loco majores erunt vespertinis: in opposita verò semiperipheria C A contrarium continget, ut vespertini matutinis majores sint. Atque hæc erat ista affectio longissimorum à Sole abscessuum, quam paucis mihi explicandam duxi.

38 PROPOSITIO.

Quomodo Veneris à linea medii motus Solis remotissima distantiæ meta ex observationum ephemeridibus inveniatur.

Dicis gratiâ fingam me investigationem hanc ordiri ad Kalendas Februarias anni 1554, quo tempore Venus 295 grad. 33 ① obtinet, verusque Solis locus 322 gr. 2 ①. itaq; 26 gr. 29 ① matutinæ Veneris isto die distantiæ mensura fuerit, eamque indies Martio & Aprili arctiorem fieri abacus edocet, atq; in Majum usq; id continuari & ab hoc mense vicissim indies longius recedere usque ad 20 Decembris, ut tribus diebus proximis 20. 21. 22 par spatium cõficiat, cumque medius sit 21, ajo Venerem 21 Decembris 1554 ad distantię extimum à vero Solis loco terminum devenisse, & quidem vespertinam, quia apparens ejus longitudo major sit quam Solis. Verum distantia ista ipsius Veneris & veri loci Solis tantum fuit, cum nobis medio Solis loco opus sit, ad cujus investigationem procedam hoc modo;

Apogæum Solis per 4 propos. consistit sub

Quod Sol hoc anno obtinuit ad diem 17 Iunii, unde ad 21 Decembris intercedunt 187 dies, quo tempore medius motus Solis fuit — 94 gr. 24 ①.

Isti ad 94 gr. 21 ① (qui numerus ordine primus fuit) additi, dabunt — 185 gr. 18 ①.

Iam ut inveniam illum temporis articulum quo Venus à linea medii motus — 279 gr. 42 ①.

Solis longissime distiterit, ad 279 gr. 42 ① addam diurnum Solis medium motum 59 ① 8 ②, unde colligitur summa 280 grad. 41 ① pro loco medii motus Solis ad diem 22 Decembris. eodemque opere 5 aut 6 diebus, aut quot opus videbitur, continuato, è regione loca Veneris quæ ephemerides exhibent, adscribam, ut hic vides:

Decemb.	*Linea m. motus Solis.*	*Venus.*
21.	279 gr. 42.	326 gr. 37.
22.	280 gr. 41.	327 gr. 38.
23.	281 gr. 40.	328 gr. 38.
24.	282 gr. 39.	329 gr. 39.
25.	283 gr. 39.	330 gr. 39.
26.	284 gr. 38.	331 gr. 39.
27.	285 gr. 37.	332 gr. 39.
28.	286 gr. 36.	333 gr. 40.
29.	287 gr. 35.	334 gr. 40.
30.	288 gr. 34.	335 gr. 40.
31.	289 gr. 33.	336 gr. 40.
Ianuarius.		
1.	290 gr. 32.	337 gr. 40.
2.	291 gr. 31.	338 gr. 36.
3.	292 gr. 31.	339 gr. 32.

Canonii hujus usus talis est; considerato quo die differentia, seu distantia maxima intercedat (quæ hic in 1 Ianuarii 1555 incurrat) videlicet 47 gr. 8 ☉ pro optata vespertina Veneris distantia sub 337 grad. 4 ☉. Is igitur modus est Veneris ἀποχώρησιν à linea medii motus Solis ex observationum ephemeridibus eruendi.

CONSECTARIUM.

Itaque plana est via & expedita quâ Veneris utræque ἀποχωρήσεις tam matutinæ quam vespertinæ ex istis ephemeridibus erui, inque unum locum ordine congeri possint, qui facilius difficultates obvias dissolvere sit. cui fini quasdam exhibeo, & primum quidem veri loci Solis, ut vides.

Annus.	*Veneris matutinæ remotissima à vero loco Solis distãtiæ meta.*	*Annus.*	*Veneris vespertinæ remotissima à vero loco Solis distãtiæ meta.*
1555. 19 *Maji.*	45 gr. 46.	1554. 21 *Decem.*	47 gr. 29.
1556. 18 *Decem.*	45 gr. 59.	1556. 28 *Iulii.*	45 gr. 1.
1558. 23 *Iulii.*	46 gr. 18.	1558. 1 *Mart.*	45 gr. 59.
1569. 26 *Febr.*	46 gr. 4.	1559. 4 *Octob.*	47 gr. 6.
1561. 2 *Octob.*	46 gr. 18.	1561. 13 *Maii.*	44 gr. 53.
1563. 15 *Maji.*	45 gr. 38.	1562. 20 *Decem.*	47 gr. 32.
1564. 15 *Decem.*	46 gr. 3.	1564. 26 *Iulii.*	44 gr. 42.
1566. 21 *Iulii.*	46 gr. 2.	1566. 1 *Mart.*	46 gr. 5.
1568. 1 *Mart.*	45 gr. 43.	1594. 14 *Decem.*	46 gr. 51.
1569. 30 *Sept.*	46 gr. 19.	1602. 3 *Decem.*	47 gr. 4.
1571. 9 *Maji.*	45 gr. 46.		
1572. 13 *Decem.*	46 gr. 7.		
1574. 21 *Iulii*	46 gr. 8.		
1576. 27 *Febr.*	45 gr. 40.		
1577. 27 *Sept.*	46 gr. 15.		

Descriptis hisce longissimæ Veneris à vero loco Solis distantiæ metis, earum subsidio ejusdem à medio Solis loco distantiam inquiro, eo, quem paulò ante docui modo, atque inde Canonion distantiarum maximarum, seu ἀποχωρήσεως quæsitæ, ut hîc vides, condo.

SYLLA-

SYLLABVS ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ MAXIMARVM VENERIS ET LINEÆ MEDII MOTVS SOLIS.

Annus.	*Veneris matutinæ remotiss. à linea medii motus Solis distãtia meta.*	*Annus.*	*Veneris vespertinæ remotiss. à linea medii motus Solis distãtia meta.*
1555. 24 *Maji.*	44 gr. 33.	1555. 1 *Ianuar.*	47 gr. 8.
1556. 15 *Decem.*	46 gr. 20.	1556. 28 *Iulii.*	43 gr. 49.
1558. 25 *Iulii.*	46 gr. 56.	1558. 2 *Mart.*	47 gr. 26.
1560. 28 *Febr.*	44 gr. 8.	1559. 4 *Octob.*	45 gr. 24.
1561. 2 *Octob.*	48 gr. 28.	1561. 12 *Maii.*	45 gr. 47.
1563. 20 *Maji.*	44 gr. 21.	1562. 22 *Decem.*	46 gr. 58.
1564. 7 *Decem.*	46 gr. 30.	1564. 23 *Iulii.*	43 gr. 37.
1566. 23 *Iulii.*	46 gr. 39.	1566. 1 *Mart.*	47 gr. 28.
1568. 1 *Mart.*	43 gr. 48.	1594. 17 *Decem.*	46 gr. 53.
1569. 30 *Sept.*	48 gr. 26.	1602. 12 *Decem.*	47 gr. 17.
1571. 15 *Maji.*	43 gr. 48.		
1572. 12 *Decem.*	45 gr. 27.		
1574. 24 *Iulii*	46 gr. 36.		
1576. 25 *Febr.*	43 gr. 47.		
1577. 27 *Sept.*	48 gr. 24.		

39 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus deferens Veneris excentricus animadvertatur.

Si Veneris maxima diſtantia, ſeu ἀπόστασις à linea medii motus Solis uſquequaque ſibi par foret, id ſatis indicii eſſet ipſam à terra ęquali intervallo abeſſe, itaque neque apogæum, neque perigæum habere ullum; atqui contra eſſe cõſectarium propoſitionis antecedentis arguit, ubi ἀποστάσεων canonion ipſas exhibet inter ſe diverſiſſimas: unde efficitur Veneris epicycli centrum in deferente excentrico moveri.

40 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus in ecliptica apparens longitudo apogæi deferentis inveniatur.

Oculos animumque convertas ad ſyllabum ἀποστάσεων maximarum in conſectario 38 propoſ. inibique duas quaſdam ſeligas matutinam alteram, alteram veſpertinam, ea lege ut linea medii motus Solis utrobique eundem locum obtineat, quibus inventis neceſſe, eſt eum medii motus Solis locum apparens apogæum, aut perigæum deſignare. deinde duas alteras ἀποστάσεις matutinam unam, & veſpertinam alteram inquirito, quibus linea medii motus Solis locũ primo oppoſitum obtinuerit. ubi rurſum neceſſe erit locum à linea medii motus Solis deſignatum apparens apogæum, aut perigæum deferentis Veneris definire. apogæum quidem ſi ἀποστάσεις noviſſimæ minores ſint; at contra perigæum ſi majores.

I Cæterum

Cæterum cum in syllabo ἀποστάσεων nullæ sint huic negotio idoneæ aut veritati satis assidentes, exemplum nullum ob oculos ponam, sed manum de tabula tollam. nam & syllabus ipse longiore serie continuandus, plus negotii facessit, quam otii mihi ad hanc rem supersit. quem eò libentius declino, quod res ipsa ex dictis satis manifesta sit, neque nos in istam curam nunc incumbamus (quod sæpius jam monuimus) ut planetarum loca scrupulosè investigemus, sed tantum ut rudi minervâ generalem quãdam viam adumbremus quâ, (si forte pro deperditis eruditi seculi ephemeridibus alias novas satis locupletes adepti erimus) insistendum foret. Modus tamen adhuc alter quidam est, vero etiam satis vicinus, quem ideò describere non pœnitebit. Si Venus Soli conjuncta observari (quemadmodum *Averroës* Mercurium Soli cõjunctum animadvertisse se testatur) posset, cujus rei plura testimonia exstarent si astronomicum studium ita vigeret, ut quondam videtur apud eos, à quibus vox *sterogen*, hoc est oculis ob intentam syderum observationem hallucinari, conficta est, viguisse, certe etiam alia via ad investigationem apogæi perigæive pateret, ea nempe quæ in cæteris planetis usurpata nobis est: id verò qui exemplo clarius sit, fingito *Stadii* ephemerides observando ex cœlo deductas, neq; ex abacis derivatas, inibique Solis & Veneris conjunctiones ita notatas; quibus positis, unam aliquam inquiras, cujus ἀποστάσεις altera prior & matutina, posterior altera & vespertina æquales proximè fuerint: id enim indicium certissimum conjunctionem istam in apogæum, aut perigæum incidisse, quod facile ex 17 propositione de Saturni motu analogia quadã intelliges. esto igitur ea inventa ad diem 4 Decembris 1603. sub 262 gr. nam anno ante, videlicet ad 4 Decembris 1602 ἀπόστασις distantia vespertina fuerat 48 grad. 2 ①, atq; anno post videlicet ad 4 Decembris 1604 matutina ἀπόστασις fuit 46 gr. 53 ①. quarum differentia est duntaxat 1 grad. 9 ①. Idem calculus iteretur annis ante, & post dictum 1603 duobus, invenies ad 4 Decembris 1601, 36 gr. 9 ① matutinam, atque vespertinam 3 Decemb. 1605, 36 gr. 12 ①; quarum differẽtia duntaxat est 3 ①; idem opus si iteres ad triennium ante & pone assumptam epocham 1603, invenies differentiam tantum 1 grad. 3 ①. itaque cum perigæum deprehensum sit sub 262 grad. consequens est oppositum apogæum sub 82 gr. consistere. Id quidem exemplum in vero Solis loco nobis usurpatum est, cum medium locum Solis adhibere veritas ipsa postulet; atque is si adhibeatur, apogæum debuit inveniri sub 76 grad. 20 ①. nam *Stadii* ephemerides ad eum locum subductæ sunt, atque hunc nos quoq; pro quæsito assumimus. Quamobrem is esto modus, quo apparens apogæi perigæive deferentis Veneris longitudo in ecliptica ex ephemeridibus inveniatur.

41 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Veneris motus in epicyclo ad datum tempus investigandus, atque in canones digerendus sit.

In syllabo maximarum ἀποστάσεων ad propos. 38 consectarium, duas æquales ἀποστάσεις utramque vel matutinam vel vespertinam inquiro, & quidem sub eodem eclipticæ gradu, namque istæ medio inter has temporis intervallo periodos perfectas dabunt, neque hic deferentium Veneris, vel Solis eccentricitas

tricitas quidquam ad rem facit. atque quantò inter eas temporis intervallum majus intercidit, tantò accuratius certiusque ad scopum collimant. namque id supra diserte ostēdimus. prior igitur harum inciderit in 2 Martii 1558 sub ecliptica 47 gr. 46 ①, posterior in 1 Martii 1566, sub 47 gr. 28 ①, ut sic ultra integras revolutiones 3 ① in epicyclo duntaxat redundent: à prima observatione ad secundam intercedunt 8 anni Ægyptii 1 dies. quo tempore ex ephemeridibus arguitur Venerem in epicyclo 5 periodos peregisse, atque insuper 3 ① illa. ideoque ex proportione dicito. 8 annii Ægypti & 1 dies, qui summam efficiunt 2921 dierum dant 5 periodos & 3 ①, itaque 1 dies quid dabit? Concludes 36 ① 53 ②, qui calculus parum à *Ptolomæi* & *Copernici* abaco 36 ① 59 ② diffidet.

Itaque ex diurno motu facile est canonion cōcenturiare, quemadmodum in Sole usurpavimus, quorum ope ad datum tempus facili negotio Veneris in epicyclo motus inveniatur, quæ res in usu frequens est, crebroque obvia. Sed cum *Ptolomæi* canoniis exempli loco utamur, quemadmodum in Sole & Luna nobis factitatum est, similiter ejus canonion hoc loco substituere non fuerit alienum.

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	32	28	34	42	58
2	0	3	4	57	9	25	57
3	0	4	37	25	44	8	56
4	0	6	9	54	18	51	54
5	0	7	42	22	53	34	53
6	0	9	14	51	28	17	52
7	0	10	47	20	3	0	50
8	0	12	19	48	37	4[illegible]	49
9	0	13	52	17	12	26	48
10	0	15	24	45	47	9	46
11	0	16	57	14	21	52	45
12	0	18	29	42	56	35	44
13	0	20	2	11	31	18	42
14	0	21	34	40	6	1	41
15	0	23	7	8	40	44	40
16	0	24	39	37	15	27	38
17	0	26	12	5	50	10	37
18	0	27	44	34	24	53	36
19	0	29	[illegible]	2	59	36	34
20	0	30	49	31	34	19	33
21	0	32	22	0	9	[illegible]	32
22	0	33	54	28	43	45	30
23	0	35	20	57	18	28	29
Dies.							
1	0	36	59	25	5	11	28
2	1	13	58	51	[illegible]	22	56
3	1	50	58	17	[illegible]	34	24
4	2	27	57	43	32	45	52
5	3	4	57	9	25	57	20
6	3	41	56	35	19	8	48
7	4	18	56	2	12	[illegible]	16
8	4	55	55	27	5	31	44
9	5	32	54	52	[illegible]	43	12

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	6	9	54	18	51	34	40
11	6	46	53	44	45	6	8
12	7	23	53	10	38	17	36
13	8	0	52	36	31	29	4
14	8	37	52	2	24	40	32
15	9	14	51	28	17	52	0
16	9	51	50	54	11	3	28
17	10	28	50	20	4	14	56
18	11	5	49	45	57	26	24
19	11	42	49	11	50	37	52
20	12	19	48	37	43	49	20
21	12	56	48	3	37	0	48
22	13	33	47	29	30	12	16
23	14	10	46	55	23	23	44
24	14	47	46	21	16	35	12
25	15	24	45	47	9	46	40
26	16	1	45	13	2	58	8
27	16	8	44	38	56	9	36
28	17	15	44	4	49	21	4
29	17	52	[illegible]	30	42	32	32
30	18	[illegible]	42	56	35	44	0
60	36	59	25	53	11	28	0
90	55	29	8	49	47	12	0
120	73	58	51	46	22	56	0
150	92	28	34	42	58	40	0
180	110	58	17	39	34	24	0
210	129	28	0	36	10	8	0
240	147	57	43	32	45	52	0
270	166	27	26	29	21	36	0
300	184	57	9	25	57	20	0
330	203	26	52	22	33	4	0
360	221	56	35	19	8	48	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	225	1	32	28	34	39	15
2	90	3	4	57	9	18	30
3	315	4	37	25	4	57	45
4	180	6	9	54	18	37	0
5	45	7	42	22	53	16	15
6	270	9	14	51	27	55	30
7	135	10	47	20	2	34	45
8	0	12	19	48	37	14	0
9	225	13	52	17	11	53	15
10	90	15	24	45	46	32	30
11	315	16	57	14	21	11	45
12	180	18	29	42	55	51	0
13	45	20	2	11	30	30	15
14	270	21	34	40	3	9	30
15	135	23	7	8	39	48	45
16	0	24	39	37	14	28	0
17	225	26	12	5	49	7	15
18	90	27	44	34	23	46	30
36	180	55	29	8	47	33	0
54	271	23	13	43	11	19	30
72	1	50	58	17	35	6	0
90	92	18	42	51	58	52	30
108	182	46	27	26	22	39	0
126	273	14	12	0	46	25	30
144	3	41	56	35	10	12	0
162	94	9	41	9	33	58	30
180	184	37	25	43	57	45	0
198	275	5	10	18	21	31	30
216	5	32	54	52	45	18	0
234	96	0	39	27	9	4	30
252	186	28	24	1	32	51	0
270	276	56	8	35	56	37	30
288	7	23	53	10	20	24	0
306	97	51	37	44	44	10	30
324	188	19	22	19	7	57	0
342	278	47	6	53	31	43	30
360	9	14	51	27	55	30	0
378	99	42	36	2	19	16	30
396	190	10	22	36	43	3	0
414	280	38	5	11	6	49	30
432	11	5	49	45	30	36	0
450	101	33	34	19	54	22	30
468	192	1	18	54	18	9	0
486	282	29	3	28	41	55	30
504	12	56	48	3	5	42	0
522	103	24	32	37	29	28	30
540	193	52	17	11	53	15	0
558	284	20	1	46	17	1	30
576	14	47	46	20	40	48	0
594	105	15	30	55	4	34	30
612	195	43	15	29	28	21	0
630	286	11	0	3	52	7	30
648	16	38	44	38	15	54	0
666	107	6	29	12	39	40	30
684	197	34	13	47	3	27	0
702	288	1	58	21	27	13	30
720	18	29	42	55	59	0	0
738	108	57	27	30	14	46	30
756	199	25	12	4	38	33	0
774	289	52	56	39	2	19	30
792	20	20	41	13	26	6	0
810	110	48	25	47	49	52	10

Veneris igitur in epicyclo motus ita ad datum tempus ex ephemeridibus erutus, atque in canonem digestus esto.

42 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus motus apogæi deferentis Veneris investigandus sit.

Quia ephemerides *Stadii* (quas tanquam ex cœlo non ex abaco essent derivatæ propter causas 1 propos. expositas, usurpamus) nõ tam longa annorum serie sunt cõtinuatæ ut huic negotio pares esse possint. *Ptolomæi* observationes istis subrogabo, qui 2 cap. 10. libri deferentis Veneris apogæum sub 55 eclipticæ gradu invenit, at nos in 40 propositione ei 76 gr. 20 ① assignaveramus, qui ab isto *Ptolomæi* loco absunt 21 gr. 20①, ut tantum tempore intermedio, videlicet 1450 annis apogæum processerit. Vnde ad datum quodlibet tempus motus apogæi erui potest. verbi gratia si annuus postuletur. Ajo 1450 anni dant 21 grad. 20 ①, itaque 1 annus dabit 53 ②. similis in cæteris ratio est ad tempus quodlibet optatum.

43 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus motus centri epicycli Veneris in deferente inveniatur.

Motus apogæi deferentis annuus est per propos.	53 ②.
Is subductus de annuo Veneris vel Solis medio motu, qui per propos. 3 est	359 gr. 45 ①.
Relinquet optatum centri epicycli motum annum Ægyptium	359 gr. 44 ①.

Similis ratio & operatio ad quodvis aliud datum tempus instituenda erit.

DISTIN-

DISTINCTIO SEPTIMA PRIMI LIBRI, DE MOTV MERCVRII EX OBSERVATIONVM Ephemeridibus investigando.

Antequam pressius de Mercurio edisseram, illud monere necesse habeo, motum ejus Veneri esse consimilem, nam & ipse in epicyclo rotatur, & epicyclus ejus in eccentrico, ut tantum accidentibus differant, cujusmodi sunt periodorum crebrior restitutio, eccentricitatisque diversitas, & id genus cætera. quibus cognitis, quilibet suo Marte secundum analogiam in Veneris motu à nobis expressam, Mercurii motus rationes indagare posset. attamen ne hic opera mea desideretur ea describam, quæ in istorum investigatione mihi notata sunt & animadversa, eo ordine quem in Venere secuti sumus.

44 PROPOSITIO.

Quomodo rudi minervâ periodicum Mercurii tempus, retrogradationis & stationis affectio, ejusque motus in epicyclo ex observationũ ephemeridibus animadvertatur.

Cum hîc motus Mercurii affectio ex observationum ephemeridibus (cujus in locum ob rationes 1 propos. expositas, *Stadium* subrogamus (investigandus sit ad septimam selidem, quæ Mercurio dicata est, oculos converto, neque usquam ullo tempore Soli ad diametrum (contra quam quatuor primi planetæ) opponi, sed Solem brevissimo intervallo nunc antecedere, nunc subsequi animadverto. exemplum tale esto, anno 1554 ad diem 7 Ianuarii, vespertinam maximam ἀπόστασιν invenio 18 gr. 2 ①: ex quo indies Solem propius subit donec omnino disparcat; deinde postquam conjunctionem adiit postea indies longitudo ejus in eclipticâ minor fit longitudine Solis, ut tandem matutinus lucere incipiat in dies magis magisque à Sole abscedens, donec 20 Februarii ejusdem anni 1554 maximam ἀπόστασιν 28 gr. 13 ① adeptus, cursum quasi reciprocet Solemque vicissim propius subeat. Iam igitur à suprascripta longissima ἀποστάσει vespertina ad matutinam 7 hebdomadæ intersunt, atque ab hac matutina ad sequentem vespertinam hebdomadæ 10. his intervallis temporum ab ἀποστάσει vespertina ad matutinam, & matutinę ad sequentem vespertinam, intervalla etiam cæteris in locis ubique paria inveniuntur. atque cum interim quoque nunc repedare nunc stare animadvertatur, consequens videtur eum in epicyclo rotari, cujus centrum Soli vicinum sit: unde efficitur motum centri epicycli parem esse motui Solis, qui singulis diebus per 3 proposit. est 59 ① 8.17.13.12.31.

Vt canones Solaris motus ad 3 propos. huic loco quoque congruant, & Mercurio serviant; iidem tamen in Mercurio ab aliis iterari solent, ne cum necesse erit, ab aliis planetis alieno loco repetere opus sit, quam consuetudinem ideò quoque sequar.

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	37	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	6	51	44	45	4	5	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
Dies.							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39

Dies	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	[illegible]	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	10	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	58	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	29	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	45	21	8	35
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	4	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	29	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	24	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	36	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	294	21	24	5	8	37	30
288	28[illegible]	58	49	41	29	12	0
306	285	30	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	4[illegible]	2[illegible]	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	11	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	5[illegible]	4	1[illegible]	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	59	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

Non

Non est negligendum Mercurium singulis suis in epicyclo periodis (non secus ac Venus, secus tamen quam cæteri planetæ) bis Soli conjungi. semel cum est motu velox, iterum in medio retrogradationis, deinde denuo circa medium velocitatis suæ, atque ita deinceps porrò vicibus alternis; sic in conjunctione (fingamus enim eam observari potuisse) 1 Aprilis 1554, eo die 1 gr. 54 ☉ peragrabat velocissimo illius conversionis motu. at proximè sequenti conjunctione ad diem 26 Maji 1554 circa medium retrogradationis suæ versabatur, nam ea à 16 Maji ad 7 Iunii durabat, cujus medium incidit in 26 Maji. Atque iis modus, ea ratio est, qua rudi minerva periodus Mercurii, retrogradationis stationisque affectio, ejusque motus in epicyclo investigatur.

NOTA.

Quia motus Mercurii motui Veneris consimilis est, non necesse arbitror propositiones ullas similes propositionibus 38 & 39 describere: sed quia modus maximam Mercurii ἀπόστασιν investigādi ex analogia Veneris in promptu est, ipsas in syllabum conjiciam quemadmodum supra in dictæ propositionis 38 consectario nobis factitatum est, ut vides.

SYLLABUS MAXIMARUM MERCURII A LINEA MEDII MOTUS SOLIS * ἀποστάσεων.

Anni.	*Matutinæ Mercurii maximæ à linea medii motus Solis distantiæ.*	*Anni.*	*Vespertinæ Mercurii maximæ à lineæ medii motus Solis distantiæ.*
1554. 20 *Febr.*	25 gr. 57.	1554. 8 *Ianuar.*	19 gr. 17.
1554. 18 *Iunii.*	21 gr. 55.	1554. 4 *Maji.*	23 gr. 28.
1554. 14 *Octob.*	18 gr. 1.	1554. 31 *Aug.*	24 gr. 59.
1555. 3 *Febr.*	25 gr. 30.	1554. 23 *Decemb.*	18 gr. 55.
1555. 29 *Maji.*	22 gr. 12.	1555. 17 *April.*	22 gr. 31.
1555. 25 *Sept.*	18 gr. 52.		
1556. 18 *Ianuar.*	24 gr. 22.	1557. 21 *Octob.*	18 gr. 19.
1556. 12 *Maji.*	23 gr. 9.		
		1587. 20 *Decem.*	18 gr. 58.

45 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Mercurii deferens eccentricus animadvertatur.

Si Mercurii à linea medii motus Solis maxima ἀπόστασις ubique par & æqualis foret. id satis judicii esset deferentem ejus à terra ubique pari intervallo abesse, atque adeò neque apogæum neque perigæum ullum habere: id verò secus esse ex syllabo ἀποστάσεων maximarum in annotatiuncula 44 propositionis clarum est.

Quamobrem Mercurio deferentem eccentricum assignare est necesse.

46 PROPOSITIO.

Quomodo apogæi & perigæi deferentis apparens longitudo secundum eclipticam ex observationum ephemeridibus inveniatur.

In syllabo maximarum ἀποστάσεων propos. 44 duæ æquales, altera matutina, altera vespertina, investigentur, hac lege ut linea medii motus Solis utrobique eandem longitudinem obtinuerit. quibus inventis consequens est lineam medii motus Solis vel apogæum, vel perigæum apparens designare. rursumque aliis duabus ἀποστάσεσι matutina vespertinaque inventis, quarũ utraq; in locum eclipticæ superiori oppositum incidat, necesse est hic quoq; lineam medii motus Solis vel apogæum, vel perigæum definire. atque si minores sint prioribus istę novissimæ apogæũ ostendent, contra verò perigæum si majores.

Cæterum hæc exemplo explicatius declararem, assumptis ex syllabo ἀποστάσεων propositionis 44 duabus æqualibus matutina & vespertina, in quarum utraque Sol eundem eclipticæ gradum obtineat: verum cum nullæ illic sint idoneæ satis, quæ pro exemplo assumantur, atque ipsius syllabi continuatio plus negotii facessat, quam mihi otii ad hanc rem suppetat, manum hic de tabula tollam. atque adeò eo magis, quod satis plana sit hæc res, neque nostri instituti nunc sit planetarum loca scrupulosè annotare, quod & alibi monuimus: sed tantum ut rudi minerva viam aliquam adumbremus quâ, si pro deperditis veterum ephemeridibus aliæ novæ satis locupletes haberentur, in eorum motuum investigatione insistere possimus.

Si Mercurius Soli conjunctus notari posset, quemadmodũ à se observatum *Averroës* ait, atque Mercurii cum linea medii motus Solis conjunctiones in ephemerides relatæ essent, alio etiam modo apogæum deferentis ejus indagari posset, consimiliter quippe atque in aliis planetis. id verò qui exemplo sit clarius, fingamus conjunctiones Mercurii Solisque in *Stadii* ephemeridibus annotatas ex cœli inspectione, non autem ex calculi supputatione derivatas, ex istis igitur aliquam seligo à quâ ἀποστάσεις utrinque ante & post eam proximè æquales sint, argumentum firmum satis erit conjunctionem eam vel in apogęum vel in perigęum deferentis incidisse (quod facile ex analogia in motu Saturni supra explicato, è 17 propos. in promptu est.) inventa igitur esto talis conjunctio ad diem 10 Maji 1568. sub 59 grad. nam ante annum 10 Maji 1567, vespertina ἀπόστασις est 22 gr. 4 ①; at anno post, videlicet 11 Maji 1569, matutina ἀπόστασις fuerat 23 gr. 58 ①, quarum differentia est solummodo 1 gr. 54 ①. atque si idem ad sextum mensem ante & post experiaris invenies matutinam 10 Novemb. 1567. 5 gr. 26 ①, vespertinam 8 Novemb. 1568. 3 gr. 58 ①, quarum differentia est duntaxat 1 gr. 28 ①. Itaque cum apogęum sub 59 gr. supra inventum sit, consequens est perigæum sub 239 gr. consistere.

Cęterum id dicis gratia à nobis in vero Solis loco usurpatũ est: sed (ob causas jam sæpius expositas) linea medi medii motus Solis ad id negotium opus fuerit. eamque viam insistenti apogæum inveniri debuit sub 59 gr. 51 ①. nam *Stadii* ephemerides ad istum locum subductæ sunt; quare adeò hunc locũ pro optato assumemus. Quamobrem ita ex observationum ephemeridibus apogæo & perigęo deferentis Mercurii debita longitudo in ecliptica assignata esto.

47 PRO-

47 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus Mercurii motus in epicyclo ad datum quodlibet tempus inveniendus, atque in canones digerendus sit.

In syllabo maximarum ἀποχῶν propositione 44 duas æquales investigo, quarum utraque vel vespertina sit, vel matutina, idque sub eodem eclipticæ loco, nam istis Mercurius tali temporis intervallo in epicyclo suo integras periodos peregit, neque quidquam negotii nobis hic facessunt eccentricitates deferentium Mercurii, Solisve. porrò quanto longiori temporis intervallo istæ ἀποχαὶ inter se destiterint tantò certius quæsitum locum definient: id enim jam ante nobis ostensum fuit. Alteram igitur harum invenio anno 1554 ad diem 23 Decembris, 18 gr. 55 ①: alteram autem anno 1587 ad diem 20 Decemb. 18 grad. 58 ①, ut duntaxat 3 ① ultra integras in epicyclo periodos redundent: à prima observatione ad secundam intercidunt 33 anni Ægyptii 5 dies, quo tanto temporis intervallo Mercurius ex ephemeridibus deprehenditur confecisse periodos 104 in epicyclo suo atque insuper 3 ①. itaq; dicam 33 anni Ægyptiaci 5 dies quę summam 12050 dierum constituunt, dant 104 conversiones 3 ①, ergo 1 dies quod dabit? Concludes 3 grad. 6 ① 25 ② qui pauxillum absunt ab *Copernici* & *Ptolomæi* abacis 3 gr. 6 ① 24 ②.

Porro autem ex diurno motu facile est canonion aliquod generale fabricari, quale in Solis motu propos. 3 usurpavimus, cujus ope ad datum quodvis tempus (quemadmodum usus sæpe exigit) Mercurii motus in epicyclo facile supputari possit. Sed quia (ut in Luna & Sole factitavimus) *Ptolomæi* canoniis dicis gratia uti statuimus eosdem quoque hic subdimus.

CANON

K

Horæ	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	7	46	0	17	28	59
2	0	15	32	0	34	57	59
3	0	21	18	0	52	26	58
4	0	31	4	1	9	55	58
5	0	38	58	1	27	24	57
6	0	46	30	1	44	51	57
7	0	54	22	2	2	22	57
8	1	2	8	2	19	51	56
9	1	9	54	2	37	20	56
10	0	17	40	2	54	49	55
11	1	25	26	3	12	18	55
12	1	33	12	3	29	47	55
13	1	40	58	3	47	16	54
14	1	48	44	4	4	45	54
15	1	56	30	4	22	14	53
16	2	4	16	4	39	43	53
17	2	12	2	4	57	12	52
18	2	19	48	5	14	41	52
19	2	27	34	5	32	10	52
20	2	35	20	5	49	39	51
21	2	43	6	6	7	8	51
22	2	50	52	6	24	37	50
23	2	58	38	6	42	6	50
Dies.							
1	3	6	24	6	59	35	50
2	6	12	48	13	59	11	40
3	9	19	12	20	58	47	30
4	12	25	36	27	58	23	20
5	15	32	0	34	57	59	10
6	18	38	24	41	57	35	0
7	21	44	48	48	57	10	50
8	24	51	12	55	56	46	40
9	27	57	37	2	56	22	30

Dies.	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
10	31	4	1	9	55	58	20
11	34	10	25	16	55	34	10
12	37	16	49	23	55	10	0
13	40	23	13	30	54	45	50
14	43	29	37	37	54	21	40
15	46	36	1	44	53	57	30
16	49	42	25	51	53	33	20
17	52	48	49	58	53	9	10
18	55	55	14	5	52	45	0
19	59	1	38	12	52	20	50
20	62	8	2	19	51	56	40
21	65	14	26	26	51	32	30
22	68	20	50	33	51	8	20
23	71	27	14	40	50	44	10
24	74	33	38	47	50	20	0
25	77	40	2	54	49	55	50
26	80	46	27	1	49	31	40
27	83	52	51	8	49	7	30
28	86	59	15	15	48	43	20
29	90	5	39	22	48	19	10
30	93	12	3	29	47	55	0
60	186	24	6	59	35	50	0
90	279	36	10	29	23	45	0
120	12	48	13	59	11	40	0
150	106	0	17	28	59	35	0
180	199	12	20	58	47	30	0
210	292	24	24	28	35	25	0
240	25	36	27	58	23	20	0
270	118	48	31	28	11	15	0
300	212	0	34	57	59	10	0
330	305	12	38	27	47	5	0
360	38	24	41	57	35	0	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	53	56	42	32	32	59	10
2	107	53	25	5	5	58	20
3	361	50	7	37	38	57	30
4	215	46	50	10	11	56	40
5	269	43	32	42	41	55	50
6	323	40	15	15	17	55	0
7	17	36	57	47	50	54	10
8	71	33	40	20	23	53	20
9	125	30	24	52	5[illegible]	5[illegible]	30
10	179	27	5	25	29	51	40
11	233	23	47	58	[illegible]	50	50
12	287	20	30	30	3[illegible]	50	0
13	341	17	13	3	8	49	10
14	35	13	55	35	41	48	20
15	89	10	38	8	14	47	30
16	143	7	20	40	47	46	40
17	197	4	3	13	20	45	50
18	251	0	45	45	53	45	0
36	142	1	31	31	47	30	0
54	33	2	17	17	41	15	0
72	284	3	3	3	35	0	0
90	175	3	48	49	28	45	0
108	66	4	34	35	22	30	0
126	317	5	20	21	16	15	0
144	208	6	6	7	10	0	0
162	99	6	51	53	3	45	0
180	350	7	37	38	57	30	0
198	241	8	23	24	51	15	40
216	132	9	9	10	45	0	0
234	23	9	54	56	38	45	0
252	274	10	40	42	32	30	0

Anni	gr.	①	②	③	④	⑤	⑥
270	165	11	26	28	26	15	0
283	56	12	12	14	20	0	0
306	307	12	58	0	13	45	0
324	198	13	43	46	7	30	0
342	89	14	29	32	1	15	0
360	340	15	15	17	55	0	0
378	231	16	1	3	48	45	0
396	122	16	46	49	42	30	0
414	13	17	32	35	36	15	0
432	264	18	18	21	30	0	0
450	155	19	4	7	23	45	0
468	46	19	49	53	17	30	0
486	497	20	35	39	11	15	0
504	188	21	21	25	5	0	0
522	79	22	7	10	58	45	0
540	330	22	52	56	52	30	0
558	221	23	38	42	46	15	0
576	112	24	24	28	40	0	0
594	3	25	10	14	33	45	0
612	254	25	56	0	27	30	0
630	145	26	41	46	21	15	0
648	36	27	27	32	15	0	0
666	287	28	13	18	8	45	0
684	178	28	59	4	2	30	0
702	69	29	44	45	56	15	0
720	320	30	30	35	50	0	0
738	211	31	16	21	46	45	0
756	102	32	2	7	[illegible]7	30	0
774	353	32	47	5	31	15	0
792	244	33	33	39	25	0	0
810	135	34	19	25	18	45	0

 Quare

Quare ex observationum ephemeridibus Mercurii in epicyclo motus ad datum tempus ita erutus, atque in canonem digestus esto.

48 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus apogæi deferentis motus inveniatur.

Quia ephemerides *Stadii* (quas tanquam accuratis observationibus ex cœlo derivatæ essent, propter causas 1 propos. expositas, usurpamus) non satis longa serie annorum continuatæ sunt ut istinc commode ista derivemus, *Ptolomæi* observata in istius locum subrogabo, qui 7 cap. 9 lib. apogæum deferentis Mercurii deprehendit sub 10 grad. eclipticæ. atqui nos 46 propositione id inveneramus sub 59 grad. 51 ①, qui 49 grad. 51 ① ultra excurrunt, unde patet secundum nostrum calculum id annis 1450 tantum processisse. Vnde facile est ejus motum ad datum tempus investigare. Vt si quæras annuum: 1450 anni dant 49 grad. 51 ①, itaque 1 annus quid dabit? Concludes 2 ①. Atque ita ex observationum ephemeridibus motus apogæi deferentis Mercurii invenitur.

49 PROPOSITIO.

Quomodo ex observationum ephemeridibus motus centri epicycli Mercurii in deferente inveniatur.

Motus apogæi deferentis Mercurii annuus per 48 propositionem inventus est	2 ①.
Is subductus de medio motu Mercurii seu Solis annuo Ægyptio, qui per 3 propositionem est	359 gr. 45 ①.
Relinquit optatum centri epicycli in deferente suo motum anno Ægyptio	359 gr. 43 ①.

Consimile judicium esto in cæteris ad datum tempus quæstionibus.

DISTIN-

DISTINCTIO OCTAVA PRIMI LIBRI, DE INVESTIGATIONE MOTVS SYDERVM coelo affixorum.

50 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus ſtellæ cœlo affixæ, cœlumq́ue ſuper polis eclipticæ converti animadvertatur.

Quia motus is adeò lentus eſt ut ex *Stadii* ephemeridibus 52 annorum intervallo vix notari, aut animadverti poſſit; & hic, & in ſequenti propoſitione *Ptolomai* monumenta & obſervata ſtellarum fixarum loca dicis gratiâ uſurpabimus, tanquam illa cum iſtis *Stadii* unas tantum ephemerides conſtituerent.

His poſitis. Cum ſtellæ affixæ in *Stadii* ephemeridibus tanto inter ſeſe intervallo diſtent, quanto ætate *Ptolomai* (quemadmodum ex 5 cap. 7 lib. pervidere eſt) diſtabant, cumq́ue ea quæ tum ad rectam lineam cõſiſtebant, nunc etiamnũ eundem obtineant ſitum, cum tamen anni ab eo tempore plus quam 1400 exacti ſint, id indicium firmum ſatis eſt eas * σχήματα κ̀ διαςήματα eadem perpetuò obtinere. * *figuras & intervalla.*

Interim verò cum ipſarum latitudo ab æquinoctiali varia ſit & mutabilis, ab ecliptica verò eadem & immutata, conſentaneum eſt totum cœlum ſuper axe eclipticæ motus ſuos peragere. Dicis gratiâ ſpica virginis ſeu vindemiatrix à *Ptolomao* ſtatuitur ſub latitudine ab ecliptica 2 gr. 10 ①. atque eadem à *Stadio* etiamnum approbatur: verum longitudo ſecundum eclipticam à *Ptolomao* tribuitur 176 gr. 40 ①, à *Stadio* autem 197 gr. 38 ①: latitudo autem ab æquinoctiali auſtrina, quam *Ptolomaus* 3 cap. lib. 7. definit 30 ①, *Stadio* eſt 8 grad. 56 ① auſtrina: nam quamvis id in ephemeridibus ejus nominatim ita non habeatur, hoc tamen poſitam longitudinem & latitudinem ratione eclipticæ neceſſariò conſequitur per 9 Problema lib 4. Coſmogr, de probl. Cœleſt. ſphær. Cumq́ue motus iſte ſit ſecundum ſucceſſionem ſignorum, ab occaſu in ortum eum peragi neceſſarium fuerit.

51 PROPOSITIO.

Quomodo ex obſervationum ephemeridibus proprius affixarum motus inveniatur.

Quandoquidem ſpica virginis ætate *Ptolomai* anno 139 conſtiterit ſub 176 grad. 40 ① Zodiaci, *Stadiiq́* ętate anno 1554 ſub 197 grad. 38 ①, effici ut

 eam

eam 20 grad. 58 ① promotam esse isto intermedio temporis intervallo, quod est 1415 annorum, unde proportio. 1415 anni dant 20 grad. 58 ① ergo 100 anni quid dabunt concludes 1 gr. 29 ①. similis ratio erit in cęteris, ut facile sit & in promptu ad quodlibet tempus affixarum motum invenire.

FINIS PRIMI LIBRI.

SECVN-

SECVNDVS
LIBER
MOTVVM COELESTIVM.
DE
INVESTIGATIONE
MOTVS PLANETARVM, EX

ratiocinio mathematico ad commentitiam ſtantis terræ hypotheſin derivatâ.

BREVIARIVM
Libri secundi.

CVm superiore libro ex observationum ephemeridibus notatum, & animadversum sit planetas in deferentibus eccentricis, & epicyclis moveri, atque alia nonnulla id genus inde derivata sint, quæ tanquam basis & fundamentum animo ac cogitationibus nostris subsiternantur, ut certius & accuratius mathematico ratiocinio eorum affectiones investigemus, utrum deferentes illi veri perfectiq; sint circuli, atque utrum planetæ in illis ἰσοταχῶς, æquali, & jugi ferantur motu, quamvè habeant rationem ipsorum semidiametri ad suas * *ἐκκεντρότητας, aut quæ loca ipsi futuris deinceps temporibus sint adituri, atque insuper ut dierum inæquatorum, stationum, retrogradationum cognitionem adipiscamur, aut quanta Solis Lunævè pars in eclipsibus obscuretur, quantavè ipsorum distantia sit à terrâ, aut quam ipsi ad terram habeant rationem, atque alia id genus, ei rei secundum hunc librum destinavimus, quò ista mathematicis rationum nominibus ponderemus, eâ tamen viâ quâ hac ad* Ptolomęi *manus devenere, hoc est secundum hypothesin illam quæ terram in medio universi centro ponderibus suis libratam suspendit, neque illud ignoratorum motuum commentum usurpat, ut sunt Lunæ anomalia secunda, & Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii tertia, atque ille quinque planetarum motus, quem vulgo ignotum vocant, quæ hîc ita segregabo ut tamen postea ista sigillatim suo ordine describam, ut inde cuivis clarum sit quidnam in stantis terræ hypothesi desideretur, atque summotis istis impedimentis ad alias commodiores hypotheses planior & magis expedita sit via. Quamobrem huius libri partes septifariam distinguam ut sint.*

* eccentricitates.

1. *De eccentricitatum Catholicis.*
2. *De motu Solis.*
3. *De motu Lunæ.*
4. *De motu Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii.*
5. *De planetarum coniunctionibus, oppositionibus, eclipsibus.*
6. *De commentitia* Ptolomęi *anomalia secunda in Luna, & tertia in Saturno, Iove, Marte, Venere & Mercurio.*
7. *De* Ptolomęi *commentitio latitudinis motu quinque planetarum Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii.*

NOTA.

Hanc pragmatiam mathematicam voco ad differentiam, quę huic intercedit cum primi libri factionibus ab observationum experientia derivatis, & quamvis ne hæc quidem ob usurpationem quorundam canonum omnibus numeris sit absoluta, quemadmodum in mathematico opere exigitur, quia tamen in iis modus quidam extat, quo ad ipsum τὸ ἀκριβὲς * quamlibet proximè accedas, quæ res mathematico ratiocinio multum assidet, & demonstrationem habeat mathematicam, omninò, ut discrimen hujus ab antecedente illustrius sit, jure meritò mathematica hæc pragmatia appellanda videtur.

* *veritatem accuratum.*

DISTIN-

DISTINCTIO PRIMA SECVNDI LIBRI DE ECCENTRICITATVM CATHOLICIS.

BREVIARIVM I DISTINCTIONIS.

PRincipiò notandum eſt è tribus planetę in deferente ſuo locis, * ἐκκεντρότητα atque alias ejuſdem * περιστάσεις eodẽ ſpectantes inveniri poſſe: & cum modus is omnium planetarum cõmunis ſit, duabus propoſitionibus hujus affectionis catholica complectemur, ne cum in illam planetarum partem ingreſsi erimus neceſſe ſit ejus operis ſingula perſequi, quemadmodum veteres factitarunt: ſed ad has ipſas propoſitiones lectorem remittemus unde factionis modus repetatur: id enim etiam in aliis propoſitionibus quarum uſus frequens eſt uſurpari ſolet. Et quamvis *Ptolomeus*, & *Ptolomæum* ſecuti nõnulli eadem in ſingulis planetis iterarint, iſto tamen modo brevius ac commodius animi mei cogitata explicare poſſe arbitror, & ſimul iſta ſcribendi methodus diſcenti planior & expeditior videtur. Ad duas autem has propoſitiones alias duas adjungemus, tanquam illarum appendiculas & ab ipſis derivatas, alteram de maxima proſtaphæreſi, alteram de diametro viſuali & diſtantia planetarum.

* *eccentricitatem.*
* *circumſtantias.*

I DEFI-

I DEFINITIO.

In Terræ ſtantis hypotheſi Solem & Lunam in eccentrico, reliquos autem planetas in eccentripicyclo deferri ſupponimus.

Definitione hac innuitur quod quoties ſecundo hoc libro mentionem faciemus mathematicæ pragmatiæ terrâ ſtante, nõ hîc admiſceri alios ullos motus commentitios, ſed eos ſolum, quos Terræ in mundi centro libratæ hypotheſis ferat, ob cauſas in antecedenti breviario expoſitas.

2 DEFINITIO.

Angulus qui à radiis opticis ſidus utrinque, quâ longiſſime patet, contingentibus, comprehenditur, angulus viſionis dicitur.

3 DEFINITIO.

Epocha eſt aſſumti temporis momentum unde calculum motus planetarum exordimur.

Ἐποχὴ Græcis, Cenſorino tituli & indices, aliis æra, mathematicis recentioribus radix annorum ſynonyma ſunt. Cum enim per abacos logiſticos anquirimus quem locum quilibet planeta dato tempore vel obtinebit vel obtinuerit, multum intereſt locum ejus ad conſtitutum aliquod tempus cognoſci, unde vel prorſum vel retrorſum, in ſecula futura, aut præterita calculus dirigatur, qui, quod planeta iſto tempore iſtum locum ἐπέχει, ἐποχὴ appellatur. Solent autem ἐποχαὶ illuſtri alicui tempori alligari, quo tanquam exordio communi utantur plurimi: ſic *Ptolomæus* uſurpavit initium annorum *Nabonaſſaru*, & Chriſtiani epocham ſuam à nativitate *Chriſti* redemptoris ϑεανϑρώπου ſunt auſpicati, aut ab aliquo ſeculorum præteritorum termino: nos cum opus erit exempli loco uſurpabimus finem anni 1600.

I PROPOSITIO.

Datis in ambitu circuli punctis tribus & peripheriis interjectis, & angulis quos ipſorum intervalla ad punctum internum nõ centrum connexis rectis ſubtendunt, atque unâ earum uſque in peripheriam continuatâ reliquarum inter ſe rationem invenire.

DATUM. Sit eccentricus ABC, centrum ejus D, in cujus peripheria tria exponantur puncta A, B, C, inter quas interjectæ peripheriæ ſint cognitæ, ut AB 120 gr. 15.
BC 90 gr. 41.
Et CA reliqua ad complendum circulum peripheria 149 gr. 4.

Sit E

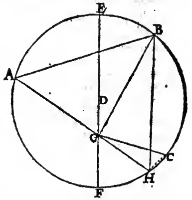
Sit E apogęum in peripheriâ A B, & F perigęum, G punctum quodvis non centrum, ad quod junctę tres rectę A G, B G, C G comprehendant angulos A G B — 117 gr. 11.

B G C — 90 gr. 37.

C G A, qui est reliquus ad complendum circulum angulus — 152 gr. 12.

Dehinc aliqua harum trium A G B G C G, puta A G continuetur in peripheriam in H, ut A G ipsa continuata, G H continuatio sit.

QVÆSITVM. Postulatur ratio duarum B G C G non continuatarum.



CONSTRVCTIO.

Antequam optatum assequar ineunda mihi prius est ratio continuationis G H, ad non continuatas B G, G C: quæramus primò rationem continuationis G H ad ipsam B G, ad cujus investigationem istam capesso viam.

Semissis 120 grad. 15 ①, quæ est quantitas peripheriæ A B inter continuatam A G & non continuatam G B, cujus nunc ratio quæritur, est — 60 gr. 7.

Hujus sinus pro ipsa G B — 8670.

Iam subductis 60 grad. 7 ①, qui numerus est isto ordine primus, de angulo A G B 117 grad. 11 ① comprehenso sub continuata A G & G B, relinquit — 57 gr. 4.

Hujus sinus pro continuatione G H — 8393.

Vt prima ratio non continuatæ B G ad continuationem G H sit, quæ 8670 hoc ordine secundi ad 8393 quartum, & inversè ut G H ad B G, sic 8393 ad 8670. Non secus quoque invenietur ratio G H ad C G: attamen quia pragmatia hæc in sequentibus crebrò citabitur, ipsius operis typum & filum ante oculos ponemus. Ajo igitur ut prius: semissis 149 gr. 4 ①, (quæ est peripheria C A media inter continuatam A G, & non continuatam C G cujus ratio hîc quæritur) est — 74 gr. 32.

Hujus sinus pro non continuata C G — 9638.

Iam subductis 74 grad. 32 ①, qui numerus est isto ordine quintus, de angulo A G C 152 grad. 12 ① comprehenso sub continuatâ A G & non continuata C G, relinquit — 77 gr. 40.

Hujus

Hujus sinus pro continuatione GH 9769.

Quamobrem ratio non continuatæ CG ad continuatam GH est, quemadmodum 9638 ordine sextus ad 9769 octavum, & inversè GH ad CG est, ut 9769 ad 9538. Cum igitur continuatio GH ad non continuatam BG se habeat, ut 8393 ordine quartus ad 8670 ordine secundum; & ad non continuatam CG sit, ut 9769 ordine octavus ad 9638 ordine sextum; ut hinc inveniam rationem non continuatæ BG ad non continuatam CG, per proportionem concludam hoc modo: posita continuatione GH 8393, qui est ordine quartus, erit BG 8760, qui est ordine secundus, posita igitur GH 9769, qui est ordine octavus, congruent ipsi BG 10091.

Atque id quidem in iisdem partibus in quibus ponitur CG 9638 numerus hoc ordine sextus. quare ratio non continuatarum BG & CG est ut 10091 ad 9638.

PRÆPARATIO. Agantur rectæ AB, HB. DEMONSTRATIO. Amplitudo anguli BHA æquatur per 20 propos. 3 lib. *Eucl.* semissi peripheriæ AB 120 grad. 15 ①, quare angulus BHA, seu BHG valet 60 grad. 7 ① numerum hoc ordine primum; is deductus de AGB qui per thesin est 117 grad. 11 ①, relinquit angulum HBG 57 grad. 4 ① per 32 propos. 1 lib. *Eucl.* Vt triangulũ HBG duos habeat angulos notos, BHG 60 gr. 7 ①, & HBG 57 gr. 4 ①, quorum sinus 8670 & 8393 habẽt rationem laterum ipsos subtendentium BG HG, per 1 propos. planorum triangulorum. Similis planè ratio & demonstratio quoq; fuerit rationis secundę. Deniq; etiam qualium partium est GH 9769, talium est BG 10091 ex articulo hujus ordinis nono: atque earundem est CG 9638 per articulum 8um & 6tum: itaque BG est ad CG ut 10091 ad 9638. Quare factum est quod oportuit.

2 PROPOSITIO.

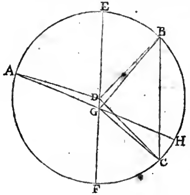
Datis in ambitu circuli punctis tribus & peripheriis interjectis, & angulis quos ipsæ ad punctum internum non centrum connexis rectis subtendunt, & simul peripheriâ in quam apogæum vergit datâ; eccentricitas in partibus semidiametri 10000, atque datorum punctorum apparens ab apogæo distantia ex dicto puncto non centro æstimata, & eccentrici peripheriæ inter apogæum & data puncta interceptæ invenienda sunt.

Cum datæ tres peripheriæ, vel dati anguli 180 grad. aut 90 gr. aut aliâ aliquâ amplitudine definiri possint, pro datorum varietate ipsa operis exegesis secundum suam facilitatem aut difficultatem quoq; erit varianda, quam ideò in quatuor paradigmata secernam. Cæterùm monẽdus hîc es, quod cum crura anguli ita panduntur ut 180 grad. intercipiant, tum ipsa angulum non continere, sed in directum exporrigi; nos tamen eam amplitudinem, facilitatis & doctrinæ gratiâ, angulum (quamvis καταχρηστικῶς) appellaturos.

1 Para-

1 *Paradigma datis tribus peripheriis & angulis, ubi nullus 180 aut 90 gradibus æquetur.*

DATVM. Exponatur eccentricus A B C, centrum D, in ejus circumferentia tries termini aſſignentur A B C ut peripheria A B ſit 120 gr. 15.
B C 90 gr. 41.
Et C A ad complendum circulum 149 gr. 4.
Apogæum E ſtatuatur in peripheria A B, & F ſit perigæum, G punctum expoſitũ non centrum, unde ad expoſita puncta actæ ſunt tres rectæ A G B G C G à quibus comprehenduntur tres anguli A G B 117 gr. 21.
B G C 90 gr. 37.
C G A reliquus ad complendum circulum 152 gr. 12.



QVÆSITVM. Invenienda eſt primò eccentricitas D G in iiſdem partibus, quibus diameter B D taxatur 10000. Deinde apparens diſtantia puncti alicujus ex aſſignatis A, B, C, ut puta B ab apogæo E.

PRÆPARATIO. Continua aliquam rectarum A G B G C G, puta A G uſque ad peripheriam in H, ſitque G H ipſa continuatio, & A G continuata, ac B G G C duæ non continuatæ, quarum terminos jungat B C.

CONSTRVCTIO.

Rationem quam inter ſe habent non continuatæ B G C G per 1 propoſ. inquiro, & invenio B G partium 10091.
Et C G earundem 9638.
Triangulum B G C tres terminos habet cognitos, videlicet angulum B G C 90 gr. 37 ① per hypotheſin, B G 10091 ordine primum, & C G 9038 ordine ſecundum: quorum ope invenientur latus B C, & angulus C B G per 6 propoſ. planor. triangul. Videlicet latus B C partium 14027.
Et angulus C B G 43 gr. 23.
Hinc angulo B D C qũi per antecedẽtem prop. valet 90 gr. 41 ①, ſemper de 180 gr. ſubducto (quia tres anguli trianguli B D C in iſtam ſummam aſſurgunt) relinquetur ſumma duorum angulorum D B C, D C B 89 grad. 19 ①, hujus ſemiſſis definit amplitudinem anguli C B D 44 gr. 39.
Differentia angulorum C B D 44 gr. 39 ①, & C B G 43 gr. 23 ① ordine quarti exhibet quantitatem anguli D B G 1 gr. 16.

Recta BC 14027, qui est numerus ordine tertius, dat B G 10091 primum, itaque si pro BC ponatur subtensa 90 gr. 41 ① hoc est per 13 propos. de fabr. sinuum, si BC ponatur partiū 14224, concludes pro B G 10233.
Atque id in iisdem in quibus partibus taxatur semidiater B D 10000.
Triangulum D B G tres habet terminos cognitos, videlicet angulum D B G 1 gr. 16 ① ordine sextum, B G 10233 ordine septimum, B D 10000 ordine octavum, quorum subsidio reliqui tres ignorati termini per 6 propos. plan. triang. inveniuntur, videlicet D G optata ἐκκεντρότης 325.
Et angulus D G B, seu quod idem sit E G B pro optata apparente distantiâ ipsius B ab apogæo E 43 gr. 14.
Et angulus B D G 135 gr. 30.
Is deductus de 180 grad. relinquit angulum E D B, seu optatum eccentrici arcum inter B & apogæum E 44 gr. 30.

1 NOTA.

Quamvis cuilibet ex tribus expositis terminis A literam assignare liceat, arbitror tamen non parum commoditatis hinc existere, si in hujus propositionis imitatione characteres A & B iis terminis adscribantur inter quos E apogæum intercidit, utque optatus arcus inter E & aliquem expositorum interceptus iisdem notis & characteribus inscribatur, quibus hîc quodlibet paradigma insignitum est; & ut A, B, C isto ordine secundum successionem signorum disponantur, ut ita in omnibus paradigmatis eædem literæ easdem notiones sibi habeant subjectas, ne tuum exemplum additionem flagitet, cum in proposito exemplari sit subduceudum; aut contra illic subducendum, cum hîc addendum sit.

2 NOTA.

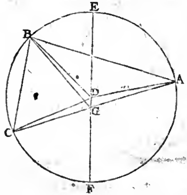
Qui hunc eruditum pulverem tractarit forsan mirabitur cur necessarium sit peripheriam in quam apogæum vergat hîc definiri, cum alioquin ista ab aliis ex motus affectionibus eruantur, planetarum scilicet motu tardo citatové lentescente aut accelerante, cujus rei argumentum ex datis tribus locis capitur: verumenimverò scrupulus ille facilè tolletur, si cogitet ista ab antegressis observationibus quæ ex observationum ephemeridibus derivantur cognosci, ut 4 propos. 1 lib. pressius à nobis dictum est, atque ideò ista tanquam cognita à nobis hîc nunc usurpari.

2 *Paradigma datis tribus angulis, quorum unus* 180 *gr. reliquorum verò neuter* 90 *grad. definiatur.*

Huic paradigmati id compendii accedit, quod non opus sit investigare rationem non continuatarum linearum inter se, quemadmodum in primo.
DATUM. Eccentricus circulus sit A B C, centrum D, in peripheria ejus assumantur tria puncta A, B, C, ut A B sit 120 gr. 15.
B C 63 gr. 22.
Et C A reliqua ad complendum circulum peripheria 176 gr. 23.
Dehinc sit E apogæum in peripheria A B, & F perigæum, G punctum internum non centrum, ad quod adjungantur tres

rectæ

rectæ A G, B G, C G, à quibus comprehendantur anguli
AGB 117 gr. 11.
BGC 62 gr. 49.
Et C G A reliqua ad complendum circulum peripheria 180 gr.



QVÆSITVM. Invenienda esto eccentricitas D G in partibus semidiametri 10000. Deinde alicujus trium punctorum A, B, C utputa C distantia ab apogæo E, æstimata secundum visum ex puncto non centro G. Denique arcus ab apogæo E ad aliquem trium punctorum A, B, C, ut puta C interjectũ.

PRÆPARATIO. Tres rectæ A B, B C, A C jungant puncta exposita, è quibus A C se induet in centrum G, quia angulus C G A per thesin patet amplitudine 180 gr.

CONSTRVCTIO.

Cum per thesin peripheria A B, seu angulus A D B sit 120 grad. 15 ①, semissis ejus definiet amplitudinem anguli A C B, seu quod idem sit G C B 60 gr. 7.

Triangulum G C B tres terminos habet cognitos, angulũ G C B 60 gr. 7 ① ordine primum, B G C 62 gr. 49 ① per thesin, & latus B C 10504, subtensum arcui B C 63 gr. 22 ① per thesin. unde latus C G per 4 propos. triang. planorum invenitur 9911.

Peripheria C A, seu quod idem sit angulus C D A cujus amplitudo per thesin est 176 gr. 23 ①, deductus de 180 grad. summã trium angulorum trianguli C D A, relinquet summam duorum angulorum D C A, D A C 3 grad. 37 ①, cujus semissis exhibet angulum D C A, seu etiam D C G 1 gr. 48.

Triangulum D C G tres terminos habet cognitos, videlicet latus C G 9911 ordine secundum, C D 10000, & angulum D C G 1 grad 48 ① ordine tertium. Vnde tres ignorati termini inveniuntur per 6 propos. plan. triangulorum, videlicet D G optata eccentricitas 325.

Et angulus D G C, seu angulus optatus E G C 104 gr. 59.

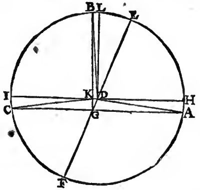
Et angulus C D G 73 gr. 13 ①, qui de 180 gr. subductus, relinquit angulum E D C, seu optatam peripheriam E C 106 gr. 47.

3 *Paradigma, ubi nulla è datis tribus peripheriis 180 gr. definitur, at è datis tribus angulis unus 180, reliqui singuli 90 gr. finiuntur.*

Hoc tertiũ paradigma ex formula antecedẽtis calculi subduci potuit; sed quia

 Ptolo-

Ptolemai via parabilior & compendiosior hîc fit (quamvis in lubrico versetur, ut suo loco dicetur) eam quoque describam.



DATVM. Exponatur eccentricus A B C, ejus centrum D, in cujus peripheria assignentur tres termini A, B, C, ut peripheria A B sit 92 gr. 18.
B C 91 gr. 17.
Et C A reliqua ad complendum circulum peripheria 176 gr. 25.
Hinc in peripheria A B statuatur apogæi E, F perigæum, G punctum internum non centrum, ad quod junctæ rectæ A G, B G, C G comprehendunt angulos A G B 90 gr.
B G C 90 gr.
Et C G A, quæ est reliqua ad complendum circulum peripheria 180 gr.

QVAESITVM. Invenienda esto eccentricitas D G in partibus semidiametri B D 10000. Deinde cujuslibet expositorum punctorum A, B, C, ut puta B distantia ab apogæo E, æstimata secundum visum ex puncto non centro G, hoc est angulus E G B. Denique etiam peripheria inter apogæum E & aliquem expositorum terminorum A, B, C, ut puta B interjectam.

PRAEPARATIO. Connectantur rectæ A C, B G, & agatur H I per D parallela contra A C, secans ipsam B G in K; & sit L D parallela cõtra B G.

CONSTRVCTIO.

Subducta peripheria C A, quę per thesin est 176 gr. 25 ①, de semicirculo I F H 180 grad. reliqua est amplitudo duarum peripheriarum H A, I C 3 gr. 35 ①, cujus semissis pro ipsa I C 1 gr. 48.
Hujus sinus, cui æqualis est K G 314.
Si de A B, qui per thesin sunt 92 gr. 18 ①, subducas A H 1 gr. 48 ① ordine primum, & H L 90 gr. relinquetur pro L B 0 gr. 30.
Cujus sinus pro ipsa K D 87.
Triangulum K D G tres habet cognitos terminos, latus K G 314 ordine secundum, & K D 87 ordine quartum, & angulum G K D rectum. Vnde per 6 propos. planorum triangulorum

invenie-

latus D G, & angulus D G K invenientur; videlicet in partibus semidiametri DB 10000 (quia K G 314 & K D 87 in iisdem partibus sunt assumptæ) eritque optata eccentricitas D G 326.

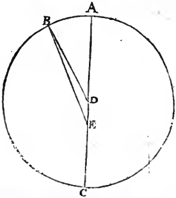
Et angulus D G K, seu E G B optata apparens distantia termini B ab apogæo E erit 15 gr. 29.

Cumque angulus E D L, D G K æquentur, erit E D L seu peripheria E L 15 gr. 29 ①: ad quam si addatur L B 30 ① numerus ordine tertius, existet optata peripheria EB 15 gr. 59.

NOTA.

Quod effectionem antecedētis 2 paradigmatis minus lubricam judicemus inde est quod linea eccentricitatis GD hic minoribus numeris explicetur quam illic, quia duo latera K G 314 & K D 87 trianguli K D G minora sint, quàm latera C D 10000 & C G 9911 trianguli C D G.

4 *Paradigma ubi è datis tribus peripheriis una 180 grad. & è datis tribus angulis unus 180 gr. definiatur.*



DATUM. Exponatur eccentricus A B C, cujus centrum D, & in peripheria tres assignentur termini A B C, ut peripheria A B sit 43 gr. 49.

B C 136 gr. 11.

Et C A reliqua ad complendum circulum peripheria 180 gr.

Deinde cum angulus à primo ad tertium terminum subtensus pateat amplitudine 180 gr. atque ei consequens sit A punctum apogæum esse per 4 propos. 1 lib. motuum Cœlest. & C perigæum, assumam in connectente A C punctum non centrum E inter D & C, atque E connectan cum termino B, eritque amplitudo angulorum hujusmodi, A E B 42 gr. 35.

B E C 137 gr. 25.

 Et

Et CEA reliqua ad complendum circulum peripheria 180 gr.

QVAESITVM. Cum apparens distantia, qui est angulus AEB 42 grad. 35 ① ordine quartus, & peripheria inter apogæum A & aliquem expositorum, ut B hoc casu cognita sit per thesin 43 grad. 49 ①, tantum opus est hic inveniri eccentricitatem DE.

CONSTRVCTIO.

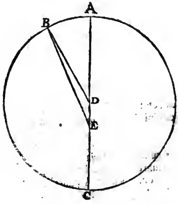
Triangulum DBE tres terminos habet cognitos, angulum BDE 136 gr. 11 ① ordine secundum, DBE 42 grad. 35 ① ordine quartum, & latus BD 10000. quorum ope, per 4 propos. planorum triang. invenietur optata eccentricitas 318.

CONCLVSIO. Quare in eccentrico ea invenimus quæ postulabantur.

3 PROPOSITIO.

Data longitudine motus planetæ aut puncti in suo deferente, cum ratione semidiametri deferentis ad eccentricitatem, ejusdem distantiam à terræ centro in partibus semidiametri 10000, & prostaphæresin mathematico ratiocinio secundum stantis terræ hypothesin invenire.

Longitudinem istam motus in deferente ab apogæo auspicamur, eamque non minus puncti cujusvis quam planetæ communem facimus, ita ut unius propositionis ambitu tam Solis & Lunę motus complectamur, qui à Solo deferente, quàm motum centri epicycli reliquorum planetarum, qui ab eccentrepicyclis deferuntur.



DATVM. Sit ABC deferens, D ejus centrum, E punctum internum ab exposito centro diversum, seu terræ centrum, A apogęum, C perigæum, B planeta aut quodvis punctum expositū, cujus motus in deferente lōgitudo AB sit 30 gr. & ratio eccentricitatis DE ad semidiametrum eccentrici DB sit, quæ 323 ad 10000. Hic DBE est angulus prostaphęreticus, qui in priore semicirculo constitutus necessariò erit aphæreticus.

QVAESITVM. Invenienda est linea EB cum aphæresi DBE.

CONSTRVCTIO.

Triangulum DBE tres terminos habet cognitos, DE 323, DB 10000 per

10000 per thesin, & angulum D B E 150 grad. subducto enim angulo A D B 30 grad. de 180 grad. reliquus erit B D E 150 grad. ut supra. Unde per 6 propos. plan. triangul. invenietur optata linea E B 10281.

Et optata aphæresis D B E 54 ①.

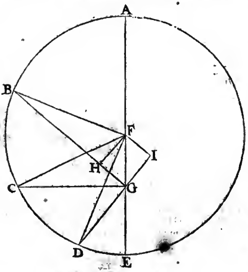
Cujus demonstratio ex ipsius operis filo manifesta est. Quare factum est quod oportuit.

THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

Maxima prostaphæresis eccentrici est in vertice rectæ à termino eccentricitatis ipsi perpendicularis.

DATUM. Exponatur eccentricus A B C D E, cujus centrum F, & punctum internum non centrum G, eccentricitas F G, ad quam C G perpendicularis sit. QUAESITUM. Ostendendum est maximam prostaphæresin eccentrici cadere in punctum C verticem lineæ G C. PRAEPARATIO. F G utrimque continuata illic induat se in apogæum A, hic in perigæum E, & agantur rectæ F B, F C, F D, G B, G D, & F H perpendicularis in B G, & F I perpendicularis in continuatam D G. Ajo igitur angulum G C F majorem esse ipso G B F, aut G D F, aut quovis alio simili.

DEMONSTRATIO. Nam F B, F C, F D radii æquales in triãgulis F B H, F C G, F D I rectos subtendunt angulos; itaq; maximum crus è tribus rectorũ angulorum cruribus F H, F G, F I, maximũ quoque angulũ subtendet: Sed F G maximũ est crus; quare & F C G ei subtensus erit maximus angulus. Rectam verò F G cæteris majorem esse ita doceo, quia in triãgulo F G H ipsa F G basis sit recti anguli, & F H crus: eodemque modo in triangulo F G I est F I crus, & F G basis recti anguli.



CONCLUSIO. Quare eccentrici maxima prostaphæresis est in vertice rectæ à termino eccentricitatis ipsi perpendicularis.

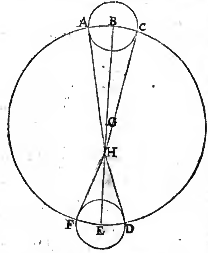
CONSECTARIUM.

Quia triangulum F C G tres cognitos habet terminos, angulum F G C rectum, F C semidiametrum 10000, & F G 323.per 2 propos. 2 paradigma, inde per 5 propos. planorum triangulorum invenietur angulus F C G 2 grad. 23 ① pro maxima prostaphæresi.

THEOREMA. 5 PROPOSITIO.

Si planeta è terra sub inæquali distantia cõspiciatur erit, quemadmodum minor visionis angulus ad majorem, ita minor distantia ad majorem proximè.

DATUM. Exponatur planetæ deferens A B C D E, centrum G, terra & per G H educta diameter B G H E signet apogæum in B, perigæum in hinc centro B scribatur planeta A C, ut puta, Luna in apogæo, & jungantur A H, C H, sub quibus comprehenditur angulus visionis Lunæ A H C, quem



ex observationibus fingo inventum 30 ①. Hinc etiam alio quovis loco centro E Lunę orbis describatur D F æqualis priori A C, ad quem agantur rectæ H F H D, sub quibus comprehenditur angulus visionis F H D, quem accurata observatione fingo inventum 32 ①, sitque H B distantia major, H E minor.

QUAESITUM. Demonstrandum est eandem proximè rationem esse anguli visionis minoris AHC 30 ①, qui videtur ex distantia longiore H B, ad majoris visionis angulum F H D 32 ①, qui videtur sub minore distantia H E: quæ sit minoris distantiæ HE ad majorem H B.

DEMONSTRATIO. Curvatura peripherię A C 30 ① ob exilitatem in rectam lineam ferè evanescit, atque ideò sine cujusquam momenti errore pro recta usurpari potest, & A B H pro triangulo rectangulo ad B: Quibus positis, & concessis, cum per thesin A H C sit 30 ①, & A H B ejus semissis 15 ①, habebit triangulum A B H duos angulos notos, unde tertius B A H invenitur 89 gr. 45.

Posita igitur A H pro base trianguli A B H, ajo per 1 propos. planorum triangulorum, ut sinus 43632 anguli dextri A H B, ad sinum 9999905 anguli sinistri B A H, 89 grad. 45 ① (integros canonis numeros propter notas jam causas usurpo) sic latus sinistrum A B ad latus dextrum B H: ut A B ad B H habeat

beat rationem, quam 43632.
Ad 9999905.
Si similem epilogismum instituas in triangulo F H E, ubi F H E angulus est 16 ①, deprehendes rationem E F ad E H ut 46541.
Ad 9999892.
Hinc proportio posita A B 43632, qui numerus est hoc ordine secundus, fit B H 9999905 ordine tertius; posita igitur A B 46541 (qui est numerus ordine quartus) quanta futura est B H? concludes 10666611.
In iisdem partibus quibus E H taxatur 9999892 qui est numerus ordine quintus. Quæ cum ita sint, Ajo ut 30 ① ad 32 ①, ita 9999892 ad 10666611 numerum ordine sextum proximè: nam ex ista proportione existeret 10666558. qui parum admodum absunt à priore, nam detritis utrobique extremis duabus notis reliqui numeri ad amussim congruunt, videlicet ratio 30 ① ad 32 ① ut 99999 ad 106666, ut discrepantia à justo non sit unius unitatis.

Non absimilis ratio erit in cæteris planetis, quod ex analogia hujus exempli percipies. CONCLUSIO. Quare si planeta è terra sub inæquali distantia conspiciatur erit angulus visionis minoris ad majorem, ut distantia minor ad majorem proximè.

6 PROPOSITIO.

Dato angulo visionis planetæ ἀπογειοτάτου, cum istius distantiæ ratione ad distantiam aliquam minorem angulum visionis distantiæ minoris invenire.

DATUM. Assumamus planetæ ἀπογειοτάτου locum in 3 propos. diagrammate in apogæo A & angulum visionis 30 ①, ita enim eum pono observando animadversum: Linea longissimæ hujus distantiæ sit E A 10323 (nam ista summa consurgit additis A D 10000 ad E D 323) at brevioris alicujus E B 10287 (quem admodum eam in eadem 3 propos. deprehendimus).

QUÆSITUM. Angulus visionis planetæ inveniendus esto ad distantiam minorem E B, hoc est planetâ in deferente suo permoto ad gradum 30^{mum}.

CONSTRUCTIO.

Linea brevior E B 10287 dat longissimam 10323, quid dabit angulus visionis datus 30 ①. Existet optatus visionis angulus 30 ① 6 ②.

Atque ita patet quomodo anguli visionis planetarum, seu diametri visuales ad datum quemlibet deferentis locum inveniantur, cujus demonstratio ex operis filo & consequentia in promptu est.

NOTA.

In propositione hac angulum visionis planetæ ἀπογειοτάτου cognitum supponimus, non quod necesse sit isti loco hæc alligari, cum generaliter ex angulo visionis, quem ad cognitum aliquem sui deferentis locũ obtinet id indagari possit, sed commodius hunc epilogismum ad apogæum aut perigæum instituimus, ut in fabrica canonii angulorum visionis seu diametrorum visualium idem numerus usurpetur. Non obscurum est hujus theorematis veritatem ad planetas eos qui an epicyclis versantur quoque diffundi, quia res hæc per eorum à terra distantiam expeditur. Quare factum est quod oportuit.

DISTIN-

BREVIARIVM

Libri secundi.

CVm superiore libro ex observationum ephemeridibus notatum, & animadversum sit planetas in deferentibus eccentricis, & epicyclis moveri, atque alia nonnulla id genus inde derivata sint, quæ tanquam basis & fundamentum animo ac cogitationibus nostris substernantur, ut certius & accuratius mathematico ratiocinio eorum affectiones investigemus, utrum deferentes illi veri perfectiq; sint circuli, atque utrum planetæ in illis ἰσοταχῶς, *equali, & jugi ferantur motu, quamvè habeant rationem ipsorum semidiametri ad suas* * ἐκκεντρότητας, *aut quæ loca ipsi futuris deinceps temporibus sint adituri, atque insuper ut dierum inæquatorum, stationum, retrogradationum cognitionem adipiscamur, aut quanta Solis Lunævè pars in eclipsibus obscuretur, quantavè ipsorum distantia sit à terrâ, aut quam ipsi ad terram habeant rationem, atque alia id genus; ei rei secundum hunc librum destinavimus, qui ista mathematicis rationum momentibus ponderemus, eâ tamen viâ quâ hæc ad* Ptolomæi *manus devenere, hoc est secundum hypothesin illam quæ terram in medio universi centro ponderibus suis libratam suspendit, neque illud ignoratorum motuum commentum usurpat, ut sunt Lunæ anomalia secunda, & Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii tertia, atque ille quinque planetarum motus, quem vulgo ignotum vocant, quæ hic ita segregabo ut tamen postea ista sigillatim suo ordine describam, ut inde cuivis clarum sit quidnam in stantis terræ hypothesi desideretur, utque summotis istis impedimentis ad alias commodiores hypotheses planior & magis expedita sit via. Quamobrem huius libri partes septifariam distinguam ut sint.*

* eccentricitates.

1 *De eccentricitatum Catholicis.*
2 *De motu Solis.*
3 *De motu Lunæ.*
4 *De motu Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii.*
5 *De planetarum coniunctionibus, oppositionibus, eclipsibus.*
6 *De commentitia* Ptolomæi *anomalia secunda in Luna, & tertia in Saturno, Iove, Marte, Venere & Mercurio.*
7 *De* Ptolomæi *commentitio latitudinis motu quinque planetarum Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii.*

NOTA.

Hanc pragmatiam mathematicam voco ad differentiam, quę huic intercedit cum primi libri factionibus ab observationum experientia derivatis, & quamvis ne hæc quidem ob usurpationem quorundam canonum omnibus numeris sit absoluta, quemadmodum in mathematico opere exigitur, quia tamen in iis modus quidam extat, quo ad ipsum τὸ ἀκριβὲς * quamlibet proximè accedas, quæ res mathematico ratiocinio multum assidet, & demonstrationem habeat mathematicam, omninò, ut discrimen hujus ab antecedente illustrius sit, jure meritò mathematica hæc pragmatia appellanda videtur.

* veritatem accuratum.

DISTIN-

DISTINCTIO PRIMA SECVNDI LIBRI DE ECCENTRICITATVM CATHOLICIS.

BREVIARIVM I DISTINCTIONIS.

PRincipiò notandum est è tribus planetę in deferente suo locis, * ἐκκεντρότητα atque alias ejusdem * περιστάσεις eodē spectantes inveniri posse: & cum modus is omnium planetarum cōmunis sit, duabus propositionibus hujus affectionis catholica complectemur, ne cum in illam planetarum partem ingressi erimus necesse sit ejus operis singula persequi, quemadmodum veteres factitarunt: sed ad has ipsas propositiones lectorem remittemus unde factionis modus repetatur: id enim etiam in aliis propositionibus quarum usus frequens est usurpari solet. Et quamvis *Ptolomeus*, & *Ptolomæum* secuti nōnulli eadem in singulis planetis iterarint, isto tamen modo brevius ac commodius animi mei cogitata explicare posse arbitror, & simul ista scribendi methodus discenti planior & expeditior videtur. Ad duas autem has propositiones alias duas adjungemus, tanquam illarum appendiculas & ab ipsis derivatas, alteram de maxima prostaphæresi, alteram de diametro visuali & distantia planetarum.

* *eccentricitatem.*
* *circumstantias.*

I DEFI-

1 DEFINITIO.

In Terræ ſtantis hypotheſi Solem & Lunam in eccentrico, reliquos autem planetas in eccentripicyclo deferri ſupponimus.

Definitione hac innuitur quod quoties ſecundo hoc libro mentionem faciemus mathematicæ pragmatiæ terrâ ſtante, nõ hîc admiſceri alios ullos motus commentitios, ſed eos ſolum, quos Terræ in mundi centro libratæ hypotheſis ferat, ob cauſas in antecedenti breviario expoſitas.

2 DEFINITIO.

Angulus qui à radiis opticis ſidus utrinque, quà longiſſimè patet, contingentibus, comprehenditur, angulus viſionis dicitur.

3 DEFINITIO.

Epocha eſt aſſumti temporis momentum unde calculum motus planetarum exordimur.

Ἐποχὴ Græcis, Cenſorino tituli & indices, aliis æra, mathematicis recentioribus radix annorum ſynonyma ſunt. Cum enim per abacos logiſticos anquirimus quem locum quilibet planeta dato tempore vel obtinebit vel obtinuerit, multum intereſt locum ejus ad conſtitutum aliquod tempus cognoſci, unde vel prorſum vel retrorſum, in ſecula futura, aut præterita calculus dirigatur, qui, quod planeta iſto tempore iſtum locum ἐπέχει, ἐποχὴ appellatur. Solent autem ἐποχαὶ illuſtri alicui tempori alligari, quo tanquam exordio communi utantur plurimi: ſic *Ptolomeus* uſurpavit initium annorum *Nabonaſſari*, & Chriſtiani epocham ſuam à nativitate *Chriſti* redemptoris ϑεανθρώπου ſunt auſpicati, aut ab aliquo ſeculorum præteritorum termino: nos cum opus erit exempli loco uſurpabimus finem anni 1600.

1 PROPOSITIO.

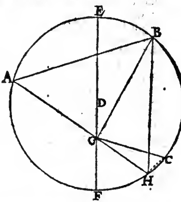
Datis in ambitu circuli punctis tribus & peripheriis interjectis, & angulis quos ipſorum intervalla ad punctum internum nõ centrum connexis rectis ſubtendunt, atque unâ earum uſque in peripheriam continuatâ reliquarum inter ſe rationem invenire.

Datum. Sit eccentricus A B C, centrum ejus D, in cujus peripheria tria exponantur puncta A, B, C, inter quas interjectæ peripheriæ ſint cognitæ, ut A B — 120 gr. 15.
B C — 90 gr. 41.
Et C A reliqua ad complendum circulum peripheria — 149 gr. 4.

Sit E

Sit E apogęum in peripheriâ A B, & F perigęum, G punctum quodvis non centrum, ad quod junctę tres rectę A G, B G, C G comprehendant angulos A G B | 117 gr. 11.
B G C | 90 gr. 37.
C G A, qui est reliquus ad complendum circulum angulus | 152 gr. 12.
Dehinc aliqua harum trium A G B G C G, puta A G continuetur in peripheriam in H, ut A G ipsa continuata, G H continuatio sit.

QVÆSITVM. Postulatur ratio duarum B G C G non continuatarum.



CONSTRVCTIO.

Antequam optatum assequar ineunda mihi prius est ratio continuationis G H, ad non continuatas B G, G C: quæramus primò rationem continuationis G H ad ipsam B G, ad cujus investigationem istam capesso viam.

Semissis 120 grad. 15 ①, quæ est quantitas peripheriæ A B inter continuatam A G & non continuatam G B, cujus nunc ratio quæritur, est | 60 gr. 7.
Hujus sinus pro ipsa G B | 8670.
Iam subductis 60 grad. 7 ①, qui numerus est isto ordine primus, de angulo A G B 117 grad. 11 ① comprehenso sub continuata A G & G B, relinquit | 57 gr. 4.
Hujus sinus pro continuatione G H | 8393.
Vt prima ratio non continuatæ B G ad continuationem G H sit, quæ 8670 hoc ordine secundi ad 8393 quartum, & inversè ut G H ad B G, sic 8393 ad 8670. Non secus quoque invenietur ratio G H ad C G: attamen quia pragmatia hæc in sequentibus crebrò citabitur, ipsius operis typum & filum ante oculos ponemus. Ajo igitur ut prius: semissis 149 gr. 4 ①, (quæ est peripheria C A media inter continuatam A G, & non continuatam C G cujus ratio hic quæritur) est | 74 gr. 32.
Hujus sinus pro non continuata C G | 9638.
Iam subductis 74 grad. 32 ①, qui numerus est isto ordine quintus, de angulo A G C 152 grad. 12 ① comprehenso sub continuata A G & non continuata C G, relinquit | 77 gr. 40.

Hujus

Hujus sinus pro continuatione GH 9769.
Quamobrem ratio non continuatæ CG ad continuatam GH est, quemadmodum 9638 ordine sextus ad 9769 octavum, & inversè GH ad CG est, ut 9769 ad 9638. Cum igitur continuatio GH ad non continuatam BG se habeat, ut 8393 ordine quartus ad 8670 ordine secundum; & ad non continuatam CG sit, ut 9769 ordine octavus ad 9638 ordine sextum; ut hinc inveniam rationem non continuatæ BG ad non continuatam CG, per proportionem concludam hoc modo: posita continuatione GH 8393, qui est ordine quartus, erit BG 8760, qui est ordine secundus, posita igitur GH 9769, qui est ordine octavus, congruent ipsi BG 10091.
Atque id quidem in iisdem partibus in quibus ponitur CG 9638 numerus hoc ordine sextus. quare ratio non continuatarum BG & CG est ut 10091 ad 9638.

PRÆPARATIO. Agantur rectæ AB, HB. DEMONSTRATIO. Amplitudo anguli BHA æquatur per 20 propos. 3 lib. *Eucl.* semissi peripheriæ AB 120 grad. 15 ①, quare angulus BHA, seu BHG valet 60 grad. 7 ① numerum hoc ordine primum; is deductus de AGB qui per thesin est 117 grad. 11 ①, relinquit angulum HBG 57 grad. 4 ① per 32 propos. 1 lib. *Eucl.* Vt triangulũ HBG duos habeat angulos notos, BHG 60 gr. 7 ①, & HBG 57 gr. 4 ①, quorum sinus 8670 & 8393 habẽt rationem laterum ipsos subtendentium BG HG, per 1 propos. planorum triangulorum. Similis planè ratio & demonstratio quoq; fuerit rationis secundę. Deniq; etiam qualium partium est GH 9769, talium est BG 10091 ex articulo hujus ordinis nono: atque earundem est CG 9638, per articulum 8um & 6um: itaque BG est ad CG ut 10091 ad 9638. Quare factum est quod oportuit.

2 PROPOSITIO.

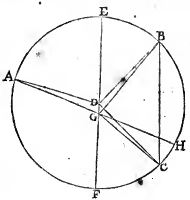
Datis in ambitu circuli punctis tribus & peripheriis interjectis, & angulis quos ipsæ ad punctum internum non centrum connexis rectis subtendunt, & simul peripheriâ in quam apogæum vergit datâ; eccentricitas in partibus semidiametri 10000, atque datorum punctorum apparens ab apogæo distantia ex dicto puncto non centro æstimata, & eccentrici peripheriæ inter apogæum & data puncta interceptæ invenienda sunt.

Cum datæ tres peripheriæ, vel dati anguli 180 grad. aut 90 gr. aut aliâ aliquâ amplitudine definiri possint, pro datorum varietate ipsa operis exegesis secundum suam facilitatem aut difficultatem quoq; erit varianda, quam ideò in quatuor paradigmata secernam. Cæterùm monẽdus hîc es, quod cum crura anguli ita panduntur ut 180 grad. intercipiant, tum ipsa angulum non continere, sed in directum exporrigi; nos tamen eam amplitudinem, facilitatis & doctrinæ gratiâ, angulum (quamvis καταχρηστικῶς) appellaturos.

1 Para-

1 *Paradigma datis tribus peripheriis & angulis, ubi nullus 180 aut 90 gradibus æquetur.*

DATVM. Exponatur eccentricus A B C, centrum D, in ejus circumferentia tries termini aſſignentur A B C ut peripheria A B ſit	120 gr. 15.
B C	90 gr. 41.
Et C A ad complendum circulum	149 gr. 4.
Apogæum E ſtatuatur in peripheria A B, & F ſit perigæum, G punctum expoſitũ non centrum, unde ad expoſita puncta actæ ſunt tres rectæ A G B G C G à quibus comprehenduntur tres anguli A G B	117 gr. 21.
B G C	90 gr. 37.
C G A reliquus ad complendum circulum	152 gr. 12.



QVÆSITVM. Invenienda eſt primò eccentricitas D G in iiſdem partibus, quibus diameter B D taxatur 10000. Deinde apparens diſtantia puncti alicujus ex aſſignatis A, B, C, ut puta B ab apogæo E.

PRÆPARATIO. Continua aliquam rectarum A G B G C G, puta A G uſque ad peripheriam in H, ſitque G H ipſa continuatio, & A G continuata, ac B G G C duæ non continuatæ, quarum terminos jungat B C.

CONSTRVCTIO.

Rationem quam inter ſe habent non continuatæ B G C G per 1 propoſ. inquiro, & invenio B G partium	10091.
Et C G earundem	9638.
Triangulum B G C tres terminos habet cognitos, videlicet angulum B G C 90 gr. 37 ① per hypotheſin, B G 10091 ordine primum, & C G 9638 ordine ſecundum: quorum ope invenientur latus B C, & angulus C B G per 6 propoſ. planor. triangul. Videlicet latus B C partium	14027.
Et angulus C B G	43 gr. 23.
Hinc angulo B D C q̃ui per antecedẽtem prop. valet 90 gr. 41 ①, ſemper de 180 gr. ſubducto (quia tres anguli trianguli B D C in iſtam ſummam aſſurgunt) relinquetur ſumma duorum angulorum D B C, D C B 89 grad. 19 ①, hujus ſemiſſis definit amplitudinem anguli C B D	44 gr. 39.
Differentia angulorum C B D 44 gr. 39 ①, & C B G 43 gr. 23 ① ordine quarti exhibet quantitatem anguli D B G	1 gr. 16.

Recta BC 14027, qui est numerus ordine tertius, dat BG 10091 primum, itaque si pro BC ponatur subtensa 90 gr. 41 ① hoc est per 13 propos. de fabr. sinuum, si BC ponatur partiū 14224, concludes pro BG 10233.

Atque id in iisdem in quibus partibus taxatur semidiater BD 10000.

Triangulum DBG tres habet terminos cognitos, videlicet angulum DBG 1 gr. 16 ① ordine sextum, BG 10233 ordine septimum, BD 10000 ordine octavum, quorum subsidio reliqui tres ignorati termini per 6 propos. plan. triang. inveniuntur, videlicet DG optata ἐκκεντρότης 325.

Et angulus DGB, seu quod idem sit EGB pro optata apparente distantiâ ipsius B ab apogæo E 43 gr. 14.

Et angulus BDG 135 gr. 30.

Is deductus de 180 grad. relinquit angulum EDB, seu optatum eccentrici arcum inter B & apogæum E 44 gr. 30.

1 NOTA.

Quamvis cuilibet ex tribus expositis terminis A literam assignare liceat, arbitror tamen non parum commoditatis hinc existere, si in hujus propositionis imitatione characteres A & B iis terminis adscribantur inter quos E apogæum intercidit, utque optatus arcus inter E & aliquem expositorum interceptus iisdem notis & characteribus inscribatur, quibus hîc quodlibet paradigma insignitum est; & ut A, B, C isto ordine secundum successionem signorum disponantur, ut ita in omnibus paradigmatis eædem literæ easdem notiones sibi habeant subjectas, ne tuum exemplum additionem flagitet, cum in proposito exemplari sit subducendum; aut contra illic subducendum, cum hîc addendum sit.

2 NOTA.

Qui hunc eruditum pulverem tractarit forsan mirabitur cur necessarium sit peripheriam in quam apogæum vergat hîc definiri, cum alioquin ista ab aliis ex motus affectionibus eruantur, planetarum scilicet motu tardo citatové lentescente aut accelerante, cujus rei argumentum ex datis tribus locis capitur: verumenimverò scrupulus ille facilè tolletur, si cogitet ista ab antegressis observationibus quæ ex observationum ephemeridibus derivantur cognosci, ut 4 propos. 1 lib. pressius à nobis dictum est, atque ideò ista tanquam cognita à nobis hîc nunc usurpari.

2 *Paradigma datis tribus angulis, quorum unus* 180 *gr. reliquorum verò neuter* 90 *grad. definiatur.*

Huic paradigmati id compendii accedit, quod non opus sit investigare rationem non continuatarum linearum inter se, quemadmodum in primo.

DATUM. Eccentricus circulus sit ABC, centrum D, in peripheria ejus assumantur tria puncta A, B, C, ut AB sit 120 gr. 15.

BC 63 gr. 22.

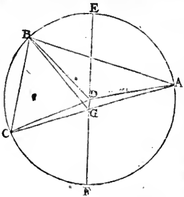
Et CA reliqua ad complendum circulum peripheria 176 gr. 23.

Dehinc sit E apogæum in peripheria AB, & F perigæum, G punctum internum non centrum, ad quod adjungantur tres

rectæ

rectæ A G, B G, C G, à quibus comprehendantur anguli

A G B	117 gr. 11.
B G C	62 gr. 49.
Et C G A reliqua ad complendum circulum peripheria	180 gr.



QVÆSITVM. Invenienda esto eccentricitas D G in partibus semidiametri 10000. Deinde alicujus trium punctorum A, B, C utputa C distantia ab apogæo E, æstimata secundum visum ex puncto non centro G. Denique arcus ab apogæo E ad aliquem trium punctorum A, B, C, ut puta C interjectũ.

PRÆPARATIO. Tres rectæ A B, B C, A C jungant puncta exposita, è quibus A C se induet in centrum G, quia angulus C G A per thesin patet amplitudine 180 gr.

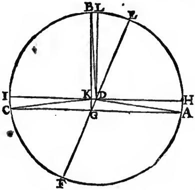
CONSTRVCTIO.

Cum per thesin peripheria A B, seu angulus A D B sit 120 grad. 15 ①, semissis ejus definiet amplitudinem anguli A C B, seu quod idem sit G C B	60 gr. 7.
Triangulum G C B tres terminos habet cognitos, angulũ G C B 60 gr. 7 ① ordine primum, B G C 62 gr. 49 ① per thesin, & latus B C 10504, subtensum arcui B C 63 gr. 22 ① per thesin. unde latus C G per 4 propos. triang. planorum invenitur	9911.
Peripheria C A, seu quod idem sit angulus C D A cujus amplitudo per thesin est 176 gr. 23 ①, deductus de 180 grad. summâ trium angulorum trianguli C D A, relinquet summam duorum angulorum D C A, D A C 3 grad. 37 ①, cujus semissis exhibet angulum D C A, seu etiam D C G	1 gr. 48.
Triangulum D C G tres terminos habet cognitos; videlicet latus C G 9911 ordine secundum, C D 10000; & angulum D C G 1 grad. 48 ① ordine tertium. Vnde tres ignorati termini inveniuntur per 6 propos. plan. triangulorum, videlicet D G optata eccentricitas	325.
Et angulus D G C, seu angulus optatus E G C	104 gr. 59.
Et angulus C D G 73 gr. 13 ①, qui de 180 gr. subductus, relinquit angulum E D C, seu optatam peripheriam E C	106 gr. 47.

3 ***Paradigma, ubi nulla è datis tribus peripheriis 180 gr. definitur, at è datis tribus angulis unus 180, reliqui singuli 90 gr. finiuntur.***

Hoc tertiũ paradigma ex formula antecedẽtis calculi subduci potuit; sed quia

Ptolemai via parabilior & compendiosior hic fit (quamvis in lubrico versetur, ut suo loco dicetur) eam quoque describam.



DATVM. Exponatur eccentricus A B C, ejus centrum D, in cujus peripheria assignentur tres termini A, B, C, ut peripheria A B sit | 92 gr. 18.
B C | 91 gr. 17.
Et C A reliqua ad complendum circulum peripheria | 176 gr. 25.
Hinc in peripheria A B statuatur apogæū E, F perigæum, G punctum internum non centrum, ad quod junctæ rectæ A G, B G, C G comprehendunt angulos A G B | 90 gr.
B G C | 90 gr.
Et C G A, quæ est reliqua ad complendum circulum peripheria | 180 gr.

QVAESITVM. Invenienda esto eccentricitas D G in partibus semidiametri B D 10000. Deinde cujuslibet expositorum punctorum A, B, C, ut puta B distantia ab apogæo E, æstimata secundum visum ex puncto non centro G, hoc est angulus E G B. Denique etiam peripheria inter apogæum E & aliquem expositorum terminorum A, B, C, ut puta B interjectam.

PRAEPARATIO. Connectantur rectæ A C, B G, & agatur H I per D parallela contra A C, secans ipsam B G in K; & sit L D parallela cōtra B G.

CONSTRVCTIO.

Subducta peripheria C A, quę per thesin est 176 gr. 25 ①, de semicirculo I F H 180 grad. reliqua est amplitudo duarum peripheriarum H A, I C 3 gr. 35 ①, cujus semissis pro ipsa I C | 1 gr. 48.
Hujus sinus, cui æqualis est K G | 314.
Si de A B, qui per thesin sunt 92 gr. 18 ①, subducas A H 1 gr. 48 ① ordine primum, & H L 90 gr. relinquetur pro L B | 0 gr. 30.
Cujus sinus pro ipsa K D | 87.
Triangulum K D G tres habet cognitos terminos, latus K G 314 ordine secundum, & K D 87 ordine quartum, & angulum G K D rectum. Vnde per 6 propos. planorum triangulorum

invenie-

latus D G, & angulus D G K invenientur; videlicet in partibus ſemidiametri D B 10000 (quia K G 314 & K D 87 in iiſdem partibus ſunt aſſumptæ) eritque optata eccentricitas D G 326.

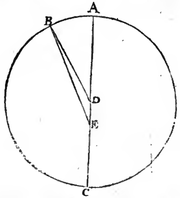
Et angulus D G K, ſeu E G B optata apparens diſtantia termini B ab apogæo E erit 15 gr. 29.

Cumque angulus E D L, D G K æquentur, erit E D L ſeu peripheria E L 15 gr. 29 ①: ad quam ſi addatur L B 30 ① numerus ordine tertius, exiſtet optata peripheria E B 15 gr. 59.

NOTA.

Quod effectionem antecedẽtis 2 paradigmatis minus lubricam judicemus inde eſt, quod linea eccentricitatis G D hîc minoribus numeris explicetur quam illic, quia duo latera K G 314 & K D 87 trianguli K D G minora ſint, quàm latera C D 10000 & C G 9911 trianguli C D G.

4 Paradigma ubi è datis tribus peripheriis una 180 *grad. & è datis tribus angulis unus* 180 *gr. definiatur.*



DATUM. Exponatur eccentricus A B C, cujus centrum D, & in peripheria tres aſſignentur termini A B C, ut peripheria A B ſit 43 gr. 49.

B C 136 gr. 11.

Et C A reliqua ad complendum circulum peripheria 180 gr.

Deinde cum angulus à primo ad tertium terminum ſubtenſus pateat amplitudine 180 gr. atque ei conſequens ſit A punctum apogæum eſſe per 4 propoſ. 1 lib. motuum Cœleſt. & C perigæum, aſſumam in connectente A C punctum non centrum E inter D & C, atque E connectan cum termino B, eritque amplitudo angulorum hujuſmodi, A E B 42 gr. 35.

B E C 137 gr. 25.

Et CEA reliqua ad complendum circulum peripheria 180 gr.

Quaesitum. Cum apparens distantia, qui est angulus AEB 42 grad. 35 ① ordine quartus; & peripheria inter apogaeum A & aliquem expositorum, ut B hoc casu cognita sit per thesin 43 grad. 49 ①, tantum opus est hic inveniri eccentricitatem DE.

CONSTRUCTIO.

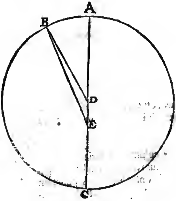
Triangulum DBE tres terminos habet cognitos, angulum BDE 136 gr. 11 ① ordine secundum, DBE 42 grad. 35 ① ordine quartum, & latus BD 10000. quorum ope, per 4 propos. planorum triang. invenietur optata eccentricitas 318.

Conclusio. Quare in eccentrico ea invenimus quae postulabantur.

3 PROPOSITIO.

Data longitudine motus planetae aut puncti in suo deferente, cum ratione semidiametri deferentis ad eccentricitatem, ejusdem distantiam à terrae centro in partibus semidiametri 10000, & prostaphaeresin mathematico ratiocinio secundum stantis terrae hypothesin invenire.

Longitudinem istam motus in deferente ab apogaeo auspicamur, eamque non minus puncti cujusvis quam planetae communem facimus, ita ut unius propositionis ambitu tam Solis & Lunę motus complectamur, qui à Solo deferente, quàm motum centri epicycli reliquorum planetarum, qui ab eccentrepicyclis deferuntur.



Datum. Sit ABC deferens, D ejus centrum, E punctum internum ab exposito centro diversum, seu terrae centrum, A apogęum, C perigaeum, B planeta aut quodvis punctum expositũ, cujus motus in deferente lõgitudo AB sit 30 gr. & ratio eccentricitatis DE ad semidiametrum eccentrici DB sit, quae 323 ad 10000. Hic DBE est angulus prostaphęreticus, qui in priore semicirculo constitutus necessariò erit aphaereticus.

Quaesitum. Invenienda est linea EB cum aphaeresi DBE.

CONSTRUCTIO.

Triangulum DBE tres terminos habet cognitos, DE 323, DB 10000 per

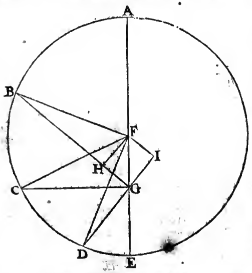
10000 per thesin, & angulum DBE 150 grad. subducto enim angulo ADB 30 grad. de 180 grad. reliquus erit BDE 150 grad. ut supra. Vnde per 6 propos. plan. triangul. invenietur optata linea EB 10281.
Et optata aphæresis DBE 54 ①.
Cujus demonstratio ex ipsius operis filo manifesta est. Quare factum est quod oportuit.

THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

Maxima prostaphæresis eccentrici est in vertice rectæ à termino eccentricitatis ipsi perpendicularis.

DATUM. Exponatur eccentricus ABCDE, cujus centrum F, & punctum internum non centrum G, eccentricitas FG, ad quam CG perpendicularis sit. QUAESITUM. Ostendendum est maximam prostaphæresin eccentrici cadere in punctum C verticem lineæ GC. PRAEPARATIO. FG utrimque continuata illic induat se in apogæum A, hîc in perigæum E, & agantur rectæ FB, FC, FD, GB, GD, & FH perpendicularis in BG, & FI perpendicularis in continuatam DG. Ajo igitur angulum GCF majorem esse ipso GBF, aut GDF, aut quovis alio simili.

DEMONSTRATIO. Nam FB, FC, FD radii æquales in triãgulis FBH, FCG, FDI rectos subtendunt angulos; itaq; maximum crus è tribus rectorũ angulorum cruribus FH, FG, FI, maximũ quoque angulũ subtendet: Sed FG maximũ est crus; quare & FCG ei subtensus erit maximus angulus. Rectam verò FG cæteris majorem esse ita doceo, quia in triãgulo FGH ipsa FG basis sit recti anguli, & FH crus: eodemque modo in triangulo FGI est FI crus, & FG basis recti anguli.



CONCLUSIO. Quare eccentrici maxima prostaphæresis est in vertice rectæ à termino eccentricitatis ipsi perpendicularis.

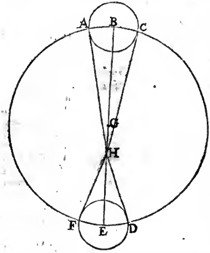
CONSECTARIUM.

Quia triangulum F C G tres cognitos habet terminos, angulum F G C rectum, F C semidiametrum 10000, & F G 323 per 2 propos. 2 paradigma, inde per 5 propos. planorum triangulorum invenietur angulus F C G 2 grad. 23 ① pro maxima prostaphæresi.

THEOREMA. 5 PROPOSITIO.

Si planeta è terra sub inæquali distantia cõspiciatur erit quemadmodum minor visionis angulus ad majorem, ita minor distantia ad majorem proximè.

DATUM. Exponatur planetæ deferens A B C D E, centrum G, terra H, & per G H educta diameter B G H E signet apogæum in B, perigæum in E. hinc centro B scribatur planeta A C, ut puta, Luna in apogæo, & jungantur A H, C H, sub quibus comprehenditur angulus visionis Lunæ A H C, quem ex observationibus fingo inventum 30 ①. Hinc etiam alio quovis loco centro E Lunę orbis describatur D F æqualis priori A C, ad quem agantur rectæ H F H D, sub quibus comprehenditur angulus visionis F H D, quem accurata observatione fingo inventum 32 ①, sitque H B distantia major, H E minor.



QUAESITUM. Demonstrandum est eandem proximè rationem esse anguli visionis minoris AHC 30 ①, qui videtur ex distantia longiore H B, ad majoris visionis angulum F H D 32 ①, qui videtur sub minore distantia H E: quæ sit minoris distantiæ H E ad majorem H B.

DEMONSTRATIO. Curvatura peripherię A C 30 ① ob exilitatem in rectam lineam ferè evanescit, atque ideò sine cujusquam momenti errore pro recta usurpari potest, & A B H pro triangulo rectangulo ad B: Quibus positis, & concessis, cum per thesin A H C sit 30 ①, & A H B ejus semissis 15 ①, habebit triangulum A B H duos angulos notos, unde tertius B A H invenitur 89 gr. 45.

Posita igitur A H pro base trianguli A B H, ajo per 1 propos. planorum triangulorum, ut sinus 43632 anguli dextri A H B, ad sinum 9999905 anguli sinistri B A H, 89 grad. 45 ① (integros canonis numeros propter notas jam causas usurpo) sic latus sinistrum A B ad latus dextrum B H: ut A B ad B H habeat

beat rationem, quam 43632.
Ad 9999905.
Si similem epilogismum instituas in triangulo FHE, ubi FHE angulus est 16 ①, deprehendes rationem EF ad EH ut 46541.
Ad 9999892.
Hinc proportio posita AB 43632, qui numerus est hoc ordine secundus, fit BH 9999905 ordine tertius; posita igitur AB 46541 (qui est numerus ordine quartus) quanta futura est BH? concludes 10666611.

In iisdem partibus quibus EH taxatur 9999892 qui est numerus ordine quintus. Quæ cum ita sint, Ajo ut 30 ① ad 32 ①, ita 9999892 ad 10666611 numerum ordine sextum proximè: nam ex ista proportione existeret 10666558. qui parum admodum absunt à priore, nam detritis utrobique extremis duabus notis reliqui numeri ad amussim congruunt, videlicet ratio 30 ① ad 32 ① ut 99999 ad 106666, ut discrepantia à justo non sit unius unitatis.

Non absimilis ratio erit in cæteris planetis, quod ex analogia hujus exempli percipies. CONCLUSIO. Quare si planeta è terra sub inæquali distantia conspiciatur erit angulus visionis minoris ad majorem, ut distantia minor ad majorem proximè.

6 PROPOSITIO.

Dato angulo visionis planetæ ἀπογειοτάτου, cum istius distantiæ ratione ad distantiam aliquam minorem angulum visionis distantiæ minoris invenire.

DATUM. Assumamus planetæ ἀπογειοτάτου locum in 3 propos. diagrammate in apogæo A & angulum visionis 30 ①, ita enim eum pono observando animadversum: Linea longissimæ hujus distantiæ sit EA 10323 (nam ista summa consurgit additis AD 10000 ad ED 323) at brevioris alicujus EB 10287 (quem admodum eam in eadem 3 propos. deprehendimus).

QUÆSITUM. Angulus visionis planetæ inveniendus esto ad distantiam minorem EB, hoc est planetà in deferente suo permoto ad gradum 30mum.

CONSTRUCTIO.

Linea brevior EB 10287 dat longissimam 10323, quid dabit angulus visionis datus 30 ①. Existet optatus visionis angulus 30 ① 6 ②.

Atque ita patet quomodo anguli visionis planetarum, seu diametri visuales ad datum quemlibet deferentis locum inveniantur, cujus demonstratio ex operis filo & consequentia in promptu est.

NOTA.

In propositione hac angulum visionis planetæ ἀπογειοτάτου cognitum supponimus, non quod necesse sit isti loco hæc alligari, cum generaliter ex angulo visionis, quem ad cognitum aliquem sui deferentis locũ obtinet id indagari possit, sed commodius hunc epilogismum ad apogæum aut perigæum instituimus, ut in fabrica canonii angulorum visionis seu diametrorum visualium idem numerus usurpetur. Non obscurum est hujus theorematis veritatem ad planetas eos qui an epicyclis versantur quoque diffundi, quia res hæc per eorum à terra distantiam expeditur. Quare factum est quod oportuit.

DISTIN-

DISTINCTIO SECVNDA SECVNDI LIBRI, DE INVESTIGATIONE MOTVS SOLIS EX MAthematico ratiocinio, secundum commentitiam stantis terræ hypothesin.

BREVIARIVM 2 DISTINCTIONIS.

Præmissa definitione Solis æquidialis, ei duas & viginti propositiones subiiciemus, quarum prima, quæ est huius 2 libri septima erit de investigatione ἐκκεντρότητος Solis, cum suis appendiculis: secunda, quæ est ordine 8 de prostaphæresi, & angulo visionis, seu diametro visuali Solis: quatuor sequentes 9. 10. 11. & 12 erunt de investigatione apparentis longitudinis Solis secundum eclipticam ad datum quodlibet tempus: decem sequentes 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. versabuntur in dierum æquatione: sex novissimæ 23. 24. 25. 26. 27. 28. erunt de distantiâ, magnitudine parallaxis Solis, & longitudine coni umbræ Terrestris.

DEFINITIO.

Sol æquidialis est punctũ imaginarium quod in æquinoctiali æquabiliter ita fertur, ut simul cum Sole apparente ad vernum æquinoctium restituatur.

Ex 15 & 16 definitione primi libri (sunt enim omnium planetarũ communes) quasnam notiones Sol apparens, Sol medius sibi subjectas habeant intelligi potest: Sed ad duos istos Soles imaginarios etiam hunc tertium ab illis diversum adjunxi, cum ad dierũ æquationem facem prælucear, in quâ non minima secundæ hujus distinctionis pars consumetur.

7 PROPOSITIO.

Ex notis tribus Solis locis eccentricitatem deferentis in partibus semidiametri ejusdem 10000, hinc apparentem apogæi in ecliptica, & Solis ad optatum aliquem ex datis locum in deferente suo, atque medii Solis in ecliptica longitudines mathematico ratiocinio ad stantis terræ hypothesin invenire.

1 *Paradigma, ubi è datis tribus peripheriis, & angulis nullus 180 grad. definitur.*

DATUM. In observationum ephemeridibus (in quarum locum *Stadium*, ob causas in 1 propos. 1 libri expositas, subrogamus) tria Solis loca observando notata seligo, primum, verbi gratiâ, Kalendis Aprilis anno 1554 sub ecliptica	20 gr. 38 ①.
Secundum Kalendis Augusti 1554 sub	137 gr. 49.
Tertium Kalendis Novembris 1554 sub	228 gr. 26.
Inter Kalendas April. & August. ordinis hujus terminum primum & secundum intercidunt 122 dies: hoc tanto intervallo Sol per 3 propos. 1 lib. peragravit in deferente suo	120 gr. 15.
Inter Kalendas August. & Novembris, ordine secundũ & tertium terminum interfunt dies 92. quo temporis intervallo per 3 propos. 1 lib. Solis in deferente suo motus est	90 gr. 41.
Componas 120 grad. 15 ① cum 90 gr. 41 ① numeros hujus ordinis quintum & sextum, existent 110 gr. 56 ①, cujus à circulo differentia	149 gr. 4.
Subductis 20 gr. 38 ① qui est numerus ordine primus, de 137 gr. 49 ① ordine secundo, relinquitur apparens Solis motus à primo loco ad secundum	117 gr. 11.
Subductis 137 grad. 49 ①, qui est numerus ordine secundus, de 228 gr. 26 ① tertio, reliquus erit Solis apparens motus à secundo loco Solis ad tertium	90 gr. 37.
Hinc si addas ordine septimum 117 gr. 11 ①, ad 90 grad. 37 ① octavum, conflabitur summa 207 grad. 48 ①, cujus ab integro circulo differentia est	152 gr. 12.

QUAESI-

QUAESITUM. Cognitis ita tribus Solis locis atque eorum circumstantiis, invenienda nobis sunt primò ipsa * ἐκκεντρότης in iisdem partibus quibus eccētrici semidiameter ponitur 10000. Secundò apogei lōgitudo in ecliptica. Tertiò Solis in deferente suo longitudo ad tempus aliquod expositarum ἐποχῶν, ut puta secundæ. Denique quartò medii Solis longitudo in ecliptica.

* eccentricitas.

PRAEPARATIO. Describito circulum deferentem A B C ex centro D, in cujus ambitu tria exponantur puncta A B C congruenter positæ thesi, ut A B æquetur termino Dati quarto 120 gr. 15.

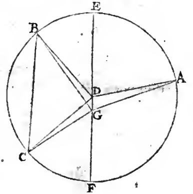
Et B C quinto 90 gr. 41.

Ergo C A reliqua erit à circulo differentia, qui terminus est ordinis sextus 149 gr. 4.

Hinc deinceps per 4 propos. 1 lib. animadverto apogæum cadere in peripheriam A B, ut in E, unde recta per centrum D educta occurrat reliquæ peripheriæ in F, quod ideò erit perigæū. hinc inter D & F assumatur tertia G, ad quam connectantur tres rectæ G A, G B, G C, erunt igitur per thesin angulus A G B ordinis Dati septimus 117 gr. 11.

Et B G C ordinis Dati octavus 90 gr. 37.

Et angulus C G A ordinis dati nonus 152 gr. 12.



Quorum ope (ut quæsita etiā in ipso diagrammate designemus) invenienda sunt ista: primò eccētricitas D G in partibus semidiametri eccentrici Solis B D 10000: Secundò apogæi E lōgitudo apparēs in ecliptica: Tertiò lōgitudo motus Solis in aliqua expositarum ἐποχῶν seu observationum momento, quàm hic assignavimus secundam, id est in B. Denique medii Solis longitudo in ecliptica nobis investiganda proponitur.

CONSTRVCTIO.

Quia nunc ista data ad diagramma primæ propositioni simile revocavimus, ejus operationem duarum linearum nō continuatarum inquiram, quæ nobis hic sunto B G, C G; & quidem posita B G 10091.

Existet C G 9638.

Iam inventa ratione rectarum B G C G, deinceps in iisdem partibus, quibus D E ponitur 10000 deprehendam per 2 propos. 1 paradigma ipsam eccentricitatem D G 323.

Secundò per supra scriptum 1 paradigma 2 propos. invenio apparentem longitudinem à B ad E æstimatam ex puncto nō centro G

tro G, hoc est angulum E G B 43 grad. 14 ①: Sed B consistit sub eclipticæ 137 gr. 49 ① per secundum terminum ordinis Dati: quare E tanto intervallo sequitur ipsum B, videlicet 43 gradib. 14 ①, qnibus ideò multandi sunt illi 137 gr. 14 ①, & reliquus apparentem apogæi E longitudinem in ecliptica (pro qua in 4 propos. 1 lib. de motu planetarum ex observat. ephemer. invest. inveneramus 94 grad. 24 ①) designat 94 gr. 35.

Tertiò per suprascriptum 1 paradigma 2 proposit. inveniam pro E B optata Solis ab apogæo E distantia 44 gr. 30.

Quartò huc addam 94 gr. 35 ① ordine quartum, & conflabitur optata medii Solis in ecliptica longitudo ad Kalendas Augusti anni 1554 139 gr. 5.

DEMONSTRATIO. Nam cum vera Solis longitudo Kal. Augusti 1554 fuerit 44 grad. 30 ①, qui est ordine tertius, cui æquatur arcus inter apogæum apparentem & medium Solem per consectarium 17 defin. itaque ad hunc addita apparentis apogæi longirudo in eclipríca 94 gr. 35 ① ordine quartus, efficietur optatæ distantiæ summa. Cætera autem hujus demonstrationis ex operis filo clara sunt.

NOTA.

Hic eadem illa locum habent, quæ in annotatiuncula sub finem 1 paradigmatis 2 propositione dicta sunt, videlicet in operis hujus exegesi eosdem characteres usurpandos, quo ordine in exemplari, seu in exemplo ad imitationem proposito suprascripto secundo paradigmate signatos vides.

2 *Paradigma cum dantur tria Solis loca, ubi una peripheria* 180 *grad. & è tribus angulis unus* 180 *grad. neuter verò reliquorum* 90 *grad. definiatur.*

DATUM. Tria observationibus consignata Solis loca ex *Stadii* ephemeridibus seligam, primum ad Kalendas Aprilis 1554 sub 20 gr. 38.

Secundum Kalendis August. 1554 sub 137 gr. 49.

Tertium ad diem 4 Octobris 7 hor. 12 ① anno 1554 sub 200 gr. 40.

A Kalendis Aprilis qui terminus est ordine primus, ad Kalendas Augusti, qui est ordine secundus intercidunt 122 dies: quo temporis intervallo Sol in deferente suo per 3 propos. 1 libri cucurrit 120 gr. 15.

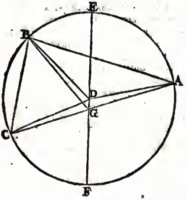
Et à Kalendis Augusti, qui est terminus ordine secundus, ad diem 4 Octobris 7 hor. 12 ① tertium terminum, intersunt 64 dies 7 horæ 12 ①; quo tempore Sol in suo deferente per 3 propos. 1 lib. cucurrit 63 gr. 22.

Compone 120 gr. 15 ① quartum, cum 63 gr. 22 ① quinto exsurgent 183 gr. 37 ①, cujus ab integro circulo differentia est 176 gr. 23.

Si deducas 20 gr. 38 ① ordine primum, de 137 gr. 49 ① secundo, reliquus est apparens Solis motus à primo loco ad secundum 117 gr. 11.

Et si deducas 137 gr. 49 ① ordine secundum de 200 grad. 40 ① tertio, relinquitur apparens Solis motus à secundo loco ad tertium 62 gr. 51.

Hinc addito numero sexto 117 gr. 11 ① ad septimum 62 gr. 51 ① existet 180 gr. 2 ①, pro quibus ut proposito paradigmati cõgruant detritis 2 ①, usurpẽtur 180 gr. hujus à circulo differẽtia 180 gr.



QVAESITVM. Ex cognitis istis tribus Solis locis eorumque circumstantiis illa quæ in exposita propositione postulantur invenienda sunt, videlicet eccentricitas in partibus iisdem in quibus semidiamerer deferentis Solis ponitur 10000. Secundò apogæi longitudo apparens in ecliptica. Tertiò Solis lõgitudo seu motus in deferente ad ἐποχὴν expositorum locorum aliquam, puta tertiam. Quartò medii Solis longitudo in ecliptica.

PRAEPARATIO. Decircinato Solis eccentricum A B C, hujus centrum D, in cujus peripheria A B C expositas ἐποχὰς seu loca Solis significent, ut A B arcus congruat numero ordinis datorum quarto 120 gr. 15.
Et B C numero quinto 63 gr. 22.
Et C A igitur reliqua ad complendum circulum peripheria congruet necessario sexto 176 gr. 23.
Deinde ex 4 propos. 1 lib. animadverto apogæum necessario incidere in peripheriam A B, dicis gratiâ in E, unde recta per D educta oppositam peripheriam incîdet in F perigæo: assumtoque iccirco eccentricitatis termino G, pro terra, inter D & F, & actis ad eum rectis G A, G B, G C, erunt angulorum sub ipsis comprehensorum amplitudines istæ: A G B ordinis Datorum septimus 117 gr. 11.
Et B G C Datorum octavus 62 gr. 51.
Et C G A Datorum nonus 180 gr.

Hâc thesi (ut propositionis argumẽtum hîc iteratò ante oculos ponamus) inveniendæ nobis sunt, primò eccentricitas D G in iisdem partibus quibus deferentis Solis semidiameter B D taxatur 10000. Deinde apogæi apparens seu visa in eccliptica longitudo. Tertiò longitudo seu motus Solis in suo deferente ad aliquem positarum epocharum terminum, quem jam assumpsimus tertium, quod in istâ diagraphâ est punctum C.

CONSTRVCTIO.

Quia hâc thesin revocavimus ad diagramma simile 2 propos. 2 paradigmati, per istius propositionis præcepta inveniam primò optatam eccentricitatem D G in partibus iisdem in quibus semidiameter eccentrici ponitur 10000, videlicet 325.

Deinde

Deinde per idem 2 problem. 2 paradigma inveniam apparentem distantiam ab C ad E, æstimatam ex puncto non centro G, qui erit angulus EGC 104 grad. 59 ①: Sed cum C sit sub 200 gr. 40 ① eclipticæ per tertium terminum Dati, punctum E sequetur ipsum C 104 gradibus 59 ①: quare deductis 104 grad. 59 ① de 200 gr. 40 ①, reliqua erit apogæi E optata apparens longitudo in ecliptica 95 gr. 41.

Tertiò per suprascriptum 2 propos. 2 paradigma inveniam peripheriam EC, optatam Solis in deferente longitudinem ab apogæo E 106 gr. 47.

Quartò componam cum ipso 95 gr. 41 ① hoc ordine secundum exhibit optata * medii Solis longitudo in ecliptica ad diem 4 Octob. 7 hor. 12 ① ann. 1554 202 gr. 28.

* seu linea medii motus Solis.

3 *Paradigma Datis tribus Solis * epochis, ubi è tribus peripheriis nulla 180 gradibus, at è tribus angulis unus 180 gr. reliqui duo sigillatim 90 grad. definiuntur.*

* seu locis.

Tertii hujus paradigmatis factio consimiliter antecedenti calculo subduci potuit, nos tamen (ob causas ad vestibulum 3 propos. 2 paradig. expositas) ejus exegesin peculiari prosequemur exemplo.

QUAESITUM. Ex *Stadii* ephemeridibus Solis tria loca seu tres ἐποχὰς seligam: primam dicis gratiâ Kalend. April. 1554. Sole constituto sub eclipticæ 20 gr. 38.

Secundam ad diem 3 Iulii 15 hor. 35 ① anno 1554 sub 110 gr. 38.

Tertiam ad diem 4 Octob. 6 hor. 24 ① sub 200 gr. 38.

A Kalendis Aprilis qui est terminus ordine primus, ad 3 Iulii 15 hor. 35 ① ordine secundum intersunt 93 dies 15 hor. 35 ①, quo temporis intervallo Sol in deferente suo per 3 propos. 1 lib. peragravit 92 gr. 18.

A die 3 Iulii 15 hor. 35 ①, qui est terminus ordine secundus, ad diem 4 Octobris 6 hor. 24 ① ordine tertium, intercidêre 92 dies 15 hor. 49 ①; quo intervallo Sol in deferente suo per 3 propos. 1 lib. promovit 91 gr. 17.

Si addis 92 gr. 18 ① terminum quartum ad 91 grad. 17 ① quintum, exurget summa 183 gr. 35 ①, cujus reliqua ad complendum circulum peripheria 176 gr. 25.

Et si subducas 20 gr. 38 ① ordine primum, de 110 grad. 38 ① secundo, reliquus erit motus apparens à primo loco ad secundum 90 gr.

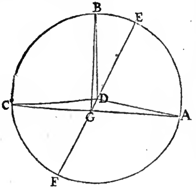
Si subducas 110 gr. 38 ① ordine secundum, de 200 gr. 38 ① tertio, reliquus erit apparens Solis motus à secundo loco ad tertium 90 gr.

Et si addas 90 gr. ordine septimum, ad 90 gr. octavum, existent 180 gr. cujus ab integro circulo differentia 180 gr.

QUAESITUM. Ex cognitis istis tribus Solis ἐποχαῖς (seu locis) expedienda nobis sunt, eccentricitas seu linea eccentricitatis in iisdem partibus in quibus semidiameter deferentis Solis ponitur 10000: deinde apogæi apparens longitudo in ecliptica: hinc Solis longitudo in deferente ad quam libet

ex assignatis epocham, puta secundam: denique medii Solis longitudo in ecliptica.

PRAEPARATIO. Decircinetur circulus eccentricus ABC super centro D, in cujus peripheria exponantur tria puncta A B C, ut A B congruat numero Dati quarto 92 gr. 18.
Et B C Dati quinto 91 gr. 17.
Quare C A necessariò congruet reliquæ ad complendum circulum differentiæ, qui est Dati terminus sextus 176 gr. 23.
Hinc per 4 propos. 1 libri animadverto apogæum hîc incurrere in arcum A B, ut in E, unde recta per D acta secet reliquam peripheriam in perigæo F; assumptoque inter D & F puncto non centro G pro terra, huc annectantur rectæ G A, G B, G C, efficietur angulus A G B secundum hypothesin 90 gr.
Et B G C Dati octavus 90 gr.
Et C G A Dati nonus 180 gr.



Ex istis (ut propositionis argumentum iteratò in posito diagrammate exponam) invenienda sunt eccentricitas D G in iisdem partibus in quibus semidiameter deferentis ponitur 10000; hinc apparens apogæi E longitudo in ecliptica; deinde lôgitudo Solis in suo deferente ad aliquam positā ἐποχὴν, quam hîc delegimus secundam in B; denique Solis medii longitudo in ecliptica.

CONSTRVCTIO.

Quia figura hæc nunc congruit 3 propos. 2 paradigmati, ejus subsidio inveniam primò optatam eccentricitatem D G in iisdem partibus in quibus B D ponitur 10000, videlicet 326.
Secundò per supra citatæ 3 propos. paradigma 2^{dum} inquiram apparentem, seu visam distantiam à B ad E, æstimatam ex puncto non centro G, hoc est angulum E G B 15 grad. 29 ①: sed cum B sit sub eclipticæ 110 gr. 38 ① per secundum terminum Dati; efficitur E intervallo 15 gr. 29 ① sequi ipsum B: quare subductis 15 grad. 29 ① de 110 gr. 38 ①, relinquetur apogæi E optata apparens longitudo in ecliptica 95 gr. 9.
Tertiò inveniam per supra citatū 2 paradigma 3 propos. pro peripheria E B, seu optata Solis in deferente motu ab apogæo E 15 gr. 59.
Quartò istum addam ad 95 grad. 9 ① ordine secundum, unde existet optata medii Solis longitudo in ecliptica ad diem 3 Iulii 15 hor. 35 ① anni 1554 111 gr. 8.

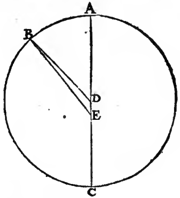
4 Para-

4 *Paradigma datis tribus Solis epochis, ubi una è tribus peripheriis* 180 *gr. & è tribus angulis unus* 180 *gradibus definiatur.*

DATVM. Ex *Stadii* ephemeridibus tres Solis epochas feligam, quarum prima fit, verbi gratiâ, ad diem 17 Iunii 13 hor. ann. 1554 Sole constituto sub ecliptica 95 gr. 14.
Secunda Kalendis Augusti 1554 sub 137 gr. 49.
Tertia ad diem 17 Decembris 3 hor. 56 ① sub 275 gr. 14.
A die 17 Iunii 13 hora, qui est terminus ordine primus, ad Kalendas Augusti, qui est ordine secundus intersunt 44 dies 11 horę, quo temporis intervallo Solis in deferente suo motus est per 3 propof. 1 lib. 43 gr. 49.
A 1 August. ad Decemb. 17 diem 3 hor. 5 ① intersunt 138 dies 3 hor. 56 ①, quo spatio Sol in deferente cucurrit 136 gr. 11.
Addas 43 gr. 49 ① ordine quartum ad 136 grad. 11 ① quintum, existet 180 gr. cujus ab integro circulo differentia est 180 gr.
Subducas 95 gr. 14 ① ordine primum de 137 gr. 49 ① secundo, relinquitur Solis motus apparẽs à primo termino ad secundũ 42 gr. 35.
Subducas 137 gr. 49 ① ordine secundum de 275 gr. 14 ① tertio, manet apparẽs Solis motus à secundo loco, seu epocha ad tertiã 137 gr. 25.
Hinc addas 42 gr. 35 ① ordine septimum, ad 137 gr. 25 ① octavum existent 180 gr. cujus à circulo differentia est 180 gr.

QVÆSITVM. Ex datis istis tribus Solis epochis propositionis argumentum nobis est expediendum, videlicet quanta sit eccentricitas in partibus semidiametri deferentis 10000, hinc quanta sit apogæi longitudo in ecliptica, tum quæ longitudo Solis in suo deferente in quâ libet expositarum epocharum, ut puta secundâ, denique quanta longitudo sit Solis medii in ecliptica.

PRÆPARATIO. Decircinato eccentricũ deferentem Solis ABC super cẽtro D, in cujus ambitu tres exponãtur termini A B C, ut peripheriæ A B congruat Dati numerus ordine quartus 43 gr. 49.



Et B C congruat quintus 136 gr. 11.
Quare ipsi C A congruet reliqua ad circulum differentia, qui est

 termi-

terminus Dati ordine sextus 180 gr.

Hinc per 4 propos. 1 lib. animadverto A esse apogæum, C perigæum: ideoque inter D & C assumam punctum non centrum E pro terra, & connectam EB: eritque secundum propositionis hypothesin angulus AEB ordine septimus, videlicet 42 gr. 35.

Et BEC Dati ordine octavus 137 gr. 25.

Et CEA Dati nonus 180 gr.

Quorum ope (ut propositionis τὸ ζητούμενον seu scopum in hoc ipso diagrammate quoque indicemus) invenienda sunt, eccentricitas DE in partibus semidiametri deferentis BD 10000, hinc apparens in ecliptica longitudo apogæi A, tum motus Solis in suo deferente ad aliquam positarum epocharum, quam hic assumpsimus secundam, id est B.

CONSTRUCTIO.

Quia propositionis hujus hypothesin ad 4 paradigma 2 propos. revocavimus, ejus ope inveniam primò optatam eccentricitatem DE in partibus semidiametri BD 10000, videlicet 318.

Secundò per jam citatum 4 paradig. 2 propositionis inveniam apparentem, seu visam distantiam à B ad A, æstimatam ex puncto non centro E, hoc est angulum AEB 42 grad. 35 ①: Sed cum per secundum Dati terminum B punctum consistat sub eclipticæ 137 grad. 49 ①, consequens est A ipsum intervallo 42 gr. 35 ① sequi: Itaque eo subducto de 137 gr. 49 ① reliquus erit apparens apogæi A longitudo in ecliptica 95 gr. 14.

Tertiò inveniam per supra citatum 4 paradigma 2 propos. peripheriam AB pro optato Solis motu ab apogæo A 43 gr. 49.

Quartò ad istum addam 95 gr. 14 ① ordine secundum, & existet optata medii Solis longitudo in ecliptica Kalendis Augusti 1554 139 gr. 3.

Cujus demonstratio ex operis ipsius filo perspicua est. CONCLUSIO. Quare ex cognitis tribus epochis Solis ejus eccentricitatem in partibus semidiametri eccentrici 10000, hinc apparentem apogæi in ecliptica, & Solis in deferente suo ad aliquam expositarum ἐποχῶν, & medii Solis longitudinem in ecliptica invenimus, idque ratiocinio mathematico, secundum terræ stantis hypothesin.

8 PROPOSITIO.

Cognita Solis in deferente longitudine, ejus à terrâ distantiam in partibus semediametri deferentis 10000, & prosthaphæresin, & angulum visionis mathematico ratiocinio ad stantis terræ hypothesin invenire.

DATUM. Solis motus in deferente sit graduum 30. deinde posita semidiametro deferentis 10000 erit per 1 paradigma 2 propositionis ipsa eccentricitas 323. QUAESITUM. Invenienda est recta à terræ centro ad Solem pertinens in partibus semidiametri deferentis 10000, item prosthaphæresis ejus loci, cum angulo visionis seu diametro visuali Solis.

CON-

CONSTRVCTIO.

Si istâ hypothesi imiteris pragmatiam 3 propositionis hujus libri, invenietur optata distantia inter Solem & Terræ centrum in iisdem partibus in quibus semidiameter deferentis ponitur 10000, videlicet 10281.

Et prostaphæresis, quæ in exposito paradigmate quia Sol in priore semicirculo hic versatur subducenda est 54 ①.

Sed angulus visionis Solis, seu diameter visualis Solis (quę in apogæo 30 ① æstimatur est) est per 6 propositionem 30 ① 7 ②.
Nam ex proportione ita concluditur, ut minor distantia 10281 ad majorem 10323, sic 30 ①, ad 30 ① 7 ②.
Cujus demõstratio ex operis ipsius filo ex manifesta. CONCLUSIO. Quare Solis in deferente longitudine ejusque à tetra distantia in partibus semidiametri 10000 datis, ejus prostaphæresin, & angulum visionis mathematico ratiocinio invenimus secundum stantis terræ hypothesin: Quemadmodum postulabatur.

CONSECTARIUM.

Non est igitur obscurum quomodo tabella fieri possit distantiarum Solis & terræ, prostaphæreseωn, & diametrorum visualium, seu angulorum visionis per singulos deferentis gradus, ut inde facili negotio quæstioni satisfiat. cujus rei specimen aliquod ante oculos ponimus, per denum graduum intervalla.

TABELLA.

Gradus deferentis Solis.	*Solis à terræ centro distantia.*	*Prostaphæresis*	*Anguli visionis Solis.*
gr.		aphæreses. gr. ①	①. ②
0.	10323.	0. 0.	30. 0.
10.	10321.	0. 19.	30. 0.
20.	10305.	0. 37.	30. 3.
30.	10281.	0. 54.	30. 7.
180.	9677.	0. 0.	32. 0.

9 PROPOSITIO.

Ad datam epocham & medii Solis, & apparentem apogæi deferentis in ecliptica, & Solis in deferente suo longitudines invenire, idque mathematico ratiocinio stante Terra.

DATUM. Exponatur epocha, sive annorum radix ad caput anni 1600.
QVÆSITVM. Medii Solis, & apparens apogæi deferentis longitudo in ecliptica, & Solis ipsius motus seu distantia ab apogæo invenienda sunt.

CONSTRVCTIO.

Principiò ad investigationem longitudinis medii Solis in ecliptica, ea Kalend. August. anni 1554 (per 1 paradig. propositionis hujus 2 libri) erat 139 gr. 5.

Sed ab istis Kalendis August. anni 1554 ad caput anni 1600 intercidunt 45 anni Ægyptii 163 dies, quo intervallo medius Solis motus per 3 proposit. 1 libri est 149 gr. 43.

Qui additus ad 139 gr. 5 ① primum exhibet optatam medii Solis longitudinem in ecliptica ad caput anni 1600, seu propositam epocham 288 gr. 48.

Secundò ad investigandam apogæi deferentis longitudinem in ecliptica, per 1 paradigma 7 propos. 2 lib. Kalendis Augusti anni 1554 inveniemus eam 94 gr. 35.

At motus apogæi supra scripto 45 annorum Ægyptiorum & 163 dierum intervallo per 5 propos. 1 lib. erit 1 grad. 1 ①: nam ex proportione, ut 1 annus ad 1 ① 20 ②, sic supra scripti 45½ anni proximè ad quem concludes 1 gr. 1 ①.

Hic additus ad 94 gr. 35 ① ordine quartum, exhibebit optatam apparentem apogæi longitudinem ad positam epocham, quod est caput anni 1600 95 gr. 36.

Tertiò ad Solis lõgitudinem seu motum in deferente suo, jam supra in 1 paradigmate 7 propos. hujus libri inveneramus eam ad Kalendas August. anni 1554 esse 44 gr. 30.

Solis porrò motus ad supra scriptum intervallum 45 annorum Ægyptiorum 163 dierum est (per 6 propos. 1 libri) 148 gr. 42 ①. qui quidem facilius invenietur si subdueas 1 grad. 1 ① ordine quintum, de 149 grad. 43 ① secundo, reliquus enim erit idem qui prius 148 gr. 42.

Hic eum 44 grad. 30 ① termino septimo compositus dabit optatam Solis in deferente suo longitudinem ad positam epocham, seu caput anni 1600 193 gr. 12.

Cujus demonstratio ex operis ipsius filo facile perspicitur.

CONCLUSIO. Quamobrem ad assignatam epocham, & medii Solis, & apparentem apogæi deferentis in ecliptica, & Solis in deferente suo longitudines invenimus, idque mathematico ratiocinio stante Terra. Atque ita ἐποχῶν συστάσεις constituimus, ut decuit.

NOTA.

Cum epocharum inventarum (videlicet medii Solis, & apparentis apogæi deferentis longitudinum in ecliptica, & Solis in deferente) frequens sit usus in abacis motus Solis, eas hîc seorsim descriptas ante oculos ponam.

Motus Solis ἐποχαὶ ad caput anni 1600.

Medii Solis longitudo in ecliptica	288 gr. 48.
Apogæi Solis longitudo in ecliptica	95 gr. 36.
Solis locus in deferente suo	193 gr. 12.

10 PROPOSITIO.

Ad datum tempus, & medii Solis, & apparentem apogæi in ecliptica, & Solis in deferente suo longitudines invenire mathematico ratiocinio stante Terrâ.

NOTA.

NOTA.

Posset sanè hìc non nemo cogitare propositionis hujus argumentum ad datum quodvis temporis momentum per 9 propositionis pragmatiam expli-cari & expediri posse, ubi epocha ad datam annorum radicem quærebatur; atque ideò hanc propositionem, tanquam specialiorem, esse supervacuam: verùm, ut hunc scrupulum paucis expediam, non est ignorandum illum calculum, qui à certâ aliquâ epochâ derivatur illud levaminis abacis logisticis afferre, quod partium molestam supputationem (in quam sine hâc esset necessariò incurreres) ut sunt dies, horæ, minuta declinet; quodque epochæ medii Solis, apogæi deferentis, & Solis in deferente jam sint cognitæ eo temporis momento, unde plurimæ nationes communiter annum auspicantur, ut ideò hoc problema tanquam levaminis illius paradigma quoddam describere statuerim. Cæterùm annotatiunculæ hujus rationem quoque in aliis similibus cæterorum planetarum propositionibus locum habere memineris, ubi idem modus usurpabitur.

DATUM. Tempus propositum sit 30 Decembris anni 1600.

QUAESITUM. Invenienda eo momento medii Solis, & apparens apogæi longitudo in ecliptica, & Solis in deferente.

CONSTRUCTIO.

Ad investigandam medii Solis longitudinem in ecliptica, assumam ejus epocham ex 9 propos. hujus libri, ad initium anni 1600	288 gr. 48.
Sed ab initio anni 1600 ad expositum diem 30 Decembris 1600 interjacet annus Ægyptius, quo intervallo medius Solis motus per 3 propos. 1 libri est	359 gr. 45.
Hoc addito ad 288 grad. 48 ① ordine primum existet medii Solis optata in ecliptica longitudo	288 gr. 33.
Secundò ad investigandam apogæi Solis apparentem in eclipticâ longitudinem ejus epocham assumam ex 9 propos. hujus libri ad initium anni 1600	95 gr. 36.
Motus apogæi Solis anno Ægyptio suprascripto est per 5 propos. 1 libri 1 ① 20 ②, pro quo hîc assumemus	0 gr. 1.
Eo addito ad 95 grad. 36 ① ordine quartum existet optata apogæi apparens longitudo in eclipticâ	95 gr. 37.
Tertiò ad inveniendam Solis in deferente suo longitudinem seu distantiam ab apogæo, assumam ejus epocham ex 9 propos. hujus ad caput anni 1600	193 gr. 12.
Motus Solis annuus Ægyptius est per 6 propos. 1 lib. 359 gr. 44 ①, qui facilius invenietur si subducas 1 ① quintum, de 359 gr. 45 ① secundo, idem enim erit reliquus	359 gr. 44.
Eo addito ad 193 gr. 12 ① ordine septimum existet optata Solis in deferente longitudo	192 gr. 56.

Cujus demonstratio ex pragmatiæ deductione & consequentia satis manifesta est. CONCLVSIO. Quare ad expositum temporis momentum & medii Solis, & apparentem apogæi longitudinem in ecliptica, & Solis in deferente suo invenimus. Quemadmodum decuit.

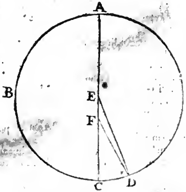
II PROPOSITIO.

Apparentem Solis in ecliptica longitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio invenire, secundum stantis terræ hypothesin.

DATUM. Exponatur 30 Decembris anni 1600.
QUÆSITUM. Solis apparens in ecliptica longitudo invenienda esto.

CONSTRUCTIO.

Quæram apogæi deferentis apparentem in eclipticâ longitudinem ad diem 30 Decembris 1600, eaque per 10 propos. hujus invenitur	95 gr. 37.
Deinde Solis longitudinem, seu motum in deferente suo ad eundem 30 Decembris, quæ per 10 propos. hujus invenitur	192 gr. 56.
Hujus prosthaphæresis est per 8 propos. hujus	0 gr. 25.
Ea addititia hic est, seu prosthetica, quia in secundum semicirculum incidit; quare addita ad 192 gr. 56 ① (contra si in priorem caderet subducet) existet summa	193 gr. 21.
Quæ addita ad apparentem apogęi longitudinem 95 gr. 37 ① ordine primum, existet optata apparens Solis longitudo in ecliptica	288 gr. 58.



DEMONSTRATIO. Exponatur eccentricus seu deferens Solis ABCD super centro E, Terra F, apogæum A, quod, ut primus ordinis terminus consistat sub eclipticæ	95 gr. 37.
Sol sit in D, ut motus ejus in deferente ABD, seu angulus inversus AED sit terminus inventus ordine secundus	192 gr. 56.
Angulus prosthaphęresis hic tantus est, quantum tertius ordinis numerus designat, videlicet	0 gr. 25.
Is additus, quia in secundum semicirculum coincidit, ad AED	192 gr.

192 gr. 56 ① ordine secundum, existet angulus inversus A F D numerus ordine quartus 193 gr. 21.

Sed cum A ex F videatur sub 95 gr. 37 ① qui est terminus ordine primus, consequens est D tantum antrorsum vergere, quanta est amplitudo inversi anguli A F D, videlicet 193 gr. 21 ①, qui propterea additus ad 95 gr. 37 ① exhibuit apparentem Solis in ecliptica longitudinem, numerum ordinis quintum 288 gr. 58.

Quod demonstrandum erat. CONCLUSIO. Quare apparentem Solis in ecliptica lõgitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio invenimus, secundum hypothesin terræ stantis. Quemadmodum postulabatur.

NOTA.

Mirabitur forte non nemo cur in 9 & 10 propositione medii Solis longitudinem in ecliptica quæsiverimus, cum tamen in ista propositione ejus nullus fuerit usus: verumenimverò non fuit nobis negligenda, quia infra in abacis oppositionem & conjunctionum Solis & reliquorum planetarum, ejus loco nobis opus est. Eandemque ob causam etiam infra cæterorum planetarum medios motus suo quemque loco investigaturi sumus.

12. PROPOSITIO.

Solis ephemerides calculo mathematico ab assignato temporis exordio subducere, stante Terra.

Videbuntur fortè 12 hujus propositionis præcepta redundare, quod antecedenti 11 propositioni assideant; illic enim Solis locus ad diem propositum invenitur, atque isto genere quilibet dies propositus continetur: sed tamen quia hæc sua habet compendia & supputationum levamina, non abs re fuerit ejus modum describere.

DATUM. Exponatur caput anni 1600, qui est primus Ianuarii, seu quod idem sit terminus ultimi Decembris anni 1599, namque hi communi termino terminantur. QUAESITUM. Isto exordio ephemerides Solis mathematico ratiocinio nobis sunt derivandæ.

CONSTRUCTIO.

Tria selidia ordine describo, iisque titulos congruos inscribo, Primo initium Ianuarii 1600, Secundo Solis in deferente longitudinem seu motum, Tertio apparentem Solis longitudinem in ecliptica, ad idem momentũ temporis per 9 propos. inventas. Tabellæ & selidum ista est facies.

Ianuarius 1600	*Solis in* deferente motus*	*Aparens longitudo Solis in ecliptica.*
	gr. ①	gr. I.
0	193. 12.	* 289. 15.

* *m. motus.*

Hinc ut apparentem Solis longitudinem in ecliptica post unum diem, seu ad diem 1 Ianuarii invenias, sic agas.

Ad suprascriptos 193 gr. 12.

Addas Solis motum in deferente diurnum, qui per 6 propos. 1 lib. est 0 gr. 59. 8.

Existet

Existet Solis in deferente longitudo 190 gr. 11. 8.
Cujus prostaphæresis per 3 propos. hujus est 0 gr. 29.
Hæc addita ad 194 gr. 11. 8. ordine tertium (quia in secundum semicirculum incidit; cōtra enim subducenda esset si in primum caderet) dabit 194 gr. 40. 8.
Huc si addatur apogæi Solis apparens longitudo in ecliptica (seu, ut loquuntur, aux Solis in secunda significatione) quæ isto tempore, & aliquot deinceps diebus insensili errore usurpatur per 9 propos. hujus 95 gr. 36.
Existet apparens Solis in ecliptica longitudo ad 1 diem Ianuarii 290 gr. 16.

Quibus ita inventis in prima positarū selidum adscribo 1, quo 1 Ianuarii significetur, deinde in secunda selide scribam 19 gr. 11 ① 8 ② numerum hujus ordinis tertium, denique in tertia ponam 290 gr. 16 ① numerum septimum, hâc formâ.

Ianuarius 1600	*Solis in deferente motus.*	*Apparens longitudo Solis in ecliptica.*
	gr. ① ②	gr. ①
0	193. 12. 0.	289. 15.
1	194. 11. 8.	290. 16.

Et rursum, ut Solis apparentem in ecliptica longitudinem post unius item diei intervallum, hoc est ad diem 2 Ianuarii invenias, eandem consimiliter insistes viam; quam tamen majoris claritatis ergô hîc integram suo ordine describam.
Ad suprascriptos 194 gr. 11. 8.
Addito Solis in deferente suo motum diurnum, qui per 6 propos. 1 lib. est 0 gr. 59. 8.
Conflabitur Solis in deferente motus, seu longitudo 195 gr. 10. 16.
Cujus prostaphæresis per 3 propos. hujus est 0 gr. 31.
Ea addita ad 195 gr. 10 ① 16 ② numerum hujus ordinis tertium (quia in secundum semicirculum cadit: contra enim subducenda esse si in priorem incideret) existent 195 gr. 41. 16.
Huc si addatur apogæi Solis apparens longitudo (quæ vulgò dicitur aux Solis in secunda significatione) quæ isto die, & sequentibus aliquot diebus insensili errore usurpari potest per 9 propos. hujus 95 gr. 36.
Existet apparens Solis in ecliptica lōgitudo ad diem 2 Ianuarii 291 gr. 17.

His ita inventis ad primam selidem referam 2, tanquam indicem 2 diei Ianuarii, ad secundam 195 gr. 10. 16, qui est numerus hujus ordinis tertius, ad tertiam 291 gr. 17 ①, qui est numerus hujus ordinis septimus, quorum typus talis est.

Ianuarius 1600	*Solis in deferente motus*	*Apparens longitudo Solis in ecliptica*
	gr. ①. ②.	gr. ①.
0.	193. 12. 0.	289. 19.
1.	194. 11. 8.	290. 16.
2.	195. 10. 16.	291. 17.

Simili viâ continuabuntur selidum harum numeri ad 3 Ianuarii, atque alios deinceps quosvis dies sequentes. Non est obscurum mediam hanc selidem

quæ

quæ motum Solis in deferente suo exhibet, hic tantum usurpari memoriæ causa, atque ideò in ephemeridum ordinatione redundate.

1 NOTA DE OPERIS δοκιμασία, & certitudine.

Quia cótinua diurni motus 59 ① 8 ② additio, in singulos dies non usquequaque omnibus numeris absolutus est, frequentes defectus, quorum singuli perexigui sint momenti, multorum tamen dierum auxiliari opellâ aliquem sensilem errorem inducere poterunt: quare ut hallucinationem istam declinemus, investigandus erit per 11 propos. primùm Solis apparens in ecliptica longitudo ad novissimum Ianuarii diem, atque deinde operatione per singulos dies ut in hâc 12 propositione deductâ, si ad novissimam Ianuarii diem numeri inter se congruant, certum hoc erit indicium ab isto defectu nullum nobis errorem exstitisse; at verò si quædam inter hos abacos differentia intercesserit, ista ad menstruum calculum tanquam lapidem lydium explorata in dies intermedios erit distribuenda.

2 NOTA DE OPERIS LEvamine & compendiis.

Si Solis apparentes epochas, seu loca ad decimũ quemque diem investiges, eorumque differentiam in dies intermedios æqualiter dispertias, singulorum dierum loca satis accuratè consignabis. Vt si decem dierum antecedentium & consequentium motus essent æquales, singulis diebus tribues motus partem decimam: sed si prioris denarii motus major sit minorvé quam posterioris, differentia ista, prout res ipsa postulabit, erit pro rata parte dispertienda. Verumenimverò id in accuratione harum ephemeridum non est negligendum; si eas ad ipsa 1 ① exactè veritati congruere cupias, ne ipsa quidem ② in calculo esse negligenda, quod in quibusdam ephemeridibus usurpatur.

CONCLVSIO. Quare Solis ephemerides mathematico epilogismo ab assignato temporis exordio subductas concenturiavimus, secundum stabilis terræ hypothesin.

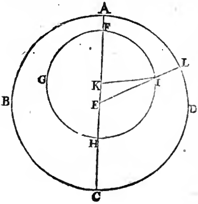
DIERVM ÆQVATIO DEINCEPS SVCCEDIT.

Expedito igitur hactenus Solis motu superest adhuc ut de inæqualiũ naturalium dierum seu ἀνωμάλων νυχθημέρων æquatione deinceps dicamus, cujus formam aliquam sub initium hujus 2 distinctionis hujus libri expressimus: & quamvis maxima ejus differẽtia in Sole, ob motus lentitudinem & tarditatem haud inducat errorem sensilem, attamen ea neglecta in Luna, cujus motus citatior velociorque est, notabilem errorem produceret. imò hinc initium eclipsium aliquo temporis intervallo à verò loco luxari posset, quod secundum *Erasmi Reinoldi* calculum suâ ætate, Lunâ veloce ad 7 gr. 36 ① excurrit, hoc est temporis o hor. 30 ① 24 ②. Imò succedentibus seculis apogæo Solis in alia loca delato, poterit hæc differentia motu cito seu veloce ad 10 gr. excurrere, qui ⅔ horæ valent.

N 13 PRO-

13 PROPOSITIO.

Apparente Solis in ecliptica longitudine data, ejusdem longitudinem motus in deferente mathematico ratiocinio indagare ad stantis Terræ hypothesin.



DATUM. Exponatur ABCD ecliptica super centro E, quæ Terra sit; & F G H I Solis eccentricus super centro K, cujus apogæum F consistat sub A tanquam apogæo apparente in 94 gr. 35 ① per 1 paradig. 7 propositionis, quare H erit perigæum sub perigæo apparente C in 274 grad. 35 ①: Deinde cum Sol in deferente suo versetur in I, idem nobis videtur in ecliptica sub 30 gr. in L.

QVÆSITVM. Motus ejus in deferente, hoc est peripheria F G H I nobis invenienda est.

CONSTRVCTIO.

Cum A apparens apogæum consistat sub eclipticæ 94 gr. 35 ①, & L sub 30 gr. erit L A peripheria, seu angulus L E A 64 grad. 35 ①: quibus positis triangulum K E I tres habet cognitos terminos, K E I 64 gr. 35 ①, K I 10000, E K 323 per 1 paradigma 7 propositionis, unde angulus E K I, seu peripheria H I per 5 propos. planorum triangulorum invenitur 113 gr. 45 ①: cum quo si componas E G H 180 gr. existet optatus Solis motus ab apogæo, seu peripheria F G H I 293 gr. 45 ①. Cujus demonstratio ex operis consequentia perspicitur. CONCLVSIO. Itaque Solis in ecliptica apparente longitudine data, ejusdem longitudinem motus, seu distantiam ab apogæo mathematico ratiocinio invenimus, secundum stantis terræ hypothesin. Quod postulabatur.

NOTA.

Si Solis motum ab apogæo, hâc viâ inquiras ad eclipticæ initium seu sectionem vernam, invenies eam sub 263 gr. 34 ①. Vt hoc tempore sectio verna in istum locum incidat.

14 PROPOSITIO.

Data Solis longitudine in deferente suo, ejus longitudinem in ecliptica ratiocinio mathematico invenire stante Terra.

DATUM. Vsurpetur diagramma antecedentis propositionis, ubi Sol obtineat

tineat punctum I, ut longitudo seu motus ab apogæo F G H I sit 293 gr. 45 ①, & longitudo apparens sit in L. QVAESITVM. Longitudo puncti L in ecliptica invenienda esto.

CONSTRVCTIO.

Quia peripheria F G H I exposita est 293 gr. 45 ①, subducam inde semicirculum F G H 180 gr. relinquetur peripheria H I, seu quod idem sit angulus E K I 113 gr. 45 ①: quæ cum ita sint, triangulum E K I tres habebit terminos jam cognitos, E K I 113 gr. 45 ①, K I 10000, & E K 323 per 1 paradigma 7 propositionis: unde per 5 propos. planorum triangulorum angulus K E I, seu peripheria L A invenitur 64 grad. 35 ①, quâ de longitudine apparentis perigæi A deductâ, videlicet de 94 gr. 35 ①, relinquetur optata longitudo in ecliptica puncti L 30 grad. Cujus demonstratio ex operis ipsius filo perspicua est. CONCLVSIO. Dato igitur motu Solis in deferente suo, apparentem ejus longitudinem mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenimus. Quemadmodum postulabatur.

15 PROPOSITIO.

Datis naturalibus diebus inæqualibus, eorum quantitatem ad dies æquales mathematico ratiocinio revocare stante terrâ.

1 *Paradigma ubi dierum inæqualium initium à verna sectione adsumitur.*

DATVM. Exordium 30 ἀνωμάλων νυχθημέρων dierum naturalium inæqualium statuatur à sectione verna. QVAESITVM. Isti ad numerum æqualium dierum ὁμαλῶν νυχθημέρων nobis sunt revocandi.

CONSTRVCTIO.

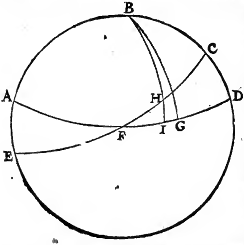
Motum Solis in deferente suo ad expositum intervallum dierum, sed ὁμαλῶν seu mediorum & æqualium, per 3 propos. 1 libri invenio	29 gr. 34.
Vt hinc loca apparentis in ecliptica lõgitudinis expediam sic ago. Apparens sectio verna per annotatiunculam 13 propositionis consistit sub deferentis 263 gr. 34 ①, ad quem addito 29 grad. 34 ① numero ordinis primo, existet deferentis 293 gr. 8 ①, cujus apparens in ecliptica locus, per 14 propositionem 2 libri est	29 gr. 24.
Hujus lõgitudo in æquinoctiali, per 2 problema 4 libri Cosmographiæ (posita eclipticæ obliquitate 23 gr. 30 ①) est	27 gr. 20.
Differentia primi & tertii hujus ordinis termini est	2 gr. 14.
Cui spatium temporis congruum (secundum analogiam 15 gr. ad 1 horam) est	0 hor. 9 ①.

Nota cum primus ordinis terminus tertio æquabitur, tum quoq; dati naturales dies inæquales ipsis æqualibus, seu τοῖς ὁμαλοῖς æquari:

 At cum

At cum primus tertio major erit, tum quintum de expositorum dierum numero subducendum;
Et cum minor, addendum esse.
Hic igitur cum primus numerus tertio sit major, quintus ordinis numerus o hor. 9 ① de expositorum dierum numero erit subducendus, & reliquus erit optatus 29 dies æquales 23 hor. 51 ①.

PRAEPARATIO. Exponatur sphæra ABCD, & in eo AD æquator, EC ecliptica, F sectio verna, B polus, G Sol æquidialis, ut FG æquetur 29 gr. 34 ① numero ordinis primo, H Sol apparẽs, ut periperię FH cõgruant 29 grad. 24 ① qui est numerus secundus, & per H transeat meridianus BI, ut FI longitudo puncti H ad æquatorem relata sit 27 gr. 20 ① numerus ordinis tertius, unde IG (quo intervallo FG FI inter se distant) erit 2 grad. 14 ①, ordine quartus.



DEMONSTRATIO. Sole sectionem vernam adeunte ejus in deferente locus consistet sub F, item Sol apparens, & Sol æquidialis ibidem consistent sub F, atque ideò tres hi Soles inde eodem momento digressi singuli 30 dierum spatio suum curriculum decurrerunt, videlicet Sol in deferente suo ab F percurrit 29 gr. 34 ①, qui est numerus ordine primus: quo intervallo Sol æquidialis in æquatore ab F ad G tantundem promovit, videlicet 29 gr. 34 ①. ac denique eodem isto intervallo temporis Sol apparens attigit punctum H, ut FH sit 29 gr. 24 qui est numerus ordinis hujus secundus. Ex B per H demisso meridiano in I congruet ipsi FI 27 grad. 20 ① numerus ordinis tertius. Si itaque Sol apparens H, & Sol æquidialis G uterque sub eodem meridiano consisterent, dies ipsorum, naturales nempe & æquales, neutiquam inter se differrent: verùm cum ipsorum meridiani distent 2 grad. 14 ① numero ordine quarto (tantum enim est intervallum IG) consequens est ipsos quoque tanto temporis spatio disjungi, quantum interea Sol ab ortu in occasum mundi motu promovetur, videlicet o hor. 9 ① qui est numerus hoc ordine quintus. Cæterum etiam simul causa, cur ista o hor. 9 ① de 30 diebus deducenda, non autem addenda fuerint in exposito diagrammate facilè perspicitur: Cum enim Sol æquidialis G cujus dierum quantitatem quærimus, motu violento ab ortu D versus occasum promotus sit ad G, & Sol apparens H, ab ortu item in occasum ad H 2 gr. 14 ① ultra processerit, is numerus erit subducendus ut quantitatem dierum æqualium Solis æquidialis assequamur. atque adeò cum isti

isti demonstrationi manus in abaco congruit, operatio vera erit & legitima.

NOTA.

Quemadmodum in exposito exemplò differentiam triginta diebus, post Solis in vernam sectionem introïtum addendam invenimus; ita eodem modo singulis diebus debitam differentiam addendam, vel subducendam invenire facile est: atque adeò nō parum levaminis huic abaco accedet, si tabellam ad singulos anni dies subductam habeas ad manum, quâ longâ annorum serie tutò utatis, donec apogæum deferentis Solis tantum procedat ut inde aliquis notabilis error existat.

2 *Paradigma, ubi inæqualium naturalium dierum initium post vernam sectionem assumitur.*

DATVM. Dies naturales inæquales 20 proponantur, à die 30 post ingressum Solis in sectionem vernam ad 50. QVAESITVM. Quantitas inæqualium istorum dierum ad æqualium mensuram revocanda est.

CONSTRVCTIO.

Primò quæras quid valeant 30 dies inæquales ab sectione verna, & invenies per 1 paradigma 29 dies æquales 23 hor. 51 ①.
Deinde per idem 1 paradigma invenito quantitatem 50 inæqualium naturalium dierum, videlicet 49 dies æquales 23 hor. 52 ①.
Si hinc subducas 29 dies æquales 23 horas 51 ① ordine primum, relinquetur optatus terminus 20 dies æquales 0 hor. 1 ①.

1 CONSECTARIVM.

Si diebus quædam horarum appendiculæ adhæreant, eas tibi in praxi licebit negligere, quia id perpauxillum momenti ad scopum præcipuum afferat.

2 CONSECTARIVM.

Si anni unius, aut etiam plurium deinceps dies æquales inveniendi essent, haud est obscurum calculum esse inutilem, quia iidem illi dies inæquales totidem æqualibus congruant.

3 CONSECTARIVM.

Si annis dierum appendiculæ adhæreant, planum est annos hîc in computum non venire, ac dierum tantum rationem habendam.

4 CONSECTARIVM.

Si dies vernam sectionem antecedentes proponantur, pro iis eliges sectionem eam quam dies illi sequuntur, sumpto dierum expositorum complemento ad integrum annum, & calculum instituces ut prius. Quorum veritas ipsa se ipsam arguit & demonstrat.

CONCLVSIO. Quare proposita ἀνώμαλα νυχθήμερα ad ὁμαλὰ revocavimus secundum stantis tertæ hypothesin.

16 PROPOSITIO.

Datos dies æquales ad naturales inæquales ipsis congruentes mathematico ratiocinio revocare, stante Terrâ.

NOTA.

Quamvis hujus propositionis pragmatia leviter indicari potuerit, ut in censum & numerum propositionum nõ veniret, hoc modo: Reductio æqualium dierum ad naturales inæquales similiter 15 propositioni instituatur, tantum quinto ordinis loco eum illic subductio hic additio; & contra eum illic additio hic subductio usurpetur, quod hinc existet erit numerus optatus : tamen ut argutissima hæc materia clarius pateseat, atque ipsius praxis imitatio expeditior sit, hanc propositionem omnibus suis numeris absolutam exhibeo, in quâ tamen vestigia antecedentis, quàm potero, diligentissime premam, id enim semper quam studiosissimè sequimur.

1 *Paradigma datis diebus æqualibus, quorum initium à verna sectione usurpatur.*

DATVM Dies æquales ὁμαλοὶ νυχθήμεροι 30 sunto, quorum exordium à sectione vernâ assumatur. QVAESITVM. Eorum quantitas in diebus inæqualibus illi tempori & loco congruis invenienda est.

CONSTRVCTIO.

Principiò medium Solis motum 30 dierum æqualium intervallo inquiram, quem per 3 propositionem 1 libri deprehendo 29 gr. 34.

Vt jam isto temporis momento Solis apparentem longitudinem inveniam, sic colligam, Apparẽs sectio verna per 13 propositionis annotatiunculam consistit sub 263 gr. 34 ①, ad eum igitur si addatur 29 gr. 34 ① terminus ordine primus (tantundem enim etiam Sol in suo deferente promovit) exsurget deferentis 293 gr. 8 ①, cujus apparens longitudo in ecliptica per 14 propositionem hujus est 29 gr. 24.

Hujus longitudo in æquatore est per 2 problema 4 libri cosmographiæ 27 gr. 20.

Differentia inter ordinis terminum primum & tertium est 2 gr. 14.

Quæ (ex analogia 15 gr. ad 1 horam) valet 0 hor. 9 ①.

Notabis autem cum primus hujus ordinis terminus tertio æqualis erit, tum propositos dies æquales ipsis inæqualibus æquari: si verò primus tertio major sit, quintum terminum ad expositos dies addi:

Et si minor, subduci.

Quare eum hîc primus tertio major sit, cõsequens quoq; est quintum terminũ 0 hor. 9 ① ad expositos 30 dies æquales addẽdos, unde existet numerus optatus 30 dies naturales inæquales 0 hor. 9 ①.

DEMONSTRATIO. Diagramma 15 propositionis easdem sibi notiones habeat subjectas, quas illic in *præparatione* ei assignavimus. Hîc igitur cum Sol sectionem vernam subit erit in deferente suo sub F, atque in eodem illo pun

lo puncto consistent Sol apparens, & Sol æquidialis; unde eodem temporis momento digressi 30 dierum spatio peragrarunt, Sol æquidialis quidem ab F ad G 29 gr. 34 ① ordine primum; & Sol in suo deferente à puncto F tantundem, videlicet 29 gr. 34 ①; Et Sol apparens in ecliptica ad punctum H, ut peripheriæ F H congtuant 29 gr. 24 ① terminus secundus: demissus deinde meridianus à B per H in I absumet peripheriam F I æqualem 27 grad. 20 ① termino ordinis tertio. Si nunc Sol apparens H, & Sol æquidialis G sub eodem meridiano consisterent, illorum dies æquales, & naturales inæquales iidem planè essent, neque quidquam inter se dissiderent: sed cum hic inter istos meridianos intersit 2 gr. 14 ① terminus ordinis quartus, nam tanta est quantitas peripheriæ I G, tantulo quoque intervallo temporis dissidebunt quantum isti rapto Solis motui ab ortu in occasum congruit, videlicet o hor. 9 ① numero quinto. Cæterum cur illud tempus ad dies expositos addendum, non autem subducendum sit, ita patet: Sol apparens cujus dierum quantitatem investigamus, ab ortu occasum versus perveniat ad H, & Sol æquidialis G ab ortu D versus occasum ad G 2 grad. 14 ① minus promovit, unde efficitur huic additionem competere, ut inæqualium naturalium dierum quantitatem assequamur. Quare cum manus in abaco demonstrationi congruat, consequens est operis pragmatiam esse legitimè à nobis deductam.

2 *Paradigma datis diebus æqualibus, quorum initium post post vernam sectionem usurpatur.*

DATUM. Exponantur dies inæquales 20, à 30 die post sectionem vernam ad 50. QUÆSITUM. Æqualium horum 20 dierum quantitas ad inæquales isti loco congruos revocanda esto.

CONSTRVCTIO.

Principiò propositos 30 dies æquales per 1 paradigma, ad inæquales revocabo, videlicet 30 inæquales naturales o hor. 9 ①.
Hinc 50 dies à sectione vetna per idem 1 paradigma, ad dies 50 inæquales naturales o hor. 12 ①.
Vnde si deducantur 30 dies inæquales naturales o hor. 9 ①, terminus ordinis primus, relinquentur optati 20 dies inæq. naturales o hor. 3 ①.

1 NOTA.

Haud obscurum est tabellam illam, cujus supra in 15 propositionis annotatiuncula mentionem fecimus, in hac æqualium dierum ad inæquales reductione tanto compendio usurpari, quanto illic ubi dies inæquales ad æquales convertuntur, ut eadem tabella utrique reductioni pariter inserviat.

Non secus intelliges quatuor illas deinceps supra in 15 propositione sequentes annotatiunculas huic loco quoque congruere.

2 NOTA.

Vsurpatur porrò mathematicis alia quædam dierum æquatio ab hac longè diversa, quæ à locorum situ sub dissidentibus meridianis existit. Vt, dicis gratiâ, cum Lunę eclipsis omnibus locis eodem temporis momento observetur, horę tamen numerus pro loci situ variat: unde efficitur syderum observatio-

nes notatas & animadversas in locis aliis secundum longitudinem à nobis dissitis, easdem ad nostri horizontis situm per temporis quandam æquationem revocari debere: sed cum 15 gradus longitudinis uni horæ respondeant, non erit difficile inde cætera per analogiam concludere: ut ad hanc rem singulari propositione neutiquam sit opus. CONCLVSIO. Quare datos dies æquales ad naturales inæquales mathematico ratiocinio secundum stantis Terræ Hypothesin reduximus. quod facere oportuit.

THEOREMA. 17 PROPOSITIO.

Quâ peripheria, cujus sinus proportione medius est inter sinum quadrãtis & * arcus differentiæ maximæ obliquitatis eclipticæ, à polo ad ipsam pertingit, ejus loci maxima est differentia à debita sibi in æquinoctiali longitudine.

* alias complementi.

Quænam differentia inter naturales & æquales dies intercedat proximè antecedentibus 15 & 16 propositione explicavimus: istis verò terminis humani ingenii acies sese circumscribi passa non est, sed ultra etiam differentiam illam quâ maxima caderet inquisivit, & primò quidem ob eclipticæ declinationem, deinde verò ob Solis eccentricitatem; quod argumentum succedentibus aliquot propositionibus materiam subministrabit.

Verumenimverò cum materia adeò arguta & subtilis *Ptolomæo* intacta sit, à *Regiomontano* eam mutuatus sum, qui 25 propositione libri 3 epitomes sese hæc ex Arabe *Gebro* descripsisse ait: Quamvis ut verùm fatear hæc hominis Arabis inventa esse mihi vix verisimile fiat, sed potius eredam, ut *Hipparchi* & *Ptolomæi* monumenta, sic ista quoq; tanquam tabulas, & reliquias eruditi seculi ad eorũ manus appulisse. cæterũ quod *Regiomontanus* mentionem hîc facit *Gebri*,* ejus utrum de hac re monumenta extent me fugit. Veruntamen ut demonstratio hæc per se externæ opus haud indiga, intelligi & subsistere possit, quæ in ea desiderabantur meo more supplevi, & (prout tum mihi quidem in mentem veniebat) brevissimè ac commodissimè digessi: quamvis fortè vel ipse *Gebr*, vel si quis studiosius hîc advigilet aliam breviorem viam capessere possit.

* vide tamen Gebrum propositione 18 libri 2.

Et ut ad rem ipsam veniamus, si per 2 problema Cœlesti. Sphær. tabellam constituas simul culminantium longitudinum æquatoris & eclipticæ (quam è tabulis *Prutenicis* titulo *ascensionum rectarum* desumptam majoris claritatis ergô proponam) videbis peripherias æquatoris per singulos gradus minores esse gradibus eclipticę simul culminantibus, idque crementum deinceps usque ad 46 grad. augeri, ubi maxima differentia fit 2 gr. 28 ① 24 ②, indeque vicissim per singulos gradus minui, & in 90^mo^ æquatoris eclipticæque gradu ipsorum culminationes rursum inter se æquari.

CANO-

CANONION * LONGITVDINIS GRADVUM ECLIPTICÆ IN ÆQVATORE.

* vulgò tabula adscensionum rectarum, Ptolomæo ὀρθῆς σφαίρας ἀναφορῶν.

Ecliptica.	AEquator.	Ecliptica.	AEquator.	Ecliptica.	AEquator.
gr.	gr. ①. ②.	gr.	gr. ①. ②.	gr.	gr. ①. ②.
1.	0. 55. 2.	31.	28. 51. 43.	61.	58. 51. 21.
2.	1. 50. 5.	32.	29. 49. 15.	62.	59. 54. 4.
3.	2. 45. 8.	33.	30. 46. 56.	63.	60. 56. 57.
4.	3. 40. 13.	34.	31. 44. 45.	64.	62. 0. 0.
5.	4. 35. 18.	35.	32. 42. 45.	65.	63. 3. 12.
6.	5. 30. 25.	36.	33. 40. 54.	66.	64. 6. 34.
7.	6. 25. 34.	37.	34. 39. 12.	67.	65. 10. 4.
8.	7. 20. 45.	38.	35. 37. 41.	68.	66. 13. 43.
9.	8. 15. 59.	39.	36. 36. 19.	69.	67. 17. 31.
10.	9. 11. 15.	40.	37. 35. 7.	70.	68. 21. 27.
11.	10. 6. 35.	41.	38. 34. 7.	71.	69. 25. 31.
12.	11. 1. 58.	42.	39. 33. 16.	72.	70. 29. 42.
13.	11. 57. 26.	43.	40. 32. 36.	73.	71. 34. 1.
14.	12. 52. 57.	44.	41. 32. 6.	74.	72. 38. 27.
15.	13. 48. 32.	45.	42. 31. 48.	75.	73. 42. 59.
16.	14. 44. 12.	46.	43. 31. 40.	76.	74. 47. 38.
17.	15. 39. 57.	47.	44. 31. 43.	77.	75. 52. 23.
18.	16. 35. 47.	48.	45. 31. 56.	78.	76. 57. 13.
19.	17. 31. 43.	49.	46. 32. 21.	79.	78. 2. 8.
20.	18. 27. 45.	50.	47. 32. 57.	80.	79. 7. 8.
21.	19. 23. 53.	51.	48. 33. 43.	81.	80. 12. 13.
22.	20. 20. 7.	52.	49. 34. 40.	82.	81. 17. 21.
23.	21. 16. 27.	53.	50. 35. 49.	83.	82. 22. 33.
24.	22. 12. 55.	54.	51. 37. 8.	84.	83. 27. 49.
25.	23. 9. 30.	55.	52. 38. 38.	85.	84. 33. 6.
26.	24. 6. 12.	56.	53. 40. 19.	86.	85. 38. 26.
27.	25. 3. 2.	57.	54. 42. 11.	87.	86. 43. 48.
28.	26. 0. 0.	58.	55. 44. 13.	88.	87. 49. 11.
29.	26. 57. 6.	59.	56. 46. 25.	89.	88. 54. 35.
30.	27. 54. 0.	60.	57. 48. 48.	90.	90. 0. 0.

Verumenimverò ut Geometricè punctum illud definiamus (nam Arithmetica numerorum usurpatio præ hâc manca quodammodo est) sic ago ac demonstro.

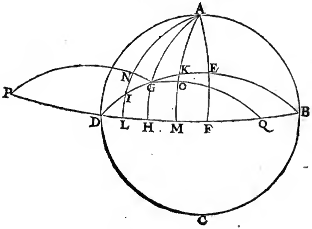
DATVM. Exponatur sphæra ABCD, polus A, ecliptica DEB, æquator DFB, maxima declinationis mensura EF, arcus differentiæ à quadrante AE, hinc peripheria AG à polo ad eclipticam demittatur ut ejus sinus medius proportionalis sit inter sinum quadrantis AF, seu radium, & sinum AE, qui est arcus differentiæ declinationis maximæ; continueturque AG ad æquatorem in H, ut DH longitudo sit puncti G in ecliptica.

QVAESITVM. Demonstrandum est AG eo loci secare eclipticam ut segmentum æquatoris DH ab arcu eclipticæ DG plurimum differat.

PRAEPARATIO. Si enim in quadrante eclipticæ DE aliud quoddam punctum

punctum foret quam G, id vel inter D G, vel inter G E necessariò intercidet, pro iis assumantur duo puncta I, K, per quæ descendant peripheriæ A I L, A K M, erit D L longitudo ipsius D I in æquatore, & D M ipsius D K: demonstrandum autem differentiam D L & D I, item D M & D K minorem esse quam arcuum D H, D G, cui fini N G peripheriam normalem demittam in A I, & G O in K M, ipsamque G N continuabo donec æquatori occurrat in P, ita enim cogitatione concipito P in postica sphæræ parte consistere: itemque G O continuata occurrat æquatori in Q.

DEMONSTRATIO.



I MEMBRUM.

Cum hic N P, L P per fabricam ad perpendiculum insistant in N L, erunt ipsi per 4 consect. 1 propos. sphær. triangul. circuli quadrantes; quare G H P triangulum erit rectangulum, & L H, N G arcus differentiæ laterum P H, P G à quadrante; estque angulus G H P rectus, cujus ideò affectio per 25 propos. sphær. triang. hujusmodi est.

Quemadmodum sinus recti, seu radius,

Ad sinum arcus differentiæ cruris recti anguli P H, hoc est sinum ipsius L H:

Sic sinus arcus differentiæ reliqui cruris anguli recti H G, hoc est sinus A G,

Ad sinum arcus differentiæ P G, hoc est ad sinum G N.

Sed sinus A H, est sinus anguli recti, seu radius, Quare

Vt sinus arcus	A H,
Ad sinum ipsius	L H:
Sic sinus arcus	A G,
Ad sinum ipsius	G N.

2 MEM-

2 MEMBRVM.

Et alternè,

Vt ſinus arcus	AH
Ad ſinum ipſius	AG:
Sic ſinus arcus	LH,
Ad ſinum ipſius	GN.

3 MEMBRVM.

Sed ſinus A G medius proportionalis eſt inter ſinus A F & A E per theſin, ſeu, quod idem ſit (quia A H & A E quadrantes ſunt) inter A H & A E, quare

Vt ſinus arcus	AH,
Ad ſinum ipſius	AG:
Sic ſinus arcus	AG,
Ad ſinum ipſius	AE.

4 MEMBRVM.

Iam igitur termini duo noviſſimi 2 & 3 membri ad idem eandem habent rationem, atque ideo inter ſe proportionales ſunt, hoc eſt,

Vt ſinus arcus	LH,
Ad ſinum ipſius	GN:
Sic ſinus arcus	AG,
Ad ſinum ipſius	AE.

5 MEMBRVM.

Deinde quia A G minor eſt quam A I, etiam

Ratio ſinus arcus	AG,
Ad ſinum ipſius	AE:
Minor erit, quàm ratio ſinus arcus	A I,
Ad ſinum ipſius	AE.

6 MEMBRVM.

Sed quemadmodum ſinus arcus A G, ad ſinum ipſius A E, ſic ſinus arcus L H, ad ſinum ipſius G N, per 4 membrum, quare

Ratio ſinus arcus	LH,
Ad ſinum ipſius	GN,
Minor eſt quàm ratio ſinus arcus	A I,
Ad ſinum ipſius	AE.

7 MEMBRVM.

Si igitur latus E I in triangulo A I E aſſumatur pro baſi, erit per 24 propoſitionem ſphær. triang.

Vt ſinus anguli dextri	AEI,
Ad ſinum anguli ſiniſtri	AIE:
Sic ſinus lateris ſiniſtri	AI,
Ad ſinum lateris dextri	AE,

8 MEM-

8 MEMBRUM.

Vicissim,

Si latus IN in triangulo GNI assumatur pro basi, erit per 24 propos. sphæric. triang.

Vt sinus anguli sinistri	GNI,
Ad sinum anguli dextri	GIN:
Sic sinus lateris dextri	GI,
Ad sinum lateris sinistri	GN.

9 MEMBRUM.

Sed angulus AEI 7 membri æquatur triangulo GNI 8 membri, uterq; enim rectus est: item angulus AIE 7 membri æquatur angulo GIN 8 membri, est enim unus idemque: quare duo novissimi termini 7 & 8 membri, æqualibus terminis proportionales, inter se quoque proportionales erunt, hoc est,

Vt sinus arcus	AI,
Ad sinum ipsius	AE:
Sic sinus arcus	GI,
Ad sinum ipsius	GN.

10 MEMBRUM.

Cum igitur per 9 membrum sinus arcuum AI & AE eandem habeant rationem, quam sinus arcuum GI GN, consequens est quamlibet rationem minorem ratione sinuum arcuum AI, AE, minorem quoque esse ratione sinuum arcuum GI GN: sed ratio sinuum qui pertinent ad arcus LH, GN minor est ratione sinuum, qui pertinent ad arcus AI AE per 6 membrum: quare ratio sinuum arcuum LH, GN minor est ratione sinuum arcuum GI GN:

Et contra,

Ratio sinuum ipsorum GI, GN major est ratione sinuum ipsorũ LH GN: Quare sinus arcus GI major est sinu arcus LH.

11 MEMBRUM.

Per consequens igitur cum arcus qui istis sinibus debentur minores sint quadrante, etiam arcus GI major erit quam LH.

12 MEMBRUM.

Præterea cum trianguli GHD angulus GHD rectus major sit acuto DGH, etiam per 15 propos. sphæric. triangul. latus GD subtensum angulo GHD majus erit quam DH, quod ipsi DGH subtenditur.

13 MEMBRUM.

Sic cum trianguli ILD angulus rectus ILD major sit angulo acuto DIL, etiam per 15 propos. sphæricor. triangul. latus DI subtensum angulo ILD, majus erit latere DL, quod angulo DIL subtenditur.

14 MEM-

14 MEMBRVM.

Quamobrem cum DI majus sit quàm DL, per 13 membrum, si nunc IG ipsi LH æqualis foret, differentia ipsorum DG, DH æquaretur differentiæ DI, DL; sed IG major est quam LH per 11 membrum, ideoque differentia qua DG ipsi DH præstat, major erit quam excessus DI supra DL.

Atque ita prima propositionis pars, quam in cõstructione proposueramus, demonstrata est.

Svperest altera, videlicet arcum DG majore intervallo excedere ipsum DH, quàm DK ipsum DM. Cui fini ajo.

15 MEMBRVM.

Cum OQ MQ per præparationem perpendiculariter insistant in OM, uterque per 4 consect. 1 propos. sphæric. triangul. quadrans erit, atque ideo in triangulo GHQ erunt MH, OG arcus differentiæ laterum QH, QG, ut GHQ sphæricum triangulum habeat rectum angulum ad H, cujus affectiones per 2 propositionem sphæric. triangulorum hujusmodi sunt:

Vt sinus anguli recti, *seu totus*,
Ad sinum arcus differentiæ cruris anguli recti QH, hoc est ad sinum arcus MH,
Sic sinus arcus differentiæ reliqui cruris anguli recti GH, id est sinus ipsius AG,
Ad sinum arcus differentiæ basis recti GQ, seu GO:

Sed sinus arcus AH est sinus anguli recti, quare

Vt sinus anguli recti, seu ipsius	AH
Ad sinum arcus	MH:
Sic sinus arcus	AG.
Ad sinum ipsius	GO.

16 MEMBRVM.

Et alternè

Vt sinus arcus	AH,
Ad sinum ipsius	AG:
Sic sinus arcus	MH,
Ad sinum ipsius	GO.

17 MEMBRVM.

Sed sinus arcus AG medius est proportione inter sinus AF & AE, per thesin, seu, quod idem sit (quia AH & AF quadrantes sunt) inter AH & AE, quare erit

Vt sinus arcus	AH,
Ad sinum ipsius	AG:
Sic sinus arcus	AG
Ad sinum ipsius	AE.

18 MEMBRUM.

Vt duo novissimi termini 16 & 17 membri ad idem eandem habeant rationem, ideoque inter se proportionales sint, id est,

Vt sinus arcus	MH,
Ad sinum ipsius	GO:
Sic sinus arcus	AG,
Ad sinum ipsius	AE.

19 MEMBRUM.

Præterea cum AG major sit, quàm AK, ajo

Rationem sinus arcus	AG,
Ad sinum ipsius	AE:
Majorem esse ratione sinus arcus	AK,
Ad sinum ejusdem	AE.

20 MEMBRUM.

Sed quemadmodum sinus arcus AG, ad sinum ipsius AE; sic per 18 membrum sinus arcus MH, ad sinum ipsius GO, ideoque

Ratio sinus arcus	MH,
Ad sinum ipsius	GO:
Major est ratione sinus arcus	AK,
Ad sinum ipsius	AE.

21 MEMBRUM.

Si igitur latus EK ponatur basis trianguli AKE, erit per 24 propositionem sphæricorum triangulorum,

Vt sinus anguli dextri	AEK,
Ad sinum anguli sinistri	AKE:
Sic sinus lateris sinistri	AK,
Ad sinum lateris dextri	AE.

22 MEMBRUM.

Si latus KO supponatur basis trianguli GOK, erit per suprascriptam 24 propositionem triang. sphæric.

Vt sinus anguli sinistri	GOK,
Ad sinum anguli dextri	GKO:
Ita sinus lateris dextri	GK,
Ad sinum lateris sinistri	GO.

23 MEMBRUM.

Sed angulus AEK 21 membri æqualis est angulo GOK 22 membri, uterque enim rectus est: Et angulus AKE in 21 membro æquatur angulo GKO in 22, per 6 consect. 1 propositionis sphæricorum triangulorum, quare bini novissimi termini in 21 & 22 membro iisdem proportionales sunt, atq; ideo etiam inter se, id est

Vt si-

Vt sinus arcus	AK,
Ad sinum ipsius	AE:
Sic sinus arcus	GK,
Ad sinum ipsius	GO.

24 MEMBRVM.

Cum itaque per 23 membrum sinus arcuum AK, AE, eandem habeant rationem, quam sinus ipsorum GK, GO, consequens est rationem omnem, quæ major erit ratione sinuum ipsorum AK, AE, majorem quoque esse ratione sinuum ipsorum GK GO. Sed ratio sinuum arcuum MH, GO, major est ratione sinuum ipsorum AK AE per 20 membrum: Quare etiam ratio sinuum arcuum MH, GO major est ratione sinuum ipsorũ GK GO.

Quamobrem etiam sinus arcus MH major est sinu ipsius GK.

25 MEMBRVM.

Et cum horum sinuum arcus sigillatim quadrante minores sint, efficitur arcum MH minorem quoque esse arcu GK.

26 MEMBRVM.

Præterea cum trianguli KMD angulus KMD rectus major sit acuto DKM, erit quoque per 15 propositionem sphæricorum triangulorum latus KD subtensum angulo KMD majus latere DM, quod angulo DKM subtenditur.

27 MEMBRVM.

Quamobrem cum arcus DK per 26 membrum majus sit quam DM: si GK æquaretur ipsi MH, etiam differentia quæ intercedit inter DG & DH, æquaretur differentiæ inter DK & DM: sed GK per 25 membrum minor est quam MH: Quare excessus ipsius DG supra DH major est excessu DK supra DM.

Atque ita quoque secunda pars, quam in præparatione posueramus demonstrata est. CONCLVSIO. Quare peripheria, cujus sinus proportione medius est inter sinum quadrantis & arcum differentiæ maximæ obliquitatis eclipticæ, quâ inquam ille ad eclipticam pertingit, ejus maxima erit differentia ab longitudine æquinoctialis sibi congrua. Quod demonstrasse oportuit.

18 PROPOSITIO.

Arcum eclipticæ qui à debitâ sibi longitudine in æquinoctiali plurimùm differat invenire.

DATVM. In exposito 17 propositionis diagrammate DG esto arcus optatus, & reliquæ item lineæ notiones easdem, quas illic, sibi habeant subjectas.

QVAESITVM. Invenienda esto hæc DG.

CONSTRVCTIO.

Cum per hypothesin 17 propositionis sinus arcus AG proportione medius sit inter sinum recti anguli, seu radium 10000000, & sinum arcus AE 9145680, qui est arcus differentiæ maximæ declinationis EF, (cur autem ca-

nonis numeros integros hîc usurpemus, & abaci hujus calculum ad ⑨ usque deducamus, in sequẽtis propositionis annotatiuncula dicetur)
is igitur medius proportionalis inter 10000000 & 9145680 invenietur 9563204.

Cui debetur arcus A G	73 gr. 0 ① 18 ② 4 ③.
Qui deductus de A H	90 gr.
Relinquet G H	16 gr. 59 ① 41 ② 56 ③.

Atque adeò triangulum G H D tres terminos habebit cognitos, latus G H 16 gr. 59 ① 41 ② 56 ③, angulum G H D rectum, & G D H 23 gr. 51 ① 20 ②; unde optatum latus G D per 35 propositionem sphæric. triangul. invenietur 46 gr. 16 ① 43 ② 43 ③;
Deinde si insuper lõgitudinem eclipticę ipsi debitam, hoc est arcum D H scire expetas, invenies per eandem propositionem 43 gr. 43 ① 16 ② 44 ③.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur, quippe cum 17 propositionis ductum sequatur. CONCLUSIO. Arcum igitur eclipticæ, qui à debita sibi in æquinoctiali longitudine plurimum dissideat invenimus, quemadmodum petebatur.

THEOREMA. 19 PROPOSITIO.

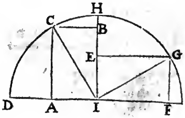
Rectangula æqualia sub æqualium circulorum sinu & sinu arcus differentiæ comprehensa, sunt æquilatera.

NOTA.

Lemmation hoc sequenti propositioni præmittimus; cum enim illic demõstremus arcum qui plurimum à debita sibi longitudine in ecliptica differat, cum eãdem quadranti æquari, ista luce opus fuit: nam & *Regiomontanus* qui 26 propol. 3 lib. *Epitomes* idem argumentum tractat, à Menelao alicubi demonstratam propositionem usurpat. Cæterum, ut dixi, nos lemmation hoc ideò nunc demonstramus, ne tum aliunde petere necesse sit.

DATUM. Esto rectangulum AB comprehensum sub A C sinu arcus C D, & sub C B sinu arcus differentiæ: hinc exponatur alterum rectangulum E F æquale priori A B, comprehensum sub sinu E G & sinu arcus differentiæ G F. QUÆSITUM. Latus maximum A C, maximo E G; & minimum C B, minimo G F æquari demonstrandum est.

PRAEPARATIO. Ducantur rectæ I C, I G.



DEMONSTRATIO. Duo igitur rectãgula æqualia AB, E F, duobus diagoniis in duo triangula C B I, I E G æqualia dispescuntur; quorum anguli E, B recti, & iis subtensæ semidiametri I C I G æquales sint. quare duo triangula I E G, I C B (semisses parallelogrammorũ) æqualia, & in æquali basi cõstituta

ſtituta erunt æquealta, hoc eſt *perpendiculares ab E in E G, & à B in I C demiſſæ æquales; quæ cum ſint mediæ proportionales inter ſegmenta ſemi diametrorum I C, I G æqualium, conſequens eſt ipſa ſegmenta quoque eſſe æqualia: atque adeò latus I B quod eſt mediũ proportionale inter totam C I & majus ſegmentum, æquari lateri E C, quod eſt medium proportionale inter totam I G & ſuum majus ſegmentum. ſimilis planè ratio, & demonſtratio eſt latus minus C B, minori lateri E I quoque æquari.

*negligentiâ ſculptoris perpendiculares à B, & E demittendæ ſunt omiſſæ.

CONCLVSIO. Quare duo rectangula ſub ſinu & ſinu arcus differentiæ æqualium circulorum comprehenſa, ſunt æquilatera. quod demonſtraſſe oportuit.

THEOREMA. 20 PROPOSITIO.

Arcus eclipticæ qui à debitâ ſibi longitudine in æquatore plurimum differt, cum eâdem quadrantem æquat.

DATVM. Adſumatur in 17 propoſitionis diagrammate arcus eclipticæ C G, qui à debita ſibi in æquatore longitudine D H plurimum differat, & cætera eaſdem ſibi habeant ſubjectas notiones, quas illic.

QVÆSITVM. Demonſtrandum eſt C G, D H additas quadrantem conflare. DEMONSTRATIO.

1 MEMBRVM.

Poſito latere H G pro baſi trianguli D G H, erit per 24 propoſ. triang. ſphæric.

Vt ſinus anguli ſiniſtri	D H G,
Ad ſinum anguli recti	D G H:
Sic ſinus lateris dextri	D G,
Ad ſinum lateris ſiniſtri	D H.

2 MEMBRVM.

Aſſumpto deinde G E pro latere trianguli A E G, erit per 24 propoſ. triang. ſphæric.

Vt ſinus anguli recti	A E G,
Ad ſinum anguli ſiniſtri	A G E:
Sic ſinus lateris ſiniſtri	A G,
Ad ſinum lateris dextri	A E.

3 MEMBRVM.

Sed anguli A E G, D H G in 1 & 2 membro ſunt recti, item A G E D G H ad verticem per 6 conſect. 1 propoſ. triangul. ſphæricor. æquales: quare bini noviſſimi termini 1 & 2 membri iiſdem proportionales, inter ſe quoque proportionales erunt, id eſt

Vt ſinus arcus	D G
Ad ſinum ipſius	D H:
Sic ſinus arcus	A G,
Ad ſinum ipſius	A E.

4 MEMBRVM.

Preterea cum sinus arcus AG, medius proportionalis sit inter sinus arcuum AF, AE per 17 propositionis argumentum, erit

Vt sinus arcus	AF,
Ad sinum ipsius	AG:
Sic sinus arcus	AG,
Ad sinum ipsius	AE.

5 MEMBRVM.

Sed AH æquatur AF: quare

Erit sinus arcus	AH,
Ad sinum ipsius	AG:
Vt sinus arcus	AG,
Ad sinum ipsius	AE.

6 MEMBRVM.

Vt bini priores termini 3 & 5 membri iisdem proportionales sint, atq; ideo quoque inter se, id est

Vt sinus arcus	DG,
Ad sinum ipsius	DH:
Sic sinus arcus	AH,
Ad sinum ipsius	AG.

7 MEMBRVM.

Posita deinde AE pro basi trianguli GHE, erit per 24 propositionem,

Vt sinus anguli dextri	GAE,
Ad sinum anguli sinistri	GEA:
Sic sinus lateris sinistri	GE,
Ad sinum lateris dextri	AG.

8 MEMBRVM.

Sed sinus arcus HF est sinus anguli GAE, per 2 definitionem triangul. sphæric. Et sinus arcus AH æquatur sinui anguli recti GEA: erit igitur

Vt sinus arcus	HF,
Ad sinum ipsius	AH:
Sic sinus arcus	GE,
Ad sinum ipsius	AG.

9 MEMBRVM.

Et alternè,

Vt sinus arcus	HF,
Ad sinum ipsius	GE:
Sic sinus arcus	AH,
Ad sinum ipsius	AG.

10 MEMBRVM.

Vt bini priores termini 6 & 9 membri iisdem proportionales, atque ideo inter se quoque proportionales sint, id est

Vt sinus arcus	DG,
Ad sinum ipsius	DH:
Sic sinus arcus	HF,
Ad sinum ipsius	GE.

11 MEMBRVM.

Quare rectangulum sub extremis 10 membri terminis, hoc est sub sinibus DG GE comprehensum, æquabitur rectangulo mediorum DH HF: atqui hæc sunt duo rectangula sub sinu & sinu arcus differentiæ æqualium circulorum comprehensa, quare per 19 propositionem erunt æquilatera, eritque sinus ipsius GE sinui ipsius DH, atque adeò ipsi arcus GE, DH inter se æquales.

12 MEMBRVM.

Sed DG & GE quadrantem æquant, consequens igitur est DG & DH (quæ ipsi GE per 11 membrum æquatur) quadrantem quoque æquare.

CONCLVSIO. Quare arcus eclipticę, qui à sibi debita æquinoctialis lōgitudine plurimum differat cum eadem quadranti æquatur: quod demonstrasse oportuit.

NOTA.

Quandoquidem ille arcus ecliptica, qui à debita sibi longitudine in æquatore plurimum differt accuratius, & exactius hîc quæritur, quàm in canoniis ferè exhiberi soleat, ubi diversi abaci eundem arcum 1 ① aut 2 ① à seipso dissidentem sæpe suppeditant; in quibus neque illa accuratio cernitur, ut arcus eclipticæ, qui à sua in æquatore longitudine plurimum differat, cum eâdem quadrantem æquet: placuit ILLUSTRISSIMO PRINCIPI epilogismum 18 propos. ad ① deducere, atque ad hanc legem arcus eorumque sinus ubique quam diligētissimè investigare: Atque ita arcum eclipticæ DG

invenit	46 gr. 16.43.41.
Et arcum æquatoris DH	43 gr. 43.16.44.
Quorum summa assurgit ad	90 gr. 0. 0.27.

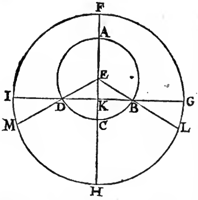
Vt arithmeticus hîc calculus à genuina, & geometrica demonstratione 27 ① tantum abnutet.

21 PROPOSITIO.

Maximam differentiam, quo dies naturales ob solam deferentis Solis eccentricitatem afficiuntur mathematico ratiocinio stante Terra invenire.

DATVM. Esto ABCD Solis eccentricus, centrum E, apogæum A, perigæum C, & FGHI ecliptica, centrum K, apogæum apparens F, apparens perigæum H; hinc recta IG, per K perpendicularis ipsi FH, secet Solis eccentricum deferentem in D & B, per quæ sectionum puncta rectæ ad eclipticam usque educantur EBL, EDM.

CONSTRUCTIO.



Hic nobis duntaxat quæritur maxima illa differẽtia, quâ dies naturales pro eccentricitatis modulo afficiuntur; Hoc est, si illum naturalis anni tractum, quo naturales dies ἀνώμαλοι νυχθήμεροι ob Solam eccentricitatem præstant diebus æqualibus τοῖς ὁμαλοῖς, compares cum reliquo naturalis anni tractu quo naturales dies æqualibus cedunt, ut sciatur quantum differentiæ inter priores dies naturales & posteriores nunc amplius intercedat, quàm si deferens Solis nec eccentricus nec obliquus foret. Ajo igitur si Sol consisteret in A, hîc tam ex E (unde medii seu æquales dies æstimantur) quàm ex K (unde dies inæquales æstimantur) nobis videri in F: sed cùm ab A concesserit ad D, tum spectatum ex E videri in M; at ex K, in I: atque adeo si I in meridiano circulo consisteret, M punctum (quia mundi motus ab M per I vergit in F) tanto intervallo ipsum sequi, quantum inter M & I intercidit, hoc est 2 grad. 23 ①, nam angulus I D M sive E D K istâ maximæ prostaphæresis quantitate per 4 propositionis consectarium definitur; quare inquam pro distantia

M I ponamus	23 gr. 23.
Quantũ igitur temporis Sol rapto, seu mundi motu in 2 gr. 23 ① impendit, tanto dies naturales dum Sol A D decurrit, deficient à mediis. Nec aliam ob causam dies naturales, eo spatio quo Sol per B A commovetur, superabunt medios eodem intervallo	2 gr. 23.
Ex quibus conflatur differentia, qua naturales dies congruentes arcui B A D deficiunt à mediis	4 gr. 46.
Cum verò omnes naturales anni dies, omnibus simul ejusdẽ mediis diebus ęquales sint, efficitur omnes reliquos anni naturalis dies, hoc est competentes arcui deferentis D C B, tantò majores esse eodem mediorum dierum numero, quantò reliqui sint minores, videlicet	4 gr. 46.
Atqui cum arcus B A D deficiat 4 gr. 46 ① à diebus æqualibus, & D C B tantundem redundet, differentia horum arcuum inter se erit ejus dupla, videlicet	9 gr. 32.
Quæ ad tempus revocata (secundũ analogiam 15 gr. ad 1 horam) dabit	0 hor. 38 ①.

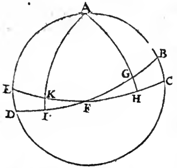
Atque tanto spatio dies naturales peripheriæ M F L breviores sunt quàm peripheriæ F H L, quam essent si Solis deferens neque eccentricus, neque ad æquatorem obliquus foret. Cujus veritas ex operis ductu perspicitur.

CONCLUSIO. Invenimus igitur maximam differentiam, quo dies naturales

rales ob solam deferentis Solis eccentricitatem afficiuntur, idque mathematico ratiocinio stante Terra.

22 PROPOSITIO.

Maximam differentiam, quo dies naturales ob solam eclipticæ obliquitatem afficiuntur, mathematico ratiocinio stante Terrâ invenire.



DATVM. Exponatur sphæra A B C D E, polus A, æquator E C, ecliptica D B, sectio verna F, arcus eclipticæ F G 46 grad. 17 ①, qui à debita sibi in ecliptica longitudine F H, quæ est per 18 propos. 43 gr. 43 ①, plurimum differat, videlicet 2 grad. 34 ①; deinde altrinsecus à sectione vernâ F alter arcus F I constituatur, qui itidem à sua in eclipticâ longitudine F K plurimum differat.

CONSTRVCTIO.

Peripheriæ in quibus dies naturales minores deprehêduntur mediis, componunt peripheriam I G, cujus quantitas per 18 propos. est bis 46 gr. 17 ①, hoc est 92 gr. 34 ①, cui peripheria æqualis in opposita sphærę parte ad autumalem sectionem absumi intelligatur, quarum summa dabit 185 gr. 8.

Peripherię in quibus naturales dies majores médiis inveniuntur, sunt G B, I D, quarum singuli per 18 proposit. sunt 43 grad. 43 ①, earum summa 87 gr. 26 ①, his adde duos arcus ipsis in opposita sphærę parte æquales, efficientur 174 gr. 52.

Quibus deductis de suprascriptis 185 gr. 8 ①, reliqui erunt 10 gr. 16.

Quæ ad temporis spatium revocata (secundum analogiam 15 gr. ad 1 horam) dabunt 0 hor. 41 ①.

Atque tanto temporis intervallo minores erunt dies naturales peripheriæ I G cum altera simili peripheria in opposita sphærę parte, quam dies naturales peripheriarum G B, I D simul cum duabus aliis similibus in opposita sphæræ parte, tanto inquam minores nunc sunt, quàm forent si Solis deferens ad æquatorem haud obliquus foret. Cujus demôstratio ex ipso opere perspicitur.

CONCLVSIO. Invenimus igitur maximam differentiam quo dies naturales ob Solam eclipticæ obliquitatem afficiuntur, idque mathematico ratiocinio stante Terra.

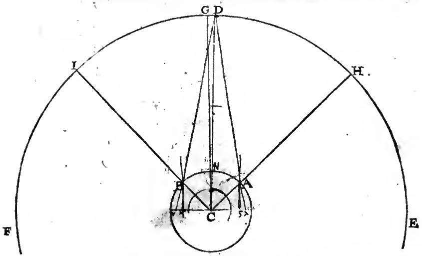
SVPER-

SUPEREST UT DICAMUS DE SOLIS A TERRA DISTANTIA, MAGNI- *tudine, parallaxi, & coni umbræ terrestris longitudine.*

23 PROPOSITIO.

Distantiam Solis à Terra in semidiametris Terræ mathematico ratiocinio ex observationibus eruere.

DATUM. Duo quidam syderum observatores in duobus locis sub eadem longitudine, latitudine tamen satis diversa indies Solis in meridiano cœli fa-



stigio constituti altitudinem supra horizontem, aut à vertice depressionem quam possunt accuratissimè notent, quod quidem hoc seculo, quo Hollandicæ naves in toto terrarum orbe nihil intentatum reliquere, non valdè arduum fuerit: ex omnibus istis observationibus duas aliquas eodē temporis momento notatas & animadversas seligito, quarū ope scopum assequeris. Exemplum. Exponatur Terra A B, ejus centrū C, Sol D, per quem trajectus meridianus E D F, sitque C G æquator spectatus in cultrum, ut loquitur *Vitruvius*, loca observationum sunto A, B in ipso circulo meridiano: Vertex loci A sit H; ut G H latitudo loci A sit 46 grad. 36 ①: vertex loci B sit I, ut G I latitudo secundi loci B sit 44 gr. jam ex suprascripta observationum ephemeride, duas aliquas ejusdem meridiei momento notatas usurpato, quâ utrâque Sol æqualiter ab vertice abesse deprehensus sit, ut puta 45 gr. 20 ① pro angulo H A D, vel I D B; inde connectatur recta C D. QUAESITUM. Invenienda est C D in iisdem partibus, quibus semidiameter Terræ B C ponitur 1.

CON-

CONSTRVCTIO.

Ad arcum G I 44 gr. per thesin, addas G H 46 gr. 36 ①, existet arcus H I, qui idem est cum AB seu angulo ACB 90 gr. 36.

Deinde quia angulus I B D angulo H A D æquatur,& arcus H D ipsi D I, recta C D bisecabit angulum I C H seu A C B, ut semissis ejus B C D habeat dimidiam amplitudinem termini primi 90 gr. 36 ①, hoc est 45 gr. 18.

Si subduxeris angulum I B D 45 gr. 20 ① per thesin, de 180 gr. relinquetur angulus D B C 134 gr. 40.

Triangulum B C D tres terminos habet cognitos, angulum DBC 134 gr. 40 ① ordine tertium, B C D 45 gr. 18 ① secundum, & latus B C 1 per thesin. Vnde latus D C per 4 propositionem planorum triangulorum invenietur pro distantia optata 1185.

Cujus demonstratio ex operis ductu perspicitur.

1 NOTA.

Etiam altero exemplo theorema hoc illustrarem, ut anguli IBD HAD inæquales sint, verumenimvero quia ista in Lunaris motus epilogismo dicentur, illud paradigma illinc petitum huic quoque facem allucebit.

2 NOTA.

Cæterùm cum necesse sit locum Solis quem ipso observationis momento obtinuit cognosci, eum hic ob sequentem doctrinam in apogæo constitutum assumam.

CONSECTARIUM.

Quia duo anguli DBC BCD inventi simul additi componant summam 179 gr. 58 ①, quæ subducta de 180 gr. relinquet 2 ① pro angulo BDC, qui Solis parallaxin eo loci definit. CONCLVSIO. Inventa est igitur Solis à Terra distantia, in iisdem partibus, quibus Terræ semediameter ponitur 1, idq; mathematico ratiocinio, ad stantis Terræ hypothesin: quemadmodū decuit.

24 PROPOSITIO.

Solis à Terra distantiam ad datum in eccentrico locum, in semidiametris Terræ, mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

DATVM. Solis in eccentrico suo longitudo ponatur graduum 30.

QVAESITVM. Recta à Terra ad Solem pertingens invenienda est in iisdem partibus, quibus Terræ semidiameter supponatur 1.

CONSTRVCTIO.

E' variis modis per quos hoc problema expediri possit, omnium qui mihi nunc in mentem veniat commodissimus ita habet. Cum per antecedentem 23 propositione ejusque consectarium Solis in apogæo eccentrici constituti distantia à Terræ centro, ad ipsius terræ semidiametrū habeat rationem, quam 1185 ad 1; atq; eadem illa 8 propositione inventa sit 10323, per proportionem concludam, Vt 1185 ad 1, sic 10323 ad 9 proximè; habebit igitur Terræ semidiameter

diameter ad Solis à Terrę centro distantiam eam rationem, quàm 9 ad 10323: atque ita hæc 9 ad cæteras rectas, à terrę centro ad quemlibet eccentrici locum exporrectas, eam habebunt rationem, quam ipsa Terræ semidiameter ad istas lineas quas Tabellâ quâdam 8 propositione descripsimus: Sed linea à Terræ centro ad 30 gr. deferentis illic invenitur 10281: quare Terræ semidiameter ad eandem se habet, ut 9 ad 10281. Atque hanc per proportionem ad Terrę semidiametros reduces hoc modo: Vt 9 ad 10281, sic 1 ad quem? Concludes oppatam distantiam 1141 semidiametrorum Terræ. Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quare Solis à Terra distantiam ad datum ejus in eccentrico locum in semediametris Terrę mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenimus. Quod facere oportuit.

CONSECTARIUM.

Quare 9 nobis communis terminus esto, unde facili negotio cæterarum omnium linearum à Terra ad Solem pertinentium quantitatem ad positam æstimationem revocemus: dictis gratiâ si quæratur recta à Terrâ ad 10 deferentis gradum pertinens, quæ 8 propositione ponitur 10321, ita concludes, ut 9 ad 10321, sic 1 ad optatam distantiam 1147. Atque ita deinceps in cæteris. unde constructio tabellę, quę Solis à Terra distantiam ad singulos sui deferentis gradus exhibeat, erit in procinctu: cujus generis tabellulam ad denos aliquot gradus exempli causâ subjecimus. cui adjunximus 180^{m} gradus à Terra distantiam, quia in paradigmatis sequentibus nobis usui sit.

TABELLA DISTANTIÆ SOLIS A TERRÆ

centro in Terræ semidiametris æstimata.

* distantia ab apogæo.

*Gradus * deferentis Solis*	*Rectarum à Sole ad Terram pertinentium quantitas.*
0.	1147.
10.	1147.
20.	1145.
30.	1142.
180.	1075.

25 PROPOSITIO.

Solis semidiametrum in Terræ semidiametris æstimatam, mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

DATUM. Exponatur A B Sol in apogæo, ejus centrum C, centrum Terræ D, quę connectat recta C D, & D B Solem contingat in B, huc adjungatur B C Solis semidiameter, eritque B D C semissis anguli sub quo Sol nobis videtur.

QVAESITUM. Invenienda est B C Solis semidiameter in iisdem partibus, in quibus Terrę semidiameter supponitur 1.

CON-



CONSTRVCTIO.

In triangulo BCD dantur tres termini cogniti, videlicet BDC ſemiſſis anguli viſionis Solis, is enim, quia Sol in apogæo conſiſtit, erit 15 ☉ quemadmodum in 8 propoſitione aſſumebatur, & CD 1147 per 24 propoſitionem, atque angulus CBD rectus per theſin: Vnde per 4 propoſitionem planorum triangulorum optata Solis ſemidiameter erit 5 ſemidiametrorum terræ: nam æſtimatio lineæ CD 1147 in iſtis partibus uſurpatur. Cujus demonſtratio ex opere ipſo perſpicitur.

CONCLVSIO. Quare Solis ſemidiametrum in Terræ ſemidiametris æſtimatam exhibuimus mathematico ratiocinio ad ſtantis Terræ hypotheſin.

CONSECTARIVM.

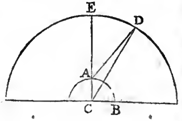
Hinc rationem ſoliditatis Solis ad Terram invenire facilè eſt: cum enim ſimilia ſolida habeant triplicatam rationem homologorum laterum, erit Sol ad Terram ſecundum hanc hypotheſin, ut 125 ad 1.

26 PROPOSITIO.

Solis loco in deferente & infra verticem depreſſione ex Terræ centro æſtimatâ datis, ejuſdem parallaxin in circulo verticali mathematico ratiocinio ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin invenire.

NOTA.

Propoſitione 23 parallaxis ex ipſis obſervationibus inveniendæ rationem modumque conſignavimus, quæ hujus propoſitionis ubi per abacum & numeros eam inveſtigamus baſis quædam eſt & fundamentum; importunum enim fuerit parallaxin hanc ex cœlo & organis ſemper derivare.



DATVM. Exponatur Terra AB centrum C, obſervantis ſtatio in A, Sol D cujus diſtantia ſeu motus ab apogæo ſit 30 gr. ac tantundem quoque D à loci vertice diſtet, ut ED ſeu

angulus E C D, vel A C D sit 30 gr. atque hîc A D C erit parallaxis Solis in circulo verticali. QVÆSITVM. Angulus A D C inveniendus est.

CONSTRVCTIO.

Triangulum A D C tres terminos habet cognitos, videlicet angulū A C D 30 gr. per thesin, C A terræ semidiametrum, & C D rectam à terræ centro ad 30^mum deferētis gradū quę est per 24 propositionem 1142. Vnde angulus A D C per 6 propositionem planorum triangul. pro optata parallaxi (si integros canonis numeros, nullis detritis usurpes) invenietur 1 ① 20 ②. Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLVSIO. Quare Solis loco in deferente, & infra verticem depressione ex Terræ centro æstimatâ datis, ejus parallaxin mathematico ratiocinio secundū stantis Terræ hypothesin invenimus. Quod facere oportuit.

CONSECTARIVM.

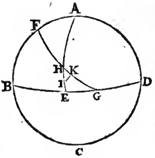
Neque hinc obscurum arbitror, quomodo ad parallaxis in circulo verticali expeditam inventionem, canonion per singulos gradus institui & ordinari possit, quemadmodum *Rheinoldus* in *Prutenicis Tabulis* usurpavit, ubi secundum suas hypotheses, pro istis 1 ① 30 ②, invenit 1 ① 29 ②, & pro maxima parallaxi, cum Sol 90 gradibus infra verticalem, hoc est in ipso horizonte versatur 2 ① 58 ②. Atque illud quoque hîc notandum venit, canonion hoc summo compendio per solam proportionem (ob causas 5 propositioni non dissimiles) concludi, hoc modo, ut sinus totus, ad datæ à vertice distantiæ sinum; ita maxima parallaxis, ad quæsitam; Exemplum. quæritur parallaxis Sole 10 gradib. infra verticem depresso. dices ut 10000 sinus 90 gr. ad 1736 sinum 10 grad. sic maxima parallaxis 2 ① 58 ②, seu 178 ② ad quem? Concludes 31 ②. Eadem ratio & operatio erit in cæteris, ut si quæratur parallaxis 30 grad. infra verticem; Vt 10000 ad 5000, sic 178 ② ad quem? Concludes cum *Rheinoldo* 1 ① 29 ②. atque ita deinceps in aliis.

Hoc quoq; animadvertas *Erasmum Rheinoldum* unicam duntaxat parallaxis selidem constituisse; idque jure merito, quod Solis maxima & minimâ à Terrâ distantiæ differentia hîc nullius sit momenti. Si tamen hæc res alicui scrupulum moveat, ut ratio ejus certò constare possit quia per proportionem solam (secundum analogiam 5 propositionis) facilè expeditur, ejus rei exemplum ante oculos constituam; hoc modo. Vt minima Solis à Terra distantia, quæ per 8 propos. invenitur 9677, ad maximam 10323; sic maxima parallaxis in apogæo 2 ① 58 ②, ad 3 ① 9 ②; ut illa 11 ② ab hâc deficiat, quæ differentia cum sit haud magni momenti hîc negligitur.

27 PROPOSITIO.

Solis parallaxin in longitudinem & latitudinem eclipticæ, mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

Expositæ cujusdam sphæræ meridianus sit A B C D, horizon B D, quadrans verticalis A E, ecliptica F G secet verticalem in Solis loco H, ut angulus



gulus EHG (qui per 8 problema libri de sphæræ cœlest. problematis invenitur) sit 50 gr. & AH Solis infra verticem depressio ex Terræ centro æstimata sit 30 gr., hinc pono parallaxin in verticali AE inventam per 26 propositionem 1 ① 30 ②: itaque assumam sub H punctum I, ut HI sit 1 ① 30 ②, unde demissus IK arcus perpendicularis ad eclipticam FG, exprimit optatæ parallaxis latitudinem, & HK ejusdem longitudinem secundum eclipticam.

QVÆSITVM. Imperatur inveniri arcus HK longitudinis, & IK latitudinis parallaxis.

CONSTRVCTIO.

Triangulum HIK tres terminos habet cognitos, ut sunt HI 1 ① 30 ②, HKI angulus rectus, & IHK 50 grad. per thesin: unde duo latera HI, KI, usurpatis integris canonis numeris per 4 propositionem sphæricorum triangulorum invenientur; & primò quidem IK optata latitudinis parallaxis (quæ utrum Borea, an Notia sit ex 3 consectarii catholico theoremate intelligitur) erit 1 ① 9 ②.

Et KH optata lõgitudinis parallaxis (quæ utrum major minorvé sit datâ longitudine, ex 4 consectarii catholico theoremate intelligitur) erit 58 ②.

1 CONSECTARIUM.

Manifestum igitur I & K non distare in longitudinem tum, cùm ecliptica circulum verticalem ad angulos rectos secabit: hoc est datam parallaxin in circulo verticali eandem esse cum parallaxi latitudinis.

2 CONSECTARIUM.

Neque obscurum est I & K non distare in latitudinem tum cùm verticalis & ecliptica in eundem circulum coïbunt: hoc est, eo casu datam parallaxin eandem esse cum parallaxi longitudinis.

3 CONSECTARIUM.

Cum Solis locus qui ab observante notatur depressior sit illo, qui ex Terræ centro æstimatur, consequens est ut cum arcus verticalis à vertice ad communem sui & eclipticæ sectionem versus austrum intercipitur, parallaxin esse Boream: At cum arcus ille versus Boream cadet parallaxin fore Austrinam; quæ regula ubicunque terrarum consistas vera est.

4 CONSECTARIUM.

Si angulus cõprehẽsus ab eclipticâ secundũ successionẽ signorũ, & segmẽto

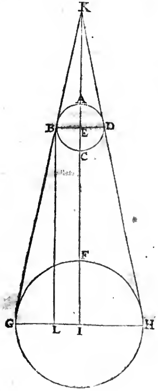
 vertica-

ticalis inde ad verticem interjecti obtusus fuerit, Solis ab observante notata longitudo major erit illâ, quæ ex Terræ centro æstimatur: at si idem angulus sit acutus, erit eâdem minor, idque ubicunque Terrarum consistas theorema generale esto. CONCLUSIO. Solis igitur parallaxis qua in longitudinem, quâ in latitudinem eclipticæ mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenimus, ut petebatur.

28 PROPOSITIO.

Dato Solis loco in deferente suo, axem coni umbræ nocturnæ in terræ semidiametris æstimatam mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

DATUM. Exponatur A B C D Terra, centrum E, hinc F G H Sol in apogæo eccentrici, hujus centrum I: inde duæ rectæ G B H D Solem Terramque contingentes in punctis G H, B D; continuatæ sese intersecent in K; & puncta contactus jungant rectæ B D, G H, Quibus constitutis K B D erit conus umbræ terrestris, quæ nox est, cujus basis diameter B D, axis verò K E.



QUAESITUM. Inveniatur mensura axis K E in terræ semidiametris, hoc est qualium B E ponitur 1.

PRAEPARATIO. Agatur B L parallela contra E I.

CONSTRUCTIO.

Cum recta L I æquetur ipsi B E terræ semidiametro, ea deducta de I G 5 per 25 propositionem, relinquet G L 4.

Cumque Sol per hypothesin consistat in apogæo erit recta E I per 24 propositionem 1147 semidiametrorum Terræ, & ideo B L ipsi æqualis earundem 1147.

Triangulum K E B simile est triangulo B L G, ideoque latera homologa proportionalia, quare erit ut G L 4 ordine primus, ad L B 1147, sic B E 1 per thesin, ad optatam K E 287 proximè.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

CON-

CONCLVSIO. Quare dato Solis in deferente loco, nocturnæ umbræ axem in terræ semidiametris æstimatam mathematico ratiocinio ad stantis terræ hypothesin invenimus. quemadmodum decuit.

CONSECTARIUM.

Non obscurum itaque est quomodo longitudo axis coni umbræ nocturnæ ad singulos gradus inveniri, & in tabellam digeri possit, unde facili negotio problema hoc expediatur.

DISTINCTIO SECVNDA SECVNDI LIBRI, DE INVESTIGATIONE MOTVS LVNÆ, ex mathematico ratiocinio, secundum stantis Terræ hypothesin.

BREVIARIVM 3 DISTINCTIONIS.

Distinctio hæc sedecim propositiones habet, quarum prima, quæ est hujus libri 29 erit de investigatione eccentricitatis Lunæ cum suis appendiculis: secunda, quæ est totius libri 30 de prostaphæresi, & angulo visionis Lunæ. tres sequentes 31, 32, 33 erunt de investigatione longitudinis Lunæ secundum eclipticam ad datum quodlibet temporis momentum: quinque sequentes 34, 35, 36, 37, 38 de apparentis Lunæ ab ecliptica latitudine: novissimæ sex 39, 40, 41, 42, 43, 44 versabuntur in Lunæ distantia, magnitudine, parallaxi, & angulo visionis umbræ terrestris quâ Luna eam penetrat.

29 PROPOSITIO.

Ex notis tribus Lunæ * epochis eccentricitatem deferentis in partibus semidiatri ejusdē 10000; hinc apparentem apogæi in ecliptica, & Lunæ in deferente suo ad optatam quamlibet ex datis epocham, & mediæ Lunæ in ecliptica longitudines mathematico ratiocinio ad stantis terræ hypothesin invenire. * Ecli.

Priusquam in rem ipsam ingredior pauca quædam hîc præmonere habeo necesse. Ex 15 16 17 propositione hujus libri perspicuum est arcus eclipticæ & æquatoris inter sectionem vernam & unū eundemque meridianum inter-

ceptos inæquales esse, unde efficiebatur Solis longitudinem in ecliptica non esse eandem cum longitudine ejusdem loci, quem meridianus in æquatore absumit: quemadmodum autem Solis deferens declinat ab æquatore, ita Lunę deferentis sua declinatio est ab ecliptica, quare simili de causa Lunæ in deferente longitudo (cujus initium à nodo Boreo ducimus) ab ejusdem puncti longitudine in ecliptica (cujus numerationem ab eodem nodo auspiceris) erit diversa; longitudinem verò istam hîc definit quadrans per eclipticæ polos & datum Lunæ locum trajectus. *Ptolomæus* tamen eam, quia differẽtia harum longitudinum ob declinationis exilitatem perquam exigua esset, in abacis Lunaris motus neglexit: nam declinatio Lunę 5 graduum, tantummodo 8 ① differentiam (quod ex 18 propositione 2 libri perspicitur) inducit: quam idcò nos quoque in Lunari epilogismo negligemus: si quem curiosior calculus delectet, poterit iste non negligere; Cæterum annotatiunculam hanc etiam in cæteris planetis, quorum singulis sua ab ecliptica declinatio est, locum habere memineris.

I PARADIGMA.

DATUM. Ex observationum ephemeridibus, (in cujus locum *Stadium*, ob causas 1 propos. 1 lib. expositas, subrogamus) tres Lunæ epochas eclipticas seligam; Primam quidem anno 1570 ad diem 20 Februarii 5 hor. 31 ① post meridiem, quo temporis momento Luna obtinebat 161 gr. 23.

Diligenter hîc notandum est, si Lunæ loca observando ex ipso cœlo deducta, per naturalium dierum intervalla annotata essent, horum ad dies æquales reductionem usurpandam, cujus modum 15 propositione hujus docuimus, ac tum per dies æquales sive medios numerationem ducendam: neque temporis differentiam, aut meridianorum diversitatem, quæ inter observantiũ stationes & nostram intercidit negligendam: sed cum eclipses istas ex ephemeridibus mutuati simus, ubi harum loca per æqualium dierum spatia consignata sunt; cumq; omnia exempla hîc tantũ docis & exempli causa usurpentur, istâ περιεργίᾳ & curâ opus non erit. Cautiunculæ hujus mentio nulla nobis in Solis simili epilogismo 7 propositione fuit, quia ab hâc causa nullus notabilis error illic ob Solis tarditatem existere posset. Verùm, ut eò redeam unde discesseram, secundam epocham Lunæ assumam anno 1572 ad diem 25 Iunii 8 hor. 58 ① post meridiem; quo temporis momento Lunę eclipsis incidit in 283 gr. 25 ①. Cęterum ut modũ deferentis Lunę & affectiones indagemus utile fuerit quotidianæ ejus conversionis cõceptus ex animo funditus deleri, tanquam si nulli essent, atque insuper motum apogæi, qui supra scriptis 283 gr. 25 ① immixtus est, planè tolli: quamvis istud in Solis simili epilogismo neglexerimus, ob suam enim latitudinem motus apogæi nullius erat momẽti. Quare sic dico, sic facio. A 20 Februarii 5 hor. 31 ① anni 1570 termino hujus ordinis primo, ad hunc 25 Iunii 8 hor. 58 ① anno 1572, intersunt duo anni Ægyptii 126 dies 3 hor. 27 ①, quo intervallo Solis apogæum commovit, per 11 propositionem 1 libri 95 gr. 22 ①, qui deducti de suprascriptis 283 gr. 25 ①, relinquent 188 gr. 3.

Tertiam Lunę epocham delegi anno 1576 ad diem 7 Octobris 10 hor. 37 ① post meridiem, quo temporis momento Lunę eclipsis incidit in 24 gr. 21 ①. Sed à 20 Februarii 5 hor. 31 ① anni 1570 termino primo, ad hunc 7 Octobris 10 hor. 37 ①

anni 1576, intercidunt 6 anni Ægyptii 231 dies 5 hor. 6 ①, quo intervallo apogæum per 11 propos. 1 libri decurrit 269 grad. 43 ①, qui deducti de supraſcriptis 24 gr. 21 ①, relinquunt 114 gr. 38.

A prima eclipſi ad ſecundam, quemadmodum ex articulo hujus ordinis ſecundo perſpicitur, interſunt 2 anni Ægyptii 126 dies 3 hor. 27 ①, quo intervallo Luna in deferente ſuo per 11 propoſitionem 1 libri commovit 25 gr. 30.

A ſecunda eclipſi ad tertiam intercidunt 4 anni Ægyptii 105 dies 1 hor. 39 ①, quo tempore Luna in deferente ſuo per 11 propoſitionem primi libri commovit 287 gr. 36.

Componas 25 gr. 30 ① ordine quartum, ad 287 gr. 36 ① ſecundum, exiſtet ſumma 313 gr. 6 ①, cujus à circulo differentia 46 gr. 54.

Hinc ſi ſubducas 161 gr. 24 ① ordine primum, de 188 gr. 3 ① ſecundo, relinquetur apparens Lunæ motus à prima epocha ad ſecundam 26 gr. 39.

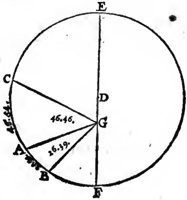
Et ſi ſubducas 180 gr. 3 ① ordine ſecundum, de 114 gr. 38 ① tertio, reliquus erit apparens Lunæ motus à ſecunda epocha ad tertiam 286 gr. 35.

Denique ſi addas 26 gr. 39 ① terminũ ſeptimum, ad 286 gr. 35 ① octavum, exiſtent 313 gr. 14 ①, cujus à circulo differentia 46 gr. 46.

QVAESITVM. Tribus Lunæ locis earumque iſtis circumſtantiis datis argumentum propoſitionis nobis explicandum eſt: videlicet eccentricitas deferentis Lunæ in partibus ſemidiametri ejuſdem 10000; deinde apparentis apogæi in ecliptica, & Lunæ in deferente ad aliquam expoſitorum locorum, ut puta ſecundum, & mediæ Lunæ in ecliptica longitudines inveniendæ ſunt.

PRÆPARATIO.

Decircinetur Lunæ eccentricus A B C, centrum D, hinc aſſumantur tres epochæ (ſeu loca) A, B, C, ut arcus A B congruat quarto Dati termino, videlicet 25 gr. 30.



Et B C Dati quinto 287 gr. 36.

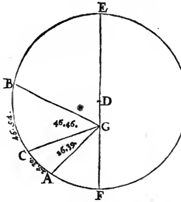
 Et ar-

Et arcus C A igitur sexto debebitur, videlicet ipsi | 46 gr. 54.
Deinde ex 2 membro 9 propositionis 1 libri invenio apogęum incidere in arcum B C, ut puta in E, unde recta per centrum D trajecta signabit perigæum in F; assumatur jam in ipsa D F terræ locus G, unde rectę ad Lunæ loca annexæ G A, G B, G C comprehendent per hypothesin angulum A G B Dati termini num septimum | 26 gr. 39.
Et B G C Dati octavum | 286 gr. 35.
Quare A G C Dati nono necessariò ęquabitur | 46 gr. 46.

NOTA.

In secundo hujus Quęsiti articulo, relegavimus te ad 2 membrum 9 propositionis 1 libri, ut inde petas in quem arcum apogęum cadat: verumenimverò occinet hîc fortè nobis aliquis ex media Astronomorum schola, *Ptolomæum*, reliquosque ex lentescente aut accelerante Lunę motu istuc deducere, neque ex ephemeridibus derivare; cui responsum velim, accelerationem & lentitudinem ab illis quoque ex antegressis observationibus tantum cognosci, nosq; istas ephemerides usurpare, tanquam ex ipso cœlo animadversę & notate, non autem tanquam ex abaco logistico essent derivatę; cujus causam suo loco fusius rettulimus.

COMMUTATIO LITERARUM.



Hactenus figuræ diathesin ita ordinavi ut formulæ 1 paradigmatis 2 propositionis congrueret; sed ut hi characteres ad imitabile exemplar aptentur, easdemque notiones habeant, & operis analogia omnibus numeris responderet, eos ita inter se commutabimus ut E apogæum inter A & B intercidat, utque ab A, B punctum proximū sit secundum graduum successionem, atq; inde C, id enim supra in 1 annotatiuncula 1 paradigmatis 2 propositionis monuimus: quare transponantur A in locum B, B in C, & C in A, ut hîc vides.

Quibus positis arcus A B, vel potius inquam, ejus à circulo differentia B A erit | 72 gr. 24.
B C | 46 gr. 54.
C A | 25 gr. 30.
Præterea angulus A G B | 73 gr. 25.
Et B G C | 46 gr. 46.
Et A G C | 26 gr. 39.

Vnde

Vnde (ut hujus propositionis scopum etiam in isto diagrammate explicemus) invenienda est eccentricitas D G in iisdem partibus quibus semidiameter deferentis Lunæ D E taxetur 10000. Secundò apogæi E apparens longitudo in ecliptica ad secundæ eclipsis epocham. Tertiò Lunæ in deferente longitudo ad aliquam expositarum epocharum, quam ante assignavimus secundam, quæ hîc est B. Quartò mediæ Lunæ (seu medii motus Lunæ) longitudo in ecliptica.

CONSTRVCTIO.

Cum itaque diagrammatis figuratio & literarum notatio 1 paradigmati 2 propositionis respondeant, inde linearum non continuatarum, quas hîc assumo B G C G rationem inquiram, ac qualium B G 2346.

Talium invenitur C G 2207.

Hinc duarũ linearum B G C G quantitate cognita, per eandem 2 propositionem ista quoque invenientur: Videlicet, primò in quibus partibus D E taxatur 10000 invenietur eccentricitas D G 768.

Secundò per suprascriptũ 1 paradigma 2 propositionis, Inveniam apparentem longitudinem à B ad E, æstimatam ex puncto non centro G, hoc est angulum E G B 64 grad. 22 ①, in hoc commutato diagrammate, sed in priore per literam B secundæ eclipsis epocha indicatur, cujus in locum hîc transtulimus A, atque ideò hâc literarum commutatione A in secundo diagrammate secundam eclipsin notat. Vt igitur inveniam quantum ea secundum visum absit ab E, componam suprascriptum E G B 64 gr. 22 ① ad angulum B G A 73 gr. 25 ①, atque inde conflabitur apparens Lunæ ad tempus secundæ eclipsis distantia ab apogæo E 137 gr. 47 ①. Sed hæc A quæ est secundæ eclipsis epocha, est sub 283 gr. 25 eclipticæ per secundum dati terminum, itaque hæc E 137 gr. 47 ① ipsa posterior est, qui propterea deducti de 283 gr. 25 ① relinquent optatam apogæi E longitudinem in ecliptica 145 gr. 38.

Tertiò per suprascriptum 1 problema 2 propositionis inveniam arcum E B 68 gr. 20 ①, in hac literarum commutatione, ubi A ob rationes quarto hujus ordinis articulo exhibitas secundam eclipsin significat: Vt jam inveniam quanto intervallo distet ab E, addendus erit arcus B A 72 grad 24 ① ad suprascriptum E B 68 grad. 20 ①, & exibit optatus Lunæ in deferente motus ad secundæ ecclipsis epocham 140 gr. 44.

Denique quartò huc addam 145 gr. 38 ① ordine quartum, & exibit optata longitudo medii motus Lunæ in ecliptica ad diem 25 Iunii 8 hor. 58 ① anno 1572 286 gr. 22.

NOTA.

Tres termini eclipsium tali inter se situ eligi possent, ut earum dispositio 2do 3^{tio} 4to paradigmati 2 propositionis similitudine responderent, cujus generis exempla supra in Solis motu constituimus, atque adeò cum inde similis ratio in Lunâ satis perspicua sit credo supervacaneum esse ista hîc iterare.

rare. Atque potius alterum paradigma *Ptolomæo* 6 cap. 4 libri usurpatum subjiciam, ubi tres epochas ab ultima usque memoria repetitas ex Babyloniorum observationibus expromit: Vt ita demonstremus eccentricum & epicyclum idem nobis præstare, easdemque revolutiones in planetarum motu designare, de quo *Hipparchum* dubitasse autor est *Ptolomæus*. & simul ut operis diversitas quæ illic & hîc occurrit clarius elucescat, exemplum hoc tanquam propositionem per sua membra secernam.

2 PARADIGMA.

DATVM. Adhibita diligenti temporum æquatione eclipsium epochę ita se habebant: prima sub 174 gr. 30 ①, secunda sub 163 gr. 45; atque à prima ad secundam intercidebant 354 dies 2 hor. 34 ①, quo temporis intervallo eccentrici apogæum per 11 propositionem 1 libri promovit 39 gr. 27 ①, qui deducti de 163 gr. 45 ① relinquent — 124 gr. 18.

Tertiæ eclipsis epocha erat sub 333 grad. 15 ①. & à secunda ad hanc intererant 176 dies 22 hor. 46 ①: ut inter primam & tertiam eclipsin intersint 530 dies 22 hor. 46 ①, & apogæum interea per 11 propositionem 1 libri commovit 59 grad. 9 ①. qui subducti de 333 gr. 15 ① reliquos faciunt — 274 gr. 6.

A' prima eclipsi ad secundam spatio 354 dierum 2 hor. 34 ① Luna in suo deferente per 11 propositionem 1 libri absolvit — 306 gr. 25.

Et à secunda eclipsi ad tertiam spatio 176 dierum 20 hor. 12 ① Luna in deferente per 11 propos. 1 lib. absolvit — 150 gr. 26.

Si componas 306 gr. 25 ① ordine quartū, ad 150 gr. 26 ① quintum conflabitur summa — 96 gr. 51.

Si deducas 174 gr. 30 ordine primum de 124 gr. 18 ① secundo, relinquetur apparēs Lunę motus à prima epocha ad secundam — 309 gr. 48.

Et si deducas 124 gr. 18 ① ordine secundum de 274 gr. 6 ① tertio, relinquetur apparēs Lunæ motus à secunda epocha ad tertiam — 149 gr. 48.

Si denique componas 309 grad. 48 ① ordine septimum cum 149 grad. 48 ① octavo, summa erit 459 gr. 36 ①, cujus à circulo differentia — 99 gr. 36.

QVAESITVM. E' cognitis istis tribus Lunæ locis seu epochis, hujus propositionis argumentum nobis est expediendum. primò eccentricitas in partibus semidiametri 10000, secundò apogæi apparēs longitudo ad aliquam expositarum epocharum, ut puta secundam: tertiò Lunæ motus in deferente ad aliquam expositarum epocharum, ut puta secundam: quartò etiam mediæ Lunæ (super lineæ medii motus Lunæ) longitudo in ecliptica invenienda est.

PRÆPARATIO.

Lunæ deferens A B C describatur super centrum D, & in eo tria assumantur puncta A, B, C, ut arcus A B congruat numero Dati quarto — 306 gr. 25.

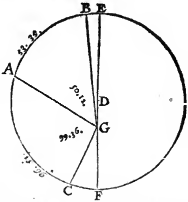
Et B C Dati quinto — 150 gr. 26.

Quare A C congruet Dati sexto — 96 gr. 51.

Præterea apogæum (ut autor est *Ptolomæus*) cadebat in arcum C B, sit igitur in E, inde recta per centrum D acta designabit perigæum in F, jam inter D & F assumatur Terra G; unde ad exposita Lunę loca adjungantur rectæ G A, G B, G C, iteritque

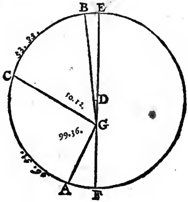
per

per thesin angulus inversus A G B 309 gr. 48 ①, qui est terminus Dati septimus, hujus à circulo differentia dat ipsum angulum A G B 50 gr. 12.
Et angulo B G C congruet Dati octavus 149 gr. 48.
Quare A G C angulus congruet Dati nono 99 gr. 36.



COMMVTATIO LITERARVM AD IMITABILE EXEMPLAR.

Hactenus ista quæ per thesin nobis dantur ita disposuimus ut problema hoc ad analogiam 1 problematis 2 propositionis reduxerimus, sed ut in ipso opere iisdem literis, eademque notione uti possimus, easdem inter se ita commutabimus (propter causas in 1 annotatiuncula 2 propositionis expositas) ut apogæum E incidat in arcum A B, ut B ipsum A secundum graduum successionem sequatur, atque inde C, videlicet transpositis inter se literis A & C, ut in sequenti diagrammate vides.



Quibus

Quibus positis arcus A B, vel potius ejus à circulo differentia erit	150 gr. 26.
B C	53 gr. 35.
C A	96 gr. 51.
Angulus A G B	149 gr. 48.
Et B G C	50 gr. 12.
Et A G C	99 gr. 36.

Ex ista thesi (ut quæsitum etiam in hâc figura explicem) invenienda est primò eccentricitas D G, in iisdem partibus in quibus semidiameter deferentis D E ponitur 10000. Secundò invenienda est apogæi E apparens longitudo in ecliptica ad secundæ eclipsis epocham. Tertiò Lunæ motus in suo deferente ad idem secundæ eclipsis momentum. Quartò longitudo medii motus Lunæ in ecliptica.

CONSTRVCTIO.

Cum igitur linearum & notarum dispositio 1 paradigmati 2 propositionis usquequaque quadret, indidem quæram rationem linearum B G C G non continuatarum; & erit B G	7815.
Qualium G C	7480.
Cognitâ jam ratione linearum B G C G ex 1 paradigmate 2 propositionis, invenietur deinceps quoque, primò in partibus semidiametri D E 10000 ipsa eccentricitas D G	860.
Secundò per citatum 1 paradigma 2 propositionis inveniam distantiam B E æstimatam ex puncto G, hoc est angulum E G B (qui & in exposita & commutata figura idem est, quia B litera loco non est dimota, sed eundem utrobiq; situm obtinet) 11 gr. 30 ①. Sed B in secunda eclipsi sub ecliptica 163 gr. 45 ① per secundum Dati articulum consistit, ut E 11 gradib. 30 ① ipsam B sequatur, qui ideò deducti de 163 grad. 45 ①, relinquent apparentem apogæi E longitudinem in ecliptica sub	152 gr. 15.
Tertiò per suprascriptum 1 paradigma 2 propositionis inveniam arcum E B optatam Lunæ distantiam in deferente ab apogæo E	12 gr. 29.
Denique quartò ad eundem addam 152 grad. 15 ① ordine quartum, unde existet optata medii motus Lunæ longitudo in ecliptica	164 gr. 44.

CONVENIENTIA ET CONSENSUS *abacorum* Ptolomæi *in epicyclo, & nostri in eccentrico.*

Quandoquidem *Ptolomæus* 4 libri cap. 6. & in epicyclo & in eccentrico hunc epilogismum explicarit, ut ita utriusque hypothesis eundem eventum demonstraret, movet mihi non levem suspicionem veteres, cujus ille monumenta tractavit, solum eccentricum distinctè & absolutè usurpasse, ut in antecedente hoc exemplo. Veruntamen quia mihi ex ejus demonstratione non satis perspici videtur, quânam pragmatiæ differentiâ ista identitas eventus & conclusionis inveniatur, paucula de hujus & *Ptolomaici* operis convenientia annotare statui.

Primò

Primò cum in supra exposito diagrammate ageres rectam D B, atque inde calculum institueres, inveniebatur angulus prostaphæreticus D B G idem qui *Ptolomæo* 59 ①.

Secundò ratio semidiametri deferentis epicyclum ad ipsius epicycli semidiametrum *Ptolomæo* est ut 60 gr. ad 5 gr. 13 ①; nobis ut 10000 ad 860 ordine tertium. Nam 10000 semidiameter eccentrici semidiametro homocentri epicyclum deferentis æquari debet; & 860 eccentricitas, ipsius epicycli semidiametro. Ut satis vicina sit ratio 10000 ad 860, rationi *Ptolomaicæ* 60 gr. ad 5 gr. 13 ①; si enim per proportionem dicas ut 10000 ad 860, sic 60 grad. ad quem? Concludes 5 gr. 10 ①, quæ à *Ptolomæo* tantum 3 ① abludunt.

Tertiò notandum motum Lunę in epicyclo æqualem statui motui ejusdem in eccentrico, ut isti inter se ad amussim cõgruant. Sed motus Lunæ *Ptolomæo* est 12 gr. 24 ①; nobis in eccentrico 12 gr. 29 ①, qui est nostri ordinis sextus, ut inter nos & ipsum 5 ① tantum intercedant.

CONCLUSIO. Quare ex tribus Lunæ epochis invenimus eccentricitatem, &c.

30 PROPOSITIO.

Lunæ in deferente suo longitudine datâ, ejus à terrâ distantiam in partibus semidiametri deferentis 10000, & prostaphæresin, & angulum visionis mathematico ratiocinio ad stantis terræ hypothesin invenire.

DATUM. Lunæ motus ab apogæo sit graduum 30. deinde posita semidiametro deferentis 10000, erit per 1 paradigma 29 propositionis ipsa eccentricitas 768. QUAESITUM. Invenienda est recta à terræ centro ad Lunam pertinens in partibus semidiametri deferentis 10000, item prostaphæresis ejusdem loci, cum angulo visionis, seu diametro visuali Lunæ.

CONSTRUCTIO.

Si istâ thesi imiteris pragmatiam 3 propositionis invenietur optata distantia inter Lunam & Terræ centrum, in iisdem partibus in quibus semidiameter deferentis ponitur 10000, videlicet 10621.

Et prostaphæresis, quæ in exposito diagrammate, quia Luna in priore semicirculo hic versatur, subducenda est 1 gr. 55.

Sed angulus visionis, seu diameter visualis Lunæ (quæ in apogæo 30 gradibus æstimatur) est 30 ① 25.

Cujus veritas ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quare Lunæ in deferente suo longitudine datâ, ejus à terrâ distantiam in partibus semidiametri deferentis 10000, & prostaphæresin, & angulum visionis mathematico ratiocinio stante Terra invenimus. quemadmodum oportuit.

CONSECTARIUM.

Itaque non obscurum est, quomodo tabella concenturiari possit quæ distantiam Lunæ à terræ centro, & prostaphæresin, & diametrum visualem Lunæ ad singulos sui deferentis gradus æstimatam exhibeat, ut inde facili negotio ista cum opus erit explicentur. hujus rei specimen ante oculos ponimus, per de-

per denum aliquot graduum intervalla. cui 180 grad. subjecimus, ut hinc ad proposita paradigmata suo loco repetatur.

TABELLA.

Gradus deferentis Lunæ.	*Luna à Terra centro distantia.*	*Prostaphæresis.*	*Anguli visionis Lunæ.*
		Aphæresis.	
gr.		gr. ①.	①. ②.
0.	10768.	0. 0.	30. 0.
10.	10757.	0. 43.	30. 2.
20.	10725.	1. 24.	30. 7.
30.	10621.	1. 55.	30. 25.
180.	9232.	0. 0.	34. 59.

31 PROPOSITIO.

Ad datam epocham & medii motus Lunæ, & apparentem apogæi in ecliptica, & Lunæ in suo deferente longitudines invenire, idq; mathematico ratiocinio stante Terra.

DATUM. Exponatur epocha, sivè annorum radix ad caput anni 1600.

QUÆSITUM. Medii motus Lunæ, & apparens apogæi deferentis longitudo in ecliptica, & Lunæ ipsius motus seu distantia ab apogæo invenienda sunt.

CONSTRUCTIO.

Principiò ad investigationem longitudinis medii motus Lunæ in eclipticâ, ea (per 1 paradigma 29 propositionis) anno 1572 ad diem 25 Iunii 8 hor. 58 ① invenitur sub 286 gr. 22.

Sed ab isto 25 die Iunii 8 hor. 58 ① anni 1572, ad caput anni 1600 intercidunt 27 anni Ægyptii 194 dies 15 horæ 2 ①, quo intervallo Luna per 11 propos. 1 lib. medio motu promovit 297 gr. 93.

Qui additi ad 286 gr. 22 ① primum terminum, exhibēt optatam medii motus Lunæ longitudinem in ecliptica ad caput anni 1600, seu expositam epocham 224 gr. 5.

Secundò ad investigandam apogæi deferentis longitudinem in ecliptica, eam ad diem 25 Iunii 8 hor. 58 ① anni 1572 ex 1 paradigmate 29 propositionis usurpo 145 gr. 38.

At motus apogæi deferentis Lunæ supra scripto 27 annorum Ægyptiorum 194 dierum 15 horarum 2 ① intervallo per 11 propositionem 1 libri erat 39 gr. 31.

Qui compositus cum 145 gr. 38 ① hujus ordinis quarto, exhibebit apparentem ab apogęo lōgitudinem ad positam epocham, quod est caput anni 1600 185 gr. 9.

Tertiò ad Lunæ longitudinem seu motum in deferente suo inveniendum usurpabimus locū ejus ad diem 25 Iunii 8 hor. 58 ① per 1 paradigma 29 propositionis inventum sub 140 gr. 44.

Et Lunæ motum in deferente suo, ad istud 27 annorū Ægyptiorum 194 dier. 15 hor. 2 ① intervallum, qui per 11 propos. 1 lib. datur 258 gr. 12 ①; vel qui idem facilius etiam invenietur de-

ductis

ductis 39 gr. 31 ① ordine quinto, de 297 grad. 43 ① secundo, reliquus enim idem erit qui prius 258 gr. 12.
Hi i cum antecedente 140 gr. 44 compositus dabit optatam Lunę n deferente suo longitudinem ad positam epocham, quod est caput anni 1600 sub 38 gr. 56.
Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quamobrem ad assignatam epocham medii motus Lunæ, & apparentem apogæi deferentis in ecliptica, & Lunæ in deferente suo longitudines invenimus, idque mathematico ratiocinio stante Terrâ, ut decuit.

NOTA.

Cum epocharum inventarum (videlicet medii motus Lunæ, & apparentis apogæi deferentis longitudinum in ecliptica, & Lunæ in deferente) frequens sit usus in abacis Lunaris motus, eas hîc seorsim notatas ante oculos ponam.

LUNARIS MOTUS EPOCHÆ AD *caput anni 1600 consignatæ.*

Medii motus Lunæ longitudo in ecliptica	224 gr. 5.
Apogæi deferentis Lunæ longitudo in ecliptica	185 gr. 9.
Lunæ locus in deferente suo	28 gr. 56.

32 PROPOSITIO.

Ad datum tempus & medii motus Lunæ & apparentem apogæi in ecliptica, & Solis in deferente suo longitudinem invenire mathematico ratiocinio stante Terra.

DATUM. Tempus expositum sit 30 Decembris anni 1600.
QUAESITUM. Eo momento medii motus Lunæ, & apogæi deferentis apparens longitudo in ecliptica, & Solis in deferente invenienda sunt.

CONSTRUCTIO.

Ad investigandam medii motus Lunę longitudinem in ecliptica, assumam ejus epocham ex 31 propositione ad initiũ anni 1600 224 gr. 5.
Sed ab initio anni 1600 ad expositum diem 30 Decembris 1600 interjacet annus Ægyptius, quo intervallo medius Solis motus per 11 propositionem 1 libri est 129 gr. 23.
Quo addito ad 224 gr. 5 ① ordine primum, existet medii motus Lunæ optata longitudo in ecliptica 353 gr. 28.
Secundò ad investigandam apogæi deferentis Lunæ apparentem in ecliptica longitudinem, ejus epocham ex 31 propositione ad initium anni 1600 usurpabo sub 185 gr. 9.
Motus apogæi deferentis Lunæ anno Ægyptio suprascripto est per 11 propositionem 1 libri 40 gr. 40.
Qui additus ad 185 gr. 9 ① ordine quartum, dabit optatam apogæi apparentem in ecliptica longitudinem 225 gr. 49.
Tertiò ad inveniendam Lunæ in deferente suo longitudinem, seu

ab apogæo distantiam, assumam ex 31 propositione ejus epocham ad caput anni 1600 — 38 gr. 56.

Motus Lunę in deferente annuus Ægyptius est per 11 propositionem 1 libri 88 gr. 43 ①, qui facilius etiam invenietur si subducas 4 gr. 40 ① ordine quintum, de 129 gr. 23 ① secundo, idem enim erit reliquus — 88 gr. 43.

Hic additus ad 38 gr. 56 ① ordine septimum, dabit optatam Lunæ in deferente longitudinem — 127 gr. 39.

Cujus demonstratio ex pragmatiæ deductione & consequentia satis manifesta est. CONCLUSIO. Quare ad expositum temporis momentum & medii motus Lunæ, & apparentem apogæi longitudinem in ecliptica, & Lunæ in deferente suo invenimus. ut decuit.

33 PROPOSITIO.

Apparentem Lunæ in ecliptica lōgitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio ad stantis Terrę hypothesin invenire.

DATUM. Exponatur dies 30 Decembris anni 1600.

QUÆSITUM. Lunæ apparens in ecliptica longitudo invenienda esto.

CONSTRUCTIO.

Quæram apogæi deferentis apparentem in ecliptica longitudinem, ad expositum diem 30 Decembris anni 1600, eamque per 32 propositionem invenio — 225 gr. 49.

Deinde Lunę longitudinem seu motum in deferente suo ad eundem 30 Decembris diem, quæ per 32 propositionem invenitur — 127 gr. 39.

Hujus prostaphæresis est per 30 propositionem — 3 gr. 39.

Et cum ea sit aphæretica, seu subducenda, quia in priorem semicirculum cadat, dempta de 127 grad. 39 ① termino ordinis secundo (contra si in priorem semicirculum incideret addita) dabit — 124 gr. 0.

Quibus additis ad apparentem apogæi longitudinem 225 grad. 49 ① ordine primum, existet optata apparens Lunæ longitudo in ecliptica — 349 gr. 49.

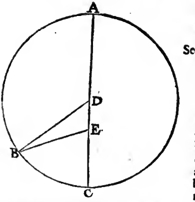
DEMONSTRATIO.

Exponatur eccentricus deferens Lunam ABC, super centro D, Terra E, apogæum A, quod, ut primus ordinis terminus consistat sub eclipticæ — 225 gr. 49.

Luna sit in B, ut motus in deferente suo AB, seu angulus ADB sit terminus inventus ordine secundus — 127 gr. 39.

Angulus prostaphæresis hic tantus est, quantum tertius ordinis numerus designat, videlicet — 3 gr. 39.

Is subductus (quia in priorem semicirculū coïncidit) de ADB — 127 gr.



127 gr. 39 ① ordine secundum, dabit angulum AEB numerum ordine quartũ 124 gr. o. Sed cum A ex E videatur sub eclipticæ 225 gr. 49 ①, qui est terminus ordine primus, consequens est B tantum antrorsum vergere, quanta est amplitudo anguli AEB, videlicet 124 gr. o ①, qui propterea additi ad 225 gr. 49 ① exhibuere apparẽtem Lunæ in ecliptica longitudinem, numerum ordinis quintum 349 gr. 49. Quod demonstrandum erat. CONCLVSIO. Quare apparentem Lunę in ecliptica longitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenimus. quod petebatur.

1 NOTA.

Eâdem analogia quâ Solis ephemerides 12 propositione subduximus, etiam hîc Lunares ephemerides deducentur, eorum namque motus similitudine respondent, cum in solo eccentrico rotentur.

2 NOTA.

Non obscurum est quomodo in sequentibus, cum erit opus, invenienda sit apparens Lunæ horaria exsuperatio supra Solem (quæ semper ferè discrepat ab exsuperatione mediorũ motuum 11 propositionis 1 libri.) Postuletur igitur ea, dicis gratiâ, post exactam horam unam ad diem 30 Decembris 1600. ut eam invenias, primò inquiras apparentem in ecliptica longitudinem ad diem expositum 30 Decembris 1600, quemadmodum hâc 33 propositionis docuimus. deinde eâdem viâ eandem longitudinem post unius horæ elapsum intervallum investigato. tum subducto motu priore de posteriore, reliquus erit Lunę motus horarius, ad tempus expositum. Iam cum inde deduxeris motum Solis horarium, reliquus erit exsuperatio optata.

3 NOTA.

Motus Lunæ secundum hanc stantis Terrę hypothesin inventus nõ omnino & accuratè observationibus respondet: sed modò verum antevertit, modò sequitur, quæ differentia non nunquam ad 2 gr. excurrit, quamvis medii motus abaci etiam ad multa secula accuratè constituti sint. Vt præter anomaliam eccentrici deferentis alia quædam secunda huic subsit. Quam *Ptolemæus* secutus quidem est, sed planè assecutus non est; nam dum commentitios suarum hypothesium conceptus cum nuda terrestris motus hypothesi commiscet, à proposito scopo aberravit, ut ipse non minus ultra & citra verum terminũ evagetur, quam hîc positus à nobis calculus; atque hanc ob causam, quod alibi

 quoque

quoque monuimus, motus illos disjunctos segregavi, quod & jam patuit, & eosdem insuper 6 distinctione separatim describam.

Animadvertito præterea ignotas hujusmodi anomalias, quales hic in Luna notavimus cæteris quoque planetis subesse, ut Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii motus 2 gradibus à vero loco abnutent, quamvis medii motus accuratè sint constituti.

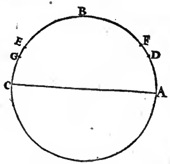
DE APPARENTI LVNÆ AB ECLIPTICA LATITVDINE.

34 PROPOSITIO.

Ad aliquam eclipsin Lunæ longitudinem à nodo, ejusdemque nodi locum in ecliptica mathematico ratiocinio stante Terrâ invenire.

DATVM. Ex observationum ephemeridibus (pro quo *Stadium* nunc usu po) duas eclipses, quarum utrâque Luna æqualiter defecerit, seligo. harum primam sumam eam, quæ contingit anno 1605 ad diem 14 Maji 10 hor. 58 ①, quo tempore Luna 8 digitis 55 ① defecit (Lunæ enim diameter in uncias, quos digitos mathematici appellant, dividitur) ac Luna ad expositum temporis momentum versabatur sub eclipticæ 242 gr. 36 ①, nam ad assignatam horam 10 & 58 ① medium eclipsis annotavit *Stadius*, ubi error commissus est, serius enim contigit. sed cum id tantum exempli gratia hic usurpetur, ad istum errorem connivere nobis licebit. Secundam eclipsin usurpabimus anni 1605 ad diem 16 Septembris 15 hor. 59 ①, ubi 8 digitis 53 ① defecit, cujus differentia cum à priore tantû absit 2 ①, fingam doctrinæ causa, utrosq; æquari. contigitque hæc eclipsis secundum exposita sub eclipticæ 3 grad. 37 ①.

PRAEPARATIO. Designetur Lunæ eccentricus A B C, ubi A C nodos eclipticos designent, D Lunæ locum prioris eclipsis, E locum secundę, ut C E, A D peripheriæ æquentur, quia utrâque eclipsi Lunam eodem à nodis intervallo distare necessarium fit, est enim utrobique æquali parte defecta. Iam inquiram utriusque loci prostaphęresin, ac primo quidem loco invenio addendos 5 gr. 33 ①, tanto enim intervallo Luna apparens sub eclipticæ 242 gr. 36 ① antevertit motum medium, qui per 32 propositionem tum erat sub eclipticę 237 gr. 3 ①. at prostaphæresis secundę eclipsis erat 4 gr. 55 ① subducenda, cui respondet arcus G E, ut puncta F & G medii motus Lunæ loca designent, ad expositarum eclipsium momentum.



CONSTRVCTIO.

Cum medii motus Lunæ locus prima eclipsi sit in F, & secunda in G, eo intervallo, videlicet 2 annis Ægyptiis 126 dieb. 5 hor. 1 ① (quod tempus si naturale foret prius secundum pręcepta 15 propositionis æquandum esset; sed cum istæ ephemerides ad tempus ęquale subductæ sint, atq; ista hîc tantum dicis gratia usurpentur, utemur isto tanquam tempore æquato) Luna in latitudine cucurrit arcum apparentem F G, qui est per 11 propos. 1 libri | 167 gr. 5.

Huc additus arcus D F, qui per pręparationem valet	5 gr. 33.
Existet D G	172 gr. 38.
Vnde deductus E G, qui per pręparationem est	4 gr. 55.
Relinquetur D E	167 gr. 43.
Cujus à semicirculo differentia dabit summam arcuum A D E C	12 gr. 17.
Et cum isti arcus per thesin æquentur, erit ejus semissis pro A D, optata Lunę D distantia ab nodo A	6 gr. 9.
Sed D Luna per thesin secundum visum versatur sub eclipticę 242 gr. 36 ①: Vnde retrorsum numeratis 6 grad. 9 ①, qui est numerus ordine septimus, existet optatus nodi ecliptici locus ad primę eclipsis momentum sub A	236 gr. 29.

Et quia Luna hinc in boream eclipticę plagam adscendit (quemadmodum ex ephemeridibus, quas nunc observando ex cœlo deductas fingimus, animadvertitur) hîc nodus, per 4 definitionem 2 distinctionis 1 libri, erit Boreus.

1 NOTA.

Ephemerides hîc nodum boreum sub 235 gr. 35 ① annotatum habent, qui à nostro calculo 236 grad. 29 ①, absunt 54 ①. Porrò Lunę à Boreo nodo distantia, quæ hîc 7 hujus ordinis numero inveniebatur 6 grad. 9 ①, si secundū ephemerides res hæc æstimanda esset, caderet in 6 gr. 7 ① (tantum enim Lunæ locus 242 gr. 36 ①, distat à 236 gr. 29 ①) quorum differentia est 2 ①.

2 NOTA.

Si terminus ordinis quintus in circuli initium aut finem incideret, hoc est vel in 0 gr. vel in 360 gr. indicium esset Lunæ secundam eclipsin non in E incidisse, sed cum priore D coincidisse, actum cum terminum esse inutilem, quod facile animadvertere est hunc calculum porrò tentanti. At si terminus ordinis quintus 180 graduum foret, hoc indiciū esset Lunæ secundam eclipsin non in E, inter D & C intercedere; sed ultra C excurrere, qui casus ad propositum planè inutilis est. nam duobus tantum locis effectionem habet idoneam, unam eo casu quem istud expositum diagramma demonstrat, alteram cum Lunæ secundæ & primæ eclipsis loca tantundem ab eodē nodo utrimq; distabunt; tumque terminus ordinis quintus de integro circulo 360 grad. erit subducendus, atque cætera operatio jam expositæ consimiliter instituenda.

3 NOTA.

Secundo, & quarto, & octavo ordinis termino additionem subductionémque usurpavimus, sed hîc diligentissima diagrammatis tibi habenda est ratio; nam dicis gratiâ, si peripheria D E non prosthetica, sed aphæretica fuis-

ſet, manifeſtum eſt ad inveniendum D G, non addendam ad priorem arcum, ſed ſubducendam eſſe. CONCLVSIO. Igitur ad alicujus eclipſis Lunaris epocham, Lunæ ipſius à nodo diſtantiam ejuſdemque nodi in ecliptica longitudinem invenimus, ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin. quod facere oportebat.

35 PROPOSITIO.

* ἀναβιβάζοντος.

Ad datam epocham * Borei nodi longitudinem in eclipticâ mathematico ratiocinio ſtante Terra invenire.

DATUM. Exponatur epocha caput anni 1600.

QVAESITVM. Borei ſeu adſcendentis nodi longitudo ad aſſignatum temporis momentum inveniendum.

CONSTRVCTIO.

Borei nodi lõgitudo anno 1603 ad diem 4 Maji 10 hor. 58 ①, per 34 propoſitionem inventa eſt ſub eclipticæ	236 gr. 29.
Sed ab aſſignata epocha, quod eſt initum anni 1600, ad diem 14 Maji 10 hor. 58 ① anni 1603 intercidunt 3 anni Ægyptii 135 dies 10 hor. 58 ①, quo intervallo nodus Boreus per 11 propoſitionem 1 libri commovit	63 gr. 10.
Qui additi ad 236 grad. 29 ① numerum ordine primum, dabunt optatam Nodi borei in ecliptica longitudinem ad caput anni 1600, tanquam aſſignatam epocham	30 r gr. 39.

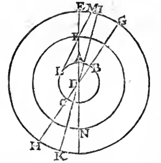
Cujus demonſtratio ex operis filo perſpicitur. CONCLVSIO. Quare Borei nodi longitudinem in ecliptica ad datam epocham invenimus, & quidem mathematico ratiocinio ad ſtantis Terræ hypotheſin, ut decuit.

36 PROPOSITIO.

Lunæ ab ecliptica declinationem mathematico ratiocinio ex obſervationibus deducere.

Vt in hac Borea orbis Terrarum plaga maximam Lunæ ab ecliptica latitudinem inveſtigemus, unde ſui deferentis declinatio invenitur, commodiſſimum arbitror exſpectare donec maximam latitudinem boream adierit, hoc eſt cum nodius Boreus ſectioni vernæ congruat, Lunaque 90 gr. ab nodis diſtabit. Vt præterea eo loci obſervatio inſtituatur, ubi Luna eo temporis momento vertici perpendicularis immineat, ut ſic parallaxin declinemus. His poſitis, quantum vertex à 90 eclipticæ gradu diſtabit, tanta quoque neceſſariò arguetur maxima Lunæ latitudo ſeu deferentis ſui declinatio ab eclipticâ.

Sed ut idem in diagrammate clarius cognoſcatur, exponatur Terra A B C, ejus centrum D, æquator B D C, ſtatio obſervantis A, hujus loci latitudo B A 28 gr. 51 ① 20 ②, hinc recta à centro D per A deſignet loci verticem E in meridiano D A E. Hinc per B ejiciatur recta G B D C H tanquam æquator, I D K ecliptica, inter quos G I maxima declinatio ſecundum hypotheſin *Ptolomæi* ſit 23 gr. 51 ① 20 ②, & G E ſeu ipſi ſimilis B A inveniatur 28 grad.



28 grad. 51 ① 20 ②. unde deductus arcus G I 23 grad. 51 ① 20 ② relinquet I E seu angulum E D I 5 gr. pro maximâ Lunæ declinatione ab eclipticâ, æstimatâ ex terræ centro D. Et cõsequenter tanta erit optata deferentis lunaris obliquitas ad eclipticam, quæ hic per F D N significatur.

Sed ut eodem diagrammate ostendamus causam, cur Luna F observantis vertici A ad perpendiculum imminere debeat, secundi observatoris stationem constituamus in L, unde Luna videatur in M. itaque clare perspicitur Lunam ex A vel D spectatam in eodem planè loco E videri, ex L autem in diverso ob parallaxin.

Et quamvis *Ptolomæus* hæc Alexandriæ, cujus latitudo est 30 grad. 58 ① observarit, ubi Luna verticis punctum non ad perpendiculum subibat, sed 2½ gr. aberat, non potuit tamen ille tantillus arcus à parallaxi aliquid erroris objicere.

Quod si verò aliquis idem experiri conetur eo loci, ubi Luna in maximâ sua obliquitate notabilem aliquam patiatur parallaxin, quod ex 23 propositionis consectario cognoscitur, ibi parallaxi ad inventam declinationem additâ vel subductâ, prout res ipsa postulabit, optatum assequetur scopum.

1 NOTA.

Observationem hanc instituendam monuimus, Lunâ in 90mo gradu & sui deferentis, & secundum eclipticæ longitudinem constitutâ. sed cum Nodus boreus 18vo quoque anno singulas conversiones per 9 propos. 1 lib. absolvat, hæc observatio singulis octodecaëteribus semel tantum poterit institui; unde incommodum non leve objici videtur, si Nodo boreo & sectione verna cõgruentibus, Luna eo tempore non in 90mo, sed in 180mo eclipticæ gradu versetur. atque si Lunæ ad istum locum accessus expectandus esset, cui rei 15 ferè dies insumuntur, interea Nodus boreus à sectione verna 44 ① recesserit: atqui cum Nodus boreus (seu ascendens) 44 ① à verna sectione tantum disjunctus, differentiã notabilem nullam hîc inducat suæ latitudini ad 90mum gradum, nullus inde error oriri poterit.

Insuper etiam illud incommodi objici nobis poterit, ut Luna constituta sub 90 gradu Soli vicina nostro visui dispareat; vel si appareat, ut non in meridiano culminans, sed 180 gradib. illinc disjuncta, in imò medii cœlii apud antipodes fulgeat; at post horas 12 Luna 7 jam gradib. sede sua emota est. quod si contigerit, observatio instituẽda erit vel ante, vel post, unius aut etiam alterius mensis intervallo, quando tibi videbitur Lunâ simul in meridiano, & 90mo eclipticæ gradu proximè constitutâ, intervallum enim illud, quo tum propius remotiusve 90 gradibus à Boreo nodo distabit, ob causas jam dictas haud magni erit momenti.

2 NOTA.

Optata declinatio deferentis Lunæ ab ecliptica etiam per 39 propositionem expediri potest, quem modum, tanquam illius loci cõsectariũ illic docebimus.

37 PROPOSITIO.

Ad datum tempus * Borei nodi longitudinem in ecliptica mathematico ratiocinio secundum stantis Terræ hypothesin invenire.

* ἀναβιβάζοντος adscendentis.

DATUM. Exponatur dies 30 Decembris anni 1600.

QUAESITUM. Invenienda est eo temporis momento Borei nodi longitudo in ecliptica.

CONSTRUCTIO.

Borei nodi longitudo in ecliptica ad initium anni 1600, seu epocham supra 35 propositione constitutam erat 301 gr. 39.

Sed ab initio anni 1600 ad datum 30 Decembris 1600, interest annus Ægyptius, quo Nodus boreus retrorsum, hoc est contra signorum successionem, per 9 propos. 1 libri commovit 19 grad. 20 ①; subducto videlicet medio Lunæ motu annuo de motu latitudinis; hoc est, per 11 propositionem 1 libri subductis 129 gr. 23 ① de 148 grad. 43 ①, reliquus erit idem, qui prius 19 gr. 20.

Qui deductus de 301 gr. 39 ①, numero ordine primo, relinquet optatam Borei nodi longitudinem in ecliptica 282 gr. 19.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quare ad datum tempus Borei nodi longitudinem in ecliptica mathematico ratiocinio secundum stantis Terræ hypothesin invenimus. ut petebatur.

CONSECTARIUM.

Non obscurum est ex hoc Nodo boreo seu adscendente, etiam Notium seu descendentem nodum inveniri; nam si à 282 gr. 19 ① demas addasvè 180 grad. quod hinc tibi nascetur, videlicet 102 grad. 19 ① optatum assignabit locum.

38 PROPOSITIO.

Ad datum tempus Lunæ apparentem ab Ecliptica latitudinem, ex Terræ centro æstimatam, mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

DATUM. Exponatur dies 30 Decembris anni 1600.

QUAESITUM. Lunæ apparens latitudo ab ecliptica invenienda est.

CONSTRUCTIO.

Ad assignatum temporis momentum apparentem Lunæ in ecliptica longitudinem invenio per 33 propos. 349 gr. 49.

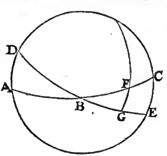
Et Borei nodi longitudinem in ecliptica per 37 propositionem 282 gr. 19.

Horum differentia est apparens arcus inter Boreum nodum & Lunam interjectus 67 gr. 30.

Sit jam Lunæ deferens A B C, quæ eclipticam D B E secet in B Nodo boreo, hinc in circulo A C assumatur Lunæ locus F, ut B F sit 67 grad. 30 ① ordine tertius, unde F G perpendi-

cularis

cularis cadat in B E. Quibus positis triangulum B F G tres habet terminos notos, B F 67 gr. 30 ①, angulum F B G 5 gr. per 36 propositionem, & F G B rectum. Unde latus F G optata latitudo, per 34 propositionem sphæricorum triangulorum invenitur 4 gr. 37.



Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

CONCLUSIO. Quare ad datum tempus Lunæ apparentem ab ecliptica latitudinem, ex Terræ centro æstimatam mathematico ratiocinio, secundum stantis Terræ hypothesin invenimus, quemadmodum petebatur.

DE LUNÆ DISTANTIA, MAGNI- *tudine, * angulo visionis Terrestris umbræ umbra, quâ Luna eam transit.*

** seu diametro coni ex terra centro æstimatâ.*

39 PROPOSITIO.

Distantiam Lunę à Terra in partibus semidiametri terræ 10000 mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

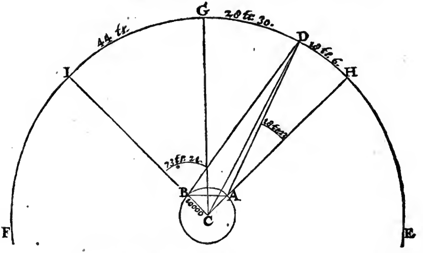
Ptolemaica methodus, quæ ab hâc diversa est, in appendice explicabitur.

DATUM. Duo syderum observatores duabus diversis Terræ stationibus, sub eadem quidem longitudine, latitudine verò satis dissitâ, indies Lunæ in meridiano cœli fastigio constitutæ altitudinem supra horizontem, aut infra verticem depressionem notent. Ex istis observationibus duas aliquas eodem temporis momento notatas & animadversas seligito, quarum ope scopum assequeris. Exemplum. Exponatur Terra A B, ejus centrum C, Luna D, per quam eductus est meridianus E D F, sitque C G æquator spectatus in cultrum. Duæ observatorum stationes sub eodem meridiano sint A & B; vertex loci A sit H, ut G H latitudo loci A sit 46 grad. 36 ①; vertex loci B sit I, & G I latitudo loci secundi B sit 44 gr. Notata igitur sit ab observatore A Luna abesse à vertice 18 grad. 23 ①, pro angulo H A D. Et ab eo qui observabat ex B Luna notata sit abesse à vertice I 73 gr. 21 ① pro angulo I B D. Iam connectantur rectæ C D, B A. QUÆSITUM. Recta C D in iisdem partibus invenienda est, quibus Terræ semidiameter A C taxatur 10000.

CONSTRUCTIO.

Ad arcum G I 44 grad. per thesin, addito G H 46 grad. 36 ①, & existet arcus H I, qui idem est cum A B, seu angulo A C B 90 gr. 36.
Is deductus de 180 grad. relinquet summam angulorum C B A, C A B 89 gr. 24.

Cujus



Cujus semissis, pro angulo C B A 44 gr. 42.
Qui deductus de 180 grad. relinquit angulum I B A 135 gr. 18.
Inde subductus I B D, qui per thesin valet 73 gr. 21 ①, reliquus erit angulus D B A 61 gr. 57.
Si de angulo H A B, qui ipsi I B A 135 grad. 18 ① hujus ord nis quarto æqualis est, subducas angulum H A D qui per thesin est 38 grad. 23 ①, reliquus erit angulus D A B 116 gr. 55.
Cum arcus A B sit 90 grad. 36 ① ordine ptimus, ejus subtensa, per 13 propositionem libri de fabrica sinuum, in partibus A C 10000 æstimata, valebit 14216.
Triangulum D A B tres terminos habet cognitos, ut sunt D B A 61 grad. 57 ① ordine quintus, D A B 116 grad. 55 ① ordine sextus, & latus A B 14216 ordine septimus. Vnde latus D B per 4 propositionem planorum triangulorum invenietur 640223.
Si ad angulum D B A 61 grad. 57 ① ordine quintum, addas angulum C B A 44 grad. 42 ① tertium, existet angulus D B C 106 gr. 39.
Triangulum D B C tres cognitos habet terminos, ut sunt D B C 106 grad. 39 ① ordine nonus, D B 640223 octavus, & B C 10000 per thesin. Vnde latus C D, & angulus B C D per 6 propos. planorum triangulorum invenientur: videlicet C D, quæ est optata Lunæ à terræ centro, distantia 643020.
Et angulus B C D cujus quantitas (licet in hâc propositione non quæratur, tamen in sequenti consectario serviet) erit 72 gr. 30.
Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

1 NOTA.

Antecedentis operis veritas, & congruentia etiam hoc modo explorari potest. suprascripti observatores præter istum jam consignatum modum, insuper Lunæ

Lunæ (in meridiano constitutæ) à fixarum aliqua, in eodem meridiano consistente distantiam mensuranto, nam parallaxis quæ inter ipsorum observationes invenietur ejus loci parallaxin definit. ut si ea hîc inveniatur 1 grad. 18 ①, isti loco congrua esset, quia in triangulo D A B, angulus D B A sit 61 gr. 57 ①, qui est numerus ordinis quintus, & D A B 116 gr. 55 ① sextus, qui simul de 118 grad. deducti reliquos facient 1 gr. 8 ① ut supra.

2 NOTA.

Si inter observationes tales duæ occurrerent, quæ Lunam æquali intervallo à vertice disjunctam exhiberent, abacus iste nonnihil levaminis haberet, quemadmodum 23 propositione perspicitur, ubi similem operationem in Sole usurpavimus.

3 NOTA.

Cæterum cum necesse sit locum Lunæ, quem ipso observationis momento obtinuit cognosci, eum hîc, sequêtis doctrinæ gratiâ in apogæo assignabo.

CONSECTARIUM.

Quia duo anguli D B C, B C D, quorum summa est 179 gr. 9 ① sint cogniti, efficitur ut si de 180 gradibus subducti relinquant angulū B D C 51 ①, qui Lunæ parallaxin eo loci definit. CONCLVSIO. Inventa igitur est Lunæ à Terra distantia in iisdem partibus, quibus Terræ semidiameter ponitur 10000, idque mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin. Quemadmodum petebatur.

CONSECTARIUM.

Propositionis 36 prima annotatiuncula recipimus nos hîc propositione ostensuros, quomodo etiam hinc Lunę ab ecliptica declinatio inveniri possit, ejus igitur modus talis est.

Angulus B C D hac propositione inventus est	72 gr. 30.
Vnde subductus I C G 44 gr. per thesin, reliquus erit G C D, vel arcus G D apparens Lunæ ab æquatore distantia	28 gr. 30.
Inde subductâ declinatione Solis ab ecliptica, quæ est	23 gr. 30.
Reliqua erit apparens distantia à Luna ad eclipticam, hoc est apparens Lunæ latitudo secundum eclipticam, & consequenter deferentis Lunæ declinatio ab ecliptica, ut in 36 propositione	5 gr.

40 PROPOSITIO.

Lunæ à Terra distantiam ad datum in eccentrico locum in partibus semidiametri ejusdem 10000 mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

DATVM. Lunæ in eccentrico suo longitudo ponatur gradnum 30.

QVAESITVM. Recta à Terra ad Lunam pertingens invenienda est in iisdem partibus, quibus eccentrici deferentis semidiameter supponatur 10000.

CONSTRVCTIO.

Ex variis modis per quos hoc problema expediri possit, omnium qui mihi nunc in mentem veniat cōmodissimus ita habet. Cum per 39 propositionem

ejusque annotatiunculam 3, Lunæ in apogæo eccentrici sui constitutæ distantia à Terræ centro, ad ipsius terræ centrum habeat rationem, quam 643020 ad 10000, atque eadem illa 30 propositione nobis sit usurpata 10768. Concludam ex proportione ut 643020 ad 10000, sic 10768 ad quem? existent 167. habebit igitur eccentri semidiameter ad Lunæ in 30mo eccentrici gradu distantiam à Terræ centro rationem eam, quam 167 ad 10768; atque adeò etiam ad reliquas à Terra ad eccentricum Lunæ pertinentes eam habebit rationem, quam 167 ad numeros 30 propositione expositos: Sed recta Terræ centrum nectens cum proposito 30mo eccentrici gradu ibi inventa est 10621: quare terræ semidiameter ad eandem se habet ut 167 ad 10621. Quam rationem ad partes semidiametri eccêtrici 10000 per proportionem revocabis hoc modo. Vt 167 ad 10621, sic 10000 ad 635988 terminum optatum. Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quamobrem Lunæ à Terra distantiam ad datum ejus in eccentrico locum in partibus semidiametri Terræ 10000 Mathematico ratiocinio invenimus secundum stantis Terræ hypothesin. ut petebatur.

CONSECTARIUM.

Quare 167 nobis communis terminus esto, cujus ope cæterarum omnium linearum à Terræ centro ad Lunam pertinentium quantitatem ad positam æstimationem revocemus. Dicis gratia si quæratur recta à Terræ centro ad 10 gr. deferentis pertinens, quæ 30 proposit. ponitur 10757, concludam hoc modo, ut 167 ad 10757, sic 10000 ad 644132 terminum quæsitum. atque ita deinceps in cæteris consimiliter. unde constructio tabellæ, quæ Solis à Terrâ distantiam ad singulos sui deferentis gradus exhibeat erit in procinctu: cujus generis tabellam ad denos aliquot gradus exempli causâ subjecimus; cui adjunximus 180^{m} gradus à Terrâ distantiam, quia in paradigmatis sequentibus nobis usui fit.

TABELLA DISTANTIÆ LVNÆ A TERRÆ *centro in partibus semidiametri terrestris 10000 æstimata.*

** distantia ab apogæo.*

Gradus deferentis Lunæ.*	*Rectarum à Luna ad Terram pertinentium quantitas.*
0.	644790.
10.	644132.
20.	642216.
30.	635988.
180.	552814.

NOTA.

Si dicas 10000, dant numerum expositæ tabellæ primum 644790, ergo 1 quid dabit? Concludes in numeris integris 65 proximè. Vnde efficitur rectam à Terra ad Lunæ apogæum esse 65 semidiametrorum terræ.

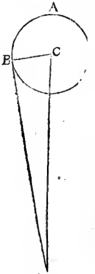
41 PRO-

41 PROPOSITIO.

Lunæ ſemidiametrum in expoſitis Terreſtris ſemidiametri partibus 10000 mathematico ratiocinio invenire ad ſtantis Terræ hypotheſin.

DATUM. Exponatur A B Luna in apogæo, ejus centrum C, centrum Terræ D, quæ connectat recta C D, & D B Lunam contingat in B, huc adjungatur B C Lunæ diameter, eritque B D C ſemiſſis anguli ſub quo Luna nobis videtur. QUÆSITUM. Invenienda eſt B C Lunæ ſemidiameter in iiſdem partibus, in quibus Terræ ſemidiameter ponitur 10000.

CONSTRVCTIO.



In triangulo B C D dantur tres termini cogniti, videlicet B D C ſemiſſis anguli ſub quo Luna videtur, is enim quia Luna in apogæo conſiſtit per 30 propoſitionem erit 15 ①, & C D 644790 per 40 propoſitionem, & angulus C B D rectus per theſin. Vnde per 4 propoſitionem planorũ triangulorum optata Lunæ ſemidiameter invenietur 2837 earundem, quarum Terræ ſemidiameter ſupponitur 10000, nam æſtimatio lineæ C D 644790 in iſtis partibus uſurpatur. cujus demonſtratio ex operis deductione & filo perſpicitur.

NOTA.

Terræ ſemidiameter in Lunæ ſemidiametris æſtimata per proportionem dabitur, hoc modo; ut Lunę ſemidiameter 2837 ad Terrę ſemidiametrum 10000, Sic 1 ad $3\frac{1}{2}$ proxime. Et rurſum ſi Lunæ Soliſque ſemidiametros inter ſe velis cõtendere, ſic ages, ut 10000 Terræ ſemidiameter, ad ſemidiametrũ Lunæ 2837, ſic 1 ad $\frac{2}{7}$ proxime; atqui per 25 propoſitionem Solis ſemidiameter eſt earundem partium 5: Erit igitur Lunæ ſemidiameter ad ſemidiametrum Solis ut $\frac{2}{7}$ ad 5, ſeu ut 1 ad $17\frac{1}{2}$.

CONSECTARIUM.

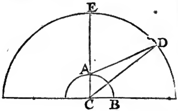
Ad hunc numerum ſi velis aggregare rationes ſoliditatum, ſic ages. Cum ſolida corpora habeant triplicatam rationem homologorum, erit quoq; Terra ad Lunam ſecundum expoſita ut cubus $\frac{7}{2}$ ad cubum 1, hoc eſt ut $42\frac{7}{8}$ ad 1. Et Sol ad Lunam ut cubus $17\frac{1}{2}$ ad cubum 1, hoc eſt ut $5359\frac{3}{8}$ ad 1.

42 PROPOSITIO.

Solis loco in deferente & infra verticem depreſſione ex Terræ centro æſtimatâ datis, ejuſdem parallaxim in circulo verticali mathematico ratiocinio, ſecundum ſtantis terræ hypotheſin invenire.

NOTA.

Propositionis 39 consectario parallaxis ex ipsis observationibus inveniendæ rationem modumque consignavimus, id consectarium hujus propositionis, ubi per abacum & numeros eam investigamus, basis quædam est & fundamentum. nam importunum foret parallaxin hanc ex cœlo & organis semper derivare. DATUM. Exponatur Terræ, globus A B, centrum C, observantis statio in A, Luna D, cujus distantia ab apogæo suo sit 30 gr. & à vertice loci E, qui est arcus E D, seu angulus E C D, seu A C D sit 50 gr. atque hîc A D C erit Lunæ ejus loci parallaxis in circulo verticali.



QUÆSITUM. Angulus ADC inveniendus est.

CONSTRUCTIO.

Triangulum A D C tres terminos habet cognitos, angulum A C D 50 grad. per thesin, & C A 10000, & C D rectam à terræ centro ad 50^{mum} deferẽtis gradũ, quę est per 40 propositionem 635988. Vnde angulus A D C per 6 propos. planorum triangulorũ pro oprata parallaxi invenietur 0 gr. 42 ①. Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quare Lunæ loco in deferente & infra verticem depressione ex Terræ centro æstimata datis, ejus Parallaxin mathematico ratiocinio, secundũ stantis Terræ hypothesin invenimus. Quod facere oportuit.

CONSECTARIUM.

Neque hinc obscurum arbitror, quomodo ad parallaxis in circulo verticali expeditam inventionem, canonion per singulos gradus institui & ordinari possit. Cujus specimen aliquod per denos gradus subjecimus, Lunâ in 30 deferentis gradu constituta.

TABELLA.

Gradus quadrantis verticalis	*Parallaxis Lunæ in deferentis 30 grad.*
gr.	gr. ①.
0.	0. 0.
10.	9.
20.	0. 19.
30.	0. 27.

Et secundum hujus calculi leges maxima parallaxis Lunæ, quę sit deferentis gradu 180mo, seu apogæo in 90mo infra verticem gradu dejecto, invenietur 1 grad. 2 ①.

2 NOTA.

Iam inde non erit obscurum quomodo canon septemplicis felidis, ad tricenos quosque deferentis gradus, qualem *Rheinoldus* usurpat, sit concinnandus; ubi ejus abacus, propter accuratiorem ② calculum, à nostris numeris abludit: nam pro istis 9 ①, 19 ①, 27 ①, invenit 9 ① 27 ①, 18 ① 35 ②, 27 ① 9 ②:

9 ②: Et maximæ parallaxis æstimationem (hoc est Lunâ versante in perigæo, & 90 gr. infra verticem depressâ) 1 grad. 2 ① 54 ②.

Præterea hoc quoque notato, si in hujus canonii supputatione illam viam insistas, quàm simili casu 26 propos. in Sole expressimus; te non tam propè verum collimaturum quàm *Rheinoldus* suo intricatiore & molestiore calculo. Nam si dicas ut sinus quadrãtis verticalis, ad propositam Lunæ depressionem infra verticem; sic maxima ejus parallaxis ad quem? proportio non succedet, ob nimiam Lunæ cum Terra vicinatem. Veruntamen ut differentiam eam, quanta sit ad positum aliquem locum expendamus, exemplum sumamus Lunâ in perigæo deferentis & 30 grad. infra verticem depressâ. proportionis termini tales erunt, sinus 90 grad. hoc est, 10000, dant 5000 sinum 30 gr. ergo maxima parallaxis 1 grad. 2 ① 54 ②, dabit 31 ① 27 ②. at tabulæ *Prutenica* habent 31 ① 58 ②. ut inter istos numeros differentia 31 ② intercedat.

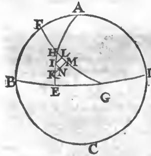
43 PROPOSITIO.

Lunæ parallaxin in longitudinem & latitudinem eclipticæ mathematico ratiocinio stante Terra invenire.

NOTA.

Lunæ locus visus ex Terræ centro æstimatus cadet vel infra communem verticalis circuli & eclipticę sectionem, vel supra; & quia inde in opere magna varietas existit, eam aliquot exemplis explicabimus. Prӕterea memineris quatuor illa 27 propositionis in Solis tractatu consectaria, etiam huc ad Lunæ parallaxin simili hui adhiberi & usurpari.

1 *Paradigma, ubi datus Lunæ locus ex Terræ centro æstimatus, infra verticalis circuli & eclipticæ communem sectionem cadit, atque observanti infra videtur.*



DATUM. Expositæ cujusdam sphæræ meridianus sit A B C D, horizon B D, quadrans verticalis A E, ecliptica F G secet verticalem in H, ut angulus E G H (qui per 8 problema libri de sphærę cœlestis problematis invenitur) sit 50 gradunm. & A H per idem problema 50 grad. Iam Lunæ infra verticem depressio ex Terræ centro æstimata sit 55 grad. 12 ①, & cum ille arcus major sit, quam A H 50 gr. etiam Lunam infra H cadere consequitur, sit ejus locus I, ideo A I erit 55 grad. 12 ①. hinc pono parallaxin in verticali circulo per 42 propositionem esse inventam 1 gr. qui sit arcus I K. ut K locus sit Lunę ab observante visus: hinc demissio ab I arcu I L ad eclipticam perpendiculari, erit eadem hęc I L 4 grad. quippe data Notia latitudo ab ecliptica ex terrę centro æstimata: similiter in eclipticam F G cadat perpendicularis K M, quę est visa ab observante latitudo Lunæ ab ecliptica, atque adeò L M erit Lunę parallaxis secun-

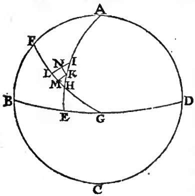
dum eclipticę longitudinem. hinc in K M notabo punctum N, ut N M & I L mutuò inter se æquentur, eritque K N excessus parallaxis in latitudinem, quam K M admittit supra I L, tanto enim ab observante in Terræ superficie Luna amplius ab ecliptica sejuncta videtur, quàm è Terrę centro spectata.

QVAESITVM. Arcus L M parallaxis Lunę secundum apparentem longitudinem, & K N secundum latitudinem eclipticę inveniendi sunt.

CONSTRVCTIO.

A H est per thesin	50 gr.
Eo subducto de A I, qui per thesin est	55 gr. 12.
Relinquet H I	5 gr. 12.
Huc additus I K, qui per thesin est	1 gr.
Consurget H K	6 gr. 12.
Triangulum H M K tres habet terminos cognitos, ut sunt H K 6 grad. 12 ① numerus ordine quartus, angulus H M K rectus, & K H M 50 gr. per thesin, unde duo latera H M, K M inveniuntur per 36 propositionem sphæricorũ triangulorum, videlicet H M	4 gr.
Et K M	4 gr. 45.
Vnde deductus N M æqualis ipsi I L 4 gr. per thesin, relinquet K N optatam latitudinis parallaxin	0 gr. 45.
Ad parallaxin longitudinis ita procedo. Triangulum H L I tres habet terminos cognitos, videlicet angulum H L I rectum, I H L 50 grad. & latus I L 4 grad. per thesin: unde latus H L per 35 propositionem sphæricorum triangulorum invenitur	3 gr. 22.
Qui deducti de H M 4 grad. numero ordinis sexto, optata Lunę parallaxis secundum apparentem eclipticæ lõgitudinem (quæ utrum major vel minor sit posita lõgitudine, ex 27 propositionis generalibus consectariis intelligetur) relinquetur	38 ①.

2 *Paradigma, ubi datus Lunæ locus ex Terra centro æstimatus supra verticalis circuli & eclipticæ communem sectionem cadit, atque observanti supra videtur.*



DATVM. Expositæ cujusdam sphærę meridianus sit A B C D, horizon B D, ecliptica secet verticalem circulum in H, ut angulus E H G (qui per 8 problema libri de sphæræ cœlestis problematis invenitur) sit 50 grad. & A H per idem problema 50 gr. Hinc Lunę infra verticem depressio ex Terræ centro æstimata 45 grad. cumque iste arcus minor sit quam A H 50 grad. etiam Lunam suprà H videri necesse est, sit ejus locus I,

cus I, & arcus AI 45 grad. Iam parallaxis in circulo verticali per 42 propositionem inveniatur 20 ①, quæ addita ad AI 45 grad. conflabunt summam 45 gr. 20 ①, hæc quia minor est quam AH 50 gr. Luna ab observante notata videbitur supra H, ut puta in K, ut IK arcus competat suprascriptis 20 ①. Hinc demisso arcu IL perpendiculari ab eclipticam FG, erit eadem IL 4 grad. data Borea Lunæ ab ecliptica latitudo ex Terræ centro æstimata. similiter in eandem eclipticam sit perpendicularis KM, quę est ab observante visa Lunę latitudo ab ecliptica, atque adeò LM erit Lunę parallaxis secundum eclipticę longitudinem. Iam ab IL absumam LN ipsi MK ęqualem, eritq; IN parallaxis latitudinis qua LI excedit MK, tanto enim ab observante in Terræ superficie Luna eclipticę vicinior videtur, quam ex Terrę centro spectata. QVAESITVM. Arcus LM parallaxis Lunę secundum apparentem longitudinem, & NI secundum latitudinem eclipticæ inveniendi sunt.

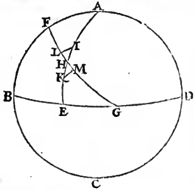
CONSTRVCTIO.

AH est per thesin	50 gr.
Inde deductus arcus AI qui est per thesin	45 gr.
Relinquet HI	5 gr.
Hinc deductus IK, qui est per thesin	0 gr. 20.
Reliquum faciet HK	4 gr. 40.
Triangulum HMK tres habet terminos cognitos, videlicet HK 4 grad. 40 ① ordine quintum, angulum HMK rectum, & KHM 50 gr. per thesin. Quorum ope duo latera HM, KM invenientur per 34 sphæricorũ triangulorum propositionem, & primò quidem HM	3 gr.
Et KM	3 gr. 34.
Hic, seu ipsi æqualis LN deductus de LI, qui per thesin est 4 grad. relinquet NI latitudinis parallaxin (ea utrum Notia an Borea sit è 3 consectario 27 propositionis intelligetur) optatam	0 gr. 26.
Ad parallaxin longitudinis hac insistam via, triangulum HLI tres terminos habet cognitos, videlicet angulum HLI rectum, HI 5 gr. numerum ordine tertium, & latus IL 4 gr. per thesin: unde latus HL per 32 propositionem sphæricorum triangulorum invenietur	3 gr. 2.
Inde deductus arcus HM 3 gr. ordine sextus, relinquet optatam parallaxin LM secundum apparentem eclipticę longitudinem (quæ utrum major sit datâ longitudine, an minor ex 4 consectario 27 propositionis intelligitur) videlicet	0 gr. 2.

3 *Paradigma, ubi datus Lunæ locus ex Terræ centro æstimatus supra verticalis circuli & eclipticæ communem sectionem cadit, atque observanti infra videtur.*

DATVM. Expositæ cujusdam sphærę meridianus sit ABCD, horizon BD, ecliptica secet verticalem circulum in H, ut angulus EHG (qui per 8 problema libri de sphærę cœlestis problematis invenietur) sit 50 gr. & AH per idem problema 50 grad. Iam Lunę infra verticem depressio ex Terrę centro ęstimata sit 49 gr. 40 ①, & cum iste arcus minor sit quam AH 50 grad. etiam Lunam supra H cadere necesse est, esto in I, & arcus AI 49 gr. 40 ①. Hinc

Hinc per 42 propositionem invēta jam sit parallaxis in circulo verticali 52 ①, quę addita ad AI 49 gr. 40 ① dabit 50 gr. 32 ①, cū isti majores sint quàm arcus AH 50 gr. Lunæ locus ab observāte notatus cadet infra H, ut puta in K, & arcui IK congruent suprascripti 52 ①. Hinc arcus IL perpendicularis ad eclipticam FG demissus definiet Lunæ latitudinem Boream ex Terræ centro æstimatam 4 graduum, similiter in eandem eclipticam demittatur etiam alter arcus perpendicularis KM, quæ est Lunæ ab observante visa latitudo ab ecliptica; eritque LM parallaxis Lunæ apparens secundum eclipticæ longitudinem, at LI simul cum KM erit parallaxis latitudinis.



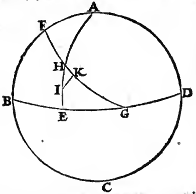
QUAESITUM. Inveniendus est arcus LM parallaxis longitudinis, & arcus IL, KM simul pro parallaxi latitudinis.

CONSTRUCTIO.

AH est per thesin	50 gr.
Unde deductus arcus AI, qui per thesin est	49 gr. 40.
Reliquus erit arcus HI	0 gr. 20.
Is deductus de IK, qui est per thesin	0 gr. 52.
Relinquet HK	0 gr. 32.
Triangulum HMK tres habet terminos notos, videlicet HK 32 ① ordine quintum, angulum HMK rectum, & KHM 50 gr. per thesin, quorum ope duo latera HM, MK invenientur per 34 propos. sphæricorum triangulorum, videlicet HM	0 gr. 21.
Et KM	0 gr. 25.
Huc addatur arcus LI, qui per thesin est 4 gr. existet optata parallaxis latitudinis (quæ utrum Borealior an Australior sit exposita latitudine, ex 27 propositionis 3 consectario perspicitur) videlicet	4 gr. 25.
Ad inveniendam longitudinis parallaxin sic agas. Triangulum HLI tres terminos habet cognitos; videlicet angulum HLI rectum, IHL 50 gr. & latus IL 4 gr. per thesin, quorum ope latus HL per 35 propositionem sphæricorum triangulorum invenitur	3 gr. 22.
Huc si aggreges HM 21 ① ordine sextum, exhibebitur optata LM Lunæ secundum apparentem eclipticæ longitudinem parallaxis (quæ utrum major minorve sit data longitudine, ex 4 consectario 27 propositionis intelligetur) videlicet	3 gr. 43.

4 *Paradigma ubi datus Lunæ locus ex Terræ centro æstimatus in communem verticalis circuli & eclipticæ sectionem cadit; atque observanti necessariò infra videtur.*

DATUM. Expositæ cujusdam sphæræ meridianus sit ABCD, horizon BD, quadrans verticalis AE, ecliptica FG secet circulum verticalem in H, ut angulus EHG (qui per 8 problema libri de sphæræ cœlestis problematis invenitur, sit 50 grad. AH per eandem propositionem 40 gr. Deinde ponatur Lunæ infra verticem depressio ex Terræ centro æstimata 40 gr. ut incidat in H, ubi omnino nulla latitudine afficitur. Hinc parallaxis Lunę in circulo verticali AE per 42 propositionem inveniatur 46 ①. Ideóque I punctum ipsi H subjiciam, ut HI prædictis 46 ① congruat. Inde



demissus IK arcus in eclipticam FG perpendicularis, definiet apparentem Lunæ latitudinem, & HK longitudinis parallaxin ab observante in Terræ superficie notatam. QUÆSITUM. Inveniendus est HK arcus parallaxis longitudinis, & IK parallaxis latitudinis.

CONSTRUCTIO.

Triangulum HIK tres habet cognitos terminos, ut sunt HI 46 ①, angulum HKI rectum, & IHK 50 gr. per thesin. quorum ope duo latera IK HK inveniuntur per 34 propositionem sphæricorũ triangulorum. Videlicet IK latitudinis optata parallaxis (quæ utrum Borea sit an Notia ex 27 propositionis 3 consectario intelligitur) quippe 30 ①.

Et KH longitudinis optata parallaxis (quæ utrum major an minor sit data longitudine, ex 4 consectario 27 propositionis intelligitur) nempe 0 gr. 35.

CONSECTARIUM.

Cum 33 & 38 propositione rationem modumque Lunæ longitudinem & latitudinem ex Terræ centro æstimatam inveniendi expresserim; ex hac jam in promptu erit eandem ex Terræ superficie æstimatam invenire. Nam si ad longitudinem, & latitudinem per 33 & 38 propositionem inventas, ad parallaxin per hanc propositionem inventam, prout res postulit, addas demasvé, quod inde nascetur erit optata longitudo & latitudo.

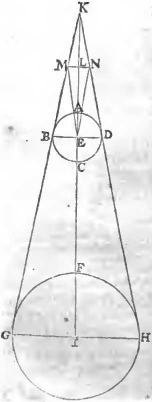
CONCLUSIO. Quare Lunæ parallaxin secundum longitudinem & latitudinem eclipticæ ad stantis Terræ hypothesin invenimus.

44 PRO-

44 PROPOSITIO.

Solis Lunæque loco in deferente suo Lunâ deficiente datis, angulum qui à diametro umbræ Terrestris quâ Luna eam secat subtẽditur mathematico ratiocinio invenire.

DATUM. Exponatur ABCD Terra, centrum E, hinc FGH Sol in apogæo eccentrici (dicis gratiâ) constitutus, hujus centrum I: inde duæ rectæ GB, HD Solem Terramque contingentes in punctis G H, B D, continuatæ sese intersecent in K, & puncta contactus jungant rectæ BD, GH; ut KBD umbræ terrestris conum designet, cujus basis BD, & axis KE, quem Luna perigæo eccentrici (dicis gratiâ) constituta secet in L; & per L acta MN perpendicularis in KE, significet spissitudinem coni umbræ nocturnæ eo loco. Iam connexis rectis EM, EN erit MEN angulus quem basis umbræ sectæ subtendat. QUAESITUM. Inveniatur angulus MEN.



CONSTRUCTIO.

Inquiram primò coni umbræ terrestris, seu noctis axem, & quia Sol in apogæo constitit, is per 28 propositionem invenietur 287 semidiametrorum Terræ: sed ne in sequentibus partium operosa numeratio negotiũ nobis facessat, ponamus Terræ semidiametrum 10000, & KE per eundem numerũ multiplicatam 2870000

Hinc deducta LE, hoc est per 40 propositionem quia Luna in apogæo consistit 552814.

Relinquetur KL 2317186.

Triangula KLM, KEB similia habebunt homologa latera proportionalia, atque ideo concludam. ut KE 2870000 ordine primus, ad EB 10000, sic KL 2317186 ordine tertius, ad LM 8074.

Triangulum LEM tres notos habet terminos, LE 552814 ordine secundum, LM 8074 quartum, & angulum MLE rectum, unde angulus LEM per 6 propositionem planorum triangulorum invenitur 0 gr. 50.

Ejus duplum pro optato angulo, MEN 1 gr. 40.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

CON-

CONCLVSIO. Quare Solis Lunæque loco in deferentibus suis ad Lunæ defectum datis, angulum qui à diametro umbræ terrestris, quâ Luna eam secat, subtenditur mathematico ratiocinio invenimus, ad stantis Terræ hypothesin. ut petebatur.

CONSECTARIUM.

Hinc igitur manifestum est, quomodo tabella angulorum qui à diametris umbræ Terristris qua Luna ipsam secat subtēduntur concenturianda sit: qualem *Rheinoldus* in *Prutenicis* exhibet, ut inde facili negotio optatum assequate.

1 NOTÁ.

Si quem libido incessat observationum experientiam, cum antecedenti calculo contendendi, sic agat.

Exspectato Lunę plenæ defectu, id est cujus medium in aliquem nodorum, seu adscendentem, seu descendentem incidat, ubi Luna necessariò umbræ terrestris axem secabit, observato spatium temporis, inter id momentum quando Luna tota se in umbram induit, & quando rursum se tota emersit, nam Lunæ supra Solis motum isto intervallo exsuperantia, erit angulus quęsitus à diametro sectionis umbræ terrestris quâ eam Luna transit subtensus.

Eodem redibit si observes temporis spatium inter initium ἐμπλώσεως obscurationis, & ἀνακαθάρσεως emersionis elapsum: namque Lunaris motus hoc tempore exsuperantia, superiori debebit æquari; videtur tamen hæc secunda observatio incertior priore, quia ipse ἐμπλώσεως articulus, initio ἀνακαθάρσεως ignorabilior incertiorque est.

2 NOTÁ.

Monuimus Solis & Lunæ motum in primâ simplicique anomaliâ usquequâque similes esse: credet tamen forsan hic non nemo eorum motus inter se diffidere, quod Luna in latitudinem ab ecliptica evagetur, Sol verò ei affixus nusquam discedat. hæc inquam illorum motuum hypothesi nihil differentiæ inducunt, quod ita clarius patebit. Si circulum quem Luna decurrit eclipticam (qui nunc Solis est) dicamus, tum Luna nulla afficeretur istiusmodi latitudine, nam ea tum omnis in Solem redundaret. Et quia deferentis Lunæ & æquatoris communis sectio tum semper eclipticæ initium diceretur, ea semper eam appellationem & functionem usurparet (quemadmodum nunc vernæ sectioni accidit) tumque mutatio ac varietas incideret secundum in longitudinem eclipticę in sectionem vernam, quæ in istiusmodi ecliptica antrorsum caderet, secundum graduum successionem. Vt hæc differentia non rem ipsam, sed solam hypothesin sequatur.

DISTIN-

DISTINCTIO QVARTA SECVNDI LIBRI, DE INVESTIGATIONE MOTVS SATVRNI, Iovis, Martis, Veneris, & Mercurii mathematico ratiocinio, secundum stantis Terræ hypothesin.

BREVIARIVM 4 DISTINCTIONIS.

Distinctio hæc decem propositiones habet, quarum prima, quæ est hujus libri 45 erit de investigatione eccentricitatis eccentrici Saturni epicyclum deferentis cum suis appendiculis. Secunda, quæ est totius libri 46 de investigatione semidiametri epicycli Saturni. Tres sequentes 47, 48, 49 eò diriguntur, ut ad datum quodlibet temporis momentum Saturni secundum eclipticam apparens longitudo inveniatur. Quatuor sequentes 50, 51, 52, 53 de ejus statione & retrogradatione. Hinc Jovis & Martis motus leges exponemus; Et novissima 54 propositione Veneris, cui motum Mercurii attexuimus.

PRIMO DE SATVRNI MOTV.

45 PROPOSITIO.

Ex notis tribus centri epicycli Saturni epochis eccentricitatem deferentis in partibus semidiametri ejusdem 10000; hinc apparentem apogæi deferentis in ecliptica, & centri epicycli in deferente suo ad optatam quamlibet ex datis epocham, denique etiam medii motus Saturni in ecliptica longitudines mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

CVm hæc propositio sine plurimis iisque accuratis observationibus, quales erudito illo seculo extitisse credo, haud possit expediri, quarũ ubertate & copia destituti *Ptolomæus* & *Copernicus* hunc locum non ex arte tractarunt; sed intricato calculo sese hinc expediverunt, non * ἐπιστημονικῶς, sed στοχαστικῶς, quemadmodũ videre est apud *Ptolomæum* quidem 7 cap. lib. 10, & 1 ac 5 cap. lib. 11;

* *non per artem, sed per conjecturas.*

lib. 11; apud *Copernicum* 5, 10, & 15 capite libri 5: Ideo nos *Stadii* ephemerides dicis gratiâ hic usurpabimus, (cujus causam supra libro explicavimus) tanquam ex cœlo observando essent derivatæ. Quibus positis, sumantur tres centri epicycli apparentes epochæ, (seu loca) secundum eclipticam, eo modo quem 17 capite primi libri exposuimus; videlicet quæ inveniuntur Saturno versante in epicycli perigæo, & medio Solis motui ad diametrum opposito. Inventis igitur tribus his locis, calculum eodem modo diriges quemadmodum 7 & 29 propositione hujus libri in Sole & Luna edoctus es. Pono igitur ex dicti calculi imitatione te invenisse,

Eccentricitatem in partibus semidiametri deferētis 10000 valere 1170.

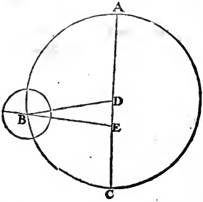
Secundò deferentis apogæi apparentem secundum eclipticam longitudinem ad 15 Septembris anno 1584 sub 268 gr. 32.

Tertiò motum centri epicycli à suo deferente ad dictum 15 Septemb. 1584 sub 101 gr.

Quartò Lunæ medii motus Saturni longitudinem ad expositum 15 Septemb. 1584 sub 9 gr. 38.

VNDE, ET QVOMODO SVPRASCRIPTI NVMERI DERIVENTVR.

Primò sumpsi Saturni & Solis oppositionē quę cōtigit anno 1584 ad diem 15 Septembris, quo tempore (quemadmodum id in 17 propositionis 1 libri exemplo declaravimus) centri epicycli longitudo in deferente suo erat 101 grad. 6 ①, ejusdemque distantia ab apparenti apogæo erat 94 gr. 24 ①, unde eccentricitas ea, quam supra posuimus concludetur 1170. Sed quò id clarius explicemus esto deferens eccentricus A B C, centrum D, Terra E, apogæum A, perigæum C, centrum epicycli B, ut arcus A B, seu angulus A D B congruat suprascriptis 101 gr. 6 ①, A E B 94 grad. 24 ①, & semidiameter D B 10000. Quibus positis triāgulum D B E tres habet cognitos terminos, ut sunt angulus B D E 78 grad. 54 ①, quę est anguli A D B 101 gr. 6 ① à semicirculo differentia; & angulus DEB 94 gr. 24 ①; & latus DB 10000. Quorum ope latus E B per 4 propositionem planorum triangulorum pro optatâ eccentricitate invenitur idem, qui in superiore ordine primus 1170.



S Secun-

Secundò ad tempus oppositionis expositę Saturni & Solis anno 1585 ad diem 15 Septembris, apogæi longitudinem sub 268 grad. 32 ① assumpsi, quia ante octavum annum 268 gr. 20 ① obtinuisse deprehensus esset, atque interea per 17 propos. 1 lib. 12 ① promovisset, quæ addita ad 268 gr. 20 ① dabunt numerum, quem in superiori ordine exhibuimus secundum 268 gr. 32.

Tertiò A D B motus centri epicycli ab apogæo est idem, quem tertio locus exposuimus 101 gr. 6.

Quartò si addas A D B 101 grad. 6 ① ad apogæi A apparentem sub ecliptica longitudinem, quæ hoc loco est 268 grad. 32 ①, conflabis 9 gr. 38 ①. atque sub isto eclipticæ gradu consistit epicycli centrum ex D centro spectatum, at medius Saturni motus est, per 6 definitionem libri 1 in rectâ ex E contra D B parallela; cumque ratio ipsius D E ad semidiametrum eclipticæ in sensu evanescat, medius Saturni motus, secundũ istam hypothesin dabitur idem, qui in superiori ordine quartus, sub eclipticæ gr. 38.

Cujus demonstratio ex opere perspicitur. CONCLVSIO. Quare ex tribus centri epicycli Saturni epochis, ejus eccentricitatem, &c.

46 PROPOSITIO.

Rationem semidiametrorum epicycli & deferentis Saturni in partibus ipsius deferentis 10000 mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

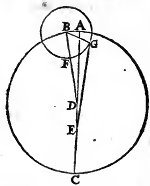
DATVM. Certum & definitum aliquem diem, quo Saturnus à deferentis apogæo aut perigæo epicycli satis longè absistat mihi seligo, qualis est nonagesimus dies post 10 Iunii 1576, nam istis 90 diebus per 19 propos. 1 libri à perigæo (in quo per 17 propos. 1 libri ad diem 10 Iunii 1576 versabatur) abeessit 85 grad. 42 ①.

Sed ut evidentius hæc in typo & diagrammate explicemus, sit A B C deferens Saturni, ejus centrum D, centrum Terræ F, apogæum A, in quo centrum epicycli ad diem 10 Iunii 1576 constiterat, sed 90 sequentium dierum intervallo commovit ab A ad B, quorum distantia per 21 propos. 1 libri est 3 gr. 1.

Inde B centro circinetur epicyclus F G, & D B connexa secet epicyclum in F, quod est apogæum medium. Cumque Saturnus exposito 90 dierum spatio decurrerit 85 gr. 42 ①, his designabo in epicyclo arcum cõgruum F G, & Saturni locum in G, & connexa B G comprehendet angulum F B G 85 gr. 42.

Hinc junctâ E G inquiram locum, quem Saturnus reipsa per observationes obtinuisse animadversus sit, 90^mo die post suprascriptum 10 Iunii 1576, qui in 8 Septembris ejusdem anni incidit, quo loco *Stadii* ephemerides (quas tanquam è cœlo derivatas, ob causas 1 propos. 1 lib. expositus, usurpamus) exhibent 265 grad. 8 ①: quare G punctum versatur sub eclipticæ 265 grad. 8 ①. Apogæum autem A sub 268 grad. 20 ① per 45 propositionem (nam ad diem 15 Septembris 1584, invenimus sub 268 gr.

268 gr. 32 ①, unde tum per 20 propos. 1 lib. 12 ① in antecedentia distitisse evincitur) quare si de suprascriptis 268 gr. 20 ① relinquetur angulus G E A 3 gr. 12.



QVAESITVM. Invenienda est ratio semidiametri epicycli B G, ad semidiametrum B D, in partibus ejusdem B D 10000.

CONSTRVCTIO.

Quadrangulum B G E D quinque habet terminos cognitos; primum B D semidiametrũ eccẽtrici deferentis 10000 per thesin; secundũ eccentricitatis mensuram D E, quæ per hujus 2 libri 45 propositionem est 1170; tertium angulum D B G 85 gr. 42 ①, Dati terminum secundum; quartum G E D 3 gr. 12 ① Dati tertium; quintum angulum inversum B D E 183 grad. 1 ①, nam B D A angulus 3 gr. 1 ① Dati primus, additus ad 180 grad. conflabit summam 183 grad. 1 ①: vel quod eodem recidit, angulus B D A 3 grad. 1 ① subductus de 180 gr. relinquet angulum B D E 176 grad. 59 ①, qui de 360 grad. deducti relinquent angulum inversum B D E 183 gr. 1 ① ut prius. Horum ope per 6 propositionem additamenti ad plana triangula invenietur B G optata semidiameter 1150. Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

NOTA.

Semidiameter epicycli secundum abacos *Ptolemai* non 1150 sed 1083 libri 11 capite 6 invenitur: Nam ex proportione ut 60 partes, ad 60 partes 30 ① (hæc enim est ejus ratio) sic 10000 ad quem? concludes ut dixi, 1083.

CONCLVSIO. Invenimus itaque mathematico ratiocinio rationem semidiametrorum epicycli & eccentrici, in partibus semidiametri eccentrici 10000, idque ad stantis Terræ hypothesin.

47 PROPOSITIO.

Ad datam epocham & * medii Saturni & apparentem apogæi deferentis longitudines in ecliptica, hinc * centri epicycli in deferente, & Saturni ab * apogæo medio epicycli mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

* vel lineæ medii motus.
* centrum medium.
* argumentum mediũ.

DATVM. Exponatur epocha ad caput anni 1600.

QVAESITVM. Eo momento medii Saturni, & apparens apogæi deferentis longitudo in ecliptica, & centri epicycli in deferente, & Saturni ab apogæo medio epicycli invenienda est.

CONSTRVCTIO.

Primò ad investigandam medii Saturni longitudinem in ecliptica sic agam. Centrum epicycli erat per 45 propositionem anno 1584 ad diem 15 Septembris sub ecliptica 268 gr. 32.

Sed cum tum locum obtinebat medius Saturnus,* seu linea medii motus Saturni per 16 propos. 1 libri. Itaque spatium ex eo tempore hoc est à die 15 Septembris 1584 ad caput anni 1600 elapsum, invenietur 15 anni Ægyptii 110 dies, quo intervallo medius Saturni motus per 18 propositionem 1 libri est 187 gr. 2.

Qui additi ad 268 gr. 32 ① ordine primum, existet medii Saturni optata longitudo in ecliptica ad caput anni 1600, tanquam positam epocham 95 gr. 34.

Secundò ad investigandam apogæi deferētis apparentem in ecliptica lōgitudinem, ejus epocham ad 15 diem Septembris anni 1584 ex 45 propositione usurpabo sub 268 gr. 32.

Motus apogæi deferentis Saturni 15 annis Ægyptiis 110 diebus suprascriptis, est per 26 propos. 1 libri 0 gr. 22.

Qui additus ad 268 grad. 32 ① ordine quartum, dabit optatam apogęi deferentis in ecliptica lōgitudinem ad caput anni 1600, seu expositam epocham sub 268 gr. 54.

Tertiò ad inveniendam centri epicycli Saturni longitudinem in suo deferente, assumam eam ex 45 propositione ad diem 15 Septembris anno 1584 sub 101 gr. 6.

Centri epicycli motus in deferente suprascriptis 15 annis Ægyptiis 110 diebus est per 21 propositionem 1 libri 186 gr. 40 ①: qui idem etiam facilius invenietur subductis 22 ① ordine quinto, de 187 grad. a ① secundo, nam idem reliquus erit qui prius 186 gr. 40.

Hic cum antecedente 101 grad. 6 ① ordine septimum additus, dabit optatam centri epicycli longitudinem in suo deferente ad caput anni 1600, seu datam epocham 287 gr. 46.

Quartò ad investigandam Saturni longitudinem in epicyclo ab apogæo medio, usurpabimus locum ejus ad diem 10 Iunii anno 1576 per 17 propos. 1 libri inventum, in ipso perigęo medio epicycli, hoc est sub 180 gr.

Sed ab à 10 Iunii 1576, ad initium anni 1600 intercidunt 23 anni Ægyptii 209 dies, quo intervallo in epicyclo per 19 propos. 1 libri commovit 272 gr. 16.

Qui ad ad 180 grad. hujus ordinis nonum additi, exhibebunt optatam distantiam Saturni ab apogæo medio epicycli, ad expositam epocham, seu initium anni 1600 sub 92 gr. 16.

Cujus demonstratio est opere perspicitur. CONCLUSIO. Itaque ad datam epocham * & medii Saturni, & apparentem apogæi deferentis longitudinem in ecliptica, & centri epicycli longitudinem in eccentrico, & Saturni in suo epicyclo invenimus mathematico ratiocinio, stante Terra.

* *Linea medii motus Saturni.*

NOTA.

Cum epocharum inventarum (ut sunt longitudines medii Saturni, & apparentis apogæi deferentis in ecliptica, & centri epicycli in suo deferente, & Saturni ab apogæo medio epicycli) frequens sit usus in abacis motus Saturni, eas hic seorsim notatas, ob oculos ponam.

SATVR-

SATVRNI MOTVS EPOCHÆ AD

Caput anni 1600 consignatæ.

* Medii Saturni longitudo in ecliptica	95 gr. 34.	* *Lunæ medii motus.*
Apogæi deferentis apparens longitudo in ecliptica	268 gr. 54.	
* Centri epicycli in deferente suo longitudo	287 gr. 46.	* *Centrum medium.*
Saturni * longitudo ab apogæo medio epicycli	92 gr. 16.	* *Argumentum medii.*

46 PROPOSITIO.

Ad datum tempus longitudinem medii Saturni & apparentis apogæi in ecliptica, & centri epicycli in deferente suo, & Saturni à medio apogæo epicycli invenire mathematico ratiocinio, stante Terra.

DATUM. Tempus expositum sit 30 Decembris 1600.

QUÆSITUM. Eo momento medii Saturni & apparentis apogæi longitudo in ecliptica, & centri epicycli in suo deferente, & Saturni à medio apogæo epicycli invenienda est.

CONSTRUCTIO.

Principiò ad investigandam medii Saturni longitudinem in ecliptica, assumam ejus epocham ex 47 propositione ad initium anni 1600	95 gr. 34.
Sed ab initio anni 1600 ad expositum diem 30 Decembris interjacet annus Ægyptius, quo intervallo medius Saturni motus per 18 propositionem 1 libri est	12 gr. 13.
Qui additus ad 95 gr. 34 ordine primum exhibebit medii motus Saturni optatam longitudinem in ecliptica	107 gr. 47.
Secundò ad investigandam apogæi deferētis Saturni apparentem in ecliptica longitudinem, ejus epocham ex 47 propositione ad initium anni 1600 usurpabo sub	268 gr. 54.
Motus apogæi deferentis Saturni suprascripto anno Ægyptio est per 20 propositionem 1 libri 1 ① 28 ②, pro quibus usurpabo	1 ①.
Hic numerus additus ad 268 gr. 54 ① ordine quartum, dabit optatam apogæi in ecliptica apparentem longitudinem	268 gr, 55.
Tertiò ad inveniendam centri epicycli Saturni in deferente suo longitudinem, assumam ex 47 propositione ejus epocham ad caput anni 1600	287 gr. 46.
Motus centri epicycli Saturni in suo deferente anno Ægyptio est per 21 propositionem 1 libri 12 gr. 12 ①, qui idem facilius invenietur subducto 1 ① ordine quinto, de 12 gr. 13 ① secundo, idem enim erit reliquus	12 gr. 12.
Qui additus ad 287 gr. 26 ① septimum, dabit optatam centri epicycli in deferente suo longitudinem	299 gr. 58.
Quartò ad inveniendum Saturni longitudinem ab apogęo medio epicycli, assumam ejus epocham ex 47 propositione ad initium anni 1600	92 gr. 16.

Huc si addatur Saturni motus in epicyclo annuus Ægyptiacus, qui per 19 propos. 1 libri est 347 gr. 32.
Conflabitur Saturni optata in epicyclo à medio apogæo distantia 79 gr. 48.
Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Itaque ad datum temporis momentum medii Saturni & apparentem apogæi deferentis longitudinem in ecliptica, & centri epicycli in suo deferente, & Saturni ipsius à medio apogæo epicycli invenimus, stante Terra. ut decuit.

49 PROPOSITIO.

Apparentem Saturni in ecliptica longitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

DATUM. Exponatur dies 30 Decembris anni 1600.

QVAESITUM. Saturni apparens in ecliptica longitudo inquirenda esto.

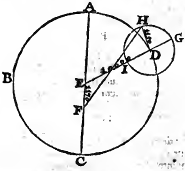
CONSTRVCTIO.

Primò quæram apparentem apogæi deferentis longitudinem in ecliptica ad expositum diem 30 Decembris anni 1600, quæ ex 48 propositione datur 268 gr. 55.

Deinde longitudinem centri epicycli in deferente suo ad diem 30 Decembris 1600 investigabo, qui per 48 propositionem invenietur 299 gr. 58.

Deniq; Saturni à medio epicycli apogęo ad 30 Decembris 1660, isque per 38 propositionem invenietur 79 gr. 48.

FIGVRATIO DIAGRAMMATIS.



Quæ cum ita sint, figuram inventis numeris congruam deformabo, ut sequitur. Esto eccentricus deferẽs A B C D, ejus centrum E, Terra F, apogæum A, ut numerus ordinis primis significat consistat sub 268 gr. 55

Assumam deinde punctum D, ut A B C D *motum centri epicycli ab apogęo definiat eum, qui termino ordinis secundo ponitur 299 gr. 58

*centrum planetæ.

Iam centro D decircinetur epicyclus G H I, & per utriusque circuli centrum ducta E D G designet apogæum medium in G; unde dimensus arcus G H, seu angulus G D H sit Saturni ipsius* motus ab apogæo medio epicycli, qui est numerus ordinis tertius 79 gr. 48.

*argumentum medium.

Connexis itaque rectis D H, H F constituetur quadrangulum decussatum H D F E cujus quinque termini sint cogniti, primò angulus

gulus F E D 119 gr. 58 ①, nam A B C D angulus 299 gr. 58 ① à nobis est hâc figuratione constitutus, unde subducto semicirculo A B C 180 gr. reliquus erit arcus C D seu angulus C E D ut supra 119 gr. 58 ①. Secundò angulus H D E 100 gr. 12 ①, nam angulus G D H est hâc figuratione 79 gr. 48 ①, qui de semicirculo deductus relinquet angulum H D E 100 gr. 12 ①. Tertiò semidiameter eccentrici E D quæ per thesin est 10000. Quartò eccentricitas E F, quæ per 45 propositionem est 1170. Quintò epicycli semidiameter D H, quę per 46 propositionem est 1150. Quorum ope angulus E F H per 6 propositionem additamenti ad plana triangula invenietur 49 gr. 36.

Sed angulus E F H, idem est qui A F H, & A sub ecliptica 268 gr. 55 ① per primum hujus figurationis terminum consistit; quare subducto A F H 49 gr. 36 ①, de 268 gr. 55 ① reliquus erit puncti H seu Saturni in ecliptica locus 219 gr. 19.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLVSIO. Quare apparentem Saturni in ecliptica longitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio invenimus, stante Terra.

1 NOTA.

Stadius in ephemeribus Saturni locum ad diem 30 Decembris 1600 sub 219 grad. 48 ① eclipticæ consignavit, cujus calculus à nostro 29 ① abnutat.

2 NOTA.

Huic loco subjiciendæ essent propositiones quæ 23 & 24 de Sole, aut 39 & 40 de Luna similitudine respondeant, hoc est quomodo Saturni à Terrâ distantia in Terræ semidiametris æstimata inveniatur, atque alia quæ inde derivantur, cujus generis propositiones in Sole & Lunæ supra descripsimus: Sed cum plenior hujus rei cognitio ex hypothesi terrestris motus derivetur, quam tertio libro docemus, hæc quoque in illum locum rejicienda duxi. Similiter ab hoc loco non esset aliena tractatio de motu latitudinis Saturni, quemadmodum in Luna. Veruntamen eum *Ptolomaus* de hoc nihil à majoribus traditum acceperit, sed eum ex suopte ingenio adinvenerit, eum cum reliquis non commiscebo, maximè verò quod is à naturâ & veritate alienus videatur, quem ideò 7 distinctione solum separatim pertractabo.

DE SATVRNI STATIONE ET REPEDATIONE.

De stationis & retrogradationis affectione tria theoremata præmittam, quę στηριγμῶν & προηγήσεων problematis facem alluceant, neq; id Saturno solum sed omnibus reliquis planetis qui istis affectionibus obnoxii sunt Iovi, Marti, Veneri, & Mercurio.

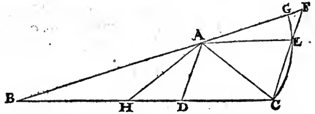
THEOREMA. 50 PROPOSITIO.

Si basis trianguli ita secetur ut segmentum alterum sit non minus latere sibi cōtermino, ratio anguli qui reliquo segmen-

Ptol. lib. 12. cap. 1. Regi. lib. 12. prop. 8. Coper. lib. 5. prop. 35.

segmẽto adjacet, ad eum qui huic, minor est, quam hujus segmenti ad illud.

DATUM. Exponatur triangulum rectilineum ABC, cujus basis BC in puncto D ita secetur, ut segmentum CD sit non minus latere sibi contermino AC. sint AC CD æquales. QUÆSITUM. Demonstrandum est angulum B, qui reliquo basis segmento adjacet, ad angulum BCA priori segmento adjacentem, minorem habere rationem, quam prius segmentum CD ad secundum DB. PRAEPARATIO. Agatur CA, & ei æqualis AE sed parallela contra DC, hinc CE connexa & continuata occurrat ipsi BA in F. Deinde ex A tanquam centro intervallo AC seu AE decircinetur arcus CG, qui per E transiens cadat in G.



DEMONSTRATIO.

Vt sector circuli GAE ad sectorem EAC, sic sector GAE ad sectorem EAC.

Sed triangulum EAC minus est sectore EAC: quare

Ratio sectoris GAE ad triangulum EAC, major est quam ratio ejusdem sectoris GAE ad sectorem EAC.

Atqui triangulum FAE majus est sectore GAE, quare planius etiam

Ratio trianguli FAE, ad triangulum EAC major erit, quam sectoris GAE ad sectorem EAC.

Verum ut triangulum FAE ad triangulum EAC, ita basis FE ad basin EC.

Itaque FE ad EC majorem habebit rationem quam sector GAE ad sectorem EAC.

Sed ut sector GAE ad sectorem EAC, sic angulus GAE ad angulum EAC. quamobrem

Recta FE ad EC majorem habebit rationem, quam angulus GAE ad angulum EAC

Angulus autem B, æqualis est angulo GAE, & angulus ACB angulo EAC. ideoque

Recta FE ad EC majorem habet rationem, quam angulus B ad ACB,

Atqui ut FE ad EC, sic CD ad DB (sunt enim FE, AD, EA, DB proportionales; suntque EC, CD ipsis AD, EA æquales) atque ideo

Recta CD ad DB majorem habebit rationem quam angulus B ad ACB vel ter

vel terminis novissimæ rationis in primum locum transpositis ratio anguli B ad angulum A C B minor erit, quam rectæ C D ad rectam D B.

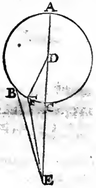
Si C D segmentū ablumptum majus etiam esset quàm latus A C sibi conterminum, ut C H, etiam planius adhuc perspicitur angulum B ad A C B minorem habere rationem, quam C H ad H B. Conclusio. Quare si basis trianguli ita secetur ut segmentum alterum sit non minus latere sibi contermino, ratio anguli qui reliquo segmento adjacet, ad eum qui huic, minor erit quam hujus segmenti ad illud.

THEOREMA. 51 PROPOSITIO.

Si motus centri epicycli in deferente ad motum planetæ in epicyclo majorem habeat rationem, quam semidiameter eccentrici ad rectam inter terræ centrum & epicycli perigæum interjectam planeta * retrogradatione nulla afficitur.

* ἀναποδισμῷ.

Datum. Exponatur epicyclus A B C, centrum D, terræ centrum E; apogæum A, perigæum C per quæ trajiciatur recta A D C E habeatq; motus centri epicycli in deferente, ad motum planetæ in epicyclo majorem rationem, quam semidiameter epicycli D C, ad E C distantiam perigæi C à Terræ centro E. Quaesitum. Demonstrandum est planetam eo casu non posse repedare. Demonstratio. Nam si usquàm retrò gradi pedemvé retrò referre posset id maximè propter perigæum C continget. Sitque repedatio ea in F, ut C F arcus sit minimus, qui (si quidem fieri possit) sensum afficiat, videlicet ab C versus F secundum graduum successionem. Vt igitur demonstremus eo loco repedationem nullam esse, jungantur E F F D. jam quia in triangulo E F D basis E D ita est secta in C, ut segmentum C D sit non minus latere sibi contermino F D, habebit angulus F E D per 50 propositionem, ad angulū F D E minorem rationem, quam D C ad C E. Quare ratio motus centri epicycli, ad apparentem planetæ motū in epicyclo major est, quam ratio anguli D E F ad E D F. Vnde efficitur si E D F ponatur motus planetæ in epicyclo, angulum D E F justo minorem esse, quam ut centri epicycli motum designet, angulus igitur huic motui congruus major erit, ut puta D E B. Quibus positis, eodem temporis intervallo, quo planeta in epicyclo promovit arcum C F, hoc est angulum apparentem D E F, contra signorum successionem, interea centrum epicycli secundum successionem exegit angulum B D E, cum igitur centrum epicycli angulo B E F amplius processerit, quam planeta in epicyclo contrario nisu recesserit, planetam hic nulla repedatione affectum manifestum est.



Similis demonstratio etiam ab altera parte perigæi C quoque valebit.

Conclusio. Si igitur motus centri epicycli in deferente ad motum planetæ

planetæ in epicyclo majorem habeat rationem, quam semidiameter eccentrici ad rectam inter terræ centrum & epicycli perigæum interjectam, planeta retrogradationi haud erit obnoxius.

I CONSECTARIUM.

Ex hujus propositionis conversione sequitur planetam repedare posse, si illa ratio motus centri epicycli motu planetæ in epicyclo sit minor. eam porrò rationem in Saturno minorem esse patebit hoc modo. Motus centri epicycli diurnus per 18 propositionem libri 1 est 2 ①.0. 3.
Motus Saturni in epicyclo diurnus per 19 propositionem 1 libri est 57 ①.7.44.
Epicycli semidiameter per 47 propositionem est 1165.
Recta inter terræ centrum & epicycli perigæum, quâ à terra longissimè distat per 46 propositionem est 10064.
Iam ex proportione concludes ut 2 ① 0. 3 primus, ad 57 ①.7.44 secundum, ita 1165 tertius ad 33264.
Atque adeo cum hi termini 2 ① 0. 3, 57 ①.7.44, 1165, 33264 proportionales sint, hoc est rationes easdem constituant, consequens est rationem 1165 ad 10064 minorem esse. Quare Saturnus repedationi quoque erit obnoxius cum centrum epicycli in apogæo eccentrici consistet. Et quia recta 10064 maxima est quæ inter Terræ centrum & perigæum epicycli cadit, atque ideò repedatio ejus illic sit minima, certè etiam planius evincitur Saturnum magis multò in aliis eccentrici locis constitutum repedare.

2 CONSECTARIUM.

Rationem motus centri epicycli ad motum ipsius planetæ in epicyclo supra constituimus ut 57 ①.7. 44, ad 2 ①. 0. 3, quam, ut sequens calculus tanto sit expeditior, ad 10000 revocabimus hoc modo, ut 57 ①.7.44 ad 2 ①.0.3, sic 10000 ad 350. ut hi termini 10000 350, vel (quod idem fit) 1000 35 pro illis 57 ①,7,44. & 2 ①. 0. 3, usurpari possint.

THEOREMA. 52 PROPOSITIO.

Si recta à terræ centro in concavum epicycli ita ducatur, ut semissis segmenti ab epicyclo absumpti ad segmentum externum eâm habeat rationem, quam motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo, quâ hæc linea epicycli convexum secat erit punctum stationis.

DATUM. Esto epicyclus A B C D, cujus centrum E, Terræ centrum F. unde ad concavum epicycli pertineat recta F D E A, ut A in apogæum, D in perigæum cadat, habeatque motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo minorem rationem, quam semidiameter epicycli E D ad reliquam DF, secus enim per 51 propositionem nulla repedatio contingeret. hinc etiam altera agatur linea F B quæ epicyclum in G & B ita secet, ut H G semissis inscriptæ B G, ad externum segmentum F G eandem habeat rationem, quam motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo.

QVAESI-

QUÆSITUM. Demonstrandum est G stationis planetæ punctum determinare. seu ut loquitur *Ptolomæus*, *ὥςε κατ' αὐτὸ γινόμενον τὸν ἀςέρα φαντασίαν ποιεῖσθαι ςηριγμοῦ.*

NOTA.

Demonstrationis partes duæ sunt; prima, planetam à C versus G tantùm progredi; secunda, planetam à G versus D tantùm repedare, unde concludimus G esse punctum stationis.

Præparatio primæ partis.

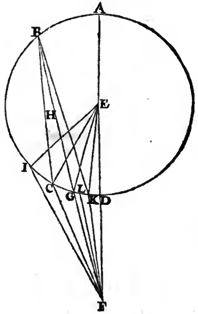
Sumatur arcus C G per quem planeta versus perigæum feratur,& cõnexis rectis F C F G E G E C, sit C E G is angulus motus planetæ in epicyclo per quem planetam à C ad G tantum progredi & nusquam repedare demonstrandum sit.

Demonstratio primæ partis.

Trianguli B F C basis B F ita secatur in G ut B G segmentum non minus, sed majus sit crure B C, atque ideo per 51 propositionem,

Ratio anguli B F C ad angulum F B C minor erit,quam B G ad G F.

Sumptoq; ue secundi & quarti termini duplo, Erit ratio anguli B F C ad duplum anguli F B C ad duplum anguli F B C minor erit, quam B G ad duplam F G.



Sumptoq; tertii & quarti termini semisse,

Erit ratio anguli B F C ad duplum anguli F B C minor, quã semissis B G, ad semissem duplæ G F, hoc est ad ipsam G F.

Sed angulus C E G in centro E, est duplius anguli F B C,in peripheria: & H G est dimidia ipsius B G, erit igitur

Ratio anguli B F C,ad C E G minor, quam H G ad G F.

Sed C E G hic motum planetę in epicyclo, propter constructionem, definit, quare

Ratio anguli B F C,ad motum planetæ in epicyclo C E G minor est, quam H G ad G F.

Atque per thesin G H, G F motibus centri epicycli & planetæ in epicyclo proportionales sunt.

Quare

Quare angulus B F C minor est motu centri epicycli qui isti tempori debetur, ponatur ergo major angulus ipsi congruus B F I. Quæ cum ita sint, dum planeta in epicyclo movetur arcum C G, seu angulum C E G, eodem motu subtendit in Terræ centro angulum C F B seu C F G in antecedentia seu contra successionem signorum. Sed eodem tempore percurrit centrum epicycli angulum B F I seu G F I in consequentia, hoc est secundum signorum successionem. quare planeta ratione centri epicycli angulo C F I amplius promovit, quam ipse in epicyclo contrario nisu contra iverit. quare in arcu C G planeta à C ad G tantummodo progreditur.

Porrò ut demonstremus à G ad D planetam solum repedare, non autem progredi, huic fini nobis adornatur

Præparatio secundæ partis.

Sumatur arcus G K per quem planeta versus perigæum epicycli moveatur, actisque rectis F K, E K erit G E K motus planetæ in epicyclo, per quem planetam solummodo repedare demonstrandum sit.

Demonstratio secundæ partis.

B F basis trianguli B F K secta est in G, ut G F segmentũ non sit minus, sed majus crure sibi cõtermino K F, quare per 51 propositionem

Ratio anguli F B K ad B F K minor est, quam ipsius G F ad B G.

Et inversè,

Ratio anguli B F K ad F B K major, quam B G ad G F.

Sumptoque secundi & quarti termini duplo,

Habebit angulus B F K, ad duplum anguli F B K majorem rationem, quam B G ad duplam G F.

Sumpto tertii & quarti termini semisse,

Habebit angulus B F K, ad duplum anguli F B K majorem rationem, quam semissis B G, ad semissem duplæ G F, hoc est ad ipsam G F.

Sed angulus K E G in centro E, duplus est anguli F B K in peripheria, estque H G semissis ipsius B G, quare

Angulus B F K, ad K E G majorem rationem habet, quam H G ad G F.

Per thesin verò H G, G F, motibus centri epicycli & planetæ in epicyclo proportionales sunt.

Atque ideo angulus B F K major est, quam ut motui centri epicycli isto temporis intervallo congruat. quare minor ei congruus designetur B F L. Quibus positis, dum planeta in epicyclo suo peragrat arcum G K, seu angulum G F K, subtendet eodem motu in Terræ centro F, angulum B F K, seu G F K contra successionem signorum. Atqui eodem temporis intervallo centrum epicycli decurrit angulum L F B, seu L F G secundum signorum successionem; quare motus centri epicycli in Terræ centro minor videtur, quàm planeta in epicyclo contrario nisu contra successionem signorum obluctatus sit, & amplitudine anguli L F K, planeta secundum visum repedabit, atque adeò in universo arcu G K ab G ad K nullæ repedationi obnoxius erit.

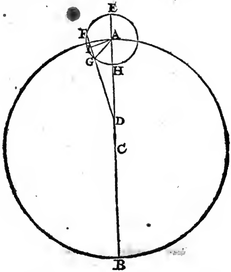
CONCLUSIO. Quamobrem, si recta à Terræ centro in concavum epicycli ita agatur ut semissis segmenti ab epicyclo absumpti, ad segmentum externum eam habeat rationem, quam motus epicycli ad motum planetæ, quâ hæc linea epicycli convexam partem secat erit punctum stationarium.

53 PRO-

53 PROPOSITIO.

Centri epicycli Saturni in deferente longitudine datâ puncti stationarii à Terræ centro distantiam in partibus semidiametri deferentis 10000, ejusdemque à centro epicycli apparentem arcum, & distantiam ab apogæo epicycli mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

DATUM. Esto A B deferens Saturni, centrum C, Terra D, diameter A D C B, apogæum B, perigæum A: Epicyclus E F G H, cujus centrum,



verbi gratiâ, consistat in perigæo eccentrici A, perigæum epicycli H, punctum stationarium G, unde ad Terræ centrum inclinetur G D, ad centrum epicycli A G. QUÆSITUM. Quantitas D G in iisdem partibus quibus A C semidiameter eccentrici ponitur 10000, hinc arcus apparens inter punctum stationarium G & centrum epicycli A, hoc est angulus G D A; tum planetæ longitudo in epicyclo, hoc est arcus E F G, seu quod idem sit angulus E A G nobis inveniendus est. PRAEPARATIO. D G continuata occurrat epicyclo in F, & inscripta F G bisecetur in E.

CONSTRUCTIO.

Recta D H à Terræ centro ad perigæum epicycli isto situ est per 46 propositionem 7606.

Qui numerus multiplicatus per E D 9936 (nam D H 7606 ordine primus additus ad H A & A E quarũ singulæ per 47 pro-

 positio-

positionem sunt 1165) dabit rectangulum sub lateribus E D & D H comprehensum 75573216.

* Eucl. 36. propos. lib. 3. Sed eidem rectangulo æquatur * rectangulum sub F D & D G, erit igitur id quoque 75573216.

Iam dicam, ut motus centri epicycli, ad motum Saturni in epicyclo, ita per 52 propositionem I G ad G D. Sed motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo est per 2 consectarium 32 propositionis, ut 35 ad 1000: quare I G ad G D erunt quoq; ut 35 ad 1000. jam si ad I G 35 addas I F 35 ipsi æqualem, & præterea 1000 pro D G, conflabitur summa F D 1070: ut motus F D ad G D eandem habeat rationem, quam 1070 ad 10000. Quæ cum ita sint, ut inveniam optatam lineam D G, hujusmodi problema concipiam. *Invenire duos numeros in ratione data* 1070 *ad* 1000, *quorum factus sit* 75573216 *numerus ordine tertius*. Invenies autem hoc modo. ut rectangulū sub 1070 & 1000, hoc est 1070000 ad 1000000 quadratum minoris; sic 75573216 ad quadratum 70629174 hujus quadrati latus 8404, pro factore qui ipsis 1000 respondet, cujus demonstratio ex duplicata ratione similium planorum perspicitur. Quarum igitur partium A C 10000, erit D G 8404.

Vt verò deinceps cætera inveniam, sic agam. Triangulum A G D tres terminos habet cognitos, videlicet latera omnia, D A 8771 per 46 propositionem, A G semidiametrum epicycli 1165 per 47 propositionem, D G 8404 ordine quartum: Quorum ope duo anguli G D A, D A G inveniuntur per 8 propositionem planorum triangulorum, quippe angulus G D A, apparens distantia puncti stationarii G ab centro epicycli B 7 gr. 23.

Et angulus D A G 67 grad. 58 ① qui deductus de 180 grad. relinquet angulum E A G, seu arcum E F G quæsitam stationarii puncti G ab apogæo epicycli distantiam 112 gr. 23.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLVSIO. Quare centri epicycli Saturni longitudine in deferente suo data, puncti stationarii distantiam à Terræ centro in partibus semidiametri deferentis 10000, ejusdemque à centro epicycli arcum apparentem, & distantiam ab apogæo epicycli mathematico ratiocinio invenimus, stante Terra. Quemadmodum petebatur.

1 CONSECTARIUM.

Cum ex hac propositione inventus sit apparens arcus inter stationis punctum & epicycli centrum, atque 49 propositionis consectario ejusdem centri epicycli apparentem in ecliptica longitudinem invenerimus, etiam puncti stationarii apparens in ecliptica longitudo erit cognita.

2 CONSECTARIUM.

Et hinc quoque patet tabulam arcuum apparentis distantię, inter punctum stationarium & centrum epicycli per singulos deferentis gradus construi & ordinari posse, ut inde quàm facillimè quæsitum expediatur.

1 NO-

1 NOTA.

Problematis hujus constructionem ita expedivimus, tanquam toto illo retrogradationis tempore, centrum epicycli jugi & æquabili motu secundum visum processisset, & apogæum ejusdem à terra eodem intervallo fuisset disjunctum: quod vero quidem assideret si in concentrico centrum epicycli versaretur, sed cum deferens eccentricus sit atque eam ob causam motus centri epicycli nobis inæqualis videatur, & apogæum non eodem semper intervallo à nobis disjunctum, necesse est inde aliquam varietatem & differentiam in retrogradationis arcum induci. Attamen in veterum monumentis quibus *Ptolomæus* usus est, hæc res tanquam haud magni momenti neglecta & omissa videtur. *Regiomontanus* tamen libri 12 propositione 9 theoricè hanc differentiam expendit. Si quem verò incessat libido investigandi hujus quantitatem, atque utrum alicujus sit momenti, id ex calculo facilè edocebitur.

2 NOTA.

Atque hactenus planetarum in epicyclis repedationis ac regressus causas explicavimus. Cæterum ii planetæ qui eccentricum solum decurrunt ut Sol & Luna nullam unquam repedationis affectionem in se admittēt, licet quamcunque rationem inter motum apogæi & planetæ in epicyclo constituas, aut inter eccentricitatem & semidiametrū eccentrici; quamvis enim Terram ejus peripheriæ proximè admoveas nunquam tamen efficies ut planeta repedet. Imò, ut clarius dicam, licet quamvis Terra in ipsa eccentrici peripheria statuatur planeta unico tantum puncto stabit, neque tamen repedabit, & quidem tum, cum planeta oculo spectantis incumbet.

3 NOTA.

Præterea veteres, quemadmodum *Ptolomæus* autor est, planetarum & stellarum affixarum apparitiones occultationesque φάσεις ϗ κρύψεις quoque annotarunt, apparitionem quidem cum postquam diu evanidæ primum cōspiciuntur & apparent, occultationem verò ex quo tempore primum evanescunt & disparent. Atque hæ φάσεις ϗ κρύψεις vel in ipso horizonte vel propter eum (ob causas notas) accidunt. Quarum calculum ideò instituebant ut quando quisque planeta primùm vel appareret vel dispareret cognoscerent, cujus modus talis est. Aliquot continuis deinceps diebus observabant quo tempore stella primum disparuisset, & tum Solis depressionem infra horizontem inquirebant. altius autem infra horizontem Sol deprimitur minoris claritatis stella primū evanescente, quam majoris, quia hæc occasu vespertino tardius disparet, & matutino citius conspicitur Iam igitur invento hoc Solis infra horizontem statu, inde concludebant eam depressionem terminum esse quo stella vel novissima, vel prima videatur. Sic, dicis gratiâ, *Ptolomæus* ait se observationibus edoctum Saturnum Sole 11 gradibus infra horizontem depresso primum aut novissimum videri, hoc est arcum visionis ejus esse graduum 11. Dato autem hoc arcu 11 grad. & loci latitudine, & Solis loco viso, manifestum est per problemata sphærica, qualia libro 4 de tractatu triangulorū exhibuimus, apparentem eclipticæ arcum inter Solem & Saturnum inveniri posse, quem à Sole disjunctus nobis appareat: sed tamen iidem arcus ob eclipticę obliquitatem & inclinationem non sunt unius quantitatis, sed variæ. Cæterum arbitramur supervacuum ista sigillatim per propositiones singulas explicare, cum satis clarè modus observandi, & calculum inde derivandi ex dictis pateat.

Præterea hic non est negligendum, ut planetarum φάσεις χ̓ κρύψεις, quasi generali theoremate certius comprehendamus, ipsorum à terris distantiam cautè huc in consilium adhibendam; Nam illa, maximè in Marte, multùm diversa est, & angulos seu diametros ipsorum visuales varios constituit, atque ideò occultationes & apparitiones cum primum conduntur ac videntur faciunt distantia inæquali, quamvis anguli ab ecliptica & horizonte comprehensi æquales forent.

DE IOVIS, ET MARTIS MOTV.

IOvis Martisque motus iisdem retrogradationis, stationis, occultationis & apparitionis affectionibus, quibus Saturnus à 45 propositione obnoxios, scito solo numero differre. Quibus hic generatim annotatis, quilibet ex antecedente Saturni motu suo marte in Iove & Marte similes affectiones notare & explicare poterit. Quas ideo haud persequar sigillatim, & maximè quidem quod nunc non sim sollicitus ut Planetarum loca, cursus, motus accuratè & verè consignem, sed tantum rationem modumque explicem, quemadmodum potissimum arbitrer ea instaurari posse, si vel veterum observationes, quæ jam diu interciderunt, vel alias novas satis accuratas haberemus.

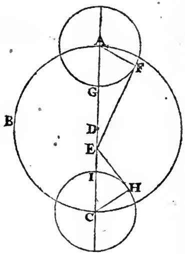
DE MOTV VENERIS.

54 PROPOSITIO.

Rationem semidiametri deferentis ad eccentricitatem & ad epicycli semidiametrum in partibus semidiametri deferentis 10000 mathematico ratiocinio invenire, stante Terra.

In syllabo maximarum Veneris ἀποχῶν à linea medii motus Solis in consectario 38 propositionis 1 lib. duas inquiram, matutinas, vespertinas nihil interest, sed unam quando linea medii motus Solis vel in, vel proximè supra deferentis apogæum consistet, id est, per 1 libri 40 propositionem, in eclipticæ 76 grad. 20 ①, quem locum Sol medio motu quotannis circiter diem 18 Maji proximè adit; eam autem invenio proximè ad diem 20 Maji 1563 matutinam 44 grad. 21 ①. Alteram remotissimæ distantiæ metam usurpabo eam quæ cótingit lineâ medii motus Solis vel in, vel proximè supra perigeum deferentis Veneris, hoc est sub 256 grad. 20 ① eclipticæ constitutâ, quem locum Sol medio motu quotannis propter 18 Novembris adit, hanc autem in suprascripto syllabo invenio ad diem 12 Decembris proximè anno 1602 vespertinam 47 grad. 17 ①. Quamvis hæc ipsa à proposito loco plus absit, quam hujus accuratior calculus sinat; tamen cum *Stadii* ephemerides accuratius nihil (ob angustos annorum, quibus circumscribuntur terminos) suppeditare videantur, cumque hic tantum viam monstremus qua insistendum sit, si idoneas & satis longa serie continuatas observationes nacti essemus, id exempli loco sufficiet. quibus concessis ad ejus calculum accedemus.

DATVM.



Datum. Esto deferens epicycli ABC, centrum D, Terra E, apogæum A, unde tanquam centro decircinetur epicyclus FG, actaque EF tangat epicyclum in F, huc annectatur radius AF: & rursum super perigæum C alter epicyclus constituatur HI, quem contingat EH, atque ad contactum H adjungatur radius CH. Iam Veneris matutinæ supraſcriptus locus ſit F, ut angulus AEF remotiſſimæ diſtantiæ ſit 44 grad. 21 ①. ſed veſpertinæ diſtantiæ locus ſit H, ut angulus remotiſſimæ diſtantiæ hîc ſit CEH 47 grad. 17 ①.

Quæsitum. Invenienda eſt ratio ſemidiametri deferentis DC ad eccentricitatem DE, & ad radium epicycli AF in partibus ſemidiametri deferentis DA 10000.

CONSTRVCTIO.

Ponamus primò AF 10000. habebit igitur triangulum EAF tres terminos cognitos, AF 10000, angulum AFE rectum, & AEF 44 grad. 21 ① per theſin: unde latus AE per 4 propoſitionem planorum triangulorum invenitur	14306.
Et rurſum cum AF & CH æquentur, ſit hæc quoque 10000, atque ita triangulum ECH tres habebit terminos cognitos CH 10000, angulum CHE rectum. & CEH 47 grad. 17 ① per theſin, unde latus CE invenitur per 4 planorum triangulorum propoſitionem	13611.
Cum hoc componas AE 14306 ordine primum, exiſtet diameter AC	27917.
Cujus ſemiſſis dabit ſemidiametrum DC	13958.
Vnde ſubducta CE 13611 numerus ordine ſecundus, relinquetur DE	337.
Vt jam trium harum linearum DC, DE, AF, rationem inveneimus in iſtis numeris 13958, 347, 10000. Sed quæritur ratio illarum ad taxationem ſemidiametri DC 10000, quare per proportionem concludam, ut DC 13958 ad DE 347, ſic DC 10000, ad optatam eccentricitatem DE	249.
Et rurſum, ut DC 13958, ad AF 10000, ſic DC 10000, ad optatam epicycli ſemidiametrum AF	7164.
Atque hæc quidem in partibus DC	10000.

Cujus demonſtratio ex opere manifeſta eſt.

1 NOTA.

Pro numeris à nobis inventis DC 10000, DE 249, AF 7164, habent abaci *Ptolomaici* secundum suam rationem sexagenariam, 60. 1 part. 15 ①. 43, 10 ①. quarum ratio est ea quæ 10000, 208, 7194.

2 NOTA.

Ex inventa harum trium linearum radii epicycli, eccentrici, & eccentricitatis ratione, similes propositiones, quales in Saturno 45 & 46 descripsimus, etiam hoc loco subjici possent, sed cum hæc ab illis nihil habeant diversi, hoc labore defungemur, quemadmodum in Iove & Marte lectorem ad Saturnum remittentes.

DE MOTV MERCVRII.

CVm motus Mercurii in simplici terræ hypothesi, quam nunc describimus planè Veneri consimilis sit, eam inde quoque notam assumemus, ut à similium propositionum descriptione supersedeam, cujus causam simili casu in Iove & Marte explicavimus, qui Saturni motui similitudine respondebant.

DISTIN-

DISTINCTIO QVINTA SECVNDI LIBRI. DE PLANETARVM CONIVNCTIONE,

Oppositione, eclipsibus investigandis mathematico ratiocinio, secundum stantis Terræ hypothesin.

BREVIARIVM 5 DISTINCTIONIS.

HActenus secunda, tertia, & quarta Distinctione, singulorum planetarum privatim rationes redditæ sunt; deinceps jam 9 propositionibus complectemur ea, quæ ex ipsorum mutua habitudine & aspectu existunt, quarum priores duæ, quæ sunt hujus libri 55 & 56 erunt de planetarum conjunctionibus & oppositionibus. Septem sequentes 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63 de planetarum defectibus.

Cæterum quamvis generali voce nos hic planetarum omnium conjunctiones oppositiones defectus complexi simus, exempli tamen loco Solem & Lunam maxime usurpabimus, atque inde cæteris planetis hanc rationem communem concludemus.

1. DEFINITIO.

Arcus * incidentiæ eclipsis, est arcus ab eclipsis initio usq; dum centra planetarum vel conjungantur vel opponantur, & tempus interim elapsum est tempus incidentiæ dicitur. * ἐμπτώσεως.

2 DEFINITIO.

Arcus * emersionis est arcus à conjunctione centrorum ad finem eclipsis, & tempus interim elapsum tempus emersionis dicitur. * ἀνακαθάρσεως.

55 PROPOSITIO.

Tempora mediarum Solis & Lunæ conjunctionum, & in quam eclipticæ longitudinem istæ incidant invenire, & canonem inde condere.

DATUM. Exponatur epocha ad caput anni 1600.

QVAESITVM. Quæritur in quod deinceps tempus prima Solis Lunæque media conjunctio cadat.

CONSTRVCTIO.

Sol medio motu ad positam epocham, quod est initiũ anni 1600, per 9 propositionem 2 libri obtinebat ecliptica — 288 gr. 48.
Et Luna motu medio per 31 propositionem — 224 gr. 5.
Qui de primo 288 grad. 48 ① subducti, relinquent spatium Lunæ cõficiendum priusquam Solis motum medium assequatur, seu medio Soli jungatur — 64 gr. 43.
Vt temporis intervallum, quo id spatium conficiat inveniam, sic agam. Lunæ motus medius medium Solis motum 12 grad. 11. 27. superat 1 die, per 11 propositionem 1 libri ergo 64 grad. 43 ①, qui est numerus ordinis tertius, quanto tempore superabit? concludes 5 dies 7 horas 24 ①, qui ad epocham positam additi dabunt tempus quæsitum — anno 1600 Ianu. 5. 7 hor. 24 ①.
Quo tempore mediæ Lunæ longitudo per 32 propositionem 2 libri invenitur — 294 gr. 2.
Cujus calculi veritatem explorabis, si eodem momento Sol medio motu (per 10 propositionem 2 libri) eundem locum in ecliptica obtinere inveniatur.

Atqui ut inde tabellam concenturiemus, sic agam. Exsuperatio Lunæ 12 grad. 11. 26. 33. 43. 21. 5. est diurna per 11 propositionem 1 libri, ergo 360 grad exsuperatio erit 29 dierum 12 hor. 44 ① 11 ② pro mediæ Lunationis intervallo, qui ad 5 Ianuarii 7 hor. 24 ① ordine quartum additi dabunt anni 1600 diem 3 Februarii 20 hor. 8 ① 11 ② secundam Lunationem mediam. Huc rursum additi iidem 29 dies 12 hor. 44 ① 11 ② dabunt 3 Mart. 8 hor. 52 ① 22 ② anni 1600. Eodemq; deinceps ordine tabella quantumlibet continuata. Specimen & formam ejus oculis subjicio.

SPECIMEN TABELLÆ MEDIARVM

Solis & Lunæ conjunctionum.

Annus.		*horæ.*	①.	②.
1600.	5 Iunii.	7.	24.	0.
1600.	3 Februar.	20.	8.	11.
1600.	3 Mart.	8.	52.	22.

CONSECTARIUM.

Perspicuum est oppositiones, quadraturas cæterosque aspectus medios ex antecedentibus facile cognosci, dicis gratiâ, si oppositionem mediam à conjunctione media, quæ incidit in 5 Ianuarii 7 hor. 24 ① invenire expetas, ad eum locum addas semissem inventi temporis 29 dies 12 hor. 44 ①, hoc est 14 dies 18 hor. 22 ①, existet quæsitus 20 Ianuarii 1 hor. 46 ① anni 1600. Atque ita in cæteris modo consimili. Poteris etiam eclipticæ longitudinem in quam hi aspectus incidunt singulis locis annotare, quemadmodum in hujus propositionis calculo usurpavimus. Denique manifestum est hunc modum nõ Soli & Lunæ esse proprium, sed cæteris planetis communem.

CON-

CONCLVSIO. Quare Tempora mediarum Solis & Lunæ conjunctionum, & in quam eclipticæ longitudinem incidant invenimus & in tabella in digessimus. ut petebatur.

56 PROPOSITIO.

Temporis articulum & eclipticæ locum in quem Solis Luneq; cōjunctio ex Terræ centro spectata cadat invenire.

DATVM. Exponatur epocha caput anni 1600. QVÆSITVM. In quem temporis & articulum, & eclipticæ locum Lunæ Solisque conjunctio ex Terræ centro spectata post expositam epocham prima cadat.

CONSTRVCTIO.

Primò quæram momentum conjunctionis mediæ, quæ per 55 propositionem invenitur anno 1600 5 Ian. 7 hor. 44 ①.

Idque sub ecliptica 294 gr. 2.

Si jam Sol & Luna prostaphæresi carerent, vel uterque æqualem haberent prosthesin, vel æqualem aphæresin, manifestum est conjunctionem veram cum media in idem momentum incidere. Sed per 8 propositionem Solis hoc loco prosthesis est 36 ①, & Lunæ aphæresis per 30 propos. 4 gr. 16 ①, quarum summa (addēdę enim hic sunt, quia illa prosthesis hæc aphæresis sit, nam si utræque essent homogeneę, hoc est vel ambæ prosthetica vel ambę aphæreticæ usurpanda esset earum differentia) dabit Lunæ à Sole distantiam 4 gr. 52.

Hac distantia cognita, quærendum est temporis intervallum quo Luna vero motu id spatium 4 gr. 52 conficiat. Subducam igitur suprascriptam aphæresin Lunæ 4 grad. 16 ① de 294 grad. 2 ① ordine secundo, relinquetur ipsius Lunæ apparēs in ecliptica longitudo ad expositum 5 Ianuarii 7 hor. 44 ① sub 289 gr. 46.

Deinde ex canone 11 propositionis 1 libri cognosco eam singulis horis medio motu dimidium proximè gradum exsuperare, seu quod idem fit, singulis gradibus 2 horas proximè impendere. id est 8 horis 4 gradus peragrare. reliqua 52 ① negligo, cujus causa paulò infra patebit. additis itaque 8 horis ad 5 Ianuarii 7 hor. 44 ① ordine primum, dabitur anni 1600 Ian. 5 hor. 15 44 ①.

Quo tempore ipsius Lunæ apparens secundum eclipticam longitudo per 33 propos. 2 lib. invenitur sub 294 gr. 24.

Inde deductis 289 grad. 46 ① ordine quartus, reliquus est verus Lunæ 8 horarum ad istum locum motus 4 gr. 38.

Inde subducto Solis medio 8 horarum motu (quamvis motum apparentem usurpari res ipsa postulare videatur, quia tamen tantillo intervallo haud magna est medii & veri motus discrepantia, compendii causa medio motu uti licebit) qui per 3 propositionem 1 libri est 20 ①.

Relinquetur vera Lunæ 8 horarum isto loco exsuperatio 4 gr. 18.

Quæ cum ita sint dicam, 4 grad. 18 ① ordine nonus, dant suprascriptas octo horas, ergo 4 grad. 52 ① quid dabunt? concludes 9 hor. 3 ①.

Quæ

Quæ ad 5 Ianuarii 7 hor. 44 ⊙ aggregata dabunt optatum conjunctionis articulum anno 1600 5 Ian. 16 hor. 47 ⊙.
Quo tempore ipsius Lunæ apparens in ecliptica longitudo per 33 propositionem 2 lib. invenitur 295 gr.
Quod si Solis apparens in ecliptica longitudo, quæ per 11 propositionem invenitur, huic congruat, argumentum erit eos ibi conjunctos & abacum suum erroris expertem. CONCLUSIO. Quare Temporis articulum, & eclipticæ locum in quem Solis Lunæque conjunctio ex Terræ centro spectata incidat invenimus. ut petebatur.

1 CONSECTARIUM.

Ex antecedentium analogia perspicitur, quomodo oppositionis, quadraturæ cæterorumque Solis & Lunæ aspectuum tempus & locus apparens in ecliptica inveniantur. atque adeò propositionis hujus veritatem ad cæteros planetas quoque se didere.

2 CONSECTARIUM.

Notato hujus propositionis calculum nō ad Terræ superficiem sed ad centrum ejus subductum, qui non ideo usquequaq; respondet loco eclipticæ ex Terræ superficie spectatæ, quia Luna parallaxin habet majorem, quam Sol, quæ causa conjunctionis locum verum secundum visum non parum luxare possit. Quare res ipsa palam loquitur apparentem cōjunctionis longitudinem secundum eclipticam ex terræ superficie huc in partes vocandam, hoc est ad duodecimum ordinis numerum addendam vel subducendam esse parallaxin longitudinis, quæ ab istis duobus planetis inducitur (quam ex 27 & 43 cognosces) quę hinc nascetur summa vel differentia erit quęsita longitudo in ecliptica. Dehinc jam porrò quærendum quanto tempore Luna in hoc parallaxis arcu Solem assequatur. id verò cognosces ex hujus propositionis termino ordinis nono; nam illic constat 4 gr. 18 ⊙ octo horis exsuperari, quod hinc tibi nascetur ad numerū ordinis undecimum, prout res exiget, additum subductumve, summa vel differentia optatum temporis momentum demonstrabit.

3 CONSECTARIUM.

Cum ex hac 56 propositione conjunctionum aut oppositionum Solis & Lunæ apparens in ecliptica longitudo, & per 37 propositionem longitudo nodorum eclipticorum inveniantur, consequens est Lunæ à nodis distantiam ex Terræ centro æstimatam in oppositionibus, & conjunctionibus quoque cognosci.

DE PLANETARUM ECLIPSIBUS.

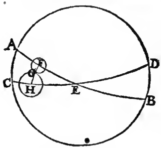
57 PROPOSITIO.

* ἐκλειπτικήν. Maximam Lunæ à nodis distantiam* eclipticam invenire.

* ἐκλειπτικαί. Lunæ Solisque conjunctiones oppositionesvé * eclipticæ certo à nodis intervallo definiuntur, intra quem terminum deficiant, atque extra quem immunes

munes sint. Vt igitur in eclipticis conjunctionibus aut oppositionibus inquirendis vanus aut irritus labor non sumatur, expedit illos terminos ante cognosci, quibus definiendis 57 & 58 propositio occupabuntur.

DATVM. Esto Lunæ circulus A B, ecliptica C D, nodus eclipticus E, Luna F G, ejus diametri visualis, seu maximi anguli sub quo videtur semissis (unde distantia à nodo F E derivatur) sit F G 17 ① 30 ② per 30 propositionem, G H 50 ① semissis maximi anguli quem umbra illic subtentat per 44 propositionem. Patet itaque F extremum à nodo E terminum esse in suo circulo, in quem eclipsis cadat, nam umbrâ & Lunâ versus A & C porrò promotis, à se mutuo divelluntur.



QVAESITVM. Amplitudo arcus E F est nobis inveniendus.

CONSTRVCTIO.

F G valet per thesin	17 ① 30 ②.
Huc adde G H per thesin	50 ①.
Existet F H	1 gr. 7 ① 30 ②.

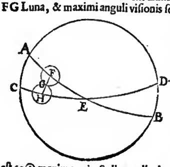
Triangulum F H F tres habet cognitos terminos, H F E angulum rectum, F E H 5 grad. per 36 propositionem, & latus F H 1 grad. 7 ① 30 ② ordine tertium. Vnde latus F E per 35 propositionem sphæricorum triangulorum invenitur 12 gr. 50 ①.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLVSIO. Quare Lunæ terminum à nodis remotissimum invenimus citra quem eclipses cadant, ut petebatur.

58 PROPOSITIO.

Maximam Lunæ à nodis distantiam ut Sol deficiat definire.

DATVM. Esto A B deferens Lunæ, C D ecliptica, E nodus eclipticus, F G Luna, & maximi anguli visionis semissis sit F G 17 ① 30 ② per 30 propositionem: sitque maximi anguli sub quo Sol nobis videtur semissis G H 16 ① per 8 propositionem. quare F terminus est extremus in Lunæ circulo, quo eclipsis Solis ex Terræ centro æstimata pertingat.



QVAESITVM. Inveniendus est arcus E F. atque ad eum aggregandus (cujus causam quarto constructionis termino dicemus) maxima latitudinis parallaxis differētia, quæ inter Solem & Lunā in Solis defectu cadit, hoc est 59 ① maxima enim Solis parallaxis per cōsectariū 26 propositionis est 3 ①,

quæ

quæ de maxima Lunæ parallaxi 1 gr. 2 ①(per 42 propoſ. conſectarium) ſubducta relinquet ut prius 59 ①.

CONSTRVCTIO.

F G eſt per theſin	17 ① 30 ②.
Huc additus G H per theſin	16 ①.
Conflabit F H.	33 ① 30 ②.
Verum quamvis Sol & Luna ex Terræ centro æſtimati ſe mutuò contingunt, Luna tamen ob dictam parallaxin ex Terræ ſuperficie ſpectata ad 59 ① Soli prætenſa videri poterit. quare additis 59 ① ad 33 ① 3 ② ordine quartum, exiſtet magnitudo arcus F H	1 gr. 32 ① 30 ②.
Trianguli F H E tres termini ſunt cogniti, videlicet angulus H F E rectus, F E H 5 gr. per 36 propoſitionem. Et latus F H 1 gr. 32 ① 30 ② ordine quartum. Vnde latus F E per 35 propoſitionem ſphæricorum triangulorum invenietur	17 gr. 55 ①.

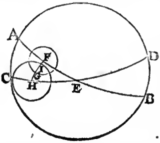
Cujus demonſtratio ex operis filo perſpicitur. CONCLVSIO. Quare Lunæ terminum à nodo remotiſſimũ invenimus citra quem Solis eclipſis cadat.

59 PROPOSITIO.

In eclipſi Lunari ſemidiametro viſuali Lunæ loco in deferente, & ſemidiametro umbræ datis, uncias eclipſis Lunæ invenire.

1 *Paradigma, ubi minùs ſemidiametro viſuali obſcuratur.*

DATVM. Eſto A B circulus quem Luna decurrit, C D ecliptica, E nodus aſcendens, ſeu Boreus, Luna F G, cujus ſemidiameter, ſeu ſemiſſis anguli viſionis ſit F G, qui per 30 propoſitionem inventus ſit 16 ①, & arcus E F inter Lunam & nodum interjectus per 2 conſectarium 37 propoſitionis inveniatur 9 grad. Hinc ſit arcus H I amplitudo ſemidiametri umbrę, quę per 44 propoſitionem inventa ſit 40 ①, & ſit G I diametri Lunæ pars defecta.



QVÆSITVM. * Vnciæ anguli ſub quo Luna videtur luce defectæ inveniendæ ſunt, hoc eſt amplitudo arcus G I.

* δάκτυλοι ἐκλειπτικοί.

CONSTRVCTIO.

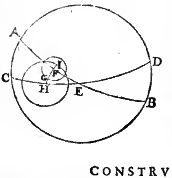
Triangulum F E H tres habet terminos cognitos, angulum E F H rectum, F E H 5 gr. & latus F E 9 grad. per theſin unde latus F H per 36 propoſitionem ſphęricorum triangulorum invenietur 47 ①.

Vnde

Vnde deductus arcus H I (qui si major erit secundum paradigma imitabere) per thesin 40 ①.
Relinquet F I 7 ①.
Is deductus F G 16 ①.
Relinquet anguli visionis Lunæ partem defectam G I 9 ①.
Cum autem semissis anguli visionis Lunæ sit 16 ①, totus erit 32 ①. Quare ex proportione cócludam, ut 32 ① ad G I 9 ① ordine quintum, sic 12 unciæ ad quem? concludes pro optato defectus segmento uncias 3 & 22 ①.
Cujus demonstratio ex opere perspicitur.

2 *Paradigma, ubi plus semisse anguli visionis Lunæ deficiat.*

DATVM. Sit Lunæ circulus A B, ecliptica C D, nodus ascendens, seu Boreus E; Luna F G, anguli visionis semissis F G 16 ①, tantus enim 30 propositione nobis inventus est, Lunæ à nodo distantia E F 3 grad. per 3 consectarium 56 propositionis inventa sit, & H I semidiameter umbræ per 44 propositionem inveniatur 40 ①, Lunaris semidiametri (seu anguli visionis) pars defecta sit G I.



QVÆSITVM. Vnciæ in Lunari semidiametro luce defectæ nobis inveniendæ sunt, vel quod idem est, quantitas arcus G I.

CONSTRVCTIO.

Triangulum F E H tres habet terminos cognitos, angulũ E F H rectum, F E H 5 grad. & latus F E 3 gr. per thesin: unde latus F H invenitur per 36 sphæricorũ triangulorũ propositionem 31 ①.
Hoc subductum de H I (sin major sit primum paradigma imitabere) qui per thesin est 40 ①.
Relinquet I F 9 ①.
Huc addito F G per thesin 16 ①.
Existet anguli visionis Lunæ pars obscurata G I 25 ①. Cumque semissis anguli visionis Lunæ (seu semidiameter visualis) sit per thesin 16 ①, totus erit 32 ① videlicet duplus, unde proportio, 32 ① dant G I 25 ①, itaque 12 quid dabunt? concludes optatas defectus uncias 9 22 ①.
Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

4 CONSECTARIUM.

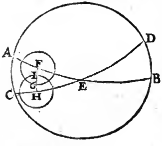
SI primus hujus constructionis numerus F H, ipsi H I æqualis foret res ipsa loquitur, semissem anguli visionis Lunæ obscurari, neque ulteriore calculi πἑριεργίᾳ opus esse.

Præterea si G I ordine quintus, toti angulo visionis Lunæ æqualis, vel major foret, reliquum hujus operis calculum prosequi supervacaneum fuerit, quia totus angulus visionis Lunæ (seu diameter visualis) in umbram immersus deficiat. CONCLVSIO. Quare in eclipsi semisse anguli visionis Lunæ, loco in deferente, & umbræ semidiametro cognita, uncias diametri defectas invenimus.

60 PROPOSITIO.

In Solis eclipsi (quam hîc ex Terræ centro æstimamus) data semidiametro visuali Solis, Lunæ, & hujus in deferente loco, uncias diametri Solis obscuratas invenire.

DATVM. Sit A B circulus Lunæ, Ecliptica C D, Nodus ascendens E,



Luna F G, cujus semidiameter visualis (seu semissis anguli visionis) F G 16 ① per 30 propositionem, & Lunæ à nodo distantia E F 4 gr. per 3 consectarium 56 propositionis inveniatur. Iam H I semidiameter visualis Solis 15 ① 50 ② per 8 propositionem, G I pars diametri visualis obscurata.

QVAESITVM. Unciæ diametri Solis obscuratæ, seu quantitas arcus G I ex Terræ centro æstimata invenienda est.

CONSTRVCTIO.

Triangulum F E H tres habet terminos cognitos, angulũ E F H rectum, F E H 5 grad. & latus F E 4 gr. per thesin: unde latus F H per 36 propositionem sphæricorum triangulorum invenitur	21 ①.
Inde subductus arcus H I per thesin	15 ① 50 ②.
Relinquetur I F	5 ① 10 ②.
Is deductus de F G per thesin	16 ①.
Relinquet angulum sub quo videtur pars Solis obscurata G I	10 ① 50 ②.
Cum autem Solis semidiameter visualis sit per thesin 15 ① 50 ②, integra erit 31 ① 40 ②, unde proportio 31 ① 40 ② dant G I 10 ① 50 ① ordine quintum, ergo 12 quid dabunt? concludes pro G I obscuratas diametri Solis	uncias 4 6 ①.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

NOTA.

Non puto hic etiam altero paradigmate opus esse, ubi plus semisse anguli visionis Solis (seu semidiametri visualis) obscuretur. Nam & hoc, & illa quæ inde deduximus, è 59 propositionis similitudine satis perspiciuntur.

CONCLVSIO. Quare in Solis eclipsi (quam hîc ex Terræ centro æstimamus)

mamus) semidiametro visuali Solis & Lunæ, & hujus in deferente loco, uncias semidiametri Solis obscuratas invenimus. Vt petebatur.

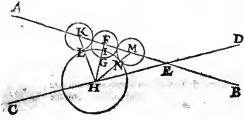
CONSECTARIUM.

Propositionis hujus epilogismum ad Terrę centrum tantum subduximus, atqui conjunctiones illic non eadem longitudine & latitudine videntur, quã in Terræ superficie, quod Lunę parallaxis major sit quam Solis, unde in ipsorum conjunctiones haud exigua differentia induci possit. Quare evidens est, ut obscuratas Solaris diametri uncias ex Terræ superficie æstimatas assequaris, ad numerum quinto loco inventum, addendam vel subducendam parallaxin latitudinis, quæ ab istis duobus Planetis ipso conjunctionis momento inducitur (id verò ex 27 & 43 propositione edoceberis:) summa vel differentia amplitudinem arcus eclipsis Solis indicabit, qui ad uncias diametri visualis (ut in sexto ordinis termino) revocatus, dabit æstimationem quæsitam defectus ex Terræ superficie spectati.

Cæterum de Luna 59 propositioni consectarium huic simile nullum subjunximus, quia Luna & umbra in eodem loco versentur, ut illis diversa parallaxis accidere non possit; quod in Sole & Luna secus est, cum hæc à terris propius, ille remotius absit.

61 PROPOSITIO.

In data Lunæ eclipsi casus & emersionis tempora invenire.



DATUM. Esto deferens Lunæ AB, ecliptica CD, nodus Boreus E, Luna FG, semissis anguli sub quo videtur FG 16 ☉ per 30 propositionem, EF arcus inter Lunam & nodũ eclipticum esto per 3 consectarium 56 propositionis 9 grad. Hinc HI semidiameter umbræ ad mediũ eclipsis tempus, sit per 44 propositionem inventum 40 ☉. QVÆSITVM. Tempus incidentię & emersionis, ἐμπτώσεως καὶ ἀναδύσεως χρόνοι inveniendi sunt.

PRAEPARATIO. In Lunæ deferente describatur centro K circellus KL, æqualis ipsi FG, umbræ convexum contingens in L, quemadmodum Luna cum primum umbram in eclipsis initio stringit; similiter altrinsecus ab F tangat MN umbram in N, quemadmodum Luna cum primum emersit. Inde per centra & contactus agantur arcus HLK, HMN.

CONSTRVCTIO.

Triangulum FEH tres habet cognitos terminos, angulum EFH rectum, FEH 5 grad. & latus FE 9 grad. per thesin, unde FH per 36 propositionem sphæricorum triangulorum invenitur 47 ☉.

V 2 Trian.

Trianguli H F K tres termini ſunt cogniti, H F K angulus rectus, latus F H 47 ① ordine primus, & latus H K 56 ① (nam H L æqualis ipſi H I eſt 40 ①, & K L æqualis F G eſt 16 ①, ſumma pro H K 56 ①, ut ſupra) unde latus F K invenitur per 32 propoſitionem ſphæricorum triangulorum 31 ①.

Deinde jam vera Lunę exſuperatio horaria iſto loco eſt inquirenda, quæ per 33 propoſitionis conſectarium inveniatur 28 ①.

Vnde proportio 28 ① tertius, dant 1 horam, ergo 31 ① ſecundus quid dabit? Concludes arcum K F exſuperationem centri corporis Lunæ ſupra Solem, hoc eſt tempus incidentiæ 1 hor. 6 ①.

* ἀνακαθάρσεως. Cui tempus * emerſionis (ſeu repletionis) æquale eſt, quo arcum F M exſuperat.

Cujus demonſtratio ex operis ſilo perſpicitur. CONCLUSIO. Quare in data eclipſi caſus & emerſionis tempora invenimus. Vt petebatur.

61 PROPOSITIO.

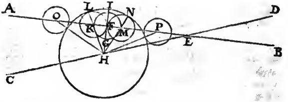
Dato totali Lunæ defectu ejus moram invenire.

DATVM. Sit deferens A B, ecliptica C D, Nodus boreus E, Luna F G, quæ per 30 propoſitionem ſit 16 ①, arcus inter Lunam nodumque interjectus inventus ſit per 3 conſectarium 56 propoſitionis 10 ①. Hinc H I ſemidiameter umbræ per 44 propoſitionem inveniatur 40 ①.

QVAESITVM. Tempus moræ, quo univerſa Luna deficiet inveſtigãdum eſt. PRAEPARATIO. Quia id ex theſi damus univerſum Lunę lumen hebetari, ſeu totam Lunam in umbram immergi, in Lunæ deferente centro K deſcribatur circellus K L, æqualis Lunæ F G, umbræ concavum contingens in L, quo loco Luna tota primum deficit: & conſimiliter ab F alter circellus M N priori æqualis, umbræ concavum in N contingens ſtatuatur: ac per centra & contactus ejiciantur duo arcus H K L & H M N.

CONSTRVCTIO.

Triangulum F E H tres habet cognitos terminos, angulum E F H rectum, F E H 5 gr. & latus F E 10 ① per theſin: quorum ope per 36 ſphæricorum triangulorum propoſitionem invenietur latus F H 1 ①.



Trianguli H F K tres termini ſunt cogniti, angulus H F K rectus, latus F H 1 ① ordine primus, latus H K 24 ① (H L eum æqualis ipſi H I eſt 40 ①, unde ſubducta K L æqualis F G 16 ①,

16 ①, relinquitur HK 24 ① ut prius.) Vnde latus FK per 32 sphæricorum triangulorum propositionem invenitur 22 ①.
Hinc vera Lunæ isto loco exsuperatio indaganda nobis est, quæ per consectarium 33 propositionis invenitur 28 ①.
Vnde proportio, 28 ① ordine tertius, dant 1 horam, ergo 22 ① secundus quid dabit? concludes Lunæ supra Solem exsuperationem, pro arcu KF seu dimidia mora o hor. 47 ①.
Cujus duplum optata mora 1 hor. 34 ①.
Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur. CONCLUSIO. Quare, data Lunæ totali defectu, moræ tempus invenimus. Vt petebatur.

CONSECTARIUM.

Tempora incidentiæ & emersionis per Lunaris motus exsuperationem ex arcubus FO FP, eadem analogia invenientur, quemadmodum 61 propositione in FK & FM expressimus.

63 PROPOSITIO.

Data Solis eclipsi ex terræ superficie æstimata incidentiæ & emersionis tempora invenire.

Vt hujus modum generatim comprehendamus, ita habe. Cum tempus incidentiæ eclipsis Solis, quæ ex Terræ centro æstimabitur secundum 61 propositionis Lunarem analogiam inveneris, tantum temporis intervallum addes demesvé quantum à parallaxi inducetur: cujus in Lunæ eclipsi rationem non habuimus, quod Lunæ & umbræ locus unus idemque esset, neque propterea diversas haberent parallaxes; secus verò est in Solis eclipsi, cum Sol & Luna maximo intervallo disjungantur. Quibus ita summatim perceptis, operis formam explicabimus.

CONSTRVCTIO.

Tempus incidentiæ ex Terræ centro æstimatum, & secundum 61 propositionis analogiam inventum sit 1 hora.
Inde parallaxin Lunæ eo loci, ubi supra horizontem exstabit inquiras per 43 propositionem, sitque 20 ①.
Inde Lunæ isto loco exsuperationem horariam per 33 propositionem investigato, sitque 30 ①.
Vnde proportio, 30 ① ordine tertius, dant 1 horam, ergo 20 ① ordine secundus dabit o horam 40 ①.
Hæc ad 1 horam terminum ordinis primum addita, aut subducta, prout res exiget; hoc loco addenda sit, dabitur igitur optatum tempus 2 hor. 40.

Cæterum ut tempus emersionis hîc investiges, similis operatio iteranda est, quia incidentiæ & emersionis arcus, ob causam paulò ante positam, necessariò hîc æquales non sunt.

Cujus demonstratio ex operis filo perspicitur.

CONCLUSIO. Data igitur Solis eclipsi ex Terræ centro æstimata ejus durationem invenimus, ut petebatur.

1 CONSECTARIUM.

Si totalis deliquii Solaris moram quæras, quemadmodũ de Luna 62 propositione usurpavimus, evidens est illam totalis deliquii moram respectu Terreni centri æstimandam, non aliter quam in Luna propositione 62, atque ad eam addendum demendumvé, quantum à parallaxi inducetur. nam quod inde nascetur optatum tempus definiet. sed tamen hæc mora haud valdè longa fuerit. nam angulus visionis Lunæ maximus, minimo angulo Solis haud multo major est, quorum semisses *Rheinoldus* in *Prutenicis* tabulis statuit 17 ① 49 ②, & 15 ① 4 ②, quorum differentia 2 ① 9 ②, ergo duplum 4 ① 18 ② pro integrarum semidiametrorum differentia. Si jam apparentem Lunæ exsuperationem eo die statuas 10 grad. Tumque per proportionem concludas 10 grad. dant 24 horas, ergo 4 ① 18 ② quid dabunt? concludes o horam 10 ① pro totalis deliquii Solaris mora.

2 CONSECTARIUM.

Nec obscurum est Solis defectum tanto tempore amplius produci posse, ultra tempus illud quod debetur apparenti Lunæ exsuperationi, quo Solis Lunæque semidiametros visuales peragrat, quanto Lunæ exsuperatio parallaxin istius loci percurrit.

1 NOTA.

In quintæ hujus Distinctionis breviario planetarum defectus in genere me expositurum recepi: cum tamen hactenus non alias propositiones quam de Sole & Luna tantum propositæ fuerint. Verum hinc etiam cæterorum planetarum mutuas ἀντιφράξεις, & quasi defectus quemadmodum in Sole & Luna inveniri manifestum est, si eorum motus, quà longitudinis quà latitudinis exactè satis cognoscerentur: eodem enim modo planetarum exsuperationes mutuæ huc adhibendæ sunt, & usurpandæ. Vt planetarum in longitudinem & latitudinem motuum accuratior ratio ad hanc rem sola desideretur.

2 NOTA.

Statueram, quemadmodum hujus 2 libri breviario videre est, hoc loco sextam Distinctionem subjicere, de fictitia Lunæ anomalia secunda, & tertia Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii. Sed cum ex instituto meo in primo secundoque libro cœli motum ad stantis Terræ hypothesin, non admixtis *Ptolemæi* ignoratorum motuum inventis descripsissem (nam illa seorsim in unum locum conjeceram) cumque eundem hunc modum in *Copernico* secundum motæ Terræ hypothesin usurpassem, qui suos de iisdem ignoratis motibus conceptus iis admiscuit, his ita à reliquo opere segregatis, ut rei adhuc latentis & ignotæ statum evidentissimè & planissimè omnium oculis exponerem, qui facilius feliciores Theoricas nancisceremur. Evenit interea ut, qui hæc aliorum usui præparassem, ipsi mihi facem allucerent ad Theoricę commodioris inventionem. Dum enim tertium librum de *Copernici* hypothesibus (qui jam diu mihi intactus jacuerat) rursum in manus sumpsissem, ut eum recenserem & pręlo subjicerem, aliam motus latitudinis Saturni, Iovis, Martis, Veneris, Mercurii cognitionem sum adeptus, ut motus illi perperam pro ignoratis habeantur. atq; eam ob causam 7 Distinctionis usus evanuit: Nã quaslibet humani ingenii conjecturas in planetarũ motu anxiè & nimis

mis follicitè inquirere, est tempus male collocare, utilius enim rerum non dubiarum cognitioni impenditur. Cum itaque latitudinis motum ob eam causam in tertium librum transtulerim ad Terrę motę hypothesin, hanc inquam etiam ob causam 7 Distinctionem omisi. Cæterum 6 Distinctionem in Motuum Cœlestium appendicem rejicere consultius judicavi: quæ vero rationes eò me impullerint illic dicetur.

Si fortè uspiam in his Hypomnematis Mathematicis occurrat locus aliquis in quo dicti latitudinis motus, quem hîc cognitum judico, ignotus vocabitur, scito hunc tertium sequentem librum omnium novissimum typis subjectum, meque cum eum typis jam jam mandandum perlustrarem, hæc tum primum invenisse, & planius pervidisse. atque ideò quamvis ordine reliquis sit prior, tempore tamen postremum esse.

ATQVE HIC SECVNDI LIBRI

FINIS ESTO.

TERTIVS
LIBER
MOTVVM COELESTIVM,
DE
INVESTIGATIONE MOTVS
PLANETARVM, EX RATIOCINIO MATHEMATICO, AD VERAM, & naturæ rerum conſentaneam motæ Terræ hypotheſin derivatâ.

LIBRI TERTII
BREVIARIVM.

VT hujus libri argumentum summatim & breviter complectar, ita habe: Planetarum duplicem esse motum, longitudinis & latitudinis. Longitudinis motu etiam secundum Terræ motæ hypothesin eadem omnia præstari, quæ Terra immota & in mundi centro librata, mathematicis rationibus demonstrabimus, sed hoc uno differre, quod ea quæ stante Terra mathematicos in sui admirationem rapiebant, ea hic nihil παράδοξου habere videantur: idque quia nitantur hypothesi, quæ non opinione, sed naturâ constituta sit. Ob unicam igitur istam demonstrationem, quod utrâque hypothesi idem utrobique in logistarum abacis concludatur, Liber hic in haud magnam molem excrescet: nam in hâc motus Terrestris hypothesi nulla de cœlestium motuum investigatione nova afferam problemata: Quin id generaliter statuo, omnia quæ in motu longitudinis supputanda nobis occurrẽt, ea per problemata stantis Terræ subductum iri, quæ duobus superioribus libris complexi sumus. Veruntamen peculiari propositione rationem privatim reddam, cur abacum istum ad commentitiam hypothesin subductum commodiorem & parabiliorem ducam eo, qui ex vera hypothesi derivetur. Longitudinis motui deinde latitudo succedet, quam utrâq; hypothesi eandem præstari ostendam.

Hujus igitur libri argumentum cum tale sit, in quinque partes, quas Distinctiones dicimus, secernemus. Vt prima explicet qualitatem orbium planetarum, quantum motuum legibus secundũ motæ Terræ hypothesin necessarium videbitur. Huic tres alteræ distinctiones de motu lõgitudinis planetarum motâ Terrâ succedent, videlicet Secunda de Terra; Tertia de Luna; Quarta de Saturno, Iove, Marte, Venere & Mercurio. Quorum agmen claudet novissima Distinctio de motu latitudinis Terra mota.

DISTIN-

DISTINCTIO PRIMA TERTII LIBRI, DE ORBIVM PLANETARVM QVALITATE,

quantum ipsorum motuum legibus, secundum motæ Terræ hypothesin necessarium videbitur.

BREVIARIVM 1 DISTINCTIONIS.

CVm Planetarum motus ad motæ Terræ hypothesin describere instituerim, huic suscepto negotio haud videtur disconducere, si de mundi forma & situ, tanquam fundamento cui illa inædificantur, hæc quædam in medium afferam, quæ vel certò scimus, vel conjecturis ducti suspicamur, quæque instituto serviant. Hinc igitur primam hanc Distinctionem in sex propositiones tribuam, quarum

Prima, quis ordo sit Planetarum orbibus, secundum motæ Terræ hypothesin.

Secunda, de Terræ δινήσει, ejusque magnetica quiete.* * μαγνητικῇ ἠρεμίᾳ.

Tertia, de magnetica quiete deferentium & orbium planetarum.

Quarta, de loco cui insita sit illa qualitas, quæ Terram & planetarum orbes in illa magnetica quiete conservet.

Quinta, nulla necessitate cogi Solem in centro Orbis affixarum stellarum consistere; sed probabili ratione hunc ei locum attribui.

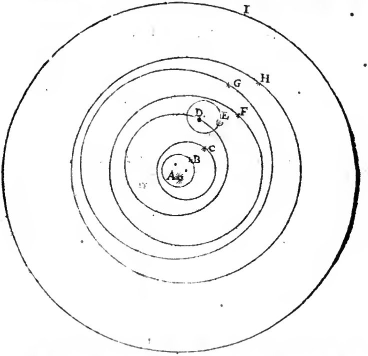
Sexta, de admiratione haud παραδόξων eorum qui Terram mundi centro affigunt.

1 PROPOSITIO.

Quis planetarum orbibus ordo & situs Tellure motâ.

CVm veteres ex stantis Terræ hypothesi quibusdam planetis epicyclos affinxissent, in quibus eorum motus ad amussim congrueret excessui, quo Sol singulorum * centri epicycli motum superat, ut Saturno, Iovi, Marti: * μόνον κίνησιν. deinde aliis ut centri epicycli motus motui Solis congrueret, quæ 1 libro nobis pertractata sunt. Hæc tamen aliis probari non potuerunt ut ista naturæ rerum consentanea crederent. Quamobrem cum in illam curam incumberent, utrum epicyclorum commentitii motus tolli possent Telluris motu usurpato, viderunt hanc hypothesin commodissimè usurpari. Nam veteres non uno loco

loco testantur Terræ etiam olim motũ à quibusdam assignatum, cujus tamen vera idea & ratio post *Eruditi seculi* occasum nec ad *Ptolomai*, neque cujusquam reliquorum manus deinceps (cujus quidem memoria extet) devenit, sed eum plurimis iisque pulcherrimis inventis intercidit. Donec tandem patrum nostrorum memoria *Nicolaus Copernicus* extitit, qui eandem illam hypothesin, aut aliam ipsi simillimam suscitavit, quam ut hac propositione descriptam oculis subjiciam, ita exordior. Intra Cœlum affixarum, quod *Copernico* fixum immotumque statuitur, ordine orbes Saturni, Iovis, Martis, & deinde Terræ sibi mutuò succedunt, quæ in orbe magno revolutionem an-



nuam faciat, cum gemina *δινήσει*, quas a capite planius explicabimus; ratio autem semidiametri hujus orbis ad magnitudinem diametri orbis affixarum plane evanescit. Circa Terram Luna fertur in suo eccentriro; ad extremum Venus & Mercurius in eccentricis circa Solem delati sequuntur. Horum omnium planetarum, ut & Terræ, motus secundum successionem signorum ab occasu aguntur in Ortum.

Sed diagrammate fiet illustrius. A punctum Solis fixam sedem designet circa quod eccentrici figurentur circuli, primus Mercurii B, hinc Veneris C, tertius annuæ revolutionis Terræ D, & circa hunc eccentricus Lunæ E; quarto, quinto, sexto locis hoc ordine sequuntur Mars, Iuppiter, Saturnus F, G, H, omnes

omnes nullo epicyclo affecti. Atque I cœlum stellarum affixarum, ex A centro, qui Sol est, tornatum & descriptum.

Iste ordo summatim & nudè tantum absque ullis demonstrationum rationibus ita propositus, paulò pleniorem descriptionem postulare videtur. Nam Venerem & Mercurium intra magnum Telluris orbem conversiones suas facere inde animadversum est, quod Soli nunquam ad diametrum opponantur: Mercurium autem interiore orbe currere, inde evidés est, quod ejus maximæ * ἀποστάσεις à Sole minores sint, quam Veneris, id enim primo libro docuimus. * distantiæ

Si quis tamen ambigat, utrum Veneris & Mercurii orbes intra magnum Telluris orbem constituti Solem tamen non ambiant; id falsum esse inde arguitur, quia ipsorum remotissima à Terris distantia major multò deprehenditur, quàm magni illius orbis semidiameter, quemadmodum postea subductis rationibus demonstrabitur. Cæteri verò ideò Terram orbium suorum ambitu cóplectuntur, ut Saturnus, Iuppiter, Mars, quod Soli ad diametrũ quandoque opponantur; secus enim id nequiquam fieri posset. Atque orbis Saturni summus, ei proximus Iovis, citimus Martis geminis ferè rationibus probatur. Prior ista est, Planetam cui officitur esse remotissimum; id tamen nimis rarò contingit, & qui oculos suos ad cœlestium observationem convertant longe rarissimi sunt. Secunda, quod hæc Tellure motâ (longe certius quam immotâ, ubi totum hoc in ambiguo versatur) reipsa dimensionibus explicari possit, quemadmodum in patenti campo duarum turrium à nobis distantias, atque adeò utra distantior sit mensuramus: Interstitiũ enim duarum stationum, quas Terra in diversis sui orbis locis obtinet, est basis trianguli cujus cum lateribus comparatione facta ratio facile in sensus incurrat. quæ suo loco pressius dicentur. Porrò autem Lunæ motum talem esse qualem in diagrammate expressimus, ita edocemur. Si enim motum aliquem reliquis planetis haberet similem, is necessariò vel extra orbem magnum Telluris perageretur, non secus ac in Saturno, Iove, Marte; vel intra ut in Venere & Mercurio expressimus. Sed extra totus versari non potest, quia ita nunquam Soli officeret; deinde neq; intra; nam ita nunquam Soli ad diametrum opposita (quemadmodum Venus & Mercurius) consisteret. quinetiam post Solem ipsa aliquando se adderet, atque adeò quamvis Solis, Lunæ, oculi centra in eadem recta consisterent, nunquam tamen Sol nobis deficeret, cui tot seculorum experientiæ refragantur.

Causæ verò ob quas motæ Telluris hypothesis, non autem immotæ naturæ rerum consentanea videatur, hujusmodi sunt. Primò, quia hinc (quemadmodum in sequentibus perspicitur) planetæ tantũ in deferentibus, repudiatis epicyclis eorumque commentitiis motibus, conversiones suas peragere demonstrantur. Secundò, cum in rerum natura ita comparatum sit, ut planetæ qui in majoribus orbibus versantur tardius moveantur, planè huic ordini contrarium fuerit maximum orbem seu affixarum stellarum sphæram citissimè, hoc est diurna conversione circumagi: Atque ideò naturę & veritati magis consentaneum velocissimum illum motum minimæ sphæræ esse proprium, hoc est Terræ ἴδιον. Tertiò, cum in rerum natura ita constitutum sit, ut Planetarum motus ab occasu ferantur in ortum, huic generali notioni pugnant, qui motum contrarium ab ortu in occasum inducunt: Atque ideò naturæ & rationi cõvenientius est hunc motum Terræ tribui & proprium credi, eundemque reliquis omnibus similem ab occasu in ortum.

X Quod

Quod autem Terra ob gravitatem suam immobilis ima semper sede hærere credatur, ei hoc modo occurri poterit. Cum manifestum sit Terram esse luminosum cœli corpus, quæ claritatem suam à Sole non secus ac Luna mutuatur, non videtur à ratione alienum Lunam, Terramque, cæteraque sydera ingenerata & insita quadam vi & affectione naturali ne dilabantur contineri. atque ut materia terrena Terræ centrum affectat, illucq; semper quoad potest inclinat, & obstantia pondere suo pressat; ita quoque cæterorum syderum materiam quamlibet suum centrum affectare, quod planè rationibus physicis etiam necessarium videtur, secus enim arena, aqua cæteræque terrestres materiæ dissiparentur, neque in unam sphæram conglobata continerentur, haud aliter quam [illegible] cumulus à ventis dissipatus evanescit. Quamobrem cum ipsa ratio nobis hoc quasi dictet, & concedi sibi postulet, similia sidera, similes habere affectiones & qualitates. Sitq; in confesso omnibus planetarum pondus & gravitatem ipsorum motui non obstare, aut ideò immobiles non hærere, conveniens quoque est de Terræ pondere simile judicium ferre. cui sententiæ *Copernicus* quoque libri 1 capite 9 adstipulari videtur. Verùm age exemplo proposito hæc illustremus: Si animo atque cogitationes concipiamus quosdam hominum in aliqua ætheris regione, tanquam theatro aliquo constitutos Terram, utpote planetam, inter cætera sidera fulgentem (cujus splendor iis maximè locis clarissimus est, qui ab aqua occupantur) eminus contueri, atque ex eorum numero aliquem affirmare stellam istam præ cæteris ponderosam & gravem: non dubium est istam sententiam (si nec rationibus probetur, neque argumentum ullum extet unde hoc sidus cæteris ponderosius arguatur) à reliquis explosum iri: Eodem modo nos, qui in hoc Terrarum orbe ætatem degimus, neq; illi, neque ullis qui ista absque demonstrationum momentis asseverant fidem habere debemus.

Argumenta autem, quibus *Ptolemaus* Telluris motum oppugnatum venit, quod eo motu quo aëri it obviam structuras, & ædificia quassata dilabi necesse sit, neque subsultantem eadem iterum vestigia pressurum, sed inde tanto intervallo disjunctum in terram relabi, quantum terra interea sua vertigine promovisset. hæc inquam omnia nullius momenti sunt, quia eadem illa contingerent etiam quiescente Terra. Cum enim supponant aërem, hoc est illam sphæram, quæ Terram ambit non simul cum Terra in gyrum rotari, sed utraque separatim moveri, aër eâdem contentione & violentia in structuras & ædificia impinget, quâ motâ Terrâ ipsa ædificia in circumfusum & quasi stagnantem aërem. Si enim bacillus erectus in aquam profluentem defigatur, & alter in aqua stagnante tanta velocitate commoveatur, quantâ profluens illa defluit, res ipsa dictare videtur bacillum utrobique impressionem parem facere: Similiter non alia est pressus ratio, structurarum in aërem immotum, aut moti aëris in stantes structuras. Hinc etiam illud porrò suppullulat, si quis stante Terra subsultet nec eum rursum in eadem vestigia relapsurum, sed aëris motu correptum inde tanto intervallo summotum iri, quantum interea ipse aër promovisset. Atqui cum contrarium ipsa experientia testetur, consequens est aëris regionem simul cum terræ globo intra eum clauso, secundū stantis Terræ hyptohesin simul stare, aut motæ, moveri. Contra eos verò, qui stante Terrâ aërem quoque stare concedunt, at eâdem motâ non simul commoveri, tanquam sibi ipsis contraria statuentes, non nostrum est differere. Quare ut concludamus, is quem descripsimus ordo erit planetarum orbibus secundum motæ Telluris hypothesin.

2 PRO

2 PROPOSITIO.

De Terræ * δινήσεως, ejusque * μαγνητοςηρεμισμῶ.

* vertigine.
* magnetica quiete.

Præter motum Terræ localem annuum, quo orbem magnum percurrit ab occasu in ortum, quem 1 capite descripsimus, duos præterea ab eo diversos habet. primam δίνησιν, cujus vortigine singulis diebus circa suum axem ab occasu in ortum versatur. verùm comparatione instituta hoc ipsum clarius elucescet; ut si cogitatione concipias rotam in navi circa suum centrum & axem versari, quæ tamen simul cum navi de loco in locum transferatur, cum nihilominus rotæ circa suos cardines motus [illegible] in navi non mutet. ita inquam huic omnino similis est illa Terræ in orbe magno annua conversio; & circa suum axem peculiaris vortigo. Alter motus, & quasi species δινήσεως ex *Copernici* sententia libri 1 capite 11 est hujusmodi. Terra dum annuo centri motu per orbem magnum (de quo primo capite dictum est) ab occasu circumducitur in ortũ, interea quoq; pari temporis spatio huic motui it obviam ab ortu in occasum, contra illum centri motum reflectens, ut hanc ob causam axis Terræ ad eandem semper mundi plagam conversa spectet. Sed ut hunc *reflexionis seu tertium declinationis motum*, & axis situm sibi perpetuò similem, commodissimo, quod quidem nunc occurrat exemplo, declaremus, animum oculosque ad pyxidem nauticam cõvertito. si enim in centro orbis papyracei, qui acum magnete tinctam sibi affixam habet, stipulam aut straminis calamum contra terræ axem parallelum constituas, & simul arcis aut urbis fossam navi circumveharis, cum tu eum locum obieris, acum quoque cõtrario motu nisam integram conversionem fecisse evidens est, & peripherias tuo cursui ubique similes emensam, calamo interim statum contra Terræ axem parallelum semper conservante. Huic inquam simillimus est Terræ motus annuus, dum enim in orbe magno centri motus ad eundem unde discesserat locum restituitur, etiam ipsa interim Terra in sua sede reflectens convertitur (qui *tertius declinationis motus Copernico* dicitur) ut ob hos motus mutuò sibi obvios axis Terrę eandem ubique cœli plagam spectet. Hanc esse genuinam & veram *Copernici* de Terræ motu sententiam arbitror, quam 11 capite 1 libri posito diagrammate explicavit. Sed cum neque demonstrationibus ullis, neque rationibus hunc Terræ motum probarit aut confirmarit, diu multumque ea res me habuit sollicitum; neque enim quælibet orbium conversiones, quas inter se restitutionum temporibus congruas tanquam αὐτομάτων tympana cudunt finguntque, mihi statim probantur, cum à veritate & rerum natura alienissimæ videantur. Et tamen iste *declinationis seu reflexionis motus* nobis hoc loco non erat repudiandus, ut reliquæ restitutiones, & motuum legitimi ac naturales consensus, qui ex Terræ motu dependent, certa lege derivarentur. Tandem verò in lucem prodiit *Guilielmi Gilberti* liber *De magno magnete Tellure*, ubi quantum quidem ego judico, genuina & naturalis hujus motus causa inventa ac deteæta est, cujus ideò argumentum universum summatim & breviter comprehendam. In Terræ visceribus ac venis (ut ferrifodinis, quæ ubiq; frequentes sunt) magnetes, aliaque id genus magneticam qualitatem & efficientiam in se continentia inveniuntur, ut Terra universa tanquam major lapis magneticus eandem sibi insitam habeat qualitatem, quę minoribus sphęrulis magneticis ingenerata deprehenditur; si enim sphærula aliqua suberi sphærico illigata aquæ innatet, quemadmodum Terra in aëre circumfuso pendet, non jam secundum horizontem solum (ut acus magnete tincta) axem

suum versus Boream diriget, sed ipsum contra Terræ axem parallelum statuet polorum simili responsu, ut Boreus, Boreum, Notius Notium spectet. Porrò etiam si in hac sphærula acum aliquam magnete tinctam (quales in solariis, quæ nobiscum circumferimus, esse solent) colloces, easdem elevationes, declinationes, & motus affectiones observabis, quibus in ipsius Terræ globo obnoxia est. Eadem hæc mutua qualitatum communio ac societas inordinatæ χαλυβοκλίσεως causam nobis retexit, quæ una maximè haud paucos mortalium cum stupore simul & admiratione huc usque sollicitos habuit. Si enim sphæram è magnete uspiam tamen cavam facias, deinde acum magnete tinctam non planè supra, sive cavi medium, ubi possit * ὀρθοβορειοδεικνύειν, sed à lateribus propiùs constituas, si is locus in Orientem vergat acus * ἀνατολίζει; sin in Occidentem acus * δυσιεῖ. Atqui cum Terra multis locis, quæ mari concessit, cavata sit, in cujus fluctuantibus undis magnetica vis & qualitas subsistere non possit; acus magnetica in medio quidem spatiosissimi maris campo ὀρθοβορειοδείξει, ut in Oceano Atlantico, qui nostra littora ab oppositis Americæ littoribus dividit: at cum inde ad Europam cursum deflectes ἀνατολίζει; sin verò Americæ vicinior eris δυσιεῖ. eadem affectio est ubi maximæ regiones tanquam acroteria in mare procurrunt, ut è regione promontorii, quod bonæ spei vocant, & plurimis aliis, quorum exempla *Gilbertus* 4 libri ultimo capite in medium profert.

* rectà Boream monstrare.
* declinabit in ortum.
* declinabit in occasum.

Cum igitur Terræ globus hanc magneticæ qualitatis affectionem sibi insitam habeat, hinc efficitur illum annuum declinationis seu reflexionis motum ab ortu in occasum, talem esse necessariò, ut axis Terræ ubique ad eandem cœli plagam spectet.

Hactenus magnetica illa Terræ natura & qualitas, motus *reflexionis*, seu ut *convertibilis inclinatio* dicta est, ut ita animi mei conceptus planius explicarem; sed cum quid mihi deinceps dicendum sit considero, commodius & significantius *quies magnetica*, seu voce Græca μαγνητοστηριγμὸς appellari videtur, atque eam appellationem ideo ipsi magis quadrare judico, quod supra dixerim quoslibet cœlestium orbium motus, quos æquabiles & inter se tantum congruos confingunt mihi minus placere, cum à rerum natura alienæ & abhorrentes videantur. At occurret hîc statim aliquis id ipsum tamen in duobus his Terræ contrariis & inter se congruis motibus mihi probari. Cui objectioni respondeo, hos duos motus restitutionum temporibus æquales & congruos vocari posse, quia ita (ut paullò ante notavi) res ipsa commodissimè explicari posse videatur, sed naturæ suæ congruentius μαγνητοστηριγμοῦ nomen & appellationem sortiri, quia motu centri à suo situ se abduci non sinit. Vt si pyxidem acus magneticæ in suo loco verses dextrorsum, atque acum interim sinistrorsum motam dicas, res non tam significanter neque propriè effertur, quam si ipsam acum dicas quiescere neque pyxidis cõversione è suo situ quoquam dimoveri. Similis est reflexionis ad annuam centri conversionem ratio. Atque adeò quam Terrestris δινήσεως quasi alteram speciem feceram, eam nunc, ut ipsi propositioni inscripsimus μαγνητοστηριγμὸν vocamus. quæ appellatio, notionem sibi subjectam planè & significanter satis exprimere videtur. Notato tamen cum hunc μαγνητοστηριγμὸν motum putabis, aut dices, eum contra signorum successionem cõcipiendum, qualem tamen absolutè & simpliciter nullis orbibus concessum video. Sed hæc hactenus de Terræ δινήσει, ejusque μαγνητοστηριγμῷ dicta sunto.

3 PRO-

3 PROPOSITIO.

De μαγνητοστηριγμῷ in planetarum deferentibus, & orbibus.

Neque verò hæc magneticæ quietis, seu μαγνητοστηριγμοῦ affectio Terræ solum insita, sed etiam (quod ad certiorem πίστωσιν reliquorum facit) suo annuæ revolutionis orbi est ingenerata; quod ex deferentis ejus apogæo non obscuris indiciis perspicitur: id enim ob Martis orbem a quo ambitur singulis bienniis semel unam conversionem peragere deberet, contrarium probante experientia, nam longa annorum serie vix unum gradum perreptat, & immoto similis permanet: quo argumento effici videtur non Terræ globum solum sed & ejus annuæ conversionis orbem, insitam habere sibi hanc magneticæ affectionis qualitatem. Imò verò & in reliquorum omnium planetarum orbibus similem analogiam valere, quorum apogæa ab orbibus ipsos ambientibus non cómoveantur, in Mercurio clarissimè perspicitur, cujus apogæũ ob motum deferẽtis Veneris singulis 225 diebus peracta restitutione velocissime moveri debuisset. atque adeo tanto velocius quantũ ab omnium superiorum orbium motibus, qui inferiores complexu suo continent, adjiceretur. Id tamen neutiquam fieri experientia magistra erudimur, quia apogæum Mercurii tam lento motu quam reliquorum proreptare videmus.

Neque vero μαγνητοστηριγμοῦ affectio planetarum deferentibus duntaxat est ingenerata, sed utique ipsorum sphæris & orbibus quoque (ut supra 2 propositione de axe Terræ tetigimus) siquidem axes sphærarum in eandem plagam semper spectant. Si enim hoc μαγνητοστηριγμῷ destituerentur, poli orbis annuæ revolutionis Telluris non in eadem sede fixi & immoti hærerent; sed singulis biennis tantum circulum describerent, quantum declinatio deferentis Martis ab ecliptica induceret; vel ut idem aliter efferam Terra non semper expers latitudinis, in ipsius eclipticæ plano permaneret: sed nonnunquam inde tantundem, quantum deferens Martis declinaret. similis in reliquorum planetarum orbibus analogia & ratio intelligatur. è quorum numero hic μαγνητοστηριγμὸς in Lunæ orbe valde illustris est & notabilis. Quia apogæũ ejus à motu centri Terræ, quem illa sequitur, non afficitur. prætcrea considerandum hîc est in orbes infimos tantam varietatem & inæqualitatem induci debuisse quanta ab omnium superiorũ orbium declinatione conflaretur: Quod cum non contingat (quemadmodum infra, ubi simplicem latitudinis singulorum affectionem describemus, clarius patescet) efficitur hunc μαγνητοστηριγμὸν non deferentibus duntaxat, sed ipsorum orbibus quoque inditum.

Quin & hoc notato, Si planetarum orbibus describendis eundem ordinem sequi velis, quem *Copernicus* 11 capite 1 libri instituit, quem eundem nos 2 propositione expressimus; hæc ita tibi concipienda & enuntianda esse. Dum Iovis sphæra à tricennali Saturni motu ab occasu rapitur in ortum, proprio interim motu ab ortu in occasum contra reflectit, ut hâc de causa axis ejus semper in eandem plagam spectet. Sed planius & intelligentius videtur si pro isto motu hunc μαγνητοστηριγμὸν usurpem. maxime quia in orbe Mercurii plures motus nominandi essent, quam qui ab orbe Veneris existat, siquidem eò omnium superiorum orbium motus concurrere, & misceri deberet.

Illud quoque hoc loco monebo, me in hanc cogitationem aliquando incidisse, & utrimque quasi in lancem impositis rationum momentis expendisse;

primò, cum omne quod ab alio continetur eò rapiatur & concedat, quò ab eo quod continet defertur, consequens esse singulos planetas motum habere mixtum ex omnium orbium motibus à quibus continentur. Cæterum cum contra evenire altrinsecus viderem, ea res mihi suspicionem movebat, utrum planetæ quoque non orbibus suis infixi, sed ipsi nullis alligati sedibus liberè vagarentur, cursumque in gyrum flecterent eodem modo quo aves turrim in sublimi stantem circumvolant, quæ mutuum motum non arguunt, & quamvis contrariæ rationes non leviores viderētur, hærebam tamen in ambiguo, donec istius, quam paulò ante exposui, affectionis seu μαγνητοστρεφισμῦ proprietatem agnovissem, quo tunc hujus ambiguitatis nodus facilè dissolvebatur. Quamobrem μαγνητοστρεφισμῦ in Terra, planetarum deferentibus, & orbibus qualitas ita nobis exposita esto.

4 PROPOSITIO.

Cui loco vis & qualitas illa quæ Terram, deferentes, & orbes planetarum in μαγνητοστρεφισμῷ conservet, insita sit.

Vis & qualitas illa μαγνητοστρεφισμῦ, quâ Terræ globus, deferentes & orbes planetarum illo quem supra expressimus situ, & statu conservantur (quæ significanter & plana similitudine singulorum magneticus lapis vocari possit) omnino, si Lunæ deferentem excipias, supra planetarum orbes consistere videtur. Nam, ut similitudine hanc rem illustrem, si in pyxide nautica quæ acum magnete tinctam habeat, simul magneticum lapidem (cujus vi utique acus illa versatur & trahitur) quoque injicias, jam pyxide in hanc vel illam partem conversa, acus non se versus eandem mundi plagam diriget, sed motum & situm magnetis sequetur, quia vis ipsam movens nunc simul quoque movetur. Eâdem plane ratione & similitudine, si efficientia & qualitas illa, quæ Terræ globum, ejusq; annuæ conversionis orbem, eodem statu tuetur ac conservat, intra pyxidem suam clausa, hoc est Martis orbi insita ab ejus motu quoque corriperetur, apogæum annuæ revolutionis Terræ, motum Martis sequeretur, bienniis singulis cursu emenso. Quæ cum non eveniant, consentaneum est, vim & qualitatem istam non Martis orbi, neque reliquorum planetarum orbibus paribus de causis, ingeneratam: sed cum experientia testetur apogæum ejus eundem inter sidera affixa locum obtinere, & lentum illorum motum sequi, non videtur à ratione alienum, si moventem illam vim & qualitatem stellarum affixarum orbi insitam credamus; neque hoc solum de Terra, aut ejusdem annuæ revolutionis orbe, sed omninò de omnium planetarum orbibus, præterquam Lunæ, cujus deferētis apogæum singulis proximè novenniis emenso curriculo, ad eundem unde decesserat, locum restituitur, atq; ideo vis à quo ipsum ducitur alteri cœlo & quasi pyxidi intra Iovis & Martis orbes insita videtur. Cæterum cum locus ipse Lunaris apogæi mentionem injecerit, illud quoque quod jam dicam, silentio transmittere non potui. Cum motum apogæi diurnum non 6 ① 42 ②, quæ ex stantis Terræ hypothesi derivantur, sed quemadmodū ex Terræ motu deducitur, 52 ① 27 ② deprehendissem, idque contra successionem signorum, quod suo loco clarius demonstrabitur, per mihi mirum videbatur veram & genuinam Terræ moræ hypothesin, ullum motum contra signorū successionem ferre: Sed cum deinde diligentius considerarem, vim & qualitatem à qua moveatur in alio quodam

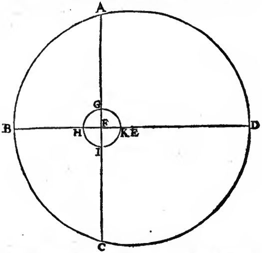
dam orbe secundum successionem signorum nono quoque anno proximè circumagi, nihil hîc à positâ analogiâ alienum evenire, sed omnia ab occasu in ortum converti, atque istam apparentiam à causis cognitis dependere, visum est. Atque hæc de loco μαγνητοσηριγμῶ unde Terra, deferentes & orbes planetarum dicto situ conserventur.

5 PROPOSITIO.

Solem non necessariò, sed tantum probabili ratione pro affixarum stellarum sphæræ centrum usurpari.

Quemadmodum in Geographia utile est meridianum aliquem, tanquam initium unde omnes numerationem suam auspicentur, constitui, quod pressius 4 definitione 1 libri Geographiæ nobis dictum est: sic in Astronomia quoque ex re fuerit punctum aliquod unum idemque seligi quod omnes, qui istam materiam tractabunt pro centro habeant. Ita secundum stantis Terræ hypothesin Terra ipsa centrum convenienter statuitur: cum enim probatur stellarum affixarum diurna conversio, necesse est Terram propter centrū consistere, secus enim non ubique orbis stellati semissis supra, altet infra horizontem videretur, cum contrarium quotidiana experientia testetur, quemadmodum *Ptolomæus* 1 libri capite 5 demonstrat.

Cæterum secundū motæ Terræ hypothesin Sol ipse meritò pro centro habetur, quia centrum sit illorum orbium qui ab apogæis planetarum describuntur: utrum verò quoque idem centrum sit affixarum stellarum, illud probabili ratione ducti suspicari quidem licet, sed argumentis certis (ut quidem arbitror) demonstrari non potest. Exponatur enim cœlum affixarū ABCD,



cujus centrum E, & diametrū B E D secet perpendicularis adiametros in F, unde tanquam centro Terræ annuus orbis describatur G H I K; his consti-

 tutis,

tutis, non est obscurum arcum A B C minorem esse quam C D A, & tamen cum circulus G H I K in eadem sede fixus hæreat, neque A B C D moveatur, utrumque arcum ex centro F spectatum semicirculum videri, quemadmodum A B, seu angulus A F B quadrans esse semper videtur. Atque idem quoque è quolibet peripheriæ G H I K puncto videbitur, quia ratio diametri H K ad semidiametrum B E, sive B H, sensum omnem effugiat, & quasi evanescat. Quin etiam hoc dicam, quandoquidem totus annuæ revolutionis Terræ orbis, ad stellarum affixarum sphæram comparatus, puncti vicem obtineat, non alia aut certiore ratione demonstrabimus Solem ejus centrum esse, quam apogæum eclipticæ in qua Terra defertur, aut aliud quodvis ejus orbis punctum. Imò verò ipsius Saturni orbem ad affixarum sphæram comparatum in punctum evanescere verisimile est; idque hanc ob causam, quod diameter ejus tantum noncupla sit diametri orbis annuæ revolutionis Terræ, quemadmodum 15 propositione demonstrabimus. unde efficitur, sidera cœlo infixa ex Saturni deferente spectata, affici parallaxi noncupla, ejus quam habent ex Terræ deferente visa, hoc est rei quæ in sensum non cadat noncupla, quæque ideo vel prorsus sensus omnes effugiat, vel saltem quam minima sit. quamobrem cum universus Saturni orbis fixarum comparatione centri instar sit, consequens est quodlibet ejus orbis punctum pro centro usurpari, neque hujus à vero centro distantiam notari posse. Atque adeò non magis videtur demonstrationibus probari Solem, quam Saturni apogæum, aut aliud ejus punctum quodlibet in affixarum sphæræ centro consistere.

Quod verò 10 capite 1 libri *Copernicus* quærat. Quis in hoc pulcherrimo templo lampadem hanc in alio vel meliori loco poneret, quàm unde totum simul possit illuminare? est quidem id physicis rationibus consentaneum, sed mathematicis demonstrationibus haud innixum. Quin imò si aliud quodcunque punctum à Sole diversum hujus universi centrum statuas, dicis gratiâ centrum orbis annuæ revolutionis Terræ & Solem circa id rotari in circello cujus semidiameter æqualis sit Terræ eccentricitati, hypothesium descriptio veris usquequaque respondens institui posset, sed commodius est aptiusque Solem ipsi centro affigere, nam ita illustrior erit mutua convenientia utriusque hypothesis motæ & immotæ Telluris, & hac via alia haud pauca facilius & planius intelligentur. Patet igitur haud necessariò Solem mundi centro affigi, sed probabili ratione hunc ei locum assignari.

6 PROPOSITIO.

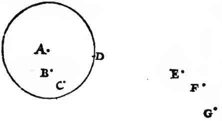
De admiratione haud παραδόξων, eorum qui Terram mundi centro affigunt.

Nonnulli eorum, qui *Ptolomæi* hypotheses & planetarum motus probant, non leviter hîc quasdam eorum proprietates admirantur & suspiciunt. Primò Saturnum, Iovem, Martem ἀκρονύχους seu Soli ad diametrũ oppositos Terræ proximos; at eidem conjunctos, remotissimos esse. Secundò motum ipsorum in epicyclo æquari excessui quo Sol centri epicycli motum superat. Tertiò, in Venere & Mercurio contrariũ superioribus evenire, horum enim motuum leges Solis motui non ut illi respondent; sed in his centri epicycli motus Solis motui æquantur. Atque his indiciis Solem præstantissimum planetam argui arbitrantur, quem reliqui tanquam Regem venerentur, & ad cujus mo-

tum

rum se suosque motus componant. Sed ista tanta (ut videntur) naturæ arcana è falsis fictisque stantis Terræ hypothesibus exstitere; multumque similes sunt navis motui, cujus insueti non se; sed alias naves moveri arbitrantur, cum enim illis occurrunt & infra illos à vento dejecti sinisteriores currant, si nec aquam neque terram spectent mirantur eorum velocitatem præ suo; vel etiam si vento obluctante cursum obliquent, alteram, quam modò à dextris modò à lævis navem conspicantur, quæ fortè immota jacet, circum se ferri, & ambire arbitrantur.

Sunto A, B, C, D, E, F, G septem naves in patenti æquore, A navis prætoria quiescat, reliquæ verò omnes cursum suum nullâ certâ lege circa illam in gyrum flectant. ac jam accuratius considerato motu aliquis admirabundus exclamet. hem! quam stupendum, quã παράδοξον! tres naves E, F, G cum recta ab ipsis ad nos, deinde producta ad navem prætoriã pertinget, tum à nobis proximè abesse; longissime autem distare, cum ultra navem prætoriam altrinsecus à nobis discesserint. huc adde tam inæquabilem illorum motum; atque hinc concludat singulas istarum navium in epicyclo quoque propterea moveri, cujus conversione propius accedant, aut longius recedant; mireturque cur hujus motus restitutio certo responsu prætoriæ navis motui congruat. Neque minus insolens & admirandum ipsi videatur, duas naves C B motum navis prætoriæ sequi, contra tamen quam priores; videlicet, ut (quemadmodum ipse arbitratur) motus maximi circuli in quo circa navem D cursum flectunt, tempore par sit restitutioni motus navis prætoriæ, atque his tam variis & dissimillimis motibus prætoriam navem ab ipsis honorari & quasi coli credat.



Quibus positis, fingamus navis magistrum rei ipsius & veritatis gnarum, hunc ita affari. Ehem mi homo, cur tibi ipsi tantum negocii facessis, atque ea quæ planè nihil admirationis habent, tanquam insolita & παράδοξα suspicis, nam hæc navis quam tu eodem loco quasi infixam hærere censes, motu continuò circum naves A B C ipsa fertur, unde efficitur quoties inter prætoriam navem A & aliquam è tribus E, F, G consistat, ipsas à nobis proximè abesse; contra verò longissimo intervallo disjunctas, cum A navis prætoria inter ipsas & nos media consistet. Falleris sanè & longè à veritate abis diversus, si credas istas naves in circulis atque ita ficto motu rotari, cujus ductu propius longiusve accedant, aut recedant: neque adeò B C naves sequuntur leges & restitutionem motus navis prætoriæ A. Quin potius à rei natura alienum & abhorrens esset nisi hæc ipsa, quæ imperitis, & rerum ignaris ita videntur, re ipsa & veritate longe aliter essent constituta,

Eodem planè modo peritus Astronomus imperitum affari & compellare posset. Hem, quid est, quod te tantum maceres, & obstupescas ea, quæ nihil insolens aut admiratione dignum habeant, hoc enim ipsum luminosum

mundi

mundi corpus, ſeu hæc ipſa Terra, quam tu eidem ſemper loco affixam cenſes, jugi motu circum planetas Solem, Venerem, Mercurium in gyrum fertur. cui adeò motui cōſentaneum eſt, quoties inter Solem & Saturnū, Iovem, vel Martem conſtiterimus, ipſos Terræ proximos, contra verò nos ab iiſdem longiſſimè disjunctos eſſe cum Sol inter ipſos & nos cadet intermedius; atque adeò planetæ illi non feruntur circulari iſto, & commentitio motu, à quo modò adducantur, modò abducantur; neque etiam Venus & Mercurius in iſtis circulis, quorum motus Solis motui ad amiſſim reſpondeat, quemadmodum tu credis: Quin potius à natura abhorrens & alienum videretur, niſi hæc quæ imperitorum oculis ita videntur, ſecundum rei naturam & veritatem aliter ſe habeant.

Denique etiam latitudinis motus in Saturno, Iove, Marte, Venere & Mercurio multis & alieniſſimis difficultatibus obſtructus eſt ſecundū ſtantis Terræ hypotheſin, quod multi non leviter admirantur: quæ res tamen ſecundum motæ Terrę hypotheſin inſolitum aut mirandum nihil habet, ſunt enim deferentes ab ecliptica declinātes, ut Lunę circulus, unde latitudinis calculus certa propriaque ſcientia deducitur, ut infra clarius patebit. Quamobrem hæc de haud παρὰ δόξαν admiratione in ſtantis Terrę hypotheſi dicta ſufficiant.

Atque hactenus de qualitate orbium planetarum: ſequitur eorundem motus; & primum quidem longitudinis.

DE LON-

DE LONGITVDINIS MOTV.

DISTINCTIO SECVNDA TERTII LIBRI, DE PROPRIO TERRÆ ET SOLIS APPARENTI MOTV.

BREVIARIVM 2 DISTINCTIONIS.

PRamissis quatuor definitionibus, quatuor propositiones succedent: harum prima, quæ est ordine 7 erit de Terræ motu in deferente suo, quam eclipticam vocant.

Secunda, quæ ordine 8 erit, Solem secundum Terræ motæ hypothesin eandem apparentem longitudinem in ecliptica, distantiam à Terrâ, & prostaphæresin habere, quam Terra quiescente & immotâ.

Tertia, quæ ordine 9 erit, perigæum deferentis Terræ eam habere longitudinem in ecliptica, quam Solis apogæum secundum Terræ quiescentis hypothesin.

Quarta, seu ordine 10. Terram secundum motus sui hypothesin in apogæo, seu priore sui deferentis semicirculo, eodem tempore versari, quo Solem secundum stantis Terræ hypothesin: Terramque motam eandem longitudinem & prostaphæresin habere, quam Solem Terra immotâ.

1 DEFINITIO.

Si ponamus Terram circa Solem mundi centro affixum in isto orbe & motu commoveri, quo Sol secundum stantis Terræ hypothesin conversionem suam peragit, ea dicitur hypothesis Telluris motæ.

2 DEFINITIO.

Si Lunam circa Terram motam, quemadmodum alia hypo-

hypotheſi, circa immotam converti ponamus, is Lunæ motus ſecundum motæ Terræ hypotheſin dicitur.

3 DEFINITIO.

Si circulum qui Terram deferat æqualem ponamus, epicyclo Saturni, Iovis, Martis, planetas autem ipſos non in epicyclis ſed in deferentibus à quibus epicycli deferebantur moveri, is dicitur ſingulorum motus ſecundum motæ Terræ hypotheſin.

4 DEFINITIO.

Si circulum qui Terram deferat æqualem ponamus deferentibus Veneris aut Mercurii, ipſoſque planetas in epicyclis ſuis intra magnum Terræ orbem, hic dicetur motus ipſorum, ſecundum motæ Terræ hypotheſin.

7 PROPOSITIO.

Terræ motum in ſuo deferente ad datum tempus conſignare.

Monumenta veterum quæ uſque ad *Ptolomæi* tempora perdurarunt, diſertè teſtantur hunc morem illis receptum fuiſſe, ut ſingulorum planetarum motus à diurno motu auſpicarentur, vel quod eodem recidit, à motu ipſorum in dato temporis intervallo, quem ex obſervationibus derivarant; cumque is modus rationi valdè conſentaneus videatur, eundem quoque hoc tertio libro ſequar ſecundum motæ Terræ hypotheſin, quemadmodum eum primo libro ſtante Terra expreſſimus. Maxime autem id hîc notandum venit, ſingulos planetas longè alio motu commoveri, quàm qui ipſis ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin attribuitur. Porrò in Terræ ipſius motu non ignorandum eſt, ipſam eodem illo motu affici, qui altera hypotheſi Soli aſſcribitur, quem 3 propoſitione 1 libri per epilogiſmum invenimus ſingulis diebus eſſe 59 ☉ 8. 17. 13. 12. 31. atque anno naturali conficere periodum ſuam. Is igitur eſt Terræ motus in ſuo deferente, qui poſtulatur.

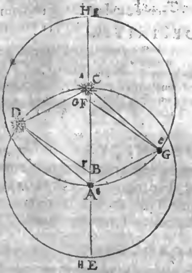
THEOREMA. 8 PROPOSITIO.

Sol motu Terræ eâdem longitudine ſecundum eclipticam, diſtantiâ, & proſtaphæreſi afficitur, quâ Terrâ ſtante.

DATUM. Secundum priorem hypotheſin A punctum Terram fixam ſignificet, A B Solis eccentricitatem, quæ ſecundum *Ptolomæi* abacos eſt 417, qualium ſemidiameter B C 10000: intervallo B C centro B decircinetur deferens Solis C D E; continuata igitur C A, deſignabit perigæum in E, apogæum in C. hinc Solem ſtatuamus à C progreſſum ad D.

At ſe-

At secundum alteram hypothesin Terra moveatur ab A, & Sol quiescat in



C; atque eccentricitati A B ponatur æqualis C F, centroque F, intervallo F A (quæ ipsi B C æquatur) describatur circulus A G H Terræ deferens, cujus apogæum H, perigæum A, unde Terra commota sit ad G, ut A G C D peripheriæ æquales sint. denique connectantur sex rectæ A D, G C, C D, G A, B D, F G. QVÆSITVM. Demonstrandum est Solem fixum in C, spectatũ è Terra mota G, eadem longitudine secundum eclipticam videri; quâ Sol motus in D, ex Terra immota A.

DEMONSTRATIO. Principiò hoc, quod extra omnem controversiam est, assumo A Terram; & C Solem illo temporis momento cum in suo apogæo consistent (sive Terram stare & Solem moveri; seu Solem stare & Terram quiescere concipias) eodem & loco & distantia Solem à Terrâ videri: Sed cæteris quoque locis ista evenire ita demonstro. Cum arcus A G arcui C D æqualis sit, erit triangulum æquicrurum B C D, simile & æquale æquicruro triangulo F A G; & propterea angulus B C D angulo F A G, hoc est A C D ipsi C A G æqualis; quare duæ æquales rectæ D C A G parallelæ, & rectæ A D G C, quæ illas conterminant æquales erunt & parallelæ. Sed cum A D G C parallelæ sint, Sol fixus C è Terra mota G, eodem loco videbitur quo Sol motus D ex Terra immota A, quia linea A G, imò tota orbis magni diameter ad affixarũ sphæræ diametrum comparata evanescat, neq; illius ad hanc ratio in sensus nostros incurrat. neque obscurum est distantias G C A D æquales esse, quia parallelæ A D, G C, conterminant parallelas A G, D C. Tertia autem pars de æqualitate prosthaphæresis in utraque hypothesi ita demonstratur. Sol motus in D ex Terra stante A, tanto minus promovisse videtur in ecliptica, quam * Sol medius (cujus motus definitur à linea ex centro deferentis B per Solem D versus eclipticam ejecta) quantum ei derogabitur ab angulo A D B, sed & tanto minus Sol fixus, secundum motæ Terræ hypothesin ex G progressus videtur, quàm Sol medius, (qui designatur recta à Terra G per annuæ revolutionis, seu magni orbis centrum F versus eclipticam educta) quia A D & G C, D B & F G parallelæ sint, & hanc ob causam ipsi anguli A D B, C G F æquales, unde prosthaphæresis (quę hic subductitia est) utrâque hypothesi existit eadem. CONCLVSIO. Quamobrem Sol secundum Telluris motæ hypothesin apparentem longitudinem in ecliptica, distantiam à Terra, & prosthaphęresin habet eandem, quam Terra immota. quod demonstrandũ fuit.

* linea medii motus Solis.

9 PROPOSITIO.

Perigæum * deferentis Terræ eandem longitudinem in ecliptica obtinere, quam Solis apogæum Terrâ immotâ.

* annuæ revolutionis.

DATUM. Oculos animumque ad antecedens diagramma convertito, ubi plane videtur H deferentis Terrę perigæum sub eadem longitudine in ecliptica consistere, in qua Solis apogęum C secundum stantis Terræ hypothesin. recta enim à Sole C (quod mundi centrum est secundum motæ Terrę hypothesin) acta per perigæum suum H in idem eclipticę punctum incurret, eandemque ejus longitudinem designabit, quam recta ab A Terra (quod mundi centrum est secundum stantis & immotę Terræ hypothesin) per C Solaris deferentis apogæum educta. CONCLUSIO. Quamobrem perigæum annuę revolutionis Terræ eandem habet longitudinem in eclipticâ, quam Solis apogęum secundum stantis Terrę hypothesin.

THEOREMA. 10 PROPOSITIO.

Cum Sol secundum stantis Terræ hypothesin in apogæo, sive priore deferentis semicirculo versabitur, Terra quoque secum motus sui hypothesin in apogæo sive priore semicirculo consistet, eandemque quam Sol longitudinem & prostaphæresin in deferente suo habebit.

Accersatur huc octavę propositionis diagramma, cujus deformatio ipsa dictat Terram secundum motus sui hypothesin eodem tempore versari in sui deferentis A G H apogęo A, quo Solem in apogęo C deferentis sui C D E.

Porrò etiam manifestum est ibidem Terram in deferentis sui priore semicirculo A G H versari eodem tempore, cum Sol in deferentis sui priore semicirculo C D E consistet.

Præterea quam longitudinem Sol D obtinebit in deferente suo C D E, cujus mensura est arcus C D, eandem quoque obtinebit Terra G in deferente suo A G H, quam mensurat arcus A G, is enim per hypothesin ipsi C D æqualis est.

Denique quantam prostaphęresin subductitiam A D B hîc Sol D habet in suo deferente C D E, tantam & similem quoq; habet Terra ad G in deferente suo A G H, angulus enim aphæreticus, sive subductitius A D B, angulo C G F æqualis est.

CONCLUSIO. Quamobrem cum Sol secundum Terrę stantis hypothesin in apogęo seu priore deferentis semicirculo consistet; Terra quoque secundum motus sui hypothesin in apogęo, sive priore semicirculo consistet, eandemque longitudinem & prostaphęresin habebit quam Sol in deferente suo. Quod demonstrandum fuit.

CONSECTARIA.

Cum igitur Terra secundum motus sui hypothesin similem sempet locum in suo deferente obtineat, qualem Sol Terrâ immotâ in deferente suo, consequens est cujusmodi tria loca Soli in deferente suo assignamus, ut inde ejus

eccen-

eccentricitatem eruamus, similia planè Terram reverà in suo deferente obtinere; Atque adeò secundum motæ Terrę hypothesin eandem inveniemus eccentricitatem, dierum æquationem, cæteraque id genus omnia, quæcunque secundo libro secundum stantis Terræ hypothesin per calculum explicantur. quamvis hujus abaci conceptus ad stantis Terræ hypothesin animo & cogitatione complecti commodius sit, ob causas postea suo loco dicendas.

DISTINCTIO TERTIA LIBRI TERTII DE MOTV LVNÆ IN LONGITVDINEM

secundum motæ Terræ hypothesin.

BREVIARIVM 3 DISTINCTIONIS.

Tertia hæc distinctio duabus propositionibus absolvitur. Prior, quæ est ordine 11, Quomodo ad datum tempus apogæi deferentis Lunæ & nodorum motus mathematico ratiocinio ad motæ Terræ hypothesin inveniantur.

Secunda, quæ est ordine 12, Lunam secundum motæ Terræ hypothesin eandem habere apparentem longitudinem secundum eclipticam, & à terris distantiam, quam Terrâ stante & immotâ.

11 PROPOSITIO.

Ad datum Tempus apogæi deferentis Lunæ & nodi motum secundum motæ Terrę hypothesin invenire.

1 *Paradigma de investigatione medii motus apogæi deferentis Lunæ.*

DATVM. Esto tempus diurnum. QVÆRITVR. Quantus sit hoc intervallo medius motus apogæi Lunæ secundum apparentem eclipticæ longitudinem, ad motæ Telluris hypothesin.

CONSTRVCTIO.

Medius Terræ motus diurnus per 3 propositionem 1 libri (nam illum Solaris motus abacum, ob cognitas jam causas, pro medio Terrę motu hic usurpamus) est 0 gr. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Hinc ſubducatur medius apogæi deferentis motus, quo ad ſtantis Terræ hypotheſin in conſequentia ſecundū eclipticam apparenter ſingulis diebus 11 propoſitione 1 libri commoveri oſtendimus — 0 gr. 6. 41. 2. 15. 38. 31.

Reliquus erit deferentis apogæi Lunæ motus medius diurnus contra ſignorum ſucceſſionem — 0 gr. 52. 27. 14. 57. 34. 8.

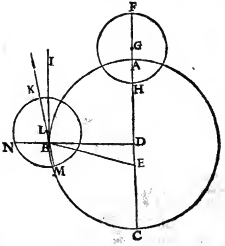
Iſtud exemplum fuit motus diurni, unde veri & genuini hujus motus differentia à com... ſtantis Terræ hypotheſi clarius eluceſcit, quam in longioribus temporum intervallis ubi integri circuli incidunt, qui propterea eximendi ſunt: ſed tamen quia ... arcus nimis quàm exigui ſunt, ut hinc ſequens demonſtratio vix intelligi poſſit, ideo majus intervallum uſurpabo, ut puta 90 dierum

Hoc intervallo medius Terræ motus per 3 propoſitionem 1 libri erit — 88 gr. 42.

Inde medius apogæi deferentis motus (quo ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin in antecedentia ſecundum eclipticam commoveri deprehenditur) ſubductus, qui intervallo 90 dierum per 11 propoſitionem 1 libri eſt — 10 gr. 2.

Relinquet apogæi deferentis Lunæ medium motum contra ſucceſſionem ad datum tempus 90 dierum — 78 gr. 40.

PRAEPARATIO DEMONSTRATIONIS. Priuſquam ad ſpecialem motus demonſtrationem deſcendam, id universè in hoc genere notandum, motum apogæi deferentis Lunæ, quemadmodum is apparenter à nobis in ecliptica obſervatur, compoſitum eſſe ex ſuo, & centri Terræ motu, cujus ductum illa ſequitur, qui ſegregandi ſunt in ſuos ſimplices & genuinos motus, ut motuum leges theoricè planius explicemus. Si enim ſimpliciter Lunæ apogæo etiam ſecundū Terræ motæ hypotheſin aſſignemus diurnū motum 6 ① 41 ② in antecedētia, nec figuratio nec calculus veritati congrueret. His perceptis exponatur circulus Terræ centrū deferēs ABC, centrum D, Sol E, recta per D E producta ſignet apogæum in A, perigæum in C. Iam Terram ſtatuamus primò in A, & continuetur D A in F, ſignatoque puncto G in ipſa A F, deſcribatur ſuper diametrum F H circulus Lunam deferens, hujus apogæum ſit F. Deinde jam ſpatio 90 dierum proceſſerit Terræ centrū ex A in B, quo tempo-



tempore per constructionem ejus medius motus est 88 gr. 42 ① pro angulo A D B. inde B I parallela sit contra D A, hinc B K inclinetur ut I B K angulus sit æqualis medio motui apogæi deferentis Lunæ in antecedentia suprascriptis 90 diebus, quantum promovit secundum apparentem eclipticæ longitudinem, hoc est per constructionem 10 grad. 2 ①. Hinc in B K assumatur L punctum, ut B L eccentricitatem definiat, centroque L deferens scribatur K M, cujus apogæum K, perigæum M; denique continuetur D B in N. DEMONSTRATIO. Si apogæum F proprio non afficeretur motu, ipsum in recta D B N necessariò consisteret, verum inde retro sese commovit in K, nam istum in ecliptica locum obtinere per constructionem astruximus, atque ideo demonstrandum est angulum N B K valere suprascriptos 78 gr. 40 ①, cujus hæc est ratio. Cum B I parallela sit contra D A, ut ex B per I idem punctum eclipticæ videatur, quod ex D per A (nam ratio orbis magni ad sphæram affixarum penitus evanescit) efficitur angulum I B N æquari angulo A D B, hoc est 88 grad. 42 ①, unde deductus angulus K B I, qui per constructionem est 10 gr. 2 ①, relinquetur N B K 78 grad. 40 ①. Quare 90 dierum intervallo, quo Terra promovit ab A ad B in consequentia, interim apogæum proprio motu commovit amplitudinem anguli N B K in antecedentia, hoc est 78 grad. 40 ①, quod demonstrandum fuit.

2 *Paradigma de motu nodi ecliptici.*

DATUR tempus diurnum. QUAERITUR medius motus Nodis ecliptici secundum apparentem eclipticæ longitudinem, ad motæ Terræ hypothesin.

CONSTRUCTIO.

Medius Terræ motus diurnus est per 3 prop. 1 lib. 0 gr. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Huc addatur medius motus nodi ecliptici, quoad stantis Terræ hypothesin in * antecedentia secundum eclipticam singulis diebus commoveri deprehenditur, hoc est per 11 propositionem 1 libri 0 gr. 3. 10. 41. 15. 26. 7.
Summa erit optatus nodi ecliptici medius motus diurnus contra successionem signorum 1 gr. 2. 18. 58. 28. 38. 38.

* *contra successionem & ordinem graduum.*

Cujus demonstratio ex 1 paradigmatis demonstratione (cui simillima est) clare perspicitur. CONCLUSIO. Quare apogæi deferentis Lunæ & nodi ecliptici motum ad datum tempus mathematico ratiocinio invenimus secundum stantis Terræ hypothesin, ut decuit.

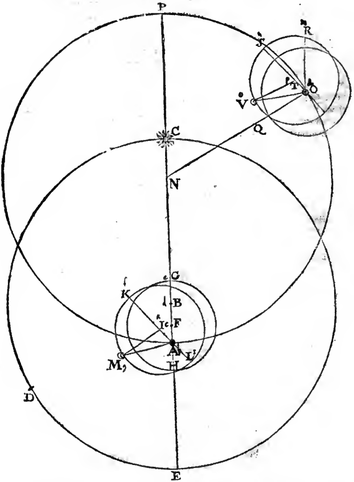
CONSECTARIUM.

Cum per 11 propositionem 2 libri apparens apogæi deferentis in ecliptica longitudo ad datam epocham cognoscatur, in promptu est eandem quoq; ad datum quodlibet tempus invenire; si enim ad epocham addas motum dati temporis secundum hujus propositionis præcepta, atque insuper in eodem isto intervallo Terræ motum, quod hinc nascetur erit optatum. Eadem ratio sese quoque ad nodi ecliptici motum didit.

THEOREMA. 12 PROPOSITIO.

Luna motu Terræ eandem habet in ecliptica longitudinem & à Terris distantiam, quam Terrâ immotâ.

DATUM. Primò sit A Terra immota, deferentis Solis eccentricitas sit AB, hinc centro B, intervallo BC describatur Solis deferens CDE, con-



tinuata igitur CA in E, designabit perigæum E, apogæum C, jam inter A Terram fixam, & B, assumatur F centrum deferentis Lunæ, unde intervallo FG de-

F G descriptus deferens G H, occurrens A E in H faciat perigæum, & in G apogæum, atque hoc loco Lunam primò statuamus: commoverit se deinde centrum deferentis Lunæ ab F in I, unde intervallo I K æquali ipsi F G decircinabo deferentem K L, cujus apogæum K, ut eodem tempore apogęū G se cōmoverit ad K, Lunaque interim ab apogæo discesserit per intervallum K M (si fortè Luna interim integras periodos absolverit illæ hîc ob cognitas causas in rationem non veniunt) denique cōnexa A M, Luna ex A secundū visum distabit à C (quod sub 65 gr. 30 ① eclipticæ cōsistit) amplitudine C A M.

Hæc prima est figuratio motus Lunæ Terrâ mundi centro affixâ; sequitur altera Terrâ motâ. Assumatur itaque in C A punctum N, ut C N eccentricitas Terræ æqualis sit ipsi A B. Et centro N intervallo A N scribatur circulus A O P Terram deferens, hujus perigæum P, apogæum A; Terra igitur cujus motum Lunæ orbis sequitur percurrerit arcum A O, seu angulum A N O. Si apogæum deferentis Lunæ interim dum Terra commoveretur ab A ad O proprio motu è loco suo se non commovisset, sed semper in recta ab N centro per Terram educta constitisset, evidens est illud isto Terræ situ consistere debuisse in Q, ut O Q, A G æquales essent. Atqui cum per 11 propositionem 3 libri proprio motu contra successionem graduum commoveatur, qui ęqualis sit Terræ motui A N O minus isto arcu quem apparenter secundum eclipticam promovet, hoc est angulo G A K; ducam igitur O R æqualem & parallelam ipsi A G, atque adeò apogæum R contra gradūum successionem percurrisset angulum Q O R, nisi hinc nobis deducendus esset angulus æqualis apparenti motui apogæi G A K, ei igitur æqualis ponatur R O S, assumaturque T punctum in recta O S, ut O T & A F æquales sint, centroque T intervallo T S figuretur deferens Lunæ S V R, cujus apogæum S. Verum cum eodem tempore quod supra certum definitumque assumpsimus Luna secundum stantis Terræ hypothesin ab apogæo & se commoverit ad M, signabo S V arcum seu angulum S T V in deferente S V R æqualem K I M, ipsamque Lunam in puncto V. His ita constituris, Ajo Lunam V ex Terra mota O eâdem apparenti longitudine in ecliptica videri, quâ Luna M ex A Terra immota, Lunæque distantiam A M æquari distantiæ O V.

DEMONSTRATIO. Nam cum O R parallela sit contra A G, & angulus R O S æqualis angulo G A K, erit quoque O S parallela contra A K: Cumque S T V angulo K I M æqualis sit, erunt T V I M parallelæ: prętereà triangulum T O V duo latera habet T O, T V ęqualia & parallela lateribus I A, A M trianguli I A M; ideoque & tertium latus O V tertio lateri A M quoque parallelum erit: Quare Luna V ex motâ Terrâ O sub eâdem eclipticę longitudine videbitur, quâ Luna M ex Terra immota A; & utroque casu Lunę à Terris distantia O V, A M ęqualis erit.

CONCLUSIO. Quamobrem Luna utrâque hypothesi tam motæ, quàm immotæ Telluris eâdem lōgitudine ab ecliptica & à Terris distantia videtur, quod demonstrasse oportuit.

CONSECTARIUM.

Manifestum igitur est, ut ad datum tempus Lunæ apparens in ecliptica longitudo secundum motæ Terræ hypothesin inveniatur, inquirendam esse apogæi deferentis apparētem in ecliptica longitudinem secundū 11 propositionis consectarium, & reliquum calculū ut in stantis Terrę hypothesi subducēdum: Attamen cōmodius & parabilius fuerit si universum hujus calculi abacum ad stantis Terrę hypothesin deducas, cujus causam infra suo loco explicabimus.

DISTINCTIO QVARTA LIBRI TERTII, DE SATVRNI, IOVIS, MARTIS, VENERIS & Mercurii longitudinis motu, secundum motæ Terræ hypothesin.

BREVIARIVM DISTINCTIONIS.

Quartæ hujus distinctiones propositiones sunt quatuor.

*Prima, quæ est ordine 13, de inveniendis deferentium semidiametris, eccentricitate, * maxima & * minima planetarum distantia in partibus semidiametri * deferentis Terræ 10000, idque mathematico ratiocinio secundum motæ Terræ hypothesin.*

* ἀπογειοτάτη.
* περιγειοτάτη.
* seu orbis annuæ revolutionis terræ.

Secundę, quę est ordine 14, de motu trium superiorum Saturni, Iovis, Martis in suis deferentibus ad datum quolibet tempus, secundum motæ Terræ hypothesin.

Tertia, quæ est ordine 15, tres superiores planetas Saturnum, Iovem, Martem, secundum motæ Terræ hypothesin eandem habere in ecliptica apparentem longitudinem, à Terra distantiam, quam Terrâ immotâ.

Quarta, quæ est ordine 16, de inferiorum planetarum Veneris & Mercurii in suis deferentibus motu in dato tempore, secundum Terræ motæ hypothesin.

Quinta, quæ est ordine 17, duos inferiores planetas Venerem & Mercurium secundũ motæ Terræ hypothesin habere eandem apparentem in ecliptica longitudinem, & à Terra distantiam, quam Terrâ immotâ.

Sexta, quæ est ordine 18, cur 8, 12, 15 & 17 propositione demonstrarim planetas etiam secundum Terrę motæ hypothesin eodem loco videri, eodemq́; intervallo inter se distare, quo Terrâ immotâ, & cæteris ejusdem circumstantiis.

Septima, quæ est ordine 19, utrâ hypothesi, commentitiâne Terræ fixæ & immotæ, an verò genuina & verâ hypothesi Terræ motæ, abacus longitudinis planetarum parabilior videatur.

11 PRO-

13 PROPOSITIO.

Deferentium semidiametros, eccentricitatem maximas minimasque planetarum distantias in partibus semidiametri *deferentis Terræ 10000 mathematico ratiocinio secundum motæ Terræ hypothesin invenire. * *seu orbis annua revolutionis.*

Statui hoc loco numeros à *Ptolemæo* inventos usurpare, quamvis autem apogæa interim multum promoverint, exemplaque hujus temporis plus forsan utilitatis habitura sint, quia tamen in *Ptolemæi* libris multa eaque ad propositum apta inveniantur planetarum paradigmata cum in longitudinis, tum etiam latitudinis motu, ut inde propositiones motæ Terræ comprobarem, illa præ cæteris elegi.

Notandum verò hîc est eos, qui hypothesin stantis Terræ usurparunt, cum ignorarent epicyclos superiorum planetarum quos illis assignarant omninò eosdem esse qui Terrę deferens, ideò ipsis non easdem, sed diversas diametros assignasse, contra quàm ii quibus hujus motus leges cognitæ & perspectæ sint. Sed cum huic quoq; consequens sit numeros semidiametrorum & eccentricitatum diversorum planetarum, genuinæ ipsorum magnitudini non esse proportionales; quod tamen res ipsa postulat, ut calculum motæ Terræ hypothesi congruenter subducamus, & motuum theoricas per instrumenta explicemus, quorum partes similibus mundi partibus symmetria respondeant; Ideo nunc unam omnibus & communem mensuram attribuam, posita semidiametro deferentis Terræ 10000; qui numerus meritissimò hîc à nobis usurpatur, nam & ipse logistarum abacis levamen suppeditat, & in reliquorum planetarum calculo ubique adhibitus est.

SYLLABVS

Semidiametrorum & eccentricitatum, quas ex Ptolomæi *numeris ad motæ Terrę hypothesin revocavimus.*

Semidiameter deferentis Solis	60 partium.
Eccentricitas deferentis Solis	2 part. 30 ①.
Semidiameter deferentis Lunæ	60 part.
Eccentricitas deferentis Lunæ (quæ *Ptolemæo* est semidiameter epicycli)	5 part. 14 ①.
Ptolemæus pro istis 60 part. & 5 part. 14 ① usurpavit 13 capite 5 libri duos alios in eadem ratione, videlicet 59 part. & 5 part. 10 ①, idque cum semediameter deferentis Solis taxatur 1210 semidiametris Terræ.	
Semidiameter deferentis Saturni	60 part.
Semidiameter epicycli Saturni	6 part. 30 ①.
Eccentricitas Saturni	3 part. 25 ①.
Semidiameter deferentis Iovis	60 part.
Semidiameter epicycli Iovis	11 part. 30 ①.
Eccentricitas Iovis	5 part. 45 ①.
Semidiameter deferentis Martis	60 part.
Semidiameter epicycli Martis	39 part. 30 ①.

Eccen-

Eccentricitas Martis	6 part.
Semidiameter deferentis Veneris	60 part.
Semidiameter epicycli Veneris	43 part. 10 ①.
Eccentricitas Veneris	1 part. 15 ①.
Semidiameter deferentis Mercurii	60 part.
Semidiameter epicycli Mercurii	21 part. 26 ①.
Eccentticitas Mercurii	5 part. 41 ①.

Vt istos numeros ex immotæ Terræ hypothesi derivatos ad Terræ motum in partibus deferentis sui 10000 æstimatos revocemus, initium à Terra faciam, quæ ab eodem illo circulo defertur, qui secundum alteram hypothesin Soli tribuitur, cujus semidiameter ad eccentricitatem suam ex antecedente Syllabo habet, quam 60 partes ad 2 part. 30 ①. Vt igitur hanc in partibus diametri deferentis Terræ invenias, per proportionem explicabis hoc modo, ut 60 partes ad 2 part. 30 ①, sic 10000 ad 417. Atque adeò qualium ponetur semidiameter deferentis Terræ 10000.

Talium erit eccentricitas 417.

Cumque *Ptolomaus* 4 capite 3 libri epocham apogæi deferentis Solis constituerit sub 65 gr. 30 ① eclipticæ, inque ejus locum nunc Tellure motâ subrogetur perigæum* annuæ revolutionis Terræ, incidet hujus apogæum in eclipticæ 245 gr. 30.

* *deferentis terræ.*

Cæterum semidiameter deferentis Lunæ ad semidiametrum deferentis Terræ ex Syllabo rationem habet datam quam 1210 ad 59: Ideoq; per proportionem, ut 1210 ad 59, sic 10000 ad quem? concludes semidiametrum deferentis Lunæ 488.

Porrò ad Lunæ eccentricitatem hæc via est. Vt semidiameter deferentis Lunæ 59 part. ad eccentricitatem 5 part. 10 ① quod ex Syllabo præmisso patet, sic Lunaris deferentis semidiameter 488 numerus ordine quartus, ad optatam eccentricitatem 43.

Quæ addita ad semidiametrum deferentis 488, numerum ordine quartum, dabit maximam Lunæ à Terris distantiam 531.

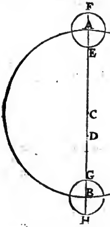
Et rursum subductis 43 quinto, de semidiametro 488 numero ordinis quarto, reliqua erit minima Lunæ à Terris distantia 445.

Apparens apogæi deferentis Lunæ in ecliptica locus in horum numerum referri non potest, quia exiguo temporis spatio nimium variat.

Semidiameter deferentis Saturni invenitur hoc modo. ut semidiameter epicycli Saturni 6 part. 30 ①, ad semidiametrum deferentis 60 part. quod ex Syllabi numeris patet, sic 10000 ad semidiametrum deferentis Saturni 92308.

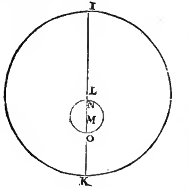
Ejusdem eccentricitas invenietur hoc modo, per antecedentem Syllabū semidiameter epicycli 6 part. 30 ① dat 3 part. 25 ①, ergo 10000 dabunt eccentricitatem Saturni 5256.

Vt maximæ minimæque Satutni à Terris distantiæ investigatio clarior sit, utramque hypothesin motæ & immotæ Telluris figurabo, prius diagramma esto immotæ, ubi deferens Saturni sit A B, ejus centrum C, semidiameter C A 92308, qui numerus ordine octavus, D Terra mundi centro affixa,



affixa, eccentricitas CD 5256 numerus nonus, B perigæum deferentis, A apogæum, unde describatur epicyclus EF, cujus semidiameter AE 10000 per thesin, apogæum epicycli F, perigæum E. similiter è perigæo deferētis B describatur epicyclus HG ipsi EF æqualis, cujus perigæū sit G. His ita cōstitutis, ut inveniam maximā distantiam DE, cōponam semidiametrūCA 92308 numerū octavum, cum eccētricitate DC 5256 numero nono, & cum AF 10000 semidiametro epicycli, cōflabitur tota DF 107564.

Contra ut assequar DG distantiam minimam, subducam DC 5256 & GB 10000 hoc est 15256 de CD 92308, relinquitur minima distantia DG 77052.



Cæterum ut easdem mensuras & cōgruentiam etiam secundum morę Terræ hypothesin explicem, sit deferens Saturni IK, cujus centrum L, & semidiameter IL æqualis semidiametro CA sit 92358. dehinc centrum deferentis (seu annuę revolutionis) Terrę sit M, eccentricitas LM, æqualis ipsi CD 5256, apogeum deferentis Saturni I, perigæum K; hinc centro M figuretur deferens Terræ NO, cujus semidiameter MN æqualis ipsi AE sit 10000. Quibus positis, cōsequens est maximam distantiam OI æqualem esse suprascriptæ DF; & minimam OK minimę DG, si enim ad IL 92308 addas LM 5256 & MO 10000 summa OI (ut prius DF) erit maxima Saturni distantia 107564.

Et contra, LM & 5256 MO 10000 hoc est 15256 subductis de LK 92308, relinquetur OK (æqualis ipsi DG in priore diagraphâ) pro minima Saturni distantia 77052.

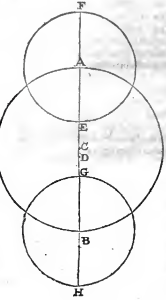
Et Saturni apogæum, quemadmodum *Ptolomæus* 5 capite 1 libri testatur, sua ætate constiterat sub eclipticæ 233 gr.

Simili

Simili calculo in Ioue & Marte usurpato invenies istos quos subjecimus numeros. ut sit

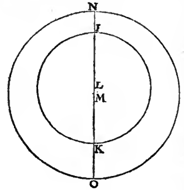
Semidiameter deferentis Iovis	52174.
Eccentricitas Iovis	2391.
Iovis maxima distantia à terris	64565.
Iovis minima distantia	39783.
Apogęum deferentis Iovis, quemadmodum *Ptolomæus* 1 capite 11 libri testatur constiterat sub eclipticæ	161 gr.
Semidiameter deferentis Martis	15190.
Eccentricitas Martis	1519.
Maxima Martis distantia à terris	26709.
Minima Martis distantia.	3671.
Apogæum deferentis Martis, quemadmodum *Ptolomæus* 7 capite 10 libri testatur, sua ætate constiterat sub eclipticæ	115 gr. 30

Porrò ut quoque Veneris deferentis semidiametrum secundum motæ Terræ hypothesin inveniamus, notandum hic venit ejus epicyclum esse partium 7194, qualium semidiameter deferentis Terræ 10000, nam ut in Syllabo præmisso semidiameter deferentis 60 partium ad semidiametrum epicycli 43 part. 10 ①, sic 10000 ad 7194. Sed ille circulus, qui secundum stantis Terræ hypothesin Veneris deferens putatur, is Terra mota revera ipsius Terræ deferens est. Quamobrem secundum Terræ motę hypothesin semidiameter deferentis Veneris erit 7194.



Eccentricitas Veneris invenietur hoc modo, Vt semidiameter deferētis 60 partiū ad eccentricitatem 1 part. 15 ① in antecedenti Syllabo, sic 10000 ad eccentricitatis optatā mensuram 208. Vt maximę minimæq; à Terris distantia investigatio clarior sit utriusque hypothesis diagramma figurabo, primū esto Terræ mundi centro affixæ, alterum motæ. Sit deferens Veneris eccētricus A B, centrum ejus C, semidiameter C A 10000 per thesin, D Terra immobilis, C D eccentricitas 208 numerus ordine quartus & vigesimus, A deferentis apogæum, B perigæum, hinc centro A decircinetur epicyclus E F, cujus semidiameter A E 7194 numerus ordine tertius & vigesimus, apogæum epicycli F, peri-

perigæum E, jam centro B scribatur epicyclus G H æqualis ipsi E F, cujus perigæum G; His ita constitutis, ut assequamur maximam distantiam D F, addam ad C A 10000, eccentricitatem D C 208 numerum quartum & vigesimum, ad semidiametrum A F 7194 tertium & vigesimum, existet maxima distantia D F 17402. Contra ut invenias distantiam minimam D C, subduces D C 208 & G B 7194, hoc est 7402 de C B 10000, reliqua erit minima distantia D G 2598.



Cæterum ut utriusque hypothesis congruentia appareat, sit I K circulus Veneris deferēs, ejus centrum L, semidiameter I L ipsi A F æqualis sit 7194, centrum deferentis Terræ M, eccentricitas L M æqualis ipsi C D 208, deferentis Veneris apogæum I, perigæum K. Deinde centro M scribatur Terræ deferenns N O, cujus semidiameter M N æqualis sit ipsi C A 10000. Quibus positis, remotissima distantia O I æqualis erit remotissimæ distantiæ D F in priore diagraphâ; & minima N I minimæ D G, Si enim cum I L 7194 componas L M 208 & M O 10000, conflabitur O I (eâdem quantitate, quâ supra D F) distantia Veneris, quâ longissimè à Terris abit 17402.

Eadem hæc deducta de diametro N O 20000, relinquet Veneris distantiam, qua proximè à Terris abest	2598.
Apogeum deferentis Veneris, quemadmodum *Ptolomæus* 2 capite 10 libri testatur, suâ ætate constiterat sub eclipticæ	55 gr.
Abacus Mercurii, Veneri similiter instituendus est, atque inde dabitur.	
Semidiameter deferentis Mercurii	3572.
Eccentricitas Mercurii	947.
Maxima Mercurii à Terris distantia	14519.
Minima Mercurii distantia	5481.
Apogæi deferentis Mercurii, quemadmodum *Ptolomæus* 7 capite 9 libri testatur, sua ætate constiterat sub eclipticæ	190 gr.

NOTA.

Istas quas invenimus semidiametros, eccentricitates, distantias, locaque apparentia in ecliptica hic in unum locum & aspectum breviter concentramus, ut inde numeri cum opus erit suo loco facilius repetantur.

SYLLABVS SECVNDVS

In quo deferentium semidiametri, eccentricitates, maxime minimæque à Terris distantiæ in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000, & apparens longitudo quam apogæa deferentium ætate Ptolomæi *exhibentur.*

	Mercur.	*Veneris.*	*Terræ.*	*Lunæ.*	*Martis.*	*Iovis.*	*Saturni.*
Semidiameter deferẽtis	357[illegible]	7194	10000	488	15190	52174	92308
Eccentricitas	[illegible]	208	417	43	1519	2391	5256
Maxima distantia	[illegible]	[illegible]	10417	531	26709	64565	107564
Minima distantia	[illegible]	[illegible]	9583	445	3671	39783	77502
Apparens apogæi longitudo in ecliptica.	[illegible]	[illegible]gr.	245 gr. 30	- -	115 gr. 30	161 gr.	233 gr.

Conclusio. Quamobrem deferentium semidiametros, eccentricitates, maximas minimasq; planetarum à Terris distantias in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenimus.

Consectarium.

Cum itaque istæ lineæ, quæ ad deferentes planetarum eorumque epicyclos pertinent sint cognitæ in iisdem partibus, quibus semidiameter deferentis Terræ (seu annuæ revolutionis) taxatur 10000; cumque semidiameter deferentis Terræ definiatur 1210 semidiametris Terræ, haud obscurum est, quomodo propositiones similes describi possint, iis quorum mentionem fecimus 2 annotatiuncula 49 propositionis 2 libri in stantis Terræ hypothesi, videlicet quæ 23 & 24 in Solis, aut 39 & 40 propos. in Lunæ theorica respondeant. Et quemadmodum omnes lineæ quarum illic usus est inveniantur in partibus deferentis Terræ 10000.

14 PROPOSITIO.

Trium superiorum Saturni, Iovis, Martis motus ad datum tempus in deferente suo ad motæ Terræ hypothesin describere.

Datum. Vt à Saturno auspicemur, tempus detur diurnum.

Quæsitum. Saturni in deferente motus secundum Terræ motum inveniendus est.

CONSTRVCTIO.

Scito Saturnum ipsum deferentem decurrere, quem motum autores hypothesium stantis Terræ centro epicycli assignarunt: motus igitur Saturni diurnus erit 0 gr. 2. 0. 33. 31. 28. 51. Porrò autem prostaphæresis ejus nō ab epicyclo, quem illi stante Terra attribuunt; sed à Terræ ipsius motu existit, atq; adeo Saturnus ipse simplicissimo isto motu in deferente suo versatur. Similis ratio est in Iove & Marte. Quare tale de trium superiorum Saturni, Iovis, Martis motu judicium esto.

THEO-

THEOREMA. 15 PROPOSITIO.

Tres superiores planetæ Saturnus, Iuppiter & Mars secundum motæ Terræ hypothesin eandem habent apparentem in ecliptica longitudinem & à Terris distantiam quam Terrâ immotâ.

Quò expressius & signatius hujus propositionis argumentum ab oculos versetur, in sex membra totum hoc partiar, quorum primum erit figuratio motus alicujus trium superiorum, ut puta Martis secundum stantis Terræ hypothesin.

Secundum, figuratio motus Martis ad motæ Terræ hypothesin.

Tertium, Martem utrâque hypothesi eâdem longitudine in ecliptica videri, eodemque intervallo à Terris abesse, cum & ipse in apogæo epicycli, & simul centrum epicycli in apogæo eccentrici consistet.

Dehinc ut hujus veritatem ubique catholicam demonstremus, quarto membro, quæ præparationis instar erit, ostendam semidiametrum deferentis Martis quæ ad centrum epicycli pertinet, semper parallelam esse semidiametro à centro epicycli ad centrum deferentis epicycli eductæ: & semidiametrum deferentis Terræ quæ ad Terram pertinet semper parallelam esse semidiametro epicycli quæ ad Martem porrigitur.

Quintum, Martem utrâque hypothesi eâdem longitudine in ecliptica videri, eodemque à Terris intervallo esse.

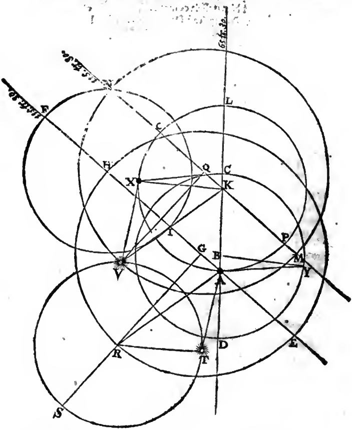
Sextum, quænam differentiâ in abaco longitudinis planetarum in utrâque hypothesi intersit.

1 MEMBRVM, *de figuratione motus Martis secundum stantis Terræ hypothesin.*

Sit primò A punctum Terra immobilis, & A B eccentricitas Solis, quæ ex abacis *Ptolomæi* ejus ætate per 13 propositionem hujus libri datur 417, qualium B C semidiameter deferentis Solis 10000: Intervallo igitur B C centroque B decircinetur Solis deferens C D, ubi cum produxeris C A in D designabit perigæum, in C apogæum, quod ætate *Ptolomæi* constiterat sub eclipticæ 65 grad. 30 ①. Vt jam deinceps alicujus è tribus superioribus motum designem, Martem exempli loco usurpabo, cujus apogæum *Ptolomæus* sua ætate consignavit sub eclipticæ 115 grad. 30 ①, ut 1 propositione hujus libri annotavimus. quamobrem ejiciatur recta E F per A Terram fixam usque F eclipticæ locum supra scriptum 115 grad 30 ①, ut angulus C A F sit 50 grad. tantum enim abest C punctum 65 grad. 30 ① à 115 grad. 30 ① ipsius F. Iam in A F recta sumatur punctum G, ut A G Martis eccentricitati æqualis sit, hoc est 1519 partium, qualium Solis deferens taxatur 10000; hinc in G F signetur H, ut G H semidiameter epicycli sit 15190, tantam enim ipsam in partibus semidiametri eccentrici B C 10000 13 prop. deprehendimus. centro igitur G intervallo G H decircinetur deferens H E, se-

 cetque

cetque AF in H apogæo, & E perigæo. Iam Martis epicyclus ſtatuatur loco quocunque, qui primum ſumatur in apogæo, atque ibi centro H in-



tervallo HF, quod æquale ſit ipſi BC (ut enim BC, ſeu HI 10000 ad GH, ita ratio *Ptolemaica* ſemidiametri epicycli, ad ſemidiametrum eccentrici, hoc eſt per 11 propoſitionem, ita 39 part. 30 ① ad 60 partes) ſcribatur epicyclus FI, cujus apogæum F, perigæum I. Atque ita motus Martis deformatus eſto, ſtante Terrâ.

2 MEMBRVM, *de figuratione motus Martis ſecundum motæ Terræ hypotheſin.*

Vt eundem motum ad motę Telluris hypotheſin conſignem, Terra A moveatur & C Sol eidem ſedi affixus hæreat, & in CA ſumatur K punctum, ut ec-

centricitas C K ipsi A B æqualis sit, centroque K intervallo K A, quod æquale sit ipsi B C decircinetur Terræ deferens A L, cujus perigæum L, apogæum A: Vt igitur deinceps Martis motum ad motæ Telluris hypothesin figuremus, sit per K linea M N parallela contra E F, quare K N non secus ac A H verget in 115 grad. 30 ♋ eclipticæ: Deinde in K N sit Q punctum, ut K Q linea æqualis sit eccentricitati A G, deinde N punctum constituatur ut Q N æqualis sit semidiametro deferentis Martis G H, atque isto intervallo decircinatus Martis deferens M N secet rectam K N in N puncto ut apogæo, & in M perigæo.

3 MEMBRVM, *Martem utraque hypothesi eâdem longitudine in ecliptica videri, eodemque à Terris intervallo abesse, cum & ipse in apogæo epicycli, centrumque epicycli in apogæo eccentrici consistet.*

Si statuamus centrum epicycli Martis H Terrâ stante & immotâ in A, cõsistere in apogæo eccentrici H, Martemque in apogæo epicycli F; erit A F Martis remotissima à Terris distantia; Eademque analogiâ secundum motæ Terræ hypothesin Mars nobis erit constituendus in deferentis sui apogæo N, & Terra mobilis in P, istic enim Mars N tantundem abest à Terrâ mobili P, quantum A Terra immobilis, à Marte in epicyclo F, quia semidiameter deferentis Martis Q N ejusque eccentricitas Q K, æquantur semidiametro deferentis G H, ejusque eccentricitati G A, & præterea K P semidiameter deferentis Terræ, ipsi H F epicycli semidiametro æqualis sit. Porrò autem cum P N, A F parallelæ sint Mars utraque hypothesi eodem loco in eclipticâ nobis videbitur. Simili planè ratione etiã minimam distantiam utrobiq; eandem concludes, nam P M quæ minima est distantia secundum motæ Terræ hypothesin, æqualis debet esse ei, quæ stante Terra ad epicycli perigæum pertingeret, si ex E centro decircinatus esset, cujus delineationem omisimus, ne confusio linearum errorem pareret.

4 MEMBRVM, *semidiametrum deferentis Martis, quæ ad centrum epicycli pertinet, semper esse parallelam contra semidiametrum deferentis epicycli, quæ ad centrum epicycli pertinet: Et semidiametrum deferentis Terræ quæ ad ipsam Terram pertinet, semper parallelam esse contra semidiametrum epicycli quæ ad Martem pertineat.*

Centrum epicycli Martis se commoverit ab H usque in R, perq; id educta recta G R S designet apogæum medium in S, unde Mars secundum stantis Terræ hypothesin processerit ad T: Quare secundum motæ Telluris hypothesin consequens est Martem eo tempore processisse ab N in V, ut N V arcus arcui H R æqualis sit, ductaque Q V æqualis erit & parallela contra G R.

Eodem etiam tempore Terra, quæ tum constiterat in P decurret arcum P L X, qui æquatur duobus suprascriptis, utpute P L ipsi S T, & L X ipsi N V, seu angulus L K X angulo N Q N, cujus causa è 33 propositione 1 libri perspicitur, illic enim demonstravimus Martis motum in epicyclo cum

* intellige apogæum medium, seu centri epicycli motum.

*motu apogæi simul æquari Solis motui, qui idem est cum Terræ motu.

Terra itaque, si fingamus eam spectari ex K, tantum arcum in ecliptica secundū apparentiam promoverit, quantus à P I X definitur: ei similem arcum peragraverit Mars secundum stantis Terræ hypothesin. Quibus positis Terra mobilis spectata ex deferentis sui centro K tantundem in ecliptica secundum apparentiam processerit, quantum Mars Terra stante ex epicycli sui centro spectatus, atque ideo semidiametri KX RT paralleli erunt, quemadmodum HF, KP in motus sui initio constituebantur, & quemadmodum recta à centro K ad [illegible] oppositam partem porrigitur rectæ à centro A ad Martem T, [illegible] planè recta [illegible] ad X in oppositam partem vergit ei, quæ à centro R ad Martem T educitur.

5 M[illegible], *Martem eandem in ecliptica longitudi-* *[illegible] distantiam utrâque hypothesi obtinere.*

Ad cujus demonstrationem jungantur quatuor lineæ AR, AT, KV, VX. Iam erit KQ, latus trianguli KVQ, æquale & parallelum lateri AG trianguli ARG: item QV æquale & parallelum ipsi GR per 4 membrum; quare tertium latus KV æquale erit & parallelum lateri tertio AR: cum autem latus KV, trianguli KVX ipsi AR æquale sit & parallelum; & KX ipsi RT per 4 membrum; etiam tertium latus XV tertio lateri AT parallelū erit, atq; inde patet Martem V ex Terra mota X eodem loco in ecliptica videri, quo Mars T ex Terra immota A, atq; distantias XV, AT æquales esse.

6 Membrum, *de differentia abaci apparentis planetarum longitudinis in ecliptica, in utrâque hypothesi.*

Secundum stantis Terræ hypothesin in longitudine Martis apparenti inquirenda occurrit quadrangulum AGRT, cujus quinque termini sint cogniti, videlicet latera tria AG, GR, RT, ejusdem usque longitudinis; & angulus AGR differentia cogniti anguli HGR à semicirculo, hic enim medium centri epicycli motum definit; denique etiam angulus GRT cum sit cogniti anguli SRT (qui est Martis medius motus in epicyclo) differentia à semicirculo: Quare ex istis terminis per 6 propositionem additamenti planorum multangulorum invenietur angulus GAT, qui aggregatus ad longitudinem eclipticæ in quam AG recta porrigitur, hoc est ad 115 grad. 30 ① dabit optatum planetæ locum.

At verò secundum motæ Terræ hypothesin dabitur nobis quadrangulum decussatum KQVX, cujus item quinque termini cogniti dantur, videlicet latera tria KQ, QV, KX ejusdem semper & cognitę longitudinis; & angulus KQV differentia cogniti anguli NQV (qui est Martis medius motus in suo deferente) à semicirculo; item angulus QKX, qui est Terræ motus medius LKX, minutus angulo LKO 50 gr. Ex quibus terminis per 6 propositionem additamenti planorum multangulorum invenietur angulus ignoratus KXV, qui deductus de cognita longitudine, quo XK se in eclipticam porrigit, quæ est medii Solis K apparens longitudo in ecliptica, habebis locum quæsitum. qui necessariò superioris abaci epilogismo respondebit.

Demonstratio hæc quam dicis gratiâ in solo Marte expressimus, eadem Saturno & Iovi quoque congruet.

Conclv-

CONCLVSIO. Quamobrem tres superiores planetæ Saturnus, Iuppiter & Mars eandem apparentem in ecliptica lógitudinem, & à Terris distantiam utrâque hypothesi & motæ & immotę Telluris obtinent.

1 NOTA.

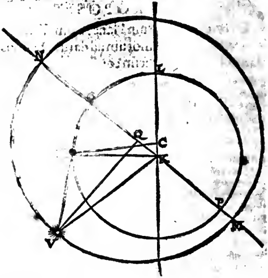
Hinc igitur causa in promptu est cur ad commentitiam stantis Terræ hypothesin motus centri epicycli in deferente & planetæ in epicyclo simul Solis motui æquales sint; neque planetas illos re verâ ad Solem tanquam ductorem & regem suum respicere, quod ipsum multos mirari & stupere 6 propositione hujus libri monuimus, nam reapse præter Terræ & planetæ nudum simpliceḿque motum in suis deferentibus aliud nihil est, unde commentitia Terræ motæ hypothesis istum in motuum legibus responsum accipiat.

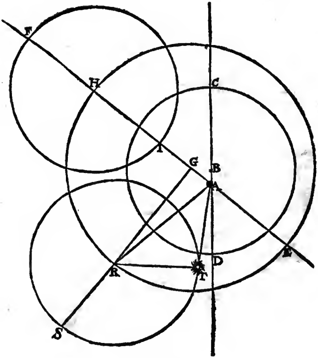
2 NOTA.

Vt in isto paradigmate etiam planior sit in utrâque hypothesi congruentia Solis cum Terrâ & Marte, agam rectam X C à Terra mobili X ad Solem stabilem & fixum C: sed cum secundũ istam hypothesin Terra mobilis ab A per P & L devoluta sit in X: eodem tempore secundum Terræ stantis hypothesin Sol à C per D devolutus erit in Y, ut C D Y arcus æqualis sit arcui A P L X: Quæ cum ita sint consequens est A Y æqualem esse & parallelam cõtra X C, atq; adeò etiam Solem fixum C ex Terrâ mota X sub eâdem eclipticæ longitudine videri, quâ Sol mobilis Y à Terra immobili A. Porrò autem cum X C parallela sit contra A Y, & X V contra A T, erit angulus V X C æqualis angulo T A Y; quamobrem apparens distantia Martis V à Sole fixo C spectata è Terra mobili X, æquabitur apparẽti distantię Martis T à moto Sole Y, æstimatæ ex Terra immobili A.

3 NOTA.

Cum utraque hypothesis primo secundoque membro altera Terræ motæ, altera immotæ simul in eodem diagrammate clausa & consignata sit, quia demonstratio ita postularet; cum tamen fortè evidentius & expressius fuerit ista sigillatim exhiberi, hoc secundo diagrammate utramque separare placuit.


N
L
O
Q
C
E
P
M
V


F
H
C
I
G
B
A
D
E
R
T
S

16 PROPOSITIO.

Duorum inferiorum Planetarum Veneris & Mercurii in deferentibus ſuis motum ad datum tempus ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin conſignare.

DATVM. Vt ſpecimen hujus motus in Venere exhibeamus detur tempus diurnum.

QVAESITVM. Quantũ iſto temporis intervallo promoveatur inveniendum eſt, ſecundum motæ Terræ hypotheſin.

CONSTRVCTIO

Ad motum centri epicycli, qui per 36 propoſitionem 1 libri ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin ſingulis diebus eſt	0 gr. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Addatur ipſius Veneris motus in epicyclo diurnus, qui per 41 propoſitionem 1 libri eſt	0 gr. 36. 59. 25. 53. 11. 28.
Summa erit optatus Veneris motus diurnus ad ſtantis Terræ hypotheſin	1 gr. 36. 7. 43. 6. 23. 59.

Verùm quia ſequens Theorema, quæ propoſitio eſt 17, hujus problematis demonſtrationi ſubſervit ad eam lectorem ablegamus. Similis ratio & abacus in Mercurio quoque valet. CONCLUSIO. Quamobrem duorum inferiorum planetarum Veneris & Mercurii in deferentibus ſuis motum in dato tempore ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin deſcripſimus. Quod petebatur.

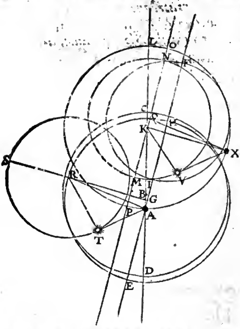
THEOREMA. 17 PROPOSITIO.

Duo inferiores planetæ Venus & Mercurius eandem apparentem in ecliptica longitudinem & à Terris diſtantiam utrâque hypotheſi motæ & immotæ Telluris obtinent.

Vt propoſitionem hanc ordine ac ſigillatim explicem ſex membra, qualia 15 propoſitione in tribus ſuperioribus conſtituimus, hic quoque in Veneris exemplo uſurpabo.

1 MEMBRVM, *de figuratione motus Veneris ad ſtantis Terræ hypotheſin.*

Secundum priorem hypotheſin A punctum ſit Terra immobilis, & A B Solis eccentricitas, quæ per 13 propoſitionem hujus libri, ſecundum *Ptolomai* abacos datur 417, qualium ſemidiameter deferentis Solis B C ſit 10000: jam intervallo B C centroque B decircinetur Solis deferens C D, cõtinuataque C A in D, erit D perigeum, C apogæum, quod *Ptolomai* ætate conſtiterat ſub eclipticæ 65 gr. 30 ☉. Vt igitur deinceps in inferioribus planetis motuum leges deſignem, uſurpabo Venerem exempli loco, cujus apogæum epicycli ætate *Ptolomæi* per 13 propoſitionem hujus libri conſtiterat ſub eclipticæ 55 grad. quamobrem ejiciatur per Terram immobilem A recta E F ut A F ver-



A F vergat versus suprascripti 55um grad. eclipticę; videlicet ut angulus C A F sit 10 grad. 30 ♊, tantum enim distant 55 grad. sub quo loco F cõsistit, à 65 gr. 30 ♊ quo loco C statuitur. hinc in A F signetur G punctum, ut A G eccentricitatem Veneris designet, quæ per 13 propositionem est 208 partium, qualium semidiameter deferẽtis Solis B G sit 10000. Cum autem deferẽs epicycli Veneris æqualis sit deferenti Terrę, quemadmodum 13 propositione monui; porrò etiam Terræ deferens sit æqualis illi qui Solis credebatur deferens, describatur centro G, semidiametro G A (quæ semidiametro deferentis Solis B C ęqualis sit) deferens epicycli H F, qui A F rectam secans in H faciat apogæum, perigęum in E: deinde centrum epicycli Veneris quocunque placebit loco constituas, ut primum in apogæo H, & magnitudine semidiametri F H, quę est per 13 propotionem 7194, scribas epicyclum F I, quo ita decircinato, Veneris deformatio ad stantis Terræ hypothesin A absoluta erit.

2 Membrum, *de figuratione motus Veneris ad mobilis Terræ hypothesin.*

Vt deinceps has motus leges ad mobilis Terræ hypothesin delineemus, mente concipiamus A Terram moveri, contraque C Solem stare, & in C A notetur K punctum, ut C K eccentricitas ipsi A B æqualis sit; centroque K intervallo K A (quæ ipsi A B æqualis est decircinetur epicyclus A L qui Terræ deferens sit, cujus perigæum L, apogæum A. Quamobrem, ut ista motæ Terræ hypothesi Veneris motum deformem, per K punctum M N recta ejiciatur parallela contra E F, secetque Terræ deferentem in O & P; atque eam ob causam K N, non secus atque A H, verget in 55 gr. eclipticæ; dehinc in K N statuatur punctum Q, ut K Q eccentricitati A G æqualis sit, & ipsa Q N semidiametro epicycli Veneris, tantoque intervallo describatur Veneris deferens M N, secetque K N in apogæo N, & in perigæo M.

3 Mem-

3 MEMBRVM, *Venerem utrâque hypothesi eâdem longitudine in eclyptica videri, & à Terris distare, cum & ipsa in apogæo epicycli, centrumque epicycli in apogæo eccentrici consistet.*

Hoc posito centrum epicycli Veneris H (Terra ad A affixa) in deferentis apogæo H versari atque Venerem ipsam in apogæo epicycli F, recta A F Veneris maximam à Terris distantiam determinabit: Atque eâdem similitudine secundum motę Terrę hypothesin Venus consistet in deferentis sui apogęo N, ac Terra mobilis in P, inde enim Venus N à Terrâ mobili P tantundem distat, quantum Venus in epicyclo F à Terrâ immobili A, quia semidiameter deferentis Terræ K P cum eccentricitate Q K ęquentur semidiametro epicycli G H cum eccentricitate G A; & præterea Q N semidiameter deferentis Veneris, semidiametro epicycli H F: cumque P N, A F parallelę sint, Venus utrâque hypothesi sub eodem eclipticę loco videbitur. Simili planè ratione & demonstratione evinces minimam distantiam N O secundum mobilis Telluris hypothesin, æquari minimæ distantiæ Tellure in motâ; id est rectæ quæ ab A ad perigæum epicycli pertinget, si ipse ex E centro decitcinatus esset: quem tamen hoc loco non descripsimus, ne lineamentorum frequentia demonstrationi caliginem offenderet.

4 MEMBRVM, *Semidiametrum deferentis Terræ, quæ ad ipsam Terram pertinet, semper parallelam esse semidiametro deferentis epicycli, quæ ad centrum epicycli porrigitur; & semidiametrum à centro deferentis Veneris ad Venerem, parallelam esse semidiametro epicycli quæ ad Venerem pertinet.*

Centrum epicycli Veneris devolutum sit ab H ad R, perque id punctum educta recta G R S, signabit in S apogæum medium, unde Venus interea secundum stantis Terræ hypothesin processerit ad T: Cumque motus Veneris in deferente suo, duobus motibus æqualis sit, videlicet motui centri epicycli, qui ab angulo H G R definitur; & ipsius Veneris in epicyclo, qui est angulus S R T, consequens est Venerem ab F interea motum istis duobus angulis æqualem peragrasse, qui sit angulus inversus N Q V; & cônexa Q V æqualis erit ac parallela rectę R T, cujus demonstrationem supra 15 propositionis 4 membro simili casu in Marte usurpavimus: Interea verò Terra mobilis, quæ tum constiterat in P peragrabit arcum P X, æqualem motui centri epicycli H R, quam ob causam semidiametri istorum circulorũ K X G R æquales erunt & parallelæ.

5 MEMBRVM, *Venerem eandem semper in eclipticâ longitudinem, & à Terris distantiam utrâque hypothesi obtinere.*

Demonstrationis ergô jungantur quatuor rectæ A R, A T, K V, V X. Iam erit K Q, latus trianguli K Q X, æquale & parallelum lateri A G trianguli A R G. item Q X ęquale & parallelum contra A R: quare & tertium latus K X tertio G R æquale erit & parallelum: cum igitur Q X latus trianguli

guli QVX æquale ſit & parallelum ipſi AR, & QV (ob ſimilem demonſtrationem in Marte 4 Membro uſurpatam) æquale ac parallelũ ipſi RT, etiam tertium latus XV æquale erit ac parallelum tertio lateri AT: Atque eam ob cauſam Venus V ex Terra mobili X eodem in ecliptica loco apparet, quo Venus T ex Terra immobili A, diſtantiæque XV, TA æquales ſunt.

6 MEMBRUM, *de differentia quæ inter utriuſque hypotheſis abacos in calculo apparentiis planetarum longitudinis intercedit*

In abaco apparentis longitudinis Veneris in ecliptica ſecundũ ſtantis Terræ hypotheſin occurrit nobis in expoſito paradigmate quadrangulũ AGRT, cujus quinque termini cogniti dantur, ut ſunt latera tria AG, GR, RT, ejuſdem ſemper longitudinis; deinde angulus AGK, quippe cogniti anguli HGR (qui medium epicycli motum definit) differentia à ſemicirculo; denique etiam angulus GRT, utpote cogniti anguli SRT (qui eſt medius Veneris in epicyclo motus) differentia à ſemicirculo: Quorum ope per 6 propoſitionem additamenti planorum multangulorũ inventus angulus ignoratus GAT, atque ad cognitam longitudinem 55 grad. quam obtinet ſitus AG in ecliptica aggregatus dabit locum optatum.

At verò ſecundum motæ Terræ hypotheſin dabitur nobis quadrangulum decuſſatum KQVX, cujus item quinque termini cogniti dantur, videlicet latera tria KQ, QV, KX ejuſdem ſemper & cognitæ longitudinis; & angulus KQV differentia cogniti anguli NQV (qui eſt Veneris medius motus in ſuo deferente) differentia à ſemicirculo; item angulus QKX, qui eſt medii motus Terræ differentia à ſemicirculo. Ex quibus terminis per 6 propoſitionem additamenti de planis multangulis inventus angulus ignotatus KXV, atque ad cognitam longitudinem quâ XK in eclipticam porrigitur (quæ eſt apparens medii Solis K longitudo in ecliptica) aggregatus, habebis locum optatum, qui neceſſario ſuperioris abaci epilogiſmo reſpondebit.

Demonſtratio hæc quam dicis gratia in ſola Venere expreſſimus, eadem Mercurio quoque congruet.

CONCLUSIO. Quamobrem duo inferiores planetæ Venus & Mercurius ſecundum motæ Terræ hypotheſin eadem lõgitudine in ecliptica videntur, & à Terris diſtant, quâ Terrâ immotâ. Quod demonſtrandum fuit.

NOTA.

Nõ obſcurum eſt utramque hypotheſin primi ſecundiq; membri, quam hic in Venere uno eodemq; diagrammate concluſimus, duobus diagrammatis ſigillatim deformari potuiſſe, quemadmodum in Marte 3 Nota 15 propoſitionis uſurpavimus.

18 PROPOSITIO.

Cur 8, 12, 15, & 17 propoſitione demonſtrarim planetas ſecundum motæ Terræ hypotheſin eâdem in ecliptica longitudine & inter ſe diſtantia videri, quâ Terrâ immotâ, cæterisque ejuſdem circumſtantiis.

Coperni-

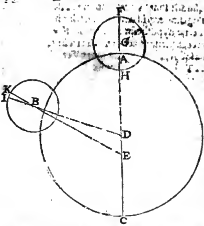
Copernicus quidem ſtatuit, utráque hypotheſi tam motæ quam immotæ Telluris (cum nempe è priorę tolleſ, *Ptolemæi* ignorati motus additamenta, atque ex poſteriore ſuas) eadem planetarū loca deſignari, neq; hoc ullius demonſtrationis tanquam per ſe ſatis clarum eſſet indigere arbitratur; cum tamen mihi ad planiorem cauſarū cognitionem accuratiore demonſtratione ob diverſos ſcrupulos, qui me ſollicitū habebant opus eſſe videatur. Initio enim id mihi perſuaſeram (à quâ ſententiâ etiam plures eſſe video, qui ſe ipſos in motæ Terræ hypotheſi exercent) ſi Terra in Solis deferentem & contra Sol in Terræ locum immigraret, iſto modo conſtitui initia Terreſtris motus: Sed cum propoſitiones iſtinc derivatæ vitio laborarent, animadverti Terram non in Solis eccentricum transferandam, ſed circa Solem fixum alium circulum qui Terram deferat decircinandū. Cum igitur hæc ratio non ita plana & illuſtris mihi viſa eſſet, ut nullâ demonſtratione indigeret, eam 8 propoſitione hujus libri poſito diagrammate complexus demōſtravi: Animadvertebam prçterea Saturnum cæteroſque planetas è Sole fixo ſpectatos non ſub eâdem eclipticę longitudine videri, quâ centrum epicycli ex Terrà immobili: Dicîs gratiâ rectam A R in 15 propoſitionis diagrammate neq; æqualem neque parallelam eſſe rectæ quæ C V puncta connectat; ſed ipſi K V. videbam etiam ſecundum motę Telluris hypotheſin deferentis ſui apogæum in oppoſitam plagam cadere ab apogæo deferentis Solis Terra ſtante, quod ipſum quoque mihi ita illuſtre non videbatur ut ſtatim unico intuitu perſpicium eſſet, atque ideo 9 propoſitione hoc ipſum pulvere & radio explicandum cenſui.

Præterea cum apparens Solis longitudo in ecliptica ex Terra æſtimata oppoſitum locū deſignet ei, in quem apparens Terræ locus cadat ſi ex Sole ſpectetur, facilè aliquis in eam ſententiam incideret, ut eredat, cum ſecundum alteruttam hypotheſin Sol *apbæreticus in priote ſui deferētis ſemicirculo verſabitur, eodem tempore ſecundū reliquam hypotheſin Terram poſteriorem ſemicitculum decurrere, ſed ita ut hujus proſtheſis ſit inæqualis Solis aphæræſi: cum tamen contra Sol, & Terra ſecundū motus ſui hypotheſin uterque eodem momento priorem deferentis ſemicirculum *aphærerici decurrant, vel poſteriorem * proſthetici, & quidem proſtaphæreſi æquali, & quia iſta demonſtrationis luce indigere viderentur, 10 propoſitionem ſuper his conſtitui.

* *ablatitiam.*
* *ablatitii.*
* *additit ii.*

Secundò in motu Lunæ iſte ſcrupulus mihi objectus eſt. Non dubium eſt Terram in eccentrico ſuo rotatam eâdem eccentricitate, & proſtaphæreſi affici, quâ Sol ſtante Terra: ſed cum Lunæ orbis Terram ambiat, magnoque Terræ orbe contineatur, conſequens eſt majorem illum Lunæ orbem eandem habere anomaliam, quam ipſa Terra, unde non alienū videtur illius apogæū eâdem quoque affici anomalia, quę res mihi cogitationem injecit utrum hæc cauſa eſſet ſecundæ & ignotę anomaliæ, quam *Ptolemæus* à ſe animadverſam & notatam putat. Quod ipſum ut clarius certiuſque perviderem, penitius rem inſpexi, & diagramma hujuſmodi deformavi. Eſto A B C Terrę deferens, centrū D, Sol E, perque hæc duo puncta ejiciatur diameter A D E C, hic A apogæum, & in A Terra ſit, B perigæum. Continuetur jam D A in F, interque A & F ſumatur punctum G, iſtoque centro decircinetur Lunę deferens F H, cujus apogæum F: cæterum cum hujus apogęi motus propoſito noſtro nihil varietatis aut impedimenti objiciat, quia omnis anomalię expers ſit, ſumam Lunæ deferentem motu proprio nullo commoveri, ſed apogęum medium F ſemper conſiſtere in recta à centro D ad Terram inclinata. Quibus poſitis Terra cum Lunę deferente devoluta ſit ab A in B; erit igitur apogęum

Aa medium



medium per exposita, in cōtinuata DB, hoc est in I; jungatur jam EB & continueтur in K, ut K apogæum designet, angulusque EBD, seu IBK aphæresin Terræ B, atque adeò etiam totius deferentis Lunæ, & consequēter apogęi medii I, quod in alium locum cadit ex E, quàm ex D spectatum. In eo igitur versatur quęstionis nodus, utrum apogęum medium I motu Terræ ex A in B aliquam anomaliam acceperit ob Terrę motum eccentricum. Verum argumētis omnibus accuratè expensis, locus & statio observantis distinguendus est. Si enim oculum constituas in centro eclipticæ E, qui Sol est, apogęum medium I ex isto loco æstimatum anomaliæ obnoxium erit: verum cum observatio ipsa, de quâ nobis sermo est, non instituatur ex E, sed ex Terra B, illinc quoque usurpanda, atque adeò K punctum hîc designabit apparentem Terræ longitudinem in ecliptica, quia EBK recta ad E centrum Zodiaci inclinatur. Quare si apogæum medium in hac linea consisteret, motu Terræ ex A ad B acciperet anomaliam anguli IBK: sed medium apogæum videtur in I, tanto intervallo antrorsum, quantum ab angulo KBI adjicitur: ideoque motu Terræ AB, tantundem quoque secundum apparentiam in ecliptica commovit, quantum ab arcu AB, seu angulo ADB definitur, hoc est æquali cum Terra passu processit, ut nulli motus anomaliæ obnoxium sit. Vt inde demum animadverterim, Lunaris deferentis apogæum ex Terra æstimatum non affici dicta motus anomalia, quamvis & Terra & universus Lunæ deferens eandem accipiat anomaliam, quæ ad stantis Terræ hypothesin Soli tribuitur; atque ita scrupulus ille mihi exemptus est: deinde alterum hoc inde quoque suppullulabat, nullam hallucinationem aut errorem hîc creari si motus apogæi proprius diurnus (quemadmodum 11 propositione hujus libri videre est) usurpetur 52 ① 27 ② contra successionem graduum, pro quo stante Terra per 11 propositionem 1 libri inveneramus 6 ① 41 ② secundum successionem graduum. Itemque nullam existere differentiam, sive hic statuas diurnum ecliptici nodi motum proprium 1 grad. 2. 19. conrra successionem graduum, ut fecimus propos. 11, sive usurpes stante Terra 3 ① 11 ② contra successionem graduum per 11 propositionem 1 libri.

Et quamvis ista omnia ita certa ac perspecta haberem, non ideò tamen hæc tam plana & manifesta mihi erant, ut propterea leges motus Lunę mota & Immota Terra usquequaque congruas esse, nulla explicatione opus habere videretur; quare ista nobis 12 propositionis materia fuit.

Tertiò in reliquorum omnium planetarum Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii motu scrupulus talis occurrit. Cum in planetarum abacis subducendis secundum stantis Terrę hypothesin variæ rectę è Terra seu puncto in Solis

Solis deferente non centro plurimas rectas ad reliquos terminos logistarum abacis necessarios educi, cujusmodi sunt 15 propositione AR, AT, ex A Terra fixa eductæ. Quam analogiam secuti facilè crediderint in epilogismo planetarum secundum motæ Terræ hypothesin lineas KX KV nō ad Terram K, sed ad C terminum eccentricitatis deferentis Terrestris, hoc est ad ipsum Solem inclinandas: quia locus iste secundum motæ Terrę hypothesin, similitudine quadam respondet Terræ fixæ Sole moto. Vt hoc quoque ἀναπόδεικτον absque demonstratione transmitti non debuisse videatur.

Denique huc etiam quartum illud accedit, quod maxima novatio incidat sublato epicyclo, planetaque in locum centri epicycli immigrante, cumque iste, quem ostendimus, motus Terræ assignatur.

Ista inquā non videbantur mihi ita plana, ita expedita, ut cōstaret etiā absq; demonstratione hęc eodem recidere eundemq; eventū ubique sortiti. Nec dubito, quin illi qui hunc consensum primi investigarunt certa quædam principia, & quasi isagogen constituerint, unde horum veritatem cognoscerent & erudirentur. Cum autem eam *Copernicus* nō descripserit, & nihilominus quidquid hujus scripsit arctissimè cum veritate cōsentiat (Nam dicis gratia Lunæ abacus Tellure motâ tam solidus vetusq; est, quam immotâ; & in cæteris planetis illa linearum, non ad Solem mundi centrum, sed ad centrum deferentis Terræ inclinatio, ne tantillum quidem ob Terræ motum diversitatis habet) meritò hoc suspicionem movet, vel ut hujus consensus causa illi alio faciliore modo investigata & perspecta sit, quàm mihi, ut ne explicatione aliqua opus habuisse videatur: vel libros quosdam manuscriptos de motu Terræ alicunde eruisse, ubi hujus demōstrationem nullam invenerit, ut hâc ob causam ista ita simpliciter & nudè ab ipso edita & publicata sint.

Sed dicet aliquis, esto utrum libet quid utilitatis hinc existet? Hæc; si iste utriusque hypothesis consensus *Copernico* tam planus tamque expeditus fuerit, ut nullæ explicationis eguisse videatur, alii hoc ipso movebuntur ut ad ista accuratius animum adjiciant, hæcq; ipsa brevius tractent ne longiore circuitu fiat quod compendiosè absolvi possit. Quin verò si ex priscis libris hæc eruerit, aliquid spei erit reliqui etiam eruditi seculi aliquas reliquias neglectim habitas & in Bibliothecis jactatas ex eruditi seculi naufragio superesse, ut in istas studiosius deinceps inquiratur quam hactenus factum sit. Atque ita causa nobis exposita esto, cum 8.12.15. & 17 propos. demōstrationibus comprobarim planetas secundum motæ Terræ hypothesin eodem in ecliptica loco videri, eodemque intervallo à se mutuò distare, quo Terrâ immotâ, cæterisque ejusdem circumstantiis.

19 PROPOSITIO.

Vtrâ hypothesi, commentitiâne Terræ immobilis, an propriâ Terræ mobilis abacus longitudinis planetarum parabilior videatur.

Cum primo libro ex observationū ephemeridibus, secundo autem ex mathematico ratiocinio abacum motus planetarum derivaverimus, utrumq; tamen ex fictâ stantis Terræ hypothesi, atque his tertio libro eosdem motus ad veram motæ Terræ hypothesin expressos substituerim, id forsan alicui scrupulum movebit, ut dubitet an non consultius fuerit, (cum jam ab initio scirem illam hypothesin commentitiam, hanc veram esse) illâ omissâ, ab hac statim initium facere. Cui objectioni respondeo, me valde necessarium arbitrari neutram ignorari, cujus rationem ut planius explicem, sic inquam:

Quandoquidem utriusque hujus hypotheseos tam arctus (qualem supra demonstravimus) consensus sit, supervacaneum arbitror nova problemata de investigatione motus longitudinis planetarum, dierum æquatione, cõjunctionibus, oppositionibus, eclipsibus, aliisque quæ ad motæ Telluris hypothesin expressa sunt, cõstituere: quin imò id planè statuo, epilogismum commodius institui & absolvi, si animum & cogitationem dirigas ad commentitiam immotæ Telluris hypothesin quam si ad propriam motę, etsi quamvis etiam hęc omnibus numeris absoluta haberetur.

Quod posita similitudine illustrius erit: Cogita aliquem in navi velificante & motâ imperare sarcinam decem pedes retrorsum collocari. cui id imperatur de navis motu non est sollicitus, sed decem pedum mensuram instituit, non secus ac si ipsa navis in eodem loco immota consisteret; nam si secus hoc mandatum intelligas, prius quam id exequaris interim navis 1000 pedum intervallo processisse possit, ut sic non 1000, sed 1010 pedes intelligendi & mensurandi forent, sarcinaque tanto intervallo è loco dimovenda, is autem terminus ultra puppim in aquam forte cadet: quod alienum est à voluntate imperantis. atq; ideò significantius est voce & cogitatione sequi internam ipsius navis & rerum quæ iis continentur quietem, quam proprium verumque navis motum. Si tamen alia foret quæstio, non de movenda aut collocanda sarcina; sed, dicis gratiâ de palo in aquam defigendo decem pedum intervallo ab aliquo definito navis loco, hîc propriè intelligendum est decem pedum intervallum ab isto loco qui imperantis verbis designabatur: navis interim mota sit an immota nihil interest. Vt in hominum commerciis duplex loquendi & faciendi sit modus, alter secundum apparentiam & visum, alter secundum verum, è quibus ille semper eligendus, unde propositum planissime intelligitur, & facillime expeditur.

Quibus concessis, etiam in cœli motus descriptione utile videtur animo & cogitatione geminam hypothesin complecti, apparentem & veram, utramque prout planior rerum intellectus postulabit. Videlicet apparentem ad isagoges doctrinam, & dicti calculi explicationem, quia istius materiæ voces in hoc Terræ motu ita usurpantur tanquam omninò eidem sedi affixa hæreret. ut cum de siderum supra horizontem exortu, occasu, culminatione, cæterisq; similibus sermo instituitur, quorum enuntiatio propria nimis obscura foret: imò quam ne *Copernicus* quidem usurpavit, quamvis præcipuus ejus scopus fuerit Terræ motus. Porrò autem quemadmodum in navis motu utilius erat ejus motus nullam plane rationem habere tanquam eidem semper vestigio infixa hæreret; atque apparentem pro vero usurpare, ita hoc quoque casu doctrinæ convenientius, Terræ motũ omninò ex animo abjicere, tanquam immota staret, atque id quod videtur pro ipso vero usurpare. Cõtra autem cum quæstio erit de motu latitudinis planetarum, Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii, de quibus deinceps dicendum est, illic res ipsa exigit (quemadmodum in palo in aquam adigendo fistucandoq;) calculum institui ad propriam motæ Telluris diagrapham, quia ita planius causa motus latitudinis eruatur & innotescat, quodque motus commentitiæ hypotheseos fixæ Telluris inde derivetur, eo quem post paulò aperiam modo.

Atque hæc mea sententia est, quam in hujus scripti liniamentis secutus expressi: si tamen alius ponderosiores afferat rationes (quas ignoro) quibus alia via expeditior videatur, æquum est ut eam sequatur.

Atque hactenus de motu longitudinis planetarum: superest ut dicam de latitudine.

DE

DE LATITVDINIS MOTV.

DISTINCTIO QVINTA LIBRI TERTII, DE MOTV LATITVDINIS QVINQVE PLAnetarum, Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii, secundum motæ Telluris hypothesin.

BREVIARIVM 5 DISTINCTIONIS.

QVia Terra mobilis, & Sol eidem loco infixus semper in ecliptica plano consistunt, neque inde quoquam in latitudinem declinant; cumque Lunæ etiam latitudo, quam 2 libri 34 & deinceps aliquot sequẽtibus propositionibus descripsimus stante Terrâ nihil planè diversi habeat, quod explicationis indigeat in motu latitudinis Terrâ motâ; utramque hanc latitudinem intactam transmisimus; quare ad reliquos quinque transibimus.

Quemadmodum veteres in longitudinis motu explicando jure merito ab observatis singulorum motibus in dato tempore initium ducunt, ut inde generalia præcepta ad singulorum motus investigationem in futura tempora deducant, idem quoque in latitudinis motu ordo naturæ hîc exigit, quam viam ideo in singulorum planetarum descriptione persequar: Cumque unius exemplum omnibus sufficiat, de supremo Planetarum Saturno propositiones concipiam & enuntiabo, de reliquis autem cum planiorem explicationem desiderabunt in annotatiunculis monebimus. Universum autem hoc negotium 6 propositiones expedient.

Prima, quæ & ordine 20 erit, de apparenti Saturni latitudine ab ecliptica, qualem eam Ptolomæus *ex observationibus indagavit; ut inde proprietates motus latitudinis eruamus.*

Secunda, quæ erit 21, de longitudine, quam obtinent termini maximæ inclinationis in deferente suo, quantumque Terræ deferens, quâ proximè abest, ab illis distet: & quanta sit maximarum inclinationum inter se di-

stantia in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000, idque mathematico ratiocinio Tellure motâ.

Tertia, quæ est ordine 22, de investiganda deferentis Saturni inclinatione ad eclipticam: Quantumque ejus & eclipticæ communis sectio à deferẽtis Terrestris centro cadat; idq; in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 æstimatum, mathematico ratiocinio secundum motæ Telluris hypothesin.

Quarta, quæ est ordine 23, de investiganda nodorum Saturni longitudine in deferente, deque maximis duabus Saturni inclinationibus, & quantitate lineæ quæ ex centro deferentis Saturni in communem eclipticæ sectionem perpendicularis cadit, in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 secundum ejus motus hypothesin æstimata.

Quinta, quæ ordine est 24, de invenienda quantitate rectæ quæ ex dato in Saturni deferente puncto ad planum eclipticę perpendicularis cadit, in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 ad ejus motus hypothesin ex mathematico ratiocinio.

Sexta, quæ est ordine 25, de invenienda apparente Saturni latitudine in ecliptica ad datum tempus, mathematico ratiocinio Terrâ motâ.

Quibus subdidi annotatiunculam suprascriptam, de reliquis planetis, de quibus tamen nullas propositiones nominatim concepi aut enuntiavi.

PRIMUM DE MOTU LATITUDINIS SATURNI.

20 PROPOSITIO.

De apparente Saturni latitudine à *Ptolomæo* observata, unde generalia theoremata de affectionibus motus latitudinis deriventur.

I MEMBRUM.

Cum credam priscis motum longitudinis planetarum ad hypothesin Terræ mobilis penitissimè ab ipsis observationibus investigatam & perspectam; videtur cõsentaneum etiam latitudinis motũ ipsos non latuisse, quia se ipsam, si aliquantulũ animum attendas, facilè prodat, ut mihi non fiat verisimile hunc à *Ptolomæo* primum notatum, aut animadversum; quin potius jam olim à vetustioribus diligentissimè observatum, & theoricas ejus constitutas esse credo; atqui cum ista neque ad ejus, neque ad cujusquam manus quod quidem sciatur devenerint, grata recordatione studium & laborem ejus amplexabimur, sine quibus istorum cognitio hoc seculo indagatu difficilis & intricata foret: nam ii qui oculos animumque ad siderum loca notanda & observanda convertant, hac tempestate nimis quàm rari sunt. Sed ut ad propositum accedam illud moneo. Quemadmodum in Solis ab æquinoctiali, & Lunæ ab eclipti-

ecliptica apparentibus latitudinibus investigandis primo quæri solet maxima ipsorum in Boream & Austrum declinatio, ut inde locus nodi in quo ecliptica secatur inveniri possit, cæteraque huc spectantia: Ita quoque *Ptolemæum*, ad investigandam affectionem latitudinis Saturni primò maximam ejus latitudinem observando indagasse. Quam invenit Boream 3 grad. 2 ① (tantam enim in canonio suo annotavit) atque hanc semper in id tempus incidere cum centrum epicycli 50 grad. processisset à deferentis sui apogæo, hoc est, sub 183 gr. eclipticę, & cum Saturnus epicycli perigæum adesset. At si Saturnus ipse in perigæo non consisteret, borea inclinatio eo casu minor erat, quæ tamen semper hîc minima esset cum centrum epicycli in apogæo eccentrici versaretur, quamvis enim istud reapse observari non potuerit, quia is locus in Solis & Saturni conjunctionem incurrebat, id tamen conjectura assequebatur ex decremento quod circa extremam fulsionem notarat.

2 MEMBRVM.

Boream inclinationem maximam semper deprehendebat 3 grad. 5 ①, eamque incurrere in id temporis momentum, cum centrum epicycli integro semicirculo à loco suprascripto 183 grad. abesset, hoc est sub 3 grad eclipticę consisteret, & Saturnus ipse in perigæo epicycli versaretur: cum autem alibi quam in perigęo constitisset, eo casu inclinationem austrinam minorem esse, & quidem minimam si in apogæo epicycli.

3 MEMBRVM.

Hæc igitur inclinationis affectio valebit cum centrum epicycli in maxima deferentis inclinatione consistet; sed cum in nodis versaretur, Saturnus erat omnis latitudinis expers, qualemcunque tunc denique in epicyclo locum obtinuisset.

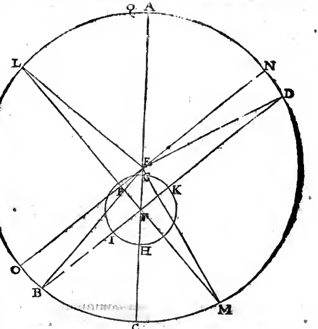
4 MEMBRVM.

Quam potuit speciosissimam tam insolentis motus causam comminisci *Ptolomæus*, qui abaco latitudinis ad datum quodvis tempus congruat, hanc 3 capite 13 libri prodidit, cujus argumentum tale est.

Esto A B planum eclipticæ spectatum in cultrum, cujus centrum, quæ Terra fixa est C, per quod penetret deferens D E, & quidem C D versus Boream in 183 grad. eclipticæ, ut 1 membro annotavimus, ut A C D, B C E deferentis inclinationem significent. & ex D maximæ latitudinis termino describatur epicyclus F G pene parallelus contra eclipticam A B, cujus perigæum G, apogæum F, unde ad C connectantur rectæ F C, G C, dico autem F G ut proximè parallelam esse contra eclipticam, quia differentia nimis quam exigua sit duntaxat 2 grad. 4 ①, nam angulum A C D invenit 2 grad. 26 ①, & C D G 4 grad. 30 ①, qui anguli tamen, ut parallelæ constituantur, æquales esse debuerant, omnes isti circuli (quod de ecliptica diximus) in cultrum spectari intelligantur. Cæterum, ut cœptum opus prosequar, Saturno epicycli perigæum G obtinente apparens ejus ab ecliptica declinatio maxima, qui est angulus A C G, inveniebatur 3 grad. 2 ①, quod 1 membro annotavimus; Si verò extra perigæum constitisset ut puta in D vel F, borea declinatio tunc minor erat, & minima quidem si in F apo-

Terræ 10000, mathematico ratiocinio secundum motæ Terræ hypothesin invenire.

DATVM. Sit deferens Saturni A B C D, centrum E, centrum deferentis Terræ F, & ipse deferens G H, jam per duo centra F E porrectâ semidiametro A C, erit A apogæum per 13 propositionem hujus libri sub 233 grad. eclipticæ, & quia maxima borea inclinatio Saturni per 1 membrum 20 pro-



positionis apogæum 50 graduum intervallo disjuncta sequitur, agatur recta B F D per punctum F, secans Terræ deferentem in I & K, ut A F D angulus dictos 50 gr. definiat, eruntque D B hi maximæ inclinationis termini quam ad eclipticam habere videatur, idque cum Terra appulerit ad puncta K & I.

QVAESITVM. Quanta sit longitudo punctorum B & D in deferente suo, hoc est amplitudo acuum A B & A B D, itemque qua proximè à Terræ deferente absunt K D, I B, ipsorumq; inter ipsas distantia D B invenienda est, in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000.

PRÆPARATIO. Connectantur E D E B.

CONSTRVCTIO.

Tres termini trianguli E F D sunt cogniti, eccentricitas E F 5256, semidiameter deferentis E D 92308 ex syllabo secundo 13 propositionis,

positionis, & angulus E F D 50 gr. per thesin: Vnde angulus E D F invenitur per 5 propositionem planorum triangulorum 2 gr. 30 ①

Qui additus ad angulum A F D 50 grad. per thesin, existet angulus A E D, seu arcus A D 52 gr. 30.

Sed initium deferentis usurpatur ab apogæo A, quare A D 52 grad. 30 ① deductis de integro circulo 360 grad. relinquetur optata lõgitudo seu distantia à maxima declinatione Borea D, id est arcus A B D 307 gr. 30.

Et latus F D invenitur 95610, unde deducta Terræ semidiameter F K 10000, relinquetur optata distantia K D quâ Borea maxima inclinatio D à Terra deferente abest 85610.

Eundem modum si usurpes in triangulo E F B, invenietur angulus E B F 2 gr. 30.

Qui de angulo A F D 50 gr. deductus relinquet C E B 47 gr. 30.

Et hic de semicirculo A B C subductus, relinquet maximæ inclinationis austrinæ B optatam in deferente longitudinem, hoc est arcum A B 132 gr. 30.

Porro etiam invenietur latus F B 88849, inde subducta semidiametro deferentis Terræ F I 10000 reliqua erit optata minima distantia I B, quâ Terræ deferens ab apparente maxima austrina inclinatione B absit 78849.

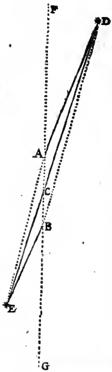
Iam tota quantitas rectæ B D conflabitur ex tribus partibus B I 78849, I K 20000, & K D 85610 quarum summa erit 184459.

Cujus demonstratio ex operis ductu & filo perspicitur. CONCLUSIO. Itaque longitudinem quam maximæ inclinationes deferentis Saturni ad eclipticam in ipso deferente obtineant, quantaque ipsorum à Terræ deferente, & inter se distantia sit, in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000, mathematico ratiocinio motâ Terrâ invenimus, ut decuit.

22 PROPOSITIO.

Quæ deferentis Saturni ad eclipticam inclinatio, quantumque deferentis & eclipticæ communis sectio à Terræ centro distet in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 mathematico ratiocinio secundum motæ Terræ hypothesin invenire.

DATUM. Esto AB deferens Terræ in culirum spectatus, qui æqualis sit diametro I K in antecedentis propositionis diagraphâ, C centrum, hinc agatur D E æqualis ipsi D B antecedentis diagrammatis, hoc est 184459, & hæc C D illi F D, item hæc C E illi F B, secentque se mutuo vel in C puncto, vel propter ipsum, ut angulus inclinationis duorum planorum sit A C D, & recta ab Terra A ad deferentis Saturnini maximam inclinationem Boream per 21 propositionem sit 85610, quę illic per K D designatur: Similiter sit B E recta ab Terra B ad E terminum maximæ inclinationis austrinæ per eandem 21 propositionem 78849, quæ illic per rectam I B indicatur, continuataque A B utrimque in F & G erunt A F & B G in plano eclipticæ, maximaque Borea Saturni latitudo definietur ab angulo F A D, qui per



per 1 membrum 20 propositionis est 3 gr. 2 ①; & austrina latitudo definitur ab angulo G B E, quæ per 2 membrum 20 propositionis est 3 grad. 5 ①.

QUÆSITVM. Inclinatio deferentis Saturni ad eclipticam, hoc est angulus A C D inveniendus est, quantumque ejus & eclipticę communis sectio à deferentis Terræ A B centro C cadat.

CONSTRVCTIO.

Quadrangulum decussatum A B D E habet quinque cognitos terminos, ut sunt A B 20000 diameter deferentis Terræ per thesin; item AD per thesin 78849, & B E 95210, angulus D A B 176 grad. 58 ①, is enim numerus relinquitur si subducas F A D 3 gr. 2 ① de semicirculo, datur quoque angulus E B A 176 gr. 55 ①, nam is numerus relinquetur si tollas G B E 3 gr. 5 ① de semicirculo. Notato quoque insuper præter suprascriptos quinque terminos, etiam alios tres unde aliquid levaminis accedat, dari, videlicet D E recta maximas Saturni latitudines connectens, quæ per 21 propositionem datur 184459, & A E 98849, quæ proximè ipsis A B & BE hoc est 20000 & 85610 æquetur. Item recta B D, 105610, quæ ipsis A B & A D hoc est 20000 & 105610 proximè æqualis sit; Quorum terminorum ope angulus A C D invenitur, per 6 propositionem additamenti ad plana multangula, optata deferentis Saturni inclinatio ad eclipticam 2 grad. 43 ①, pro quâ *Ptolomæus* quasi per conjecturas 3 capite libri 13 invenit 2 gr. 26 ②.

Cæterum communis sectionis deferentis Saturni & eclipticæ distantia à terræ deferentis centro C nulla est, cum proximè per id incidere deprehendatur, è diversis enim terminis per quos hujus operis exegesis absolvi possit, ex ea quam secutus hic sum inveni angulum A D C 19 ①, unde trianguli D A C tres termini cogniti, videlicet duo anguli A D C, D C A & latus A D dant rectam A C 10294, ubi 294 redundant, debebat enim ut omnia ad amussim congruerent, fuisse 10000, differētia autem adeo exigua est ut si amplitudinem anguli A D C usurpes 18 ① pro istis 19 ①, existat A C 9732, ubi 268 à justa summa deficiunt, ut non ambiguum videatur communem istam eclipticæ & deferentis sectionem per deferentis Terrestris centrum C transire, quod abaco *Ptolemaico* ejusque theoricis in quibus ille hanc lineam per ipsam Terram porrigit, consentit. Est enim Terræ secundum illam hypothesin situs similis centro deferentis Terræ in hac, quod 18 propositione 3 libri obiter nobis annotatum est.

Notabis hîc aliam operis exegesin institui posse, inventa primò linea C D (hoc est à deferentis Terrestris centro ad Saturnum in dato sui deferentis loco) per 6 membrum 15 propositionis hujus libri, ita enim cognita habebit triangu-

triangulum A D C tres terminos cognitos, hoc est præter C D etiam lineam A D, & angulum A C D, inde reliqui ignorati termini innotescunt.

CONCLVSIO. Invenimus igitur, quæ sit deferentis Saturni ad eclipticam inclinatio, quantumque illorum communis sectio à Terræ centro distet, idque in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 mathematico ratiocinio, secundum motæ Terræ hypothesin.

NOTA, *qua demonstratur motum latitudinis Saturni certa de motu Terræ argumenta suppeditare.*

Cum in [illegible] hypothesi [illegible] epicycli Saturni in nodo versari dicitur, etiam [illegible] eclipticæ, omnisque latitudinis expers semper deprehenditur, quemcunque tandem locum in epicyclo obtineat, quod 3 membro 20 propositionis [illegible], quæ res cum valde paradoxa habeatur, hinc [illegible] illam theoricam, quam 20 propositione expressimus, sed [illegible] omnia ista, & quidem necessario cōsequi [illegible] Saturni conversionem circa suum axem, ut nullis novis figmētis ad [illegible] opus sit; quin potius insolens videatur si hæc aliter eveniant, [illegible] dicis gratia, cum Saturnus ab E movebitur usque ad nodum C, necessario in eclipticæ plano consistet, cumque Terra extra eclipticæ planum nunquam exorbitet, consequens est Saturnum quemcunque tandem sui deferentis locum Terra obtineat illic in eclipticę plano videri: Atque adeo ut reliqua argumenta taceam, hoc uno adeò planus & manifestus est Telluris motus, ut qui istum inficias eant, propter observationum penuriam id facere credendum sit.

23 PROPOSITIO.

Nodorum Saturni longitudinem in deferente, ambasq; maximas inclinationes deferentis Saturni, & quantitatem rectæ quæ ex centro deferentis Saturni in communem sui & eclipticæ sectionem perpendicularis cadit, in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000 invenire Terrâ mobili.

DATVM. Quia figuratio diagraphæ 21 propositionis mihi hoc loco iteranda esset, atque eo addenda quæ hac propositione facienda imperantur, potius ipsum 21 propos. diagramma hic usurpabo, atq; in ista mentem meam explicabo. Cum communis sectio eclipticæ & deferentis per 22 propositionem per ipsius Terræ centrū porrigatur, agam in diagrammate 21 propositionis rectam L M communem sectionem per centrum deferentis Terrestris F, perpendicularem in rectam D B à cujus terminis L M agam duas rectas L E, M E: Deinde per E punctum educam diametrum deferentis Saturni N O parallelam contra D B, quæ secet L M in P. QVAESITVM. Quam longitudinem L, M nodi, seu extimi termini communi sectionis L M in deferente suo obtineant, quamque N, O termini maximarum inclinationum deferentis Saturni, & quantitas perpendicularis E P à centro deferentis Saturni E in communem sui & eclipticæ sectionem invenienda sint.

CON-

CONSTRUCTIO.

Si de angulo recto L F D 90 gr. subducas angulum A F D, qui per 1 membrum 20 propositionis est 50 gr. reliquus erit angulus L F E 40 gr.

Triangulum L F E tres habet terminos cognitos, utpote L E semidiametrum deferentis 92308, eccentricitatem E F 5256 per secundum syllabum 13 propositionis, & angulum L F E 40 gr. hoc ordine primum: Unde angulus F L E per 5 propositionem planorum triangulorum invenitur 2 gr. 6.

Qui additi ad 40 gr. anguli L F E, dabunt angulum A E L, seu arcum A L, optatam alterius nodi L longitudinem in deferente suo 42 gr. 6.

Sed ad reliqui nodi M longitudinem inveniendam, planum est angulum F M E aequari angulo F L E, ideoque esse 2 gr. 6 ①, qui deductus de angulo C F M, qui suo verticali L F E 40 gr. hoc ordine primo aequalis est, relinquet angulum F E M, seu C E M, seu arcum C M 37 grad. 54 ①. qui cum semicirculo A B C 180 gr. compositi dant optatam longitudinem puncti M in suo deferente 217 gr. 54.

Verum ut indagemus quam longitudinem duo maxime inclinationis termini in deferente Saturni C obtineant, (qui ob cognitas causas non sunt in punctis B & D, quamvis illic Saturnus in maxima apparenti latitudine ex Terra spectatus videri possit, sed in N & O) ita agam. Cum angulus E D F per 21 propositionem sit 2 gr. 30 ① angulusq; N E D aequalis sit ipsi E D F, qui E D inter parallelas E N F D interjacet, erit angulus E N D, seu arcus D N 2 gr. 30. qui additus ad puncti D longitudinem in ecliptica, hoc est per 21 propositionem ad 307 gr. 30 ①, dabit optatam longitudinem puncti N in suo deferente 310 gr.

Et O punctum ipsi oppositum cadet in deferentis 130 gr.

Iam ad inveniendam lineam E P suppeditantur nobis in triangulo E L P tres cogniti termini, ut sunt semidiameter E L 92308, per secundum syllabum 13 propositionis, angulus E L P 2 gr. 6 ① ordine secundus, & angulus E P L rectus: Quorum ope latus E P invenitur per 4 propositionem planorum triangulorum pro linea quaesita 3378.

Cujus demonstratio ex opere perspicitur. CONCLUSIO. Quamobrem Nodorum Saturni longitudinem in deferente, ambasque maximas deferentis inclinationes, & quantitatem rectae, quae ex centro deferentis Saturni in communem sui & eclipticae sectionem perpedicularis cadit, in partibus semidiametri deferentis Terrae 10000 invenimus secundum motae Terrae hypothesin. Ut petebatur.

CONSECTARIUM.

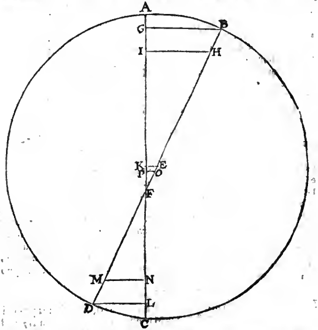
Evidens est Saturnum in deferente suo à 42 gr. 6 ①, hoc est in 21 propositionis diagrammate ab L per B usque M semper Notium esse, sed à 217 grad. 54 ① ordine quarto, ad 42 gr. 6 ①, hoc est ab M per A usque in L semper Boreum. Quod ut clarius perspiciatur, notato suprascriptum arcum ab L per

B usque M in 22 propositionis figuratione indicari per lineam rectam C E, qua segmentum circuli L B M in cultrum spectatum exprimitur. Quibus positis, Saturnus in recta C E in 22 propositionis diagraphâ non potest tali loco consistere, ut è Terra spectatus, quocunque loco ipsa in suo deferente A B versetur alio loco cōspiciatur, quam in austrina eclipticæ parte F G. Et similiter, in segmento C D in 22 propositionis diagrammate (qua segmentum circuli C A L 21 propositionis exprimitur) non potest tali loco versari ut ex Terra spectatus, quemcunque ipsius in suo deferente A B locum, alibi conspiciatur quam in eclipticæ F G parte Borea.

PROPOSITIO.

Quantitatem rectæ, quæ ex dato in Saturni deferente quolibet puncto ad eclipticæ planum perpendicularis cadit in partibus deferentis Terræ 10000 invenire ratiocinio mathematico.

DATUM. Exponatur orbis Saturni A B C D, ejus centrum E, per quod exigatur recta B E D (quæ ipsi N E O in 21 propositionis diagrammate re-



spondeat) qua Saturni deferens in cultrum spectatus designetur, ibique communis sectio secundum longitudinem oculo objectus adumbretur per punctum

ctum F, ut EF (cui in 21 propositionis diagrammate æqualis est EP) sit recta, quæ à centro deferentis Saturni, in communem sui & Eclipticæ sectionem perpẽdicularis cadit, cujus quantitas per 23 propositionem est 3378, hinc per F punctum agatur recta AFC, quod est eclipticæ planum spectatum in cultrum, & angulus BFA, qui inclinationem ejus ad eclipticam designat, fit per 21 propositionem 2 grad. 43 ①. CONSTRVCTIO.

1 PARADIGMA.

Invenienda sit primum quantitas rectæ BG, quæ à maxima deferentis inclinatione B in planum eclipticæ AC perpẽdicularis cadit: Vt eam assequar sic agam, semidiameter deferentis EB per 13 propositionis secundum syllabum valet 92308, & FE 3378 per thesin, quorum summa 95686 pro linea FB, inde triangulũ BFG tres habet terminos cognitos, videlicet latus FB 95686, & angulum BFG 2 gr. 43 ①, & BGF rectum per thesin, quorum ope latus BG optata linea per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 4535.

2 PARADIGMA.

Secundo fingamus inveniendam rectam HI, perpendicularem à 30^mo deferentis gradu, numerationis auspicio sumpto ex maximæ inclinationis termino B: sed cum ea linea æqualis sit isti quę ex deferẽtis semidiametro ab H puncto, tanquam termino BH sagittæ 30 graduum cadit, usurpemus igitur EB pro deferentis semidiametro, ubi EH sinus erit 60 gr. quæ est datorũ 30 graduum differentia à quadrante, qui est 8660, quæ cum ita sint per proportionem concludam, Cum semidiameter EB erit 10000, fit EH 8660, itaque EH quanta erit cum EB assumetur 92308? concludes pro EH 79939, quæ addita ad EF 3378 per thesin, dabit FH 83317, atque ita habebit triangulum HFI tres terminos cognitos, videlicet latus FH 83317, angulum HFI 2 gr. 43 ①, & HIF angulum rectum. Vnde latus HI, per 4 planorum triangulorum propositionem pro optata linea invenitur 3949. Et planum est HI ex deferentis Saturni 340 gr. demitti, hoc enim punctum B, in 21 propositionis diagrammate designatur per punctum N, quod per 23 propositionem consistit sub 310 gr. deferentis, huc si addas istos 30 grad. existet idem numerus qui prius 340 grad.

Notato eundem modum, quem hîc in linea HI inter E & B investiganda usurpavimus, eundem modum valere in quolibet loco semicirculi EB.

3 PARADIGMA.

Tertiò ponamus investigandam rectam EK, quæ ex 90 deferentis gradu, à maximo inclinationis termino D perpendicularis cadit. Ad cujus investigationem sic agam. Cum EF sit per thesin 3378, habebit triangulum EFK, tres cognitos terminos, ut sunt FE 3378, angulus EFK 2 gr. 43 ①, & FKF rectus: Quorum ope latus EK per 3 planorum triangulorum propositionem invenitur pro optata quãtitate 160. Hic igitur modus & via sit in semicirculo EB; superest ut similem rationem in reliquo semicirculo ED ostendamus.

4 PARADIGMA.

Esto jam quartò invenienda quantitas rectæ DL, quæ ex maximæ austrinæ inclinationis termino D perpendicularis in planum eclipticæ AC cadat,

Ad cujus investigationem sic agam; semidiameter deferentis E D per secundum syllabum 13 propositionis valet 92308, & F E 3378 per thesin, qui deducti de 92308, relinquunt 88930 pro recta F D, Vnde in triangulo D F L tres termini cogniti dantur, utpote latus F D 88930, & angulus D F L 2 gr. 43 ①; item D L F rectus per thesin. quorum ope latus D L optata linea per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 4215.

5 PARADIGMA.

Quinto jam invenienda sit linea M N, quæ ex 30mo deferentis gradu (ducto numerationis auspicio ex maximæ inclinationis termino) perpendicularis cadat. Sed cum ea æqualis sit rectæ è deferentis semidiametro ab termino D M sagittæ 30 gr. demissæ; cogitatione fingamus E D semidiametrum deferentis, ubi E M sinus erit 60 gr. quæ est dictorum 30 gr. differentia à quadrante, sinus verò iste valet 8660. Quibus positis proportionem instituam hoc modo. Posita semidiametro E D 100000, fit E M 8660; quanta igitur erit E M cum E D statuetur 92308? concludes ista thesi E M 79930: unde deducta E F 3378 per thesin, relinquetur F M 76561, unde in triangulo M F N tres cogniti termini dantur, videlicet latus F M 76561, & angulus M F N 2 gr. 43 ①, angulusque M N F rectus; Quorum ope latus M N optata linea per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 3629.

Notabis eundem modum quem invenienda linea M N usurpavimus omnibus locis inter F & D puncta intermediis locum habere.

6 PARADIGMA.

Sexto etiam invenienda sit recta O P, quæ ex deferentis 89 gr. (si initium putes à maxima inclinatione D) demissa sit. Cum autē hæc æqualis sit rectæ, ex E D semidiametri puncto O, tanquam termino sagittæ 89 grad. D O demissæ. Fingamus E D semidiametrum deferentis, ubi E O sinus sit 1 grad. (qui est dati arcus 89 grad. differentia à quadrante) id est partium 175. Quibus positis inquam; Posita semidiametro E D 10000 fit E O 175, quanta erit E O ad taxationem semidiametri E D 92308? Concludes E O 1615, qui numerus deductus de E F 3378 per thesin, dabitur O F 1763. quorum ope in triangulo O P F tres termini cogniti dantur, ut sunt latus F O 1763, angulus O F P 2 grad. 43 ①, & O P F angulus rectus. Vnde latus O P optata linea invenitur per 4 planorum triangulorum propositionem 84.

Notabis eundem modum quem hic in O F invenienda usurpavimus, ubique in locis inter E F interjectis locum habere.

CONCLUSIO. Invenimus igitur quantitatem rectæ ex quolibet Saturnini deferentis puncto in eclipticæ planum perpendiculariter demissæ idque in partibus semidiametri deferentis Terræ 10000, mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin, quod fecisse oportuit.

CONSECTARIUM.

Evidens est hinc quomodo tabella perpendicularium ex Saturni deferente ad singulos gradus, initio facto ab apogeo, institui & ordinari possit, ut inde cum opus erit ad usum accersantur. dicis gratiâ, ut invenias rectam, quæ à primo deferentis Saturni gradu cadat, in manus sumam diagramma 21 propositionis, ibique Q punctum signabo, ut ab apogæo deferentis A ad Q 1 gr. inter-

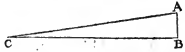
interſit; erit igitur N Q 51 grad. (nam N punctum per 23 propoſitionem 310um grum. obtinet; cujus differentiâ à circulo ſunt 50 gr. cum quibus compoſitus A Q 1 grad. dabit N Q 51 grad. ut prius adnotavimus.) Quare per hanc 24 propoſitionem inventa perpendiculari ex 51 gr. (auſpicio numerationis ducto à B) demiſſa; cujus modi exemplum in H B ab 30 grad. exhibuimus, habebis optatum: ea enim perpendicularis 1 gradus intervallo ab apogæo abeſt. eundem modum in cæteris omnibus ſequeris.

Notabis autẽ cum hæc non dicis tantum gratiâ, ſed ſerio, atq; iſta fini inſtituentur, ut ex hoc fundamẽto latitudines futuris deinceps temporibus derivẽtur, prius neceſſariũ fore obſervãdo inveniri, quem nunc locum apparẽs deferentis apogæum in ecliptica obtineat: deinde etiam quantum communis ejus & eclipticæ ſectio à *Ptolomæo* (cujus obſervationes, ob cauſas alibi dictas, exempli cauſa uſurpavi) uſque ad hæc tempora promoverit: nam ephemeridum autores communis hujus ſectionis & apogæi motum tanquam æquales uſurpant, hoc eſt ſemper 50 gr. intervallo disjungi. ſed hanc rem novis obſervationibus tentari cõſultius fuerit. ſi enim cõmunis hujus ſectionis & apogæi motus inæquales ſint, quod in Luna accidit, fortè ab hac cauſa fuerit, quod latitudo quam reapſe obtinet, ab ea quę in ephemeridibus exhibetur diverſa ſit.

25 PROPOSITIO.

Apparentem Saturni latitudinem in dato tempore, mathematico ratiocinio Tellure motâ invenire.

DATVM. Exponatur Saturni locus ad datum aliquod temporis momentum, ſub 340 gr. unde perpendicularis in eclipticæ planum demiſſa erit per 2 paradigma 24 propoſitionis 3949 partium. Ejus autem à Terra diſtantia, cujus inveniendæ rationem modumque 6 membro 15 propoſitionis expreſſimus, ſit illic X V, partium 80000.



QVAESITVM. Saturni apparens ab ecliptica latitudo ex iſtis eruenda eſt.

PRÆPARATIO. Figuretur triangulum rectangulum habens angulum rectum ad B, ubi A B latus aſſumatur datarum partium 3949, & A C 80000.

CONSTRVCTIO.

Triangulum A B C tres habet terminos cognitos, ut ſunt latus A B 3949, & A C 80000, & angulus ad B rectus; unde A C B angulus optatæ latitudinis, per 5 planorum triangulorum propoſitionem invenitur 2 grad. 50 ①. Vt verò ſciatur utrum iſta Borea ſit an Auſtrina, id ex loco ejus in deferente innoteſcet; evidens enim eſt è 23 propoſitionis conſectario illam inter 44 gr. 12 ① & 215 grad. 48 ① eſſe auſtrinam; & in reliqua deinceps deferentis parte (in quam hic 340us gr. incurrit) Boream. Cujus demonſtratio ex operis ſilo perſpicitur. CONCLVSIO. Quamobrem Saturni apparentem ab ecliptica longitudinem in dato tempore mathematico ratiocinio adſtantis Terræ hypotheſin invenimus. ut petebatur.

NOTA.

Cum problema istud de motu latitudinis Saturni reliquis quatuor planetis Iovi, Marti, Veneri & Mercurio commune sit, de istis nullas novas propositiones concipiam aut enuntiabo quemadmodū in breviario hujus quintæ distinctionis monui; sed si quis in illis clarioris explicationis indigeat, id annotatiunculæ nomine & specie complectar, sumpto à Iove exordio.

DE LATITUDINE IOVIS.

Ptolomæus observando motum latitudinis Iovis usquequaque similem invenit exposito motui Saturni; qui sigillatim hujusmodi fit.

Primò maxima Borea latitudo erat 2 grad. 4 ①, quæ in id temporis momentum incidebat, cum epicycli centrum secundum apparētiam 20 grad. ab apogæo distaret in antecedentia (hoc est in 141 grad. eclipticæ) Ioveque perigæum epicycli obtinente. cum verò à perigæo discessisset, latitudo Borea eo casu minor erat; & quidem minima cum in apogæo consisteret.

Secundò maximam latitudinem austrinam invenit 2 grad. 8 ①, quę id temporis momentum semper incurreret, cum centrum epicycli ad diametrū opponeretur suprascriptis 141 grad. id est sub eclipticæ 321 grad. Iove autem perigæum epicycli obtinente: cum verò alibi versaretur quam perigæo austrina ejus latitudo isto casu erat minor; & quidem minima si in apogæo constitisset.

Tertiò si centrum epicycli in nodis constitisset, Iovem (quemadmodum de Saturno diximus semper in plano eclipticæ omnis latitudinis expertem inveniebat, quemcunque tandem sui epicycli locum obtinuisset.

Theorica quam *Ptolomæus* secundum stantis Terræ hypothesin Iovi attribuit, eadem planè est cum theorica Saturni, atque adeò inutile esset illam hic iterato describere. Cumque hæ theoricæ in terræ motu usquaque consentiant, ex similitudine Saturni leges motus Iovis reperiri poterunt: atque adeo supervacuum fuerit ista sigillatim denuo hic iterare.

DE LATITUDINE MARTIS.

Martis motum latitudinis Saturno per omnia similem *Ptolomæus* observationibus edoctus est.

Primò enim maxima latitudo Borea erat 4 grad. 21 ①, quæ in id temporis momentum incurrebat cum centrum epicycli in deferentis apogæo constitisset (id est per syllabum 13 propositionis sub 115 grad. 30 ① eclipticæ) Marsq; ipse epicycli perigæum adiisset: sed si extra perigæum versaretur, latitudo Borea eo casu minor erat, & quidem minima cum illic in apogæo consisteret.

Secundo etiam austrinam maximam latitudinem deprehendebat 7 grad. 7 ①. quæ in id tempus incidebat, cum centrum epicycli addisset perigæum eccentrici suprascripto 115mo grad. 30 ① ad diametrum oppositus, id est sub 295 grad. 30 ① eclipticæ, & Mars in epicycli perigæo: si verò extra perigæum epicycli constitisset, austrina latitudo isto casu minor erat, & minima quidem si tunc in apogæo versaretur.

Tertiò verò si centrum epicycli in nodis constitisset tunc Martem (quemadmodum de Iove quoque diximus) in ipso eclipticæ plano omnis latitudinis expertem inveniebat.

Theori-

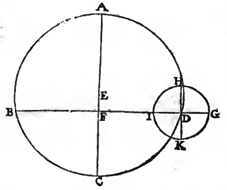
Theorica quam *Ptolemaus* motui latitudinis Martis attribuit eadem est, quæ Saturni,ut planè importunum videatur eandem hoc loco iterare: Atque adeo etiam cum theorica telluris motæ in Marte similis Saturno, atque inde illustris & perspicua sit, ista hic sigillatim iteranda non censeo. Tantum id moneo, hoc opus in Marte non nihil compendiosius absolvi & expediri, quia maximæ latitudines Martis cum apogæo & perigæo deferentis coincidant. Cum enim recta istos terminos connectens per 13 propositionis secundū syllabum cognita detur, ubi semidiameter Martis taxatur 15190 partibus, hujus duplum dabit dictæ lineæ magnitudinem 30380, ut in ista inquirenda 21 propositionem in consilium vocare opus non sit; neque 23 proposit.ad investigandas deferentis Martis maximarum inclinationum terminos, cum ii in apogæum & perigæum incidant.

DE LATITVDINE MERCVRII.

1 MEMBRVM.

De motu latitudinis Mercurii à *Ptolomæo* observando indigata.

Vt planius evidentiusque observatum à *Ptolomæo* latitudinis Saturni motum, ejusque theoricam ab eodem excogitatam explicemus, sit ABC deferens epicycli, cujus cētrum E, Terra eidem loco infixa & immobilis F, unde ad E inclinetur recta CFEA, ut A sit apogæum, C perigæum, perque F eductā rectā BFD ad ipsam AC normali, B, D puncta incurrent in 90 gr. & 270 gr. deferentis, & quamvis tantum illinc absint, quantum ab eccentricitate EF inde removetur, *Ptolomæum* tamen sequemur, qui hos terminos illis 90 & 270 graduū nominibus appellavit. Hinc ex puncto D ut centro scribatur epicyclus GHIK, cujus apogæum G, perigæum I, ejusque longitudines mediæ H, K, ut in quatuor istis punctis duæ diametri IG & HK terminentur.



Quibus positis, observando *Ptolomæus* invenit Mercurii maximam latitudinem austrinam 4 grad. 5 ①. quæ semper in id temporis punctum incurreret cum centrum epicycli 90 grad. à deferentis apogæo abesset, id est sive constitisset sub 270 grad. in D, seu in 90 grad. sub B (qui 90 grad in 280 grad. eclipticæ incurrunt, quia per Syllabum 13 propositionis apogæum incidat in 190 gr.) atque Mercurius ipse in epicycli perigæo sub I: At extra perigæum

F constitisset, austrina latitudo eo casu minor erat, & minima quidem, si tunc versaretur in apogæo G. Causa etiam cur dictæ latitudines æquales sint cum centrum epicycli in D aut in B consistet ex ipso diagrammate perspicitur, quia recta ab F pertinens ad D, æqualis sit ei quæ ab F porrigitur ad B. Inde enim sequitur apogæum & perigæum situm ex F Terra utrobique in D & B eodem modo & habitu spectari.

Secundo maximam Boream latitudinem inveniebat 1 grad. 45 ①, quæ semper in id tempus incideret cum centrū epicycli 90 gr. ab deferentis apogæo utrimlibet abesset, & Mercurius ipse in epicycli perigæo constitisset: cum verò extra perigæum versaretur, borea latitudo eo casu minor erat, & minima quidem si tum in apogæo consisteret.

2 MEMBRVM.

De theorica latitudinis *Ptolomæi*, quam ex observationibus 1 membri derivavit.

Cum istæ quas exposuimus observationes *Ptolomaicæ*, ex theoricis quas super his constituit etiam clarius elucescant. eas summatim comprehensas hoc loco subjiciam, ut sequitur.

Cum in deferente maximarum latitudinum puncta quæ ex terra mota spectantur sint B & D, consequens esset hujus & eclipticæ communem sectionem ad ipsam BD esse normalem, & cum *Ptolomæus* in motu latitudinis omnium planetarum eam conceperit transire per Terram F, isti instituto consequens foret rectam AFC esse communem deferentis & eclipticæ sectionem: ideoque etiam si centrum epicycli in punctis A aut C, & Mercurius in epicycli apogæo perigæové consisteret, cōsequens fuerit Mercurium tum ex Terra F spectatum necessariò in eclipticæ plano omnis latitudinis expertem videri. aliud tamen hic testabatur experientia, hic enim latitudinem austrinam semper deprehendebat 45 ①. ut hanc ob causam (ut reliquas de quibus in appendice motus latitudinis secundum stantis Terræ hypothesin dicetur) *Ptolomæus* Mercurio in motu latitudinis alias leges & à superioribus diversas assignarit. Statuit enim lineam BD per duos maximarum inclinationum terminos eductam esse communem sectionem deferentis & eclipticæ, quæ positio cum naturæ notionibus & regulis pugnat; contra verò epicyclo tres quasi fluctuantes motus attribuit, qui suis nominibus distinguuntur, suntque deviatio, declinatio, reflexio, atque hac ratione propositum sibi motum expressit eum ego sigillatim hic describam, à *Purbachio* hunc locum mutuatus, quem ille planè & intelligenter suis definitionibus exposuit & illustravit.

Primùm, ut à *deviatione* auspicium sumam, notato *Ptolomæum* deferenti attribuisse motum utrimque reciproce nutantem supra axem BD, non secus atque librile seu jugum bilancis ponderibus mutatis modò huc modò illuc propendet, qui motus deviatio hic dicitur. cujus leges hujusmodi sunt: Cum centrum epicycli in B aut D consistet, nulla erit deviatio, sed planum deferentis in eclipticæ plano jacebit: hinc centro epicycli ex B aut D digresso, deferens ipse deviabit & in austrum verget, usq; dum centrum epicycli ad apogæum A vel ad perigæum C appulerit, quo loco deviatio maxima erit 45 ①. inde jam deinceps minuetur & decrescet, donec centrum epicycli devenerit

ad nodos

ad nodos B vel D, ubi deviatio omnino evanescit. Ex quibus evidens est motum, quo centrum epicycli à deferente afficitur nunquam versus boream vergere.

Sequitur *inclinatio*, hîc planum epicycli à deferentis sui plano duobus modis quasi nutans declinat: primò super H K per longitudines medias H, K educta. isto motu apogæum G qui est terminus diametri I G in unam partem declinat, & perigæum I in alteram. dictæ inclinationis motus has sequitur leges. Cum centrum epicycli D consistet in apogæo deferentis A, suprascripta I G in deferentis plano porrecta jacebit: cum autem centrum epicycli discedet ab apogæo A, inde etiam centrum epicycli declinabit in Austrum, & perigæum in Boream, quæ declinatio deinceps augetur usque dum centrum epicycli devenerit ad longitudinem mediam B, in quem locum incidit maxima declinatio diametri I G, quæ inde deinceps cōtinuo minuitur & decrescit donec centrum epicycli devenerit ad deferentis perigæum C, ubi dicta diametros I G omnino nō declinat, sed dum centrū epicycli ab C ad D longitudinem mediam commovetur, tum simul apogæum G à deferentis plano in boream declinat, & perigæum I versus austrum, hæc declinatio deinceps continuo augetur, donec centrum epicycli ad nodum D devenerit, ubi rursum declinatio est maxima. Inde rursum decrescit, donec centrum epicycli restituatur suo apogæo in A, ubi dicta diameter, ut I G, in deferentis plano tota porrigitur; Indeq; rursum ad expositas leges denuo redit. Ex dictis planum est, epicyclum in maxima deferentis deviatione omnis inclinationis expertem esse; contraque maximam esse epicycli inclinationem ubi deferentis deviatio omnino nulla sit.

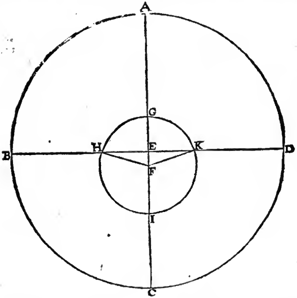
Superest denique tertia ratio in reflexione. planum epicycli præter istam vacillationem quā super axe H K nutat, etiam alteram habet inter apogæū & perigæum epicycli super axe I G (cōsimilem plane duabus illis nutationibus quas nautica pyxis habet duobus axibus inter se normalibus constitutis) quo motu efficitur ut diameter H K deferentis planum intersecet in I G cōmuni sectione, ut pars deferentis sinistra huc & dextra illuc à deferente reflectat. leges deflexionis diametri hujus tales sunt. cum centrum epicycli adierit longitudinem mediam D, suprascripta H K jacebit in plano deferentis A B C D neque quoquam deflectet: sed centro epicycli ab D discedente versus apogæum A, inde sinistra pars diametri H D reflectetur versus austrum, quæ reflexio inde continuo incrementum sumet, donec centrum epicycli adierit ad apogæum A, quo loco maxima sit. unde porro B versum discedens deinceps continuò minuitur donec illum ipsum nodum B adierit, ubi reflexio planè nulla sit. Inde autem centro epicycli digresso versus perigæum C, tum sinistra semidiametros (ut H D) rursum in Boream reflectitur, deincepsque continuo usque ad perigæum C augetur, quo loco etiam maxima est. Hinc vicissim decrescit donec centrum epicycli incurrat in longitudinem mediam D, ubi reflexio nulla sit; inde porro per expositas motuum leges omnia redeunt. Unde manifestum est maximam reflexionem cadere in eum deferentis locum, ubi epicycli declinatio nulla sit.

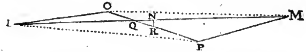
3 MEM-

3 MEMBRUM.

In quo motus latitudinis secundum motæ Terræ hypothesin explicatur.

Cum supra 1 membro omnes anomalias a Ptolomæo notatas & animadversas descripserimus (eique 2 membrum majoris claritatis ergo de theorica ejus subdiderimus) eæ ad motæ Telluris hypothesis secundum expositum generale theorema applicatæ, quænam motus leges absolvent: sed tamen quia inferiores planetæ interiore orbe currunt, & intra Terræ deferentem continentur, quædam varietas in ipsorum abacis inde inducitur, maximè verò cum deferens Mercurii se in Terræ deferentis centrum non induat, qui locus non-





nullis obscurior & lucis indigere videatur. Quamobrem Terræ deferens esto A B C D, cujus centrum E, & centrum deferentis Mercurii F, super quo decircinetur ejus deferens G H I K, hinc per E, F ejiciatur A C diameter, & recta B D per E punctum normalis ad A C, eritque tum I punctum ab E terræ centro remotissimum, & G eidem proximum: Porrò cum *Ptolomæus* deprehenderit maximas Mercurii latitudines incidere in illum temporis articulum

ticulum cum centrum epicycli medias longitudines adiffet, fequitur igitur fecundum motæ Telluris hypothefin, iftas maximas latitudines femper videri Mercurio in mediis deferentis fui longitudinibus H & K conftituto, & Terra ipfa in terminis B vel D. Quamobrem cum puncta H K termini fint in quibus Mercurii maximæ latitudines à Terræ deferente videantur, ftatuimus duorum planorum cõmunem fectionem neceffariò ipfi B D normalem effe, qualis fit G I vel alia aliqua contra ipfam parallela : non autem H K qualem *Ptolomæus* eam commentus eft. Sed ut deinceps jam inquiramus in quem locum illa communis deferentis & eclipticæ fectio cadat, quantumque ipfe Mercurii deferens ab ecliptice plano declinet, quemadmodum 21 & 22 propofitione in Saturno ufurpavimus, omnium primum quæram quantitatem lineæ H K, atque ifti fint ita inquam: Triangulum E K F tres habet terminos cognitos, femidiametrum deferentis Mercurii F K 574, eccentricitatem E F 947 per fyllabum fecundum 13 propofitionis, & angulum K E F rectum: Vnde latus E K per 5 planorum triangulorum propofitionem invenitur 3444.

Huc tantundem addas pro E H, conflabitur optata H K 6888.

Inde deducta E K 3444 numero ordine primo de E D 10000 reliqua erit recta K D, vel etiam H B 6556.

His cognitis, alteram diagrapham figurabo quemadmodum 22 propofitione in Saturno ufurpavimus: ducta quippe L M, quæ Terræ deferens fit in cultrum fpectatus, fitque ipfi B D 20000 æqualis, inque medio ipfius L M affignetur N centrum deferentis Terræ, tumq; agatur O P 6888 æqualis ipfi H K numero ordinis fecundo, quæ L M fecet in Q: & L O ponatur ipfi H B 6556 numero ordinis tertio æqualis, atque M P ipfi K D id eft iifdem 6556; jam quantitatem anguli O L Q definio 1 grad. 45 ①, & P M Q 4 grad. 5 ① per 1 membri obfervata: Quibus conceffis quadrangulum decuffatum L O M P quinque habet cognitos terminos, videlicet L M 20000, L O 6556, M P 6556, & angulum O L Q 1 grad. 45 ①, & P M Q 4 gr. 5 ① per thefin. Notabis tamen præter iftos quinque terminos, fubfidia quædam & operis levamina fubminiftrari à tribus aliis terminis cognitis O P 6888, P L 13444 quippe quæ ut proximè æqualis fit ipfis O P 6888 & O L 6556; denique O M quæ tantundem valeat. Vnde angulus O Q L optata deferentis Mercurii ad eclipticam inclinatio per 6 propofitionem additamenti de planis multangulis invenietur 5 gr. 32 ①.

Et recta Q M 11364, unde deducta M N 10000, reliqua erit recta à nodo Q ad centrum Terræ N 1364.

Ifta funt quæ fpeciatim in Mercurio annotanda duxi; reliqua enim illa latitudinis Saturni accidentia, quæ fex propofitionibus complexi fumus, tanquam generalia theoremata ad Mercurium quoque & reliquos planetas pertinere intelligantur.

Cæterum de convenientia & differentia hujus motus latitudinis Mercurii cum *Ptolemaica*, in fequenti additamento fecundum ftantis Terræ hypothefin dicetur.

DE LA-

DE LATITVDINE VENERIS.

Ptolomæus motum Veneris in latitudinem ex ipsis observationibus Mercurio usquequaque simillimam invenit, qui sigillatim talis sit.

Primò maxima latitudo Borea inveniebatur 6 gr. 22 ① quæ in illum temporis articulum incurrebat, cum centrum epicycli 90 gradibus ab apogæo deferentis utrimlibet abesset, hoc est sub 270 grad. seu sub 90 gr. (90^{mus} autem autem iste gradus in 145 eclipticæ gradum cadit, siquidem per 13 propositionis syllabum apogæum sub 55 gr. consistit) & Venus ipsa in epicycli perigæo: sed si extra perigæum epicycli versaretur Borea latitudo eo casu erat minor, & minima quidem, si cum apogæum adisset.

Secundo in parte Austrina latitudinem maximam inveniebat 1 gr. 2 ①, quæ in illud temporis momentum incidebat, cum centrum epicycli 90 gradibus ab apogæo deferentis utrimlibet abesse, Venusq; ipsa epicycli perigæum adisset: sed si extra perigæum versaretur, austrina latitudo eo casu minor erat, & quidem minima si cum in apogæo inveniretur.

Theorica quam *Ptolomæus* Veneri secundum stantis Terræ hypothesin assignavit, in deviatione, inclinatione, reflexione, cæterisque earum accidentibus Mercurio plane consimilis est, ut omnino alienum & supervacuum videatur istam hìc denuo iterare. Porrò autem, quia theorica ejusdem Tellure motâ, Saturno, Mercurioque simillima, indeque clara & illustris est, abs re esset eam hìc sigillatim pertractare.

De convenientia & differentia hypothesis istius in motu Veneris cum *Ptolemäicis* theoricis in sequenti additamento nobis plenius dicetur.

ADDITAMENTVM
MOTVS LATITVDINIS QVINQVE PLANETARVM,

Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii secundum ſtantis Terræ hypotheſin.

Cc

BREVIARIVM HVIVS ADDITAMENTI.

A*Bacum longitudinis planetarum ad commentitiam stantis Terræ hypothesin perceptibiliorem esse, quam ad genuinam Tellurem motam, 9 propositione tertii libri asseruimus: id m quoque in latitudinis motu locum habere non nemo facile suspicabitur, ut calculus ejusdem immota terra commodior sit expeditiorque, quam ipsa cõmota; atq; ideò ex legittimi ordinis legibus non hunc locum ipsi deberi, sed ad finem secundi libri subnecti debuisse videatur. Ut huic scrupulo occurramus notandum venit, planam hujus rei tractationem ex motu latitudinis Tellure motâ derivari, qui tum nondum expositus erat, neque ex instituto nostro antea pertractari debuit; ut eam ob causam illic commodè explicari haud quaquam potuerit. Jam verò quia motus latitudinis tertio libro à nobis descriptus est, licet nobis ista inde derivare quantum latitudinis ratio stante Terra opus habebit: atque eam ob causam hunc ei locum assignavi. Tractatum porrò hunc in sex propositiones partiti sumus, quarum prima duæ in Theorematum, postremæ duæ in problematum censum referantur. harum*

Prima erit, circulos illos qui in stantis Terræ hypothesi epicyclorum deferentes vocantur, epicyclos esse; & qui illic epicycli, hîc deferentes esse.

Secunda, planum epicycli quinque planetarum Saturni, Jovis, Martis, Venus & Mercurii stante Terra cõtra ecliptica planũ semper esse parallelum.

Tertia, positis duobus circulis æqualibus & parallelis rectam à centro infimi ad peripheriam summi æqualem & parallelam esse rectæ, quæ à puncto ipsi in peripheria inferioris similiter sito ad centrum superioris connectatur.

Quarta, Planetas secundum stantis Terræ hypothesin eandem in ecliptica longitudinem obtinere, quam Terrâ motâ.

Quinta, data planetæ maxima borea & austrina latitudine, deferentis sui inclinationem ad eclipticam invenire, quantoque intervallo communis utriusque sectio à terra cadat, idque mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin.

Sexta, de invenienda apparentis planetæ latitudine ad datum tempus mathematico ratiocinio, stante Terra.

THEO-

THEOREMA. I PROPOSITIO.

Circuli inferiorum planetarum Veneris & Mercurii, qui in stantis Terræ hypothesi epicyclorum deferentes vocantur, sunt epicycli; & contra qui epicycli, deferentes.

Ex antecedentis motæ Telluris hypothesi evidens est epicyclos trium superiorum planetarum non veros sed commentitios esse, & Terræ differenti æquales tantum fingi: secus autem inferioribus contingit, qui enim Veneris aut Mercurii epicyclus dicitur non fictus neque Terræ deferenti æqualis est, sed ut proprie loquamur deferens est, quem ipsi decurrunt, & qui in stantis Terræ hypothesi, juxta ordinem trium superiorum deferens epicycli vocari debeat: Atque ideo si præceptum motus longitudinis trium superiorum in stantis Terræ hypothesi duobus inferioribus communem velimus, idem loquendi genus nobis esset usurpandum, hoc est minor circulus qui & deferens est ita quoque appellandus foret; major autem, qui Terræ deferens sit, epicyclus nominandus; his ita constitutis, si usurpes superiorum planetarum analogiam præceptum erit omnibus commune. Sed ut de ista hypothesi etiam planius loquar, sic inquam: Cum cujusque planetæ epicyclus deferenti Terræ æqualis sit, consequens est illos inter se æquari, unde efficitur inferiorum planetarum deferentes cum epicyclis suis comparatos, minores esse deferentibus superiorum planetarum.

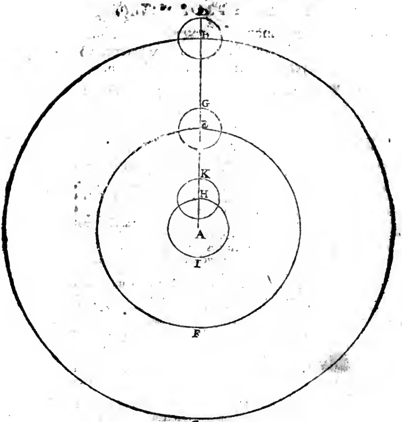
Exempli causa in proxima figura centro A decircinetur Saturni deferens B C, cujus semidiameter A B per syllabum secundum 13 propositionis libri 3 sit 92308, & centro B intervallo D B describatur epicyclus cujus semidiameter, semidiametro deferentis Terræ 10000 æqualis sit.

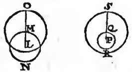
Secundo centro A describatur deferens Iovis E F, cujus semidiameter A F per secundum syllabum 13 propositionis sit 52174, centroque E semidiametro E G 10000 epicyclus decircinetur.

Tertio centro A Martis deferens H I decircinetur, cujus semidiameter A H per syllabum secundum 13 propositionis sit 15190, & centro H intervallo H K 10000 epicyclus describatur.

Quarto centro L describatur M N deferens Veneris cujus semidiameter per syllabum secundum 13 propositionis sit 7194, centroque M intervallo M O 10000 epicyclus qui ambitu suo complectatur centrum deferentis, contra quam in tribus antecedentibus figurationibus: Evidens autem nunc est præceptum de motu longitudinis omnibus istis quatuor esse commune.

Quinto centro P describatur Mercurii deferens Q R, cujus semidiameter P Q per 2 syllabum 13 propositionis valet 3572, centroque Q intervallo Q S 10000 epicyclus describatur, qui universum deferentem Q R ambitu suo complectatur, contra quam in quatuor præmissis figurationibus factum sit: nihilominus planum est theorema motus longitudinis omnibus istis quinque esse cõmune, neq; hanc viam adeo intricatam esse, quod contingit aliam sequentibus. Inveteratus iste abusus suas habet rationes & quidem planas, nam cum primi cœlestiũ motuum indagatores de motu Terræ nihil haberent compertum, haud potuerant commodiorem inire viam, quam ut ista sectarẽtur quæ ipsis probabilissima visa essent. Quin id quoque notandum





præcepta de motu latitudinis (quemadmodum & lõgitudinis) ad stantis Terræ hypothesin inde generalem & omnibus esse communem, ut in sequentibus perspicietur. CONCLVSIO. Quare illi circuli inferiorum planetarum Veneris & Mercurii, qui in stantis Terræ hypothesi epicyclorum deferentes vocantur, sunt epicycli: & qui illic epicycli deferentes erunt.

THEO-

THEOREMA. 2 PROPOSITIO.

Planum epicycli quinque planetarum Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii, in stantis Terræ hypothesi plano eclipticæ semper est parallelum.

Cum enim epicyclum concentricum aequalem deferenti Terræ, planetæq; motum in illo, Terræ motui in mobili deferente æqualem & similem statuerimus, consequens est horum circulorum parallelismum admitti: alias enim motus longitudinis neutiquam similis esse posset, veruntamen cum iste parallelismus ex antecedentibus facile demõstrati possit illam viam potius insistam, & usurpabo ad hanc rem 15 propositionem 3 libri. Nam per 22 propos. 3 lib. scitur quanta latitudo sit Martis in N, spectatus ex Terra mobili O, sed quanta ea hic est, tanta quoque ejusdem latitudo esse debet in I, cum secundum stantis Terræ hypothesin spectabitur ex A. Et quia A I, O N inter se æquales sunt, consequens est rectam ab I in planum eclipticæ perpendicularem, æquari rectæ ab N ad eclipticæ planum perpendiculari. Secundò, quanta ex Terra mobili P videtur recta ab N ad eclipticam cadens, tantam quoq; ajo ex Terra stante videri lineam ab F demissam, quia A F P N æquales sint.

Sed cum utraque ab F & ab N ad planum eclipticæ perpendicularis, æqualis sit rectæ quæ ab N perpendicularis ad eclipticam cadit, consequens est duas has rectas ab F & N perpendiculares inter se æquari, & consequenter tota semidiameter epicycli I F plano eclipticæ erit parallela. Eademque ratione manifestum est demonstrati posse diametrum per H ipsi F I perpendicularem (concipe illic eductam) plano eclipticæ quoque parallelam esse: si namque per K diameter ad O P perpendicularis agatur, Terramque mobilem in ejus termino constituas (quod brevitatis studio omissum est) demonstratio eadem esset quæ supra. Quamobrem cum diameter F I & altera diameter per H educenda, utraque contra eclipticam parallela sit, ipsum igitur epicycli F I planum eclipticæ plano erit parallelam. Eadem demonstratio in cæteris omnibus locis ubicunque epicycli centrum statuatur, valebit. Denique quemadmodum 15 propositionis diagramma superioribus, ita 16 propositionis diagrapha duobus inferioribus planetis serviet.

CONCLVSIO. Planum igitur epicycli quinque planetarum Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii, in stantis Terræ hypothesi eclipticæ plano semper est parallelum.

THEOREMA. 3 PROPOSITIO.

Si duo circuli æquales sint & paralleli, recta à centro imi ad peripheriam summi æqualis erit & parallela rectæ à puncto transversim similiter sito in peripheria imi ad centrum summi connexæ.

DATVM. Sit A B circulus supremus in cultrum spectatus, cujus centrum C, extrema A, B; circulus imus E D æqualis & parallelus ipsi A B,

 & cen-



& centrum sit F extrema autem E & D. Iam FB recta connectat centrum F inferioris circuli cum aliquo superioris puncto, quod hic statuimus, nunc autem infimum B: similiter DC recta connectat: D punctum ipsi B simili situ transversim respondens cum centro summi circuli C. Notabis autem D punctum ipsi B transversim simili situ respondens vocari, quia E proprie ipsi B eundem situm obtinet, nam B & D imas partes suorum circulorum designant.

QVAESITVM. FD & DC æquales & parallelas esse demonstrandum est.

DEMONSTRATIO. Cum CB & DF semidiametri per thesin sint æquales & parallelæ, etiam FB & DC quæ ab illis cõterminantur eoq; ęquales erunt & parallelę. Eadem demonstratio in omnibus terminis in quolibet peripheriæ loco simili situ respondentibus locum habet. CONCLVSIO. Itaque si duo circuli æquales sint & paralleli, recta à centro imi ad peripheriam summi æqualis erit & parallela rectæ connexæ à puncto transversim similiter sito in peripheria imi ad centrum summi.

THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

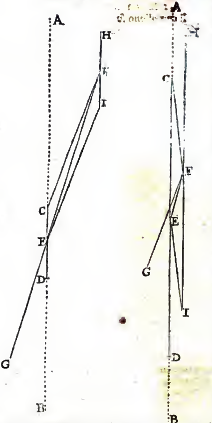
Planetæ in stantis Terræ hypothesi eandem habent apparentem in ecliptica latitudinem, quam Terra mobili.

Sol vel Terra in hoc Theoremate locum non habent, quia nulla unquam latitudine afficiuntur. & Lunam quoque utraque hypothesi eandem obtinere latitudinem ex antecedentibus patuit, quare hujus theorematis veritas duntaxat in quinque reliquis demonstranda erit.

DATVM. Ecliptica A B spectetur in cultrum, & reliqui omnes circuli, ut CD Terræ deferens, cujus centrum E, perque id agatur deferens planetæ FG ut in primo diagrammate, quod tribus superioribus planetis commune est, vel extra ipsum ut in secundo diagrammate, quod Mercurio proprium est: hic jam planeta statuatur in summo termino F, & terra in sui deferentis supremo termino C. hæc est deformatio hypothesis Telluris motæ: sequitur hypothesis Terræ immobilis. atque isti fini usurpabo E centrum deferentis Terræ pro ipsa Terra, iste enim locus secundum hanc hypothesin ipsi debetur per 15 propos. 3 libri. & FG quæ prius deferẽs fuerat ipsius planetæ, hic deferat ejus epicyclum: Porrò quia statuimus planetam in summo deferentis puncto F, sequitur centrum epicycli consistere in puncto F ipsumque epicyclum æqualem esse & parallelum deferenti C D, per 2 additamenti hujus propositionem. Præterea cum Terra mota posita sit in C, planeta obtinebit locum I, punctum quippe ipsi C transversim similiter situm, cujus causa 15 propositione 3 libri perspicitur.

QVAESI-

1 FORM. 2 FORM.



QUÆSITUM. Planetam I Terra ad E affixa eadem ab ecliptica latitudine videri, quà planeta F Terra mobili devoluta ad C.

PRAEPARATIO. Agantur duæ rectę E I & C F.

DEMONSTRATIO. Cum enim C D & H I æquales & parallelæ sint, ipsorum semisses E C & F I quoque æquales erunt & parallelæ, rectæque duę E I C F ipsis conterminæ erunt parallelæ, atque ideo angulus A E I apparens planetæ latitudo spectata ex Terra E æquabitur angulo A C F, quæ apparens planetæ latitudo est spectata ex Tellure mobili C. Cæterum quæ demonstratio nobis hic in summo & imo illorum circulorum punctis usurpata est, eadem omnibus locis valebit; quemadmodum enim in hisce duobus parallelis circulis C D, H I, recta E I inter infimi centrum E, & I punctum in peripheria summi, æqualis est, & parallela contra C F à puncto C ipsi transversim similiter sito in imo, & centrum F in summo, ita rectæ istiusmodi per 3 hujus additamenti propositionem ubiq; parallelę sunt.

CONCLVSIO. Planetæ igitur in stantis Terræ hypothesi eandem obtinent apparentem in ecliptica longitudinem quam Terra immota. Quod demonstrandum fuit.

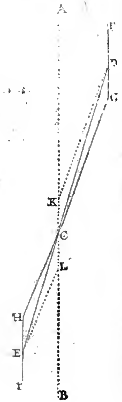
5 PROPOSITIO.

Data maxima planetæ borea & austrina latitudine declinationem deferentis ab ecliptica, quantumque communis ipsorum sectio à Terra absit mathematico ratiocinio ad stantis Terræ hypothesin invenire.

Trium superiorum planetarũ deferens per Terram diditur, vel saltem haud longule à Terrâ, inferiorum verò Terram non adit; quare duo hîc diagrammata deformanda nobis erunt.

1 Paradigm[illegible] ribus planetis.

DATUM. Exponatur A B [illegible] in cultrum, cujus centrum Terra eidem [illegible] fixa C, [illegible] Saturni deferens D E exporigatur [illegible] boream, C E in austrum ver[illegible] A C D, B C E deferentis [illegible] significent, atque ex remotissimo [illegible] termino tanquam centro, de[illegible] epicyclus F G parallelus contra ecli[illegible] A B, cujus apogæum F perigæum G, [illegible] jungatur G C, angulusque A C G sit 3 gr. [illegible] supra 20 propositione 3 libri ex ipsis ob[illegible] annotavimus. simili plane modo [illegible] remotissimo in austrum termino E tanquam centro scribatur epicyclus H I, parallelus contra eclipticam A B, cujus apogæum I, perigæum H, unde jungatur H C, angulusq; B C H sit 3 grad. 5 ①, qualem ex observatis in suprascripta 20 propos. proposuimus.



QVAESITVM. Declinatio deferentis D E ab ecliptica, hoc est angulus A C D inveniendus est.

CONSTRVCTIO.

Ttriangulum C D G tres habet terminos cognitos, ut sunt D G 10000 per thesin, & C G quantitas rectæ ipso observationis momento à Terra ad perigæũ epicycli pertingẽs, cujus investigatio per 13 prop. 3 libri in genere docetur, & speciatim 21 prop. invenitur 88718. vel etiam aliter, ut operatio expeditior sit, usurpato lineam C D, quæ 10000 major est, hoc est 98718, & angulum D G C 176 gr. 58 ①, utpote æqualem angulo G C B, quæ maxime latitudinis A G C 3 grad. 2 ①. differentia est à semicirculo: unde angulus C D G invenitur per planorum triangulorum 5 propos. 2 gr. 45 ①, quæ quantitatem anguli A C D optatam deferentis ab ecliptica declinationem definit, quæ planè consentiunt cum 2 gr. 43 ① numero supra in 22 propositione 3 libri invento. Iam porrò similem operis pragmatiam etiam altrinsecus instituo, investigando angulum B C E, atque ei fini sic agam. Triangulum C H E tres habet cognitos terminos, ut sunt E H 10000 per thesin, C H 75210 per consectarium 13 propositionis 3 libri, & angulum C H E 176 gr. 55 ①, qui æqualis est angulo A C H, quę est anguli maximæ latitudinis 3 gr. 5 ① differentia à semicirculo: quorum ope, per 5 propos. planorum triangulorum invenitur angulus H E C seu B C E 2 grad. 43 ①, qui æqualis deprehenditur

angulo

angulo A C D 2 gr. 43 ①. atque adeò secundum hujus calculi abacos G H per Terram fixam C exporrigatur. Atqui si hi anguli mutuo sibi non æquales inveniantur, quemadmodum in duobus inferioribus contingit, tum secundi paradigmatis vestigia tibi æmulanda erunt.

1 NOTA.

Animadvertito deferẽtis Saturni declinationem ab ecliptica in stantis Terræ hypothesi etiam alio inveniri modo, unde utriusque hypothesis communio motæ & immotæ Telluris clarius multò perspicitur, agatur enim præparationis ergô recta D K æqualis & parallela contra G C: nec non E L æqualis & parallela contra H C. quibus positis quadrangulũ decussatum K D E L, æquale erit & simile quadrangulo A D E B in 22 propositionis diagrammate 3 libri, si igitur inde acquiras declinationem deferentis D C ab ecliptica, secundum 22 propositionis rationem, quod hinc existet erit optatum, & numero per superiorem 1 paradigmatis viam invento necessario consentiet. atque hinc vel ipsis oculis perspicitur quomodo in diagrammate motæ Telluris quadrangulum decussatum K D E L cum Terræ deferente K L idem concludat, quod in hypothesi fixæ Telluris C, cum epicyclo G D F ab una parte, atque H E I altrinsecus. nam triangulum C D G æquale est & simile triangulo D C K, & C E H ipsi E C L: unde evidens est declinationem ipsius C D quæ ex cognitis trianguli D C K terminis invenitur, eandem esse cum ea quę ex terminis trianguli C D G invenietur, simile judicium in reliquis duobus triangulis esto. ac quale in Saturno paradigma fuit, idem in reliquis duobus Iove & Marte quoque obtineto.

2 PARADIGMA.

Licet quamvis characteres in hujus 2 paradigmatis diagrammate plane easdem sibi notiones habeant subjectas, quas prius, non est tamen cur quis istas hic iterari supervacaneum judicare debeat, primo ob variationem partium ipsius diagrammatis, nam hic deferens ipso epicyclo multò minor est, cum in 1 paradigmate longe major esset: secundo etiam hôc accedit quod deferens hîc per Terram nõ porrigatur, atq; ideo 2 hoc paradigma delineavi.

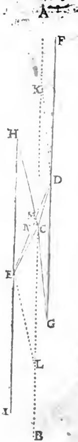
DATVM. Partes subjectæ figuræ A B C D E F G H I K L in Mercurii hypothesi easdem habeant notiones quales supra in Saturno obtinuere; hoc tamen unicum habeant diversum, quod hîc deferens D E (qui juxta primi paradigmatis lineamenta inventus esto) in Terram se non induat, sed à latere eclipticam secet in M. secundo cum Saturni epicyclus suo deferente longe minor esset, contrà hîc longè major est, quippe F G ad D E eam habet rationem, quam in prima hujus additamenti propositione P Q ad Q R, præterea angulus B C G valet 1 gr. 43 ①, & A C H 4 grad. 5 ①, quemadmodum ex observatis ad 25 propositionem 3 libri edocti sumus.

QVAESITVM. Deferentis D E declinatio ab ecliptica, hoc est angulus A M D inveniendus est.

CONSTRVCTIO.

Ex notis trianguli D C G terminis tribus, invenietur ut in 1 paradigmate angulus	C D G.
Et angulus	D C G.

Cum



Cum eo compositus angulus datus BCG.
Dabit angulum BCD.
Qui de 180 gr. deductus relinquet angulū DCK.
Ad eum additus angulus datus KCH.
Componit angulum DCH.
Ex tribus cognitis terminis triãguli ECH juxta primi paradigmatis modum invenietur angulus HCE.
Qui ad DCH terminum ordine septimum additus dabit angulum DCE.
In triangulo DCE tres dantur cogniti termini, angulus DCE ordine nonus, & duæ rectæ CD, CE à Terra ad centrum epicycli connexæ, quæ per 13 propositionem 3 libri cognoscuntur: Atque hinc datur angulus CDE.
Cum quo compositus CDG ordine primus, dat angulū EDG, hoc est MDG, qui æqualis est ipsi AMD, nam MD ad parallelas KM, DG pertingit. cognoscitur igitur optata declinatio AMD.
Neque obscurum est quomodo investiganda sit quantitas lineæ MC, hoc est quanto intervallo illa communis eclipticæ sectio à Terra disjungatur: Triangulum enim DCM habet tres cognitos terminos, ut sunt angulus CDM, qui idem est cum CDE hujus ordinis octavo; item MCD, qui idem est cum CDG, hujus ordinis primo, quia CD cadit inter parallelas KC, DG; denique tertio datur latus CD, ex istis tribus terminis dabitur recta MC.

Non ignorandum deferentis Mercurii declinationem ab ecliptica etiam alio modo secundū statutis Terræ hypothesin inveniri posse, unde utriusque hypotheseos motę & immotę Telluris cōsensus evidentius arguatur. Agatur enim præparationis ergô recta DK æqualis & parallela contra GC: & EL æqualis & parallela contra HC; quibus constitutis quadrangulum decussatum KDEL æquale & simile erit quadrangulo decussato LOMP tertii membri de latitudine Mercurii ad 25 propos. 3 libri, atque ideo quæsitã hinc deferentis MD declinatione ab ecliptica ad citati 3 membri similitudinem, quod hinc existet quæsito satisfaciet, eritque idem eum numero ex antecedente pragmatia invento. Atque hinc planissime perspicitur diagramma secundum motæ Telluris hypothesin eundem omnino præstare numerum, quem immoræ telluris deformatio produeit. qua de re ad finem primi paradigmatis plenius diximus.

Similis operis analogia & ratio in Venere quoque obtinebit.

CONCLVSIO. Data igitur maxima planetæ borea & austrina latitudine

ejus ab eclipticæ declinationem, quantumque communis sectio à Terra cadat mathematico ratiocinio ad ſtantis Terræ hypotheſin invenimus. ut petebatur.

6 PROPOSITIO.

Apparentem planetæ latitudinem ad datum tempus mathematico ratiocinio ſecundum ſtantis Terræ hypotheſin invenire.

Vt propoſitum aſſequamur inveſtiganda eſt primum recta à loco planetæ in epicyclo ad eclipticam perpẽdicularis. ut dicis gratiâ in diagraphâ 5 propoſitionis additamenti hujus, recta imaginaria ab F in A B planum eclipticæ demiſſa. Sed iſtiuſmodi linea in omnibus epicycli locis æqualis eſt rectæ à centro epicycli D in A B demiſſæ, nam D F, A B parallelæ ſunt, quare hæc tantum illius loco invenienda erit, atque iſto modo hujus inveſtigatio omnino haud diverſa erit ab illa, quam in motæ Telluris hypotheſi 24 propoſitione 3 libri uſurpavimus. Similitudinis hujus cauſa inde etiam planior eſt, quod planeta ipſe in motę Telluris hypotheſi, ſubeat locum centri epicycli in hypotheſi Terræ immobilis. Cum igitur illa linea ita in notitiam veniat, atque per 13 propoſitionem 3 libri inſuper detur recta à Terra immota ad planetam pertingens, erunt in triangulo rectangulo, quod ſub iſtis duabus rectis & tertia hypothenuſa comprehenditur, tres termini cogniti, unde optata latitudo non ſecus ac in 25 propoſ. 3 libri eruitur, ut planè abs re arbitrer pragmatiam iſtam univerſam iterare. CONCLVSIO. Invenimus igitur ad datum tempus apparentem planetæ ab ecliptica latitudinem, & quidem mathematico ratiocinio ad ſtantis Terræ hypotheſin, ut petebatur.

COMPARATIO

Quarundam ſimilitudinum & diſſimilitudinum latitudinis hujus noſtræ, cum *Ptolomæo*.

Cum in iſto latitudinis tractatu, nonnunquam diverſum aliquid, & à *Ptolomæi* latitudinis doctrina diſcrepans occurreret, convenientius credidi iſta hic in unum locum conjicere, quam ut antecedenti doctrinæ immiſcerem. Ideoque illa ſigillatim in ſua membra ita partitus ſum, ut ſequitur.

1 MEMBRVM.

Quamvis cauſæ motus latitudinis planetarum ex motæ Telluris hypotheſi derivandæ ſint, quæ *Ptolomæi* ætate omninò ignota & exploſa videbatur, tamen in trium ſuperiorum theorica proximè verum collimavit, dum epicyclum contra eclipticam quam proximè æquidiſtanter moveri ſtatuit proximè inquam, nam, ut 3 capite 13 libri apud ipſum perſpicitur, angulus ſub inclinatione epicycli & deferentis in Saturno ſummum duntaxat 2 grad. 4 ① major eſt angulo qui à deferente & ecliptica comprehenditur. In Iove differentia aſſurgebat tantum ad 1 grad. 16 ①, in Marte ad 1 gr. 15 ①; quinimo cum epicyclus eclipticam adiſſet, in ejus plano omnino porrectus jacebat: Quod ſi verò epicyclum uſquequaque contra eclipticam parallelum conſtituiſſet, quemadmodum hujus additamenti 2 propoſ. demonſtravimus, non neceſſe fuiſſet

ruisset ipsum tentando & palpando declinationem deferentium eodem 3 capite investigare, atque reliquus de latitudine planetarum epilogismus, tum usquequaque cum isto consensisset, neque in cæteris tanta diversitas extitisset, quantam sequenti a membro arguemus.

2 MEMBRUM.

Ptolomæi canonion 5 propos. 13 libri de motu latitudinis Saturni suæ theoricæ usquequaque respondere non videtur. quod ut clarius explicem, nobis ipsum 4 propositione 13 libri epicycli declinationem ab ecliptica, quæ in primo diagrammate 5 propositionis hujus additamenti per A C D designatur, assumere 2 gr. 26 ①.

Angulum C D G 4 gr. 30 ①.

Hujus à semicirculo differentia est pro angulo C D F 175 gr. 30 ①.

Si jam à Terra C, ad apogæum epicycli F, cum centrum epicycli adierit apogæum eccentrici D, acta esset recta C F, ejus quantitas per secundum syllabum 13 propositionis 3 libri inveniretur 108718.

Atque inde tale triangulum C D F tres cognitos haberet terminos, utpote angulum C D F 175 gr. 30 ① ordine tertium, D F 10000, & C F 108718 ordine quartum: Unde angulus D C F per 5 planorum triangulorum propositionem invenitur 25 ①.

Qui de angulo A C D 2 grad. 26 ① numero hoc ordine primo deductus, reliquum faciet angulum A C F 2 gr. 1 ①.

Ac tanta quidem fuerit latitudo Saturni secundum *Ptolomæi* theoricas, cum ipse apogæum epicycli F & epicyclus apogæum deferentis D adierit. Atqui secundum canonion *Ptolomæi* suprascriptum tum omnis latitudinis expers erit. quare illi canones tantum à sua theorica diversi abeunt.

Quod si simili modo altrinsecus periculum facias cum Saturnus adierit epicycli apogæum I, invenies ejus latitudinem 1 grad. 58 ①. quo tamen loco in tabulis latitudinem nullam habet. Vt, quod & initio demonstrare statueram *Ptolomæi* canonion latitudinis Saturni non usquequaque cum sua theoria consentire videatur. Idem judicium de abacis & theoria Iovis ac Martis intelligatur. Cæterum quantæ sint illorum latitudines in motæ Telluris hypothesi 25 propositione 3 libri perspicitur.

3 MEMBRUM.

Primo membro monuimus *Ptolomæum* haud longè diversum abiisse à veritate, dum epicyclos superiorum planetarum contra eclipticam proximæ parallelos cōstituit: veruntamen in duobus inferioribus non adeò propè verum collimavit, in quibus ex suis observationibus theoricam superioribus similem derivare non potuit: impedimentum autem hic geminum ipsi objectum videtur; primum, quem putabat & appellabat Mercurii epicyclum, is per 1 propositionem hujus additamēti epicyclus verè non erat, sed multò quam oportebat minor, ideoque dum ejus parallelismum cōtra eclipticam tentando exploraret, quemadmodum in superioribus fecerat, is experientiæ & observationibus neutiquam respondebat, nam alterum majorem circulum usurpare debuisset. Alterum autem impedimentum unde epicycli vacillationem usurpare & cōmunem eclipticæ sectionem alieno loco statuere cogebatur, istiusmodi

modi fuisse videtur. Animo conceperat omnes communes deferentium & eclipticæ sectiones per Terram transire: Verbi gratiâ putabat deferentem D F (qui in diagrapha 5 propositionis hujus additamenti eclipticam verè in M secat) transire per Terram fixam C, atque cum ita calculum subduceret, effectum est ut dum putat epicycli centrum ab D devenisse ad C, quo loco in ecliptica A B omnis latitudinis expers debuisset consistere, illic tamen reipsa extra inveniretur in M (intellige D N ipsi D C æqualem esse) tantæ latitudinis particeps, quantam causatur intervallum C N, quam hallucinationem ut emendaret ad epicycli vacillationem confugit, eam nos supra 2 membro de latitudine Mercurii ad 25 propos. 3 libri exposuimus.

4 MEMBRVM.

Quia verò *Ptolomæus* suprascriptam horum planetarum vacillationem ab C ad N, in Mercurio observationibus edoctū ait se deprehēdisse 45 ①, quam arcta horum consensio sit deinceps explorabimus. Ajo igitur distantiam ab C ad N definiri per rectam N R in diagrammate 3 membri de motu Mercurii ad 25 propos. 3 libri. ejus autem quantitatem invenies hoc modo. Triangulū Q N R tres habet cognitos terminos, angulum N Q R 5 grad. 32 ①, æqualis enim est ipsi O Q L 5 grad. 32 ① numero quarto 3 membri, Q N 1364 ejusdem membri ordine quintum, & angulum Q N R rectum. unde N R linea per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 132.

Si *Ptolomæus* Solis locum consignasset, quem obtinebat eo tempore cum Mercurii deviationem invenit 45 ①, hinc nobis ex motæ Telluris hypothesi ipsius Telluris locus inventu facilis esset, atq; inde de utriusque convenientia accuratius certiusq; judicaremus, jam verò hoc nobis restat ut duas extremas declinationes investigemus, atq; utrum eas inter 45 ① intercedant. hoc modo.

Posita N R 132 ut supra, huc ex præcepto 25 propos. 3 libri adjungas maximam Mercurii à Terris distantiam, ea autem per secundū syllabum 13 prop. 3 libri erit 14519, inde per generale ejusdem 25 propositionis præceptum invenietur latitudo Mercurii 31 ①: Atq; in minima distantia 5481, invenitur 1 gr. 21 ①; interque hos terminos 1 gr. 21 ① & 31 ① intercidunt suprascriptæ observationis 45 ①. Si igitur jam recta à Terra ad Mercurium tempore observationis pertingens cognosceretur, de hoc consensu congruentiaq; pressius tractare possemus.

Veneris etiam deviatio, quam *Ptolomæus* statuit 10 ①, hæc isto modo invenitur minima 20 ①: Cæterum quomodo hæc sese habeant, redintegratis renovatisque observationibus accuratius de illis demum pronuntiari posset.

CONCLVSIO MOTVS LATITVDINIS.

Hactenus de quinque planetarum Saturni, Iovis, Martis, Veneris & Mercurii motu latitudinis quæ scribere institueram, exposui. Atque adeò dehinc jam puto illum motum non amplius quemadmodū antea pro ignorato haberi debere; cum ex Terræ motu evidēs sit istam diversitatem ita necessariò sequi, singulorumq; planetarum orbes circa suum axem rotari; ut non sit necesse motum aliquem naturæ rerum contrariū confingere; deincepsq; intricatam illam & confusam theoriam bonarum horarum voraginem negligendam, majoreq; cum fructu & planiore causarum cognitione ista tractari posse judico.

Dd APPEN-

APPENDIX MOTVVM COELESTIVM

DE IGNORATO PLANETARVM

motu, ab *Ptolemæo notato* & animadverso: deque *Copernici* theoricis inde constitutis.

BREVIARIVM APPENDICIS.

PTolomæus *cœlestium orbium conversiones & theoricas ad stantis Telluris hypothesin comparatas, atque ita nudas & simplices à majoribus adeptus, in planetarum loca diligentissime inquisivit, & observavit illarum cum cœlo congruentiam: Solis motus (de quo dubitabat* Hipparchus) *ipsi benè accurate constitutus videbatur; cæterorum verò secus: quamvis enim horum medii motus etiam longo temporum circuitu satis accurate essent definiti, in singulis suorum orbium periodis tamen aliquid discrepans & diversum subesse judicabat, atque inde suam cudit theoriam, quam cum majorum placitis commiscuit, ad stantis Terræ hypothesin. similem miscellam quoque deinceps* Copernicus *usurpavit in mota Terra hypothesi: Sed cum planetarum loca in ipso cœlo ab illorum scitis & placis dissidere ex observationibus animadversum sit, ut illorum motuum leges adhuc in occulto abditæ latere videantur, ideò illas ab utraque hypothesi segregavi, utque planius & evidentius ipsorum miscella & additamentum cognosceretur, eam ob caussam, aliasque quas supra etiam clarius exposui hanc appendicem super illis constitui, inq; 13 propositiones digessi, quarum septem addititiis* Ptolomæi *theoricis occupantur, videlicet priores quinque in Luna; sexta in Saturno, Iove, Marte & Venere; septima in Mercurio. Quinque reliquæ in addititia* Copernici *theoria exercentur, utpote 8 in Luna, 9 in Saturno, Iove & Marte, 10 in Venere; 11 & 12 in Mercurio: 13 propositione ignoratus siderum cœlo affixorum motus, ignotaque eclipticæ ab equatore declinatio recensentur.*

DE

DE ACCESSIONE THEORICIS *per* Ptolomæum *adiecta, secundum stantis Terræ hypothesin.*

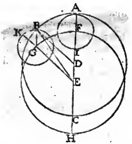
I PROPOSITIO.

Si planeta in eccentrico solo, vel in epicyclo semidiametri eccentricitati æqualis, cujus centrum in concentrico (ipsi eccentrico motu & magnitudine pari) deferatur, planetæque motus in epicyclo restitutioni centro epicycli æqualis quidem sed contrarius sit, hâc utrâque hypothesi planeta ubique eundem locum obtinebit.

Cum Lunæ hypothesis in eccentrico, qualem in primis duobus libris eam consignavimus ac naturæ & veritati consentanea videtur, eundem ipsi locum assignet, quem homocentrepicyclus ex hujus propositionis sententia: hanc *Ptolomæus* ideo eccentrico prætulit, quia secundam anomaliam à se inventam planius exprimeret; eam autem cum hoc loco describere instituissem, non abs re visum fuit, utriusque hypothesis convenientiam & quasi identitatem posito diagrammate (quemadmodum *Ptolomæus* 4 libri 5 capite usurpavit) demonstrare. ideòq; hoc theorema tanquã lemma aliquod præmisimus.

DATUM. Priore thesi planetæ deferens A B C eccentricus sit, cujus centrum D, Terra eidem sedi infixa E, planeta A primum in apogæo, qui inde commoveatur ad B, hoc est quantitate anguli A D B.

Iam posteriore thesi ex centro E describatur circulus homocentrus F G H, ipsi A B C æqualis, & ex F centro intervallo F A (qui æquatur ipsi E D) decircinetur epicyclus A I, cujus apogæum sit A. Iam F centrum epicycli A I promoverit in G, ut motus F G seu angulus F E G æqualis sit priori A D B, sitque B K epicyclus centro G descriptus, rectâque E, G centra connectens continuetur in K, quod apogæum est, unde planeta interim processerit ad B (contrarius priori motui ab F ad G) arcum similem ipsi F G, vel quod idem sit, ut angulus K G B angulo F E G æqualis sit, quod fit constitutâ G B parallelâ contra E F. QUAESITUM. Demonstrandum est planetam posteriore thesi in idem punctum B, quod priore thesi obtinebat, quoque incurrere.



DEMONSTRATIO. Cum enim E D recta duas semidiametros D B & E G connectat æquales & parallelas, & recta à G, B versum acta per thesin parallela sit contra E D, quod sub quatuor lineis B D, E G, D E, & recta ab G contra E D parallela continetur, hoc est B D E G parallelogrammũ erit: ideoq; B punctum, qui planeta est, erit in termino semidiametri G B epicycli K B secundũ posteriorem hypothesin. & in termino radii

 DB cir-

DB circuli eccentrici AB secundum priorem hypothesin. atque adeò B sive in eccentrico solo, sive in homocentrepicyclo eodem plane loco videtur.

CONCLUSIO. Itaque [illegible] eccentrice solo, vel in epicyclo, &c.

NOTAE.

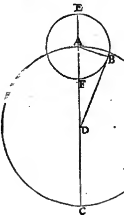
Quamvis iste modus verum Lunae [illegible] quoque exhibeat, non videtur tamen usurpandus, partim quod ejus maculae, qui semper ad Terram conversi spectant, satis testentur ipsam in epicyclo non ferri, partim etiam quod duo circuli operis conceptum magis turbent intricentque, quam unus: Optimò igitur jure *Ptolomaeus* in motu Solis, & *Copernicus* in mobilis Telluris Theorica nudum eccentricum homocentrepicyclo praetulerunt: eundem *Ptolomaeus* quoque in Lunae motu usurpasset, nisi (quemadmodum ipse 5 capite 4 libri testatur) epicyclus secundae anomaliae à se primum animadversae aptior fuisset convenientiorque.

2 PROPOSITIO.

Causa quę *Ptolomaeum* impulerit ut in secundam suam Lunae anomaliam anquireret; & qualis nam in genere sit accessio theoricis per ipsum adjecta.

Ptolomaeus dum studiosè & assiduo observaret apparentem Lunae in ecliptica longitudinem, eam ab expositis regulis quas à majoribus acceperat saepe diversam deprehendit, quę ipsi prima anomalia vocatur, eamq; ex sua sententia emendavit & secundae anomaliae accessione locupletavit. quem ejus conceptum nunc exponam. Illud verum deprehendebat Lunae extremam prosthaphaeresin in oppositionibus aut conjunctionibus esse 5 graduum, quam 2 libri 3 propositione prima anomalia suppeditat. extra istum locum discrepantiam aliquam animadvertebat, eamque in quadraturis maximam, ubi ad 7 gr. 40 ① nonnunquam assurgeret, id est 2 gr. 40 ① major esset priore, tantusque error in cõsignandis ad futura tempora Lunae locis, si solam primam anomaliam sequerere, error irrepere poterat. Vt igitur quam hujus diversitatis causam assignat explicemus, omnium primum notandũ ipsum Lunae non eccentricum deferentem, qualem nos supra descripsimus, sed homocentrepicyclum tanquam commodiotem (quemadmodum 5 capite 4 libri testatur) assignasse, Lunam, inquam, ipsam in epicyclo rotari, cujus formulam 1 propositione hujus appendicis expressimus.

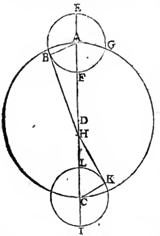
1 FORM.



Majoris evidentiae causa exponatur homocentrepicyclus ABC, ejus centrum D, epicyclus EBF, centrum A, prosthaphaeresis maximae angulus ADB 5 gr. quantus in oppo-

in oppositionibus conjunctionibusque deprehenditur. Si igitur orbes Lunæ hujusmodi essent, evidens est maximas prostaphæreses semper fore 5 gr. atqui hæc res cum observationibus pugnat, ideoque *Ptolomæus* istius discrepantiæ causam hujusmodi est commentus. Quandoquidem A D B semissis anguli ab universo epicyclo subtensi in quadraturis inveniretur 7 gr. 40 ① id est 2 grad. 40 auctior, consequens est epicyclum in quadraturis tanto Terris viciniorem esse quam in oppositione, propterea; hujus anguli semissem tantò majorem fieri; ut Luna rotetur in epicyclo, cujus centrū non in concentrico, sed in eccentrico circulo deferatur, ut in sequēte diagrammate perspicitur, ubi A B C cursum deferentem designat, cujus centrum sit D, epicyclus E B F G,

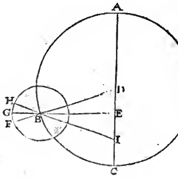
2 FORM.



H punctum non centrum Terra esto, unde recta H B contingat epicyclum in B, dum centrum epicycli in apogæo eccentrici cōsistit, quod in conjunctionibus & oppositionibus contingit (cujus causam secundū *Ptolomaicas* hypotheses sub finem hujus propositionis describemus) tumque A H B angulus sit 5 grad. Secundo statuatur epicyclus I K L in perigæo C quem locum juxta *Polomæi* hypotheses in quadraturis semper obtinet, rectaque H K epicyclum contingens comprehendat angulum C H K 7 grad. 40 ①.

Atque ista quidem via subventum erat anomaliæ Lunæ quâ in conjunctionibus oppositionibus & quadraturis afficiebatur, sed cum extra hæc loca versaretur nihil inde auxilii erat aut præsidii, ut cum centrum epicycli in primo semicirculo inter A & C, aut in secundo inter C & A versaretur. Cui rei tertium hoc diagramma peculiare figuravimus. sit enim deferens A B C, centrum D, Terra E, & ex B cētro describatur epicyclus F G in priore semicirculo inter A & C, perq; ejus centrum agantur rectæ duæ D B F, E B G, ut F apogæum sit ejus loci æstimatum ex D, & G apogæum ipsius E. His positis, cum Luna secundum præmissam hypothesin ex E debuisset videri (dicis gratiâ)

3 FORM.



 in G,

Terræ fixæ K, in quadraturis autē proximè. Quod illustrius est, si hos circulos è diversis partibus concinnatos mobiles componas, ubi vel oculis patet punctum G circa fixum punctum K circulum decircinare. Atque ita causa quæ *Ptolomæum* ad secundæ anomaliæ in Luna investigationem incitarit, & accessio huic theoricæ per ipsum facta exposita nobis esto.

NOTA.

Ptolomæi theoricam, quam hactenus nudè non adhibitis in concilium numeris descripsimus, deinceps quoque 3, 4 & 5 propositione per numeros explicabimus.

3 PROPOSITIO.

Semidiametrum deferentis epicyclum Lunæ, eccentricitatem ejus, maximam minimamque Lunæ distantiam, in partibus iisdem quibus distantia apogæi à Terra taxatur 60 mathematico ratiocinio secundum additam à *Ptolomæo* theoricam invenire.

DATUM. Sit in secundo antecedentis 2 propositionis diagrammate angulus A H B 5 gr. & C H K 7 grad. 40 ①, cæteraque eam habeant notionem quam illic expressimus. QVAESITVM. Semidiameter deferentis A D, eccentricitas D H, maximaque Lunæ distantia H E, & minima H L in partibus iisdem invenienda, qualium A H à Terra H ad deferentis apogæum A sit 60.

CONSTRVCTIO.

Triangulum H K C tres habet terminos cognitos, C K semidiametrum epicycli 5 partium 13 ①, per 5 propositionem libri 4 *Ptol.* angulum H K C rectum, & C H K 7 gr. 40 ① per thesin. unde latus H C per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 39 partium 6 ①, sunto tamen ista, quemadmodum *Ptolomæo* placuit	39 gr. 22 ①.
Huc addita A H 60 partium per thesin, dabit totam semidiametrum A C	99 gr. 22 ①.
Hujus semissis pro D C optata deferentis semidiametro	49 part. 41 ①.
Indeque deducta H C 39 partium 22 ① numero hoc ordine primo, reliqua erit optata eccentricitas D H	10 part. 19 ①.
Iam ad A H 60 partium per thesin, addita epicycli semidiametro A E 5 partium 13 ①, dabit H E optatam maximam distantiam	65 part. 13 ①.
Et de H C 39 partium 22 ① numero ordinis primo, deducta semidiametros epicycli C L 5 partium 13 ①, relinquet H L optatam minimam distantiam	34 part. 9 ①.

Cujus demonstratio ex opere perspicitur. CONCLVSIO. Itaque semidiametrum deferentis epicycli, eccentricitatem, Lunæque maximam & minimam distantiam invenimus æstimatam iisdem partibus, quibus distantia apogæi à Terræ centro taxatur 60, & quidem mathematico ratiocinio secundum adjectam à *Ptolomæo* theoriam. Vt petebatur.

NOTA.

Maximæ Lunæ à Terris distantiæ ratio secundum accessionem theoricis à *Ptolomæo* adjectam, est quæ H E 63 partium 13 ① hoc ordine quinti, ad H L 34 partes 9 ① numerum hoc ordine sextum. Atqui cum ista ratio in angulis visionis Lunæ non appareat, certum est, quemadmodū ante dixeramus, istas nō esse veras distantiarum rationes, & primæ anomaliæ theoriam hac in parte minus hallucinari, quippe quæ constituat harum rationum terminos 65 partium 13 ①, ad 54 partes 47 ①.

4 PROPOSITIO.

* Purbachio, *punctū centro eccentrici diametraliter oppositū.* auctor suo idiomate *punctum inæqualitatis vocat.*

Distantiam terræ à * puncto ad quod epicyclus inclinat in partibus iisdem, quibus distantia Terræ ab apogæo deferentis Lunæ æstimatur 60, ratiocinio secundum accessionem theoricis à *Ptolomæo* factam subducto invenire.

DATVM. *Ptolomæus* 5 capite 5 libri usurpavit Lunæ locum ab *Hipparcho* notatum & consignatum extra mediam conjunctionem, oppositionem, aut quadraturam, id est cum centrum epicycli neque in apogæo neque in perigæo eccentrici consisteret; cum videlicet arcus à medio * Sole ad mediam * Lunam, hoc est media Lunæ exsuperatio esset 45 gr. 15.

* *Linea medii motus Solis.*

* *Lineam medii motus Lunæ.*

Tumque medium Lunæ motum in epicyclo invenit 333 gr. 12.

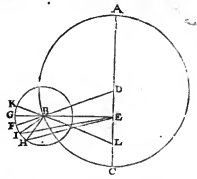
Qui locus, cum calculus ad apogæum ex Terræ centro visum subducetur prosthaphæresin (quemadmodum patet in sequentibus) habet addititiam 2 gr. 32.

Apparentis autem arcus ipsius Solis ad Lunam ab *Hipparcho* dimensa distantia erat 1 gr. 26.

Hæc discrepantia *Ptolomæo* ansam præbuit puncti ad quod epicyclus inclinat distantiam à Terra investigandi, de qua ad 3 diagrapham 2 propositionis in genere dictum est, hujus investigationem & calculum in partes duas tribuemus, & primo quidem dicemus de inveniendis 2 grad. 32 ① numeri hoc ordine tertii: Secundo autem quod ipsius loco usurpabitur 1 grad. 26 ① ordine quartus, cujus ope tandem inveniatur puncti ad quod centrum epicycli inclinat distantiam à Terra esse 10 partium 19 ①, omnino eccentricitati æqualem, quæ per 3 hujus Appendicis propositionem tantundem valet.

Primæ partis præparatio.

Exponatur deferens A B C, cujus centrum D, punctum ejus non centrum, quæ Terra sit E, unde agatur E B ut angulus A E B sit 90 grad. 30 ①, duplus quippe exsuperationis Lunæ 45 grad. 15 ① qui est datorum ordine primus: Duplum autem sumpsimus, quia centrum epicycli medio mense συνοδικῷ, seu à conjunctione media ad mediam conjunctionem sequentem apogæo deferentis bis occurrat, id enim ad 4 diagrammata 2 propositionis supra jam expositum fuit. Porrò autem è puncto B tanquam centro



centro decircinetur epicyclus F G, & à D per B cõtinuetur D B F recta, ut F apogæum ſit à D puncto æſtimatum, id *Parbachio* concavitatis punctũ vocatur, quia concavum orbis augem deferentis ubique ſtringat. jam ab E per B ejiciatur recta E B G, ut G apogæum epicycli ſit à E Terra æſtimatum; denique H Luna ſit, cujus medius in epicyclo motus per numerũ dati ſecundum erat 333 gr. 12 ①, horum numerationem auſpicabor ab apogæo G contra ordinem graduum uſque in H, & connectam H E.

Quæſitum primæ partis.

Angulus proſtheticus B E H inveniendus eſt.

Conſtructio primæ partis.

Triangulum D E B tres habet terminos cognitos, angulum D E B 90 gr. 30 ① per præparationem, eccentricitatem D E 10 partium 19 ① per 3 propoſitionem, D B ſemidiametrum deferentis 49 partium 41 ① per eandem 3 propoſitionem: Vnde latus E B per 5 planorum triangulorum propoſitionem invenitur — 48 part. 31 ①.

Triangulum B E H tres habet cognitos terminos, latus E B 48 partium 31 ① ordine primum, B H 5 partium 15 ① per 5 propoſitionem 5 libri *Ptolomai* (in antecedente 3 propoſitione uſurpaveramus quidem 5 partes 13 ①, ſed ubiq; *Ptolomai* veſtigiis inſiſtimus) & angulum H B E 153 gr. 12 ① (cum enim G H per theſin ſit 333 gr. 12 ①, hos de integro circulo deducam, & reliquus erit arcus H G, ſeu angulus H B G 26 grad. 48 ①, qui de 180 gr. deducti, relinquent angulum I B E 153 grad. 12 ①, ut ſupra.) Inde jam angulus optatus B E H per 6 propoſitionem planorũ triangulorum invenietur 2 gr. 33 ①, ſunto tamen ut *Ptolomaus* ſtatuit — 2 gr. 32.

Præparatio ſecundæ partis.

Invento itaque B E H angulo 2 gr. 32 ①, qui tamen (ut ſupra diximus) eſſe debebat duntaxat 1 gr. 26 ①, inde *Ptolomaus* ita eſt raciocinatus. Cum angulus B E H juſto major ſit, ſequitur Lunam non ad H, ſed propius ipſi G conſtitiſſe, id autem ſit in I, actaque recta E I, angulus B E I æquetur ſuprafcriptis 1 gr. 26 ①. His conſtitutis non jam G amplius pro apogæo medio uſurpari poterit, unde Lunæ in epicyclo motus auſpicium ducat, ut ante feceramus, ſed iſtud poſt eodem ſitu & intervallo diſcedet à G quo I ab H

diſtabit,

distabit, sitque id punctum K, ut G K & H I æquales sint, atque ut prius à G ad H numerabantur 333 gr. 12 ①, ita jam à K ad I terminetur idem numerus 333 grad. 12 ①; quibus positis producam rectam K B usque ad diametrum A C in punctum L.

Quæsitum partis secundæ.

Invenienda jam est recta E I.

Constructio secundæ partis.

Triangulum E B I tres habet cognitos terminos, utpote angulum B E I 1 grad. 26 ① per 2 partis præparationem, latus E B 48 partium 31 ①, per numerum in primæ partis constructione ordine primum, & B I epicycli semidiametrum 5 partium 15 ①: quorum ope angulus [illegible] E per 5 propositionem planorum triangulorum invenitur 165 gr. 13.

Hi de 180 grad. deducti reliquum faciunt angulum I B G seu arcum I G 14 gr. 47.

Atque hi rursum subducti de I K, complemeno circuli 333 grad. 12 ①, hoc est 26 gr. 48.

Relinquent arcum G K, seu angulum G B K, vel etiam angulum E B L 12 gr. 1.

Triangulum B E L tres habet cognitos terminos, angulum B E L 89 gr. 30 ①, utpote differentiam anguli B E A à semicirculo, qui per primæ partis præparationem valet 90 gr. 30 ①; item angulum E B L 12 gr. 1 ① numerum in hujus secundæ partis constructione ordine quartum, & latus B E 48 partium 31 ① numerum in primę cōstructionis ordine primum: Unde optatum latus E L per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 10 part. 19 ①.

Qui numerus omnino amplitudini eccentricitatis D E æqualis est, ea enim 3 propositione calculo subducto tanta inveniebatur. Testatur denique *Ptolomæus* idem ubique evenire, quemcunque tandem deferentis locum epicyclus obtineat. indeque concludit punctum quale K est pro apogæo medio usurpandum, indeque Lunæ in epicyclo motum ordiendum.

CONCLUSIO. Quare rectam à Terra ad punctum quo epicyclus inclinat invenimus in iisdem partibus, quibus Terræ ab apogæo deferentis distantia taxatur 60, idque ratiocinio secundum additam à *Ptolomæo* theoriam deducto, ut decuit.

5 PROPOSITIO.

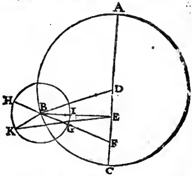
Lunæ prostaphæresin ad datum tempus ex ratiocinio secundum additam à *Ptolomæo* theoriam invenire.

DATUM. Exponatur tempus quo Lunæ motus in epicyclo sit 333 grad. 12 ①, & media Lunæ exsuperatio 45 gr. 15 ①.

QUÆSITUM. Lunæ prostaphæresis secundum accessionem theoricæ huic per *Ptolomæum* adjectam invenienda est.

PRAEPARATIO. Esto deferens A B C, centrum D, punctum non centrum quæ Terra est E, unde ejiciatur E B, ut angulus A E B sit 90 gr. 30 ①, duplus

duplus videlicet datæ exsuperationis Lunæ 45 gr. 15 ①, causa autem cur duplum sumamus ea est, quod centrum epicycli mense medio συνοδικῷ bis apogæo occurrat, quemadmodum ad 4 diagramma 2 propositionis hujus appendicis expositum fuit: Dehinc jam centro B describatur epicyclus G H I, secans E B in I; & recta F B continuata occurrat epicyclo in punctis G & H, ubi G perigæum medium & H mediū apogæum designabunt; sitque K punctum Lunæ, ut arcus H I C K æqualis sit datis 333 grad. 12 ①, & connectantur denique E K, B K, ut angulus B E K prostaphæresin Lunæ addititiam indicet. QVAESITVM. Angulus B E K inveniendus est.



CONSTRVCTIO.

Triangulū D E B tres habet terminos cognitos, angulum D E B 90 gr. 30 ① per thesin, eccentricitatem D E 10 partium 19 ① per 3 propositionem hujus appendicis, D B semidiametrum deferentis 49 part. 41 ① per citatam 3 propositionem: Vnde latus E B per 5 planorum triangulorum propositionem invenietur 48 part. 31 ①

Triangulum E B F tres habet cognitos terminos E B 48 partium 31 ① ordine primum, E F 10 partium 19 ① per 3 propositionem hujus appendicis, & angulum B E F 89 gr. 30 ①, utpote dati anguli D E B 90 grad. differentiam à semicirculo: quorum ope angulus E B F per 6 planorum triangulorum propositionem invenitur 12 gr. 1.

Si de arcu H I G K, qui per præparationem valet 333 gr. 12 ①, deducas arcum H G 180 gr. reliquus erit arcus G K, seu angulus G B K 153 gr. 12.

Cum eo si componas angulum E B F 12 gr. 1 ① ordine secundum exister angulus E B K 165 gr. 13.

Triangulum E B K tres habet cognitos terminos, angulum E B K 165 gr. 13 ① ordine quartum, E B 48 part. 31 ① ordine primum, & semidiametrum epicycli B K 5 partium 15 ①. unde optatus angulus addititius B E K per 6 planorū triangulorum propositionem invenitur 1 grad. 25 ①, qui sunt o sane 1 gr. 26.

CONCLVSIO. Itaque ad datum tempus Lunæ prostaphæresin ex ratiocinio secundum additamentum *Ptolemaicum* invenimus, quemadmodum petebatur.

CONSECTARIVM.

Ex ista prostaphæreseos investigatione planum est quomodo apparens Lunæ in ecliptica longitudo ad datum tempus inveniatur, prostaphæresis enim cum

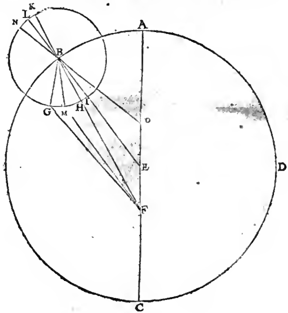
cum longitudine medii motus Lunæ conflata optatum Lunę locum definiet *Ptolomæus* autem atque alii deinceps *Ptolomæum* fecuti tabulas quafdam concenturiarunt, unde expeditè eædem illa inveniantur & promantur, quæ intricatiore calculo per plana triangula in hifce propofitionibus à nobis investigata funt: dictos verò canones hic non exhibemus, quod ad cognitionem fecundæ anomaliæ Lunaris à *Ptolomæo* excogitatæ nihil utilitatis aut fubfidii afferant. Atque hæc hactenus de fecunda Lunæ anomaliæ dicta funto: fupereft ut de reliquorum Planetarum ignoratis anomaliis deinceps dicamus.

5 PROPOSITIO.

Qualifnam fit in genere theoria motui longitudinis Saturni, Iovis, Martis, Veneris à *Ptolomæo* addita.

Cum ifte̅ non plus earum fimpliciffimum motum, qualis ad *Ptolomæum* delata eft tanquam notum & duobus primis libris expofitum ufurpemus, ideo facilis erit omnino & plana inftatii feu additamenti *Ptolemáici* explicatio.

Principio hic animadvertendum horum quatuor planetarum apparentem in ecliptica longitudinem, in oppofitionibus & conjunctionibus mediis, dum centrum epicycli in apogæo vel perigæo deferentis conftitiffet, eandem à *Ptolomæo* inventam effe, quam fimpliciffimi motus abaci, quales à veteribus ad illum allati funt, defignabant: fingulorum enim planetarum fubducto cal-



culo

culo eandem deprehendebat eccentricitatem & semidiametri epicycli quantitatem; verum extra illa loca varietas & diversitas quædam incidebat.

Atque ut hæc posito diagrammate explicemus, sit deferens A B C D, cujus centrum E, apogæum A, punctum non centrum quæ Terra sit F, centrum epicycli B, inde decircinetur epicyclus G H I K, hinc duæ rectæ ab E & F ad B connexæ epicyclum secent in H & I ut H perigæum, K apogæum, I perigæum medium, L apogæum medium sit. Iam statuamus planetam secundum primam & simplicissimam hypothesin qualis ad *Ptolomæum* allata est obtinere ad G, ut medius in epicyclo motus L G sit 150 gr. atque apparẽs ejus distantia ab apogæo A, ex F Terræ centro spectata, fuerit angulus A F G, eum tamen reipsa minorem inveniebat, puta A F M, ut planeta in epicyclo verè obtineret ad M, non autem quemadmodum logistarum abaci docebant ad G.

Atque hinc ita ratiocinatus est: Quandoquidem à planeta ad mediũ apogæum intercidant 150 gr. quos prius per arcum L G definivimus; nunc autem planeta ultra G processerit ad M, sequitur etiam medium apogæum tantundem ultra consistere, qui locus sit N; atque ideò N M erit 150 gr. ipsi L G æqualis.

Constituto igitur apogæo medio ad N unde medius planetæ motus numerationis auspicium deducat, tum ab N per B eduxit rectam secantem diametrum A C in O, atque inde quantitatem lineæ E O, investigavit; & cognitis terminis omnibus ad illius investigationem oportunis eandem ipsi E F æqualem invenit, neque tantum hoc situ locóve, sed ubique quemcunq; tandem situm epicyclus in eccentrico planetaq; in epicyclo obtinuissent; cumq; ita theoriam suam describere instituisset O punctum * inæqualitatis appella- * Purbachio
vit, hîc enim oculo constituto videbis epicyclum in deferente, & planetam ab G puncto ἰσοταχῶς æquabiliter moveri, atque ideò dicta duo puncta B & M super centro deferentis E inæqualiter inordinateque ferri, hoc est centrum epicycli B in deferente, & planetam M in epicyclo nunc tardius alias celerius commoveri, quod cum ordine & natura pugnare videtur; cumque secundum istam hypothesin inveneris planetæ prostaphæresin & apparentem in ecliptica lõgitudinem, in illis versabitur auctarium *Ptolomæi* & additamentum quod ipse theoricis veterum in Saturno, Iove, Marte & Venere adjecerat.

centrum æquantis.

7 PROPOSITIO.

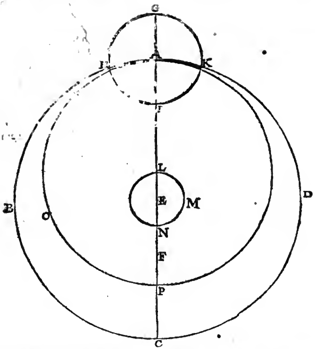
Qualis nam sit in genere theoria motui longitudinis Mercurii à *Ptolomæo* addita.

Cum *Ptolomæus* frequenter cœlum suspiceret & Mercurii loca observaret, suaque observata cum observationibus veterum contenderet, animadvertit ipsum singulis periodis bis Terræ proximum fieri, quemadmodum & Lunam (nam ipsa secundum *Ptolomæi* placita singulis Lunationibus bis Terræ appropinquat) idque centro epicycli utrinque ab apparenti apogæo 120 gradibus secundum visum disjuncto, apogæum autem sub 190 gr. collocari invenerat. hujus rei causam istam putabat, quod centrum epicycli utroque illo situ ad Terram proximè accessisset. quibus ita compendiosè & summatim dictis, ejus sententiam sigillatim deinceps exponam.

Esto enim in sequenti diagrammate A B C D epicycli deferens, cujus centrum E, apogæum A, punctum non centrum quæ Terra sit F, epicycli

centrum A, unde GHIK epicyclus decircinetur, hujus apogæum G, perigæum I, & Mercurius obtineat apogæum G; atque hæc quidem omnia secundum simplicissimam illam veterum hypothesin, qualis ad *Ptolomæum* usq; obtinuit, & nobis a libro expolitus fuit, quo situ *Ptolomæus* errorem nullum

FORM.

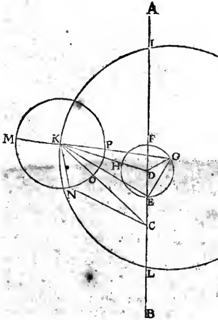


invenit aut animadvertere potuit, inde enim 8 capite 9 libri eccentricitatis, & semidiametri epicycli rationem ad deferentis semidiametrum investigavit: sed cum Mercurius nec in apogæo neque in perigæo deferentis constitisset nonnulla hallucinatio & varietas existebat, quam *Ptolomæus* per conjecturas tentando & explorando 9 capite 9 libri correxit, indeque hanc, quæ sequitur, theoriam derivavit. Ex E centro eccentrici isto situ etiam alium circellum LMN decircinavit, qui A C rectam interfecet in L & N, semidiameter autem dicti circelli EN, semissi eccentricitatis EF æqualis sit, hîc punctum L pro centro deferentis usurpavit (quamvis in hoc exposito diagrammate ipsum E verè sit) idque in circello L contra successionem gradum M versum commoveri statuit, ipsumque eodem spatio restitui quo centrum epicycli in deferente periodum suam in contrariam partem, secundum graduum successionem peragat, ab A, B versum, atque ita in secum ipsum deferentem deferre.

Verum

Verum cum A L usurpetur pro semidiametro deferentis in addita hâc à *Ptolomæo* theoria, consequens est ejus deferentis orbem minorem esse quam sit ille veterum circuitus circuli A B C D. decircinemus itaque centro L ex sententia *Ptolomæi* deferentem A O P: qui licet quamvis minor sit priore, nihilominus tamen distantia à Terra F ad A eadem manet quæ prius; atque ideò angulus sub quo epicyclus videtur utrobique idem; cumque centrũ deferentis ab L per M devenerit ad N, etiam secundum hanc hypothesin centrum epicycli A pervenerit alternatim quoque ad C, tumque distantia à Terra F ad epicycli centrum, atque adeo etiam angulis visionis qui epicyclum comprehendat idem erit qui in illo simplicissimo veterum motu. Vt ab hoc *Ptolomæi* additamẽto nulla discrepantia existat in investiganda ratione eccentricitatis, & semidiametri epicycli ad rectam inter Terram & apogæum interjectam.

Postquam primam hanc speciem modumque explicuimus cum centrum epicycli in A puncto à Terris remotissimo, aut opposito C consistet, deinceps etiam centro epicycli alium locum assignabimus, ut puta cum 60 grad. medio motu ab apogæo A discesserit, & Mercurius in epicyclo 100^{mum} gradum obtineat. Ea fini in secundo hoc diagrãmate recta A B per A apogæum



exigatur (cujus locum *Ptolomæus* sub 190 gr. eclipticæ deprehendit) punctumque oppositum sit B, Terra C, centrum circelli D, unde decircinatus est circellus ipse F G E H (pro circello L N M in superiore diagrammate) hujus

 apo-

apogæum F, perigæum E, & ſemidiameter DE ipſi EC æqualis. dehinc etiam ſignetur punctum G, ut arcus ab F ad G contra graduum ſucceſſionem æquetur datis 60 gr. Centroque G deſcribatur deferens IKL, inde agatur DK ut angulus ADK æqualis ſit FDG 60 gr. videlicet ab I ad K ſecundum ſucceſſionem graduum. quemadmodum ab F ad G contra porrigitur, iſta enim omnia ita exigit ſupraſcripta hypotheſis. Deinde ex K centro decircinato epicyclum MNOP, & à G ad K inclinato rectam GKM, ut M ſit medium apogæum epicycli; deinde N locum à Mercurio obtineri putato, arcumq; MN ſupraſcriptis 100 gr. æſtimari; ducanturque KN, NC, & CK ſecans epicyclum in O, item EK, EG DK, DG, denique ſtatuamus epicyclum ab GK ſecari in P apogæo medio.

Animadvertito autem *Ptolomæum* ſtatuere centrum epicycli K æquabiliter ferri ſpectatum ex F puncto; atque adeò ſuper centro deferentis inæquali motu progredi, hoc eſt in deferẽte ſuo quandoq; lentius nonnunquam etiam velocius commoveri. sed ſi oculus conſiſtat in deferentis centro G; ſtatuit Mercurium inde ſpectatum æquabiliter in epicyclo moveri: quare motus ejus in epicyclo ordinatus erit & æqualis. Atque ſecundum iſtam viam inventa Mercurii proſtaphæreſi ejuſdemque longitudine in ecliptica, in iſtis verſabitur additamentum theoricis Mercurii à *Ptolomæo* adjectum.

Atque hactenus quidem de auctario & acceſſione qua *Ptolomæus* theoricam veterum in motu longitudinis planetarum locupletavit. Cæterum quæ de latitudine commentatus eſt illa ſummatim & clarè ſatis in antecedenti tractatu de motu latitudinis expreſſa videntur.

DE ADDITAMENTO THEORI-carum Copernici *ſecundum mota Telluris hypotheſin.*

8 PROPOSITIO.

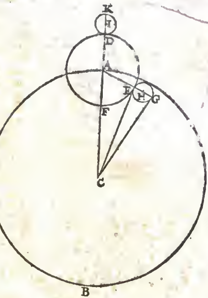
Qualiſnam ſummatim ſit acceſsio Lunæ theoricis per *Copernicum* adjecta.

Cum *Copernicus* Lunæ epochas locave à *Ptolomæo* notata & animadverſa pro veris & bene accuratis uſurparet, ut iſti tanquam ſtabili fundamento theoriam inædificaret; maximè ipſi diſplicuit in auctario theoricarum *Ptolomæi* & Lunę in epicyclo, & epicycli in eccentrico motum inæqualem ſtatui, ut ſuos motus alias accelerarent, nonnunquam etiam lenteſcerent, quod 2 propoſitione hujus appẽdicis nobis expoſitũ fuit: Videbat etiam nimiam illam Lunæ cum Terris vicinitatem ipſi experientiæ & obſervationibus repugnare, neq; enim angulus viſionis Lunę ad ſuarũ hypotheſium analogiã vel augetur vel minuitur, ideoque in ejus locũ alias motuum leges ſubſtituit. In quibus id apprimè notandum quod cum videret maximam Lunæ proſtaphæreſin eſſe 5 gr. in oppoſitionibus & conjunctionibus mediis, maximam autem proſtaphæreſin in quadraturis mediis à *Ptolomæo* obſervatam aliquando ad 7 gr. 40 ① aſſurgere, quemadmodum ſupra jam annotatum eſt, id veriſſimum & indubium credidit, ejuſdemque hanc commentus eſt cauſam: Sit enim Lunæ deferens AB, cujus centrum, quæ Terra ſit C, & DEF epicyclus quem Luna decurrat,

juxta

juxta simplicissimam veterum hypothesin, hujus centrum A, actaq; D A F C, & E C epicyclum contingente in E, valebit angulus A C E supràscriptos 5 grad. inde jungatur C G ut amplitudo anguli A C G sit 7 gr. 40 ① * aphæretica, centroque H describetur circellus E G cõtingens utramque rectam C E, C G, hinc centro A per contactum E ejiciatur recta A E H G: Lunæ porro motus in isto circello duplus esto mediæ exsuperationis Lunæ, centrumque H eodem motu circumagatur qui Lunę in epicyclo attribuebatur in simplicissima illa veterum ante *Ptolemæum* hypothesi. Cui consequens est cum Luna conjunctione media adierit E punctũ circelli proximè A, etiã

* subductitia.



sequenti, imo omnibus deinceps oppositionibus mediis ad idem circelli punctum quod proximè A consistere (quamvis id in diversis epicycli D E F locis contingat) Nam cum Luna à conjunctione media ad mediam oppositionem semicirculum medio suo motu exsuperet, eo intervallo Luna ipsa per hypothesin in circello duplum motum peragit, hoc est totum percurrit, ergo medio motu restituetur ad punctum ipsius circelli quod ab A proximè absit.

Similiter sequentibus deinceps quibuscunque mediis conjunctionibus ad idem punctum restituetur, hoc est ad epicyclum D E F redibit, atque ab hac causa erit quod maxima Lunę prostaphæresis in cõjunctionibus & oppositionibus mediis, Solis Lunæque defectibus 5 gradus nunquam excedat. Contra autem in quadraturis mediis secundum positam hypothesin consistet in termino circelli qui longissimè aberit ab A, ut pote in puncto G, nam cum media Luna medio motu à media conjunctione ad mediam quadraturam circuli quadrantem exsuperet, quo intervallo Luna ipsa in circello ejus duplum, hoc est semicirculum decurrit, consequens quoque est (ut diximus) Lunam in quadraturis consistere in termino circelli longissimè disjuncto ab A, qui est ad G, unde maxima ejus prostaphæresis in quadraturis mediis ad 7 gr. 40 ① assurgere possit, tanta enim est amplitudo anguli A C G subductitia; similiter omnino quanta fuit prostaphæresis anguli A C G subductitia, tanta quoq; eadem esse poterit altrinsecus addititia cum circellus in oppositam partem epicycli D E F discesserit. At verò si adscenderit ad apogæum epicycli

D ad punctum I actaque DIK recta, nulla istic in conjunctionibus vel oppositionibus mediis erit prostaphæresis, quia tum Luna consistat ad D; neque in mediis quadraturis quia tum obtinet terminum K: simillima plane ratione in mediis oppositionibus, conjunctionibus aut quadraturis nulla plane incidit prostaphæresis quando circelli centrum subierit punctum F. Atque ista hypothesi ait *Copernicus* Lunam semper loco debito inveniri.

Ratio autem rectarum quas hujus hypothesis lineæ inter se habent, à *Copernico* subducta est & inventa hoc modo.

Triangulum AEC tres habet terminos cognitos, angulum ACE 5 grad. latus AC 10000, & AEC rectum: Unde semidiameter epicycli AE per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 872, esto tamen ut *Copernicus* usurpat 860.

Triangulum ECG tres habet cognitos terminos, angulum ECG 2 grad. 40 ①, latus EC 10000, qui ut proximè æqualis sit ipsi AC, & angulum GEC rectum; Unde diameter circelli EG per 4 propositionem planorum triangulorum invenitur 466, esto tamen ut *Copernicus* statuit 474.

Hujus semissis pro semidiametro EH 237.

Iam ad CA 10000 additâ AD 860 æquali ipsi AE ordine primo, & præterea DK 474, quæ æqualis sit EG numero ordinis secundo, conflabitur recta CK maxima Lunæ à Terris distantia 11334.

Si jam de CA 1000 deducas ipsam AF 860, quæ æqualis est ipsi AE numero ordinis primo, & præterea 474 semidiametrum circelli cum ad F consistet, reliqua erit minima Lunę à Terris distantia 8666.

Itaque maximæ distantiæ ad minimam ratio erit, quæ 11334 ad 8666, neque verò horum ratio angulo visionis Lunæ tantam differētiam inducit quantam *Ptolemaici* termini in 3 hujus appendicis propositione suggerunt, hoc est ut 65 part. 13 ① ad 34 part. 9 ①; namque si ex proportione concludas ut 34 partes 9 ①, ad 65 partes 13 ①, ita minimus angulus visionis Lunę 30 ① ad 57 ① per 6 proposit. 2 libri. ac tantus foret angulus maximus sub quo Luna nobis videretur secundum *Ptolomaicas* hypotheses. at ex *Copernicea* doctrina tantū 39 ①, id enim ex proportione existet si dixeris ut 8666 ad 11334, sit minimus angulus visionis Lunæ ad quem, concludes tantum 39 ①, qui tamen 3 ① major est quàm illa simplicissima veterum hypothesis, qualis ad *Ptolomæum* fuit allata, ferat, illic enim duntaxat 36 ① dabantur (quibus aiunt veterum observationes, quoque astipulari) namque ut in 2 secundo syllabo 13 propositionis annotavimus maxima distantia est 531 & minima 445: unde ex proportione ut 445 ad 531 sic 30 ① ad quem? Concludes 36 ①, ut hîc *Copernicus* propius verum collimarit quàm *Ptolomæus*.

Secundo in hoc circello nullus motus irregularis à *Copernico* statuitur, qui in *Ptolomaica* hypothesi nunc celerior aliàs tardior usurpatur.

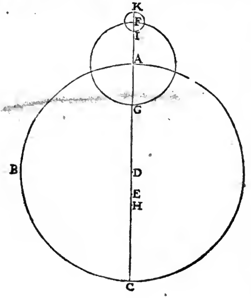
Cæterum consensus utriusque hypothesis cum observationibus in conjunctionibus, oppositionibus & quadraturis mediis, cum Luna in epicycli mediis longitudinibus versatur locum habet, hîc enim utrobique prostaphæresis est 7 grad. 40 ①, atqui extra hæc loca in utrâque hypothesi differentia quædam subest. CONCLUSIO. Atque ita expositum esto additamentum Lunæ theoricis à *Copernico* adjectum.

9 PRO-

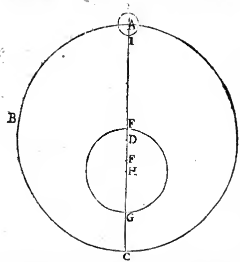
9 PROPOSITIO.

Qualisnam sit in genere theoria motui longitudinis Saturni, Iovis & Martis per *Copernicum* adjecta.

Cum *Copernicus* loca Saturni, Iovis, Martis à *Ptolomæo* notata & animadversa pro veris & accuratis usurparet, ut illis tanquam stabili fundamento theoriam inædificaret, non potuere tamen ipsi illæ motuum leges ab *Ptolomæo* excogitatæ probari, ut planetarum motus in epicyclis sui, & epicyclorum in eccentricis non esset æquabilis, sed modo celerior, alias autem tardior, quales supra 6 hujus appendicis propositione expressimus; ideoque pro istis aliam hujusmodi excogitavit motum. Sit A B C deferens alicujus trium superiorũ, ut puta Saturni, hujus centrum D, Terra fixa E, per quam exeat recta A C, ubi A apogæum, C perigæum, D E eccentricitatem designet, ea autem ex *Ptolemäicis* abacis datur 3 part. 25 ①, qualium D A sit 60: hinc centro A decircinetur epicyclus F G, cujus apogæum F, perigæum G, ubi planeta obtineat apogæum F; Hæc erat simplex veterum theorica qualis ante *Ptolomæum* in usu fuit, cui suprascriptam suam theoricem adjecit: atqui cum ea *Copernico* displiceret, in id incubuit utrum commentitii illius motus, nõ commodius per circellum in epicyclo descriptum, hoc est per secundum epicyclum expediretur, quem ipse planeta decurrat: & postquam hæc diversis modis tentasset, tandem ita statuit: Primum distantiam inter terram & punctum inæqualitatis, quæ in additamento *Ptolemäico* per 5 propositionem 11 libri invenitur 6 partium 50 ①, qualium deferentis semidiameter sit 60, pro his *Copernicus* 5 capite 5 libri usurpavit 1139 & 10000: ab istis 1139 mensura rectæ inter Terram & inæqualitatis punctum interjectæ subducebat partem quartam, hoc est 285, reliquos 854 mensurabat ab D versus H; & H jam Terrã significet, quæ prius significabatur per E, inde tertiã partem ipsius DH 854, hoc est E H partium 285 assumebat, eandemque longitudinem signabat ab F ad I, atque intervallo FI decircinabat circellũ, seu epicyclum



cyclum secundum IK; supponebatque planetam in conjunctione cum linea medii motus Solis consistere in perigæo I, motumque planetæ ab I, K versum secundũ graduum successionem æqualem motui centri epicycli ab A, B versum. Atque cum in hac conjunctione media, planeta consistat in perigæo circelli evidens est cum omnibus mediis conjunctionibus eodem restitui, & contra omnibus mediis oppositionibus adscendere ad apogæum K, & in quadraturis in longitudinibus mediis consistere: Atque his legibus veras atque accuratas Saturni longitudines cõsentire putabat *Copernicus*. Verum quandoquidem horum cogitationem & conceptum ad stantis Terræ hypothesin derivare in animo non haberet, sed ad motæ Telluris leges describere instituisset, diagrammatis thesin commutavit. Atque centro H Terræ deferentem decircinavit æqualem priori epicyclo, & in apogæo deferentis circellum æqualem priori, in cujus ambitu ipsum planetam versari statuit. Verumenimvero qui hoc clarius fiet, esto iterum ABC circulus eccentricus, cujus centrum D, punctumq; E tanto hic disjũgatur intervallo ab D, quantum in priore diagrammate cadebat inter E & D, hinc Terræ deferens FG delineetur ex H centro, quod hic omnino eodẽ intervallo absit ab D, quo in figuratione antecedente, hoc est 854 part. & semidiameter deferentis Terræ HG æquetur semidiametro epicycli AG 1083 (tantum enim concludes ex proportione; ut semidiameter deferentis 60 part. ad semidiametrum epicycli 6 part. 30 ①; ita 10000 ad quem?) hinc semidiametro æquali ipsi HE describatur ex A centro circellus IK, æqualis circello IK primi diagrammatis, ubi Saturnus consistat in perigæo I, moveaturque ut in antecedente figuratione ab I versus K. Hæc deformatio motæ Telluris, eandem omnino apparentem planetis longitudinem in ecliptica assignat, quem superior ratio stante Terrâ, cui rei peculiarem demonstrationem primò descripseram, sed cum postea hæc satis plana & obvia mihi viderentur, per ea quæ haud absimili casu ad 15 propositionem 3 libri à nobis demonstrata fuerant, isti labori supersedi; neque parum me commovit lubricum & instabile principium cui hæc ipsa hypothesis innixa sit, atque ideo brevitatis studio hujus veritatem ἀναποδείκτως transmisi & usurpavi.



Notabis autem me hic dixisse *Copernicum* circellũ excogitasse in epicyclo secundum stantis Terræ hypothesin, quod ipsum in ipsius scriptis nusquam mani-

manifestè appareat, id tamen ita constitui & descripsi partim ut planius & clarius animi mei sententiam declararem, partim etiam quod ita revera hæc ab ipso primum concepta videantur.

Secundum expositæ theoriæ leges ait *Copernicus* planetam semper debito loco inveniri.

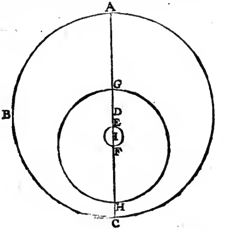
Animadvertito planum & evidens esse hoc *Copernici* additamentum ex suo & *Ptolomaico* invento commixtum ac derivatum, nam linea illa à qua ipse dodrantem detraxit à *Ptolomæo* usurpatur.

Iam verò ad investigandas planetarum apparentes epochas, seu longitudines secundum eclipticam, notabis in secundo diagrammate apparentem centri circelli lõgitudinem in ecliptica eodem modo inveniendam, quo in 6 membro 15 propositionis 3 libri apparens planetæ in ecliptica longitudo inveniebatur, atque insuper prostaphæresin quam planeta in circello accipit, nam quod inde conflabitur erit optatum. Quæ hactenus de Saturno dicta sunt, in Iove & Marte quoque obtinento. CONCLVSIO. Atque ita theoria Saturni, Iovis & Martis, quatenus à *Copernico* aucta explicata nobis esto.

10 PROPOSITIO.

Qualisnam sit in genere theoria motui Veneris in longitudinem à *Copernico* adjecta.

Cum Venus secundum motæ Telluris hypothesin eodem modo versetur in deferente suo intra magnum Terræ orbem clausa, quo tres superiores in deferentibus magnum Terræ orbem ambientes circumagantur, leges quoque motus Veneris ex sententia *Copernici* evidentes essent & planæ, si Veneris circellum seu epicyclicum intra Terræ orbem describas, quia verò expeditius arbitrabatur centrum deferẽtis Veneris versari in circello, quem circellum alioquin ab ipso deferente ferri oporteret, hunc quoque modum deinceps explicabo. Sit deferens ABC, centrum D, semidiameter DA 10000, E pun-



ctum centri deferentis secundum simplicissimam veterum **hypothesin, qualis** ad *Ptolemaeum* primum allata est, ubi eccentricitas D E **constituebatur 208: at** secundum *Copernicum* signetur punctum F, ut E F, E D **æquales sint, sitque** F centrum deferentis Veneris, unde semidiametro F G **7194 Veneris deferens** G H decircinetur in hac forma, deinde ex I puncto **bisecante ipsam E F,** describatur circellus E F, in quo centrum deferentis G H **versatur & circumagitur** duplâ ad Terram celeritate, & quidem secundum **signorum successionem**, ut cum Terra adierit ad apogæum A vel ad perigæum **C, tum centrum** deferentis G H semper consistat in puncto E, Terrâ **autem in longitudinibus** mediis, ut B, constitutâ, tum centrum illud **semper cõsistat in F: Atq; his motuum** restitutionibus ait *Copernicus* Venerem inveniri **longitudine congruâ.**

CONCLUSIO. Quare istâ theoricâ Veneris **longitudinem secundum** auctarium *Copernici* invenimus quod petebatur.

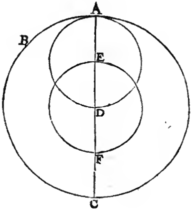
NOTA.

Copernicus, cum ... capite ... libri videret suo in Mercurii **Theoricis concepta** ejus motum ultro citroque in recta linea **reciprocari, neque tamen circulorum** inordinatos & inæquabiles motus **admitteret, huic fini 4 capite 3 libri theorema** quoddam descripsit, unde **hoc ipsum æquali & ordinato circulorum motu** **præstari posset: ideoque id (cujus etiam** ***Proclus*** **in suis ad *Euclidem* commentariis mentionem aliquam facit) hâc 11 propositione, quæ tanquam lemma sequenti 12 propositioni serviat, explicabo.**

THEOREMA. 11 PROPOSITIO.

Si circulus dati dimidius eidem sit concentricus, inque secundi peripheria tertius ipsi æqualis constituatur, cujus motus secundo sit contrarius & ad eum duplus, quodvis punctum in peripheria tertii semidiametrum primi delineabit.

1 FORM.



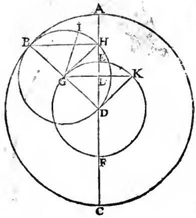
DATUM. Sit ABC circulus primo expositus, centrum D, semidiameter A D, jam ex D secundus decircinetur circulus, cujus semidiameter D E æqualis sit semissi semidiametri A D, primi circuli ABC. Hinc ex termino aliquo ut E in peripheria secundi circuli E F, tertius A D secundo æqualis describatur, cujus puncti motus ab A dextrorsum duplus sit motus secundi E F sinistrorsum. Sitque nunc A punctum quoddam assumptum in peripheria tertii circuli A D.

QUÆSI-

QVAESITVM. Demonſtrandum eſt quod A punctum in peripheria tertii circuli A D delineet diametrum A C circuli primi A B C.

PRAEPARATIO. Punctum E ſecundi circuli E F promoverit ſiniſtrorſum ad G, ut hîc vides permenſo arcu E G, ſeu angulo A D B, ut A apogæum tertii circuli A D ab A proceſſerit ad B in hoc ſecundo diagrammate, itaque

2 FORM.



punctum quod fingimus in tertio circulo moveri à B devenerit ad H dextrorſum, ut arcus B H duplus ſit ipſius E G, ſeu angulus B G H duplus anguli B D H. Iam ut clarius quæſitum explicem, in hac figura demôſtrandum eſt H punctum incidere in rectam A C.

DEMONSTRATIO. Cum angulus B G H in centro G duplus ſit per 20 propoſ. 3 libri *Eucl.* anguli B D H in peripheria D in eodem circulo per præparationem conſiſtentis, ajo H punctum neceſſario incidere in rectam A C, nam ſi extra caderet, ut puta in I, non poſſet angulus B G I duplus conſtitui anguli E D G, quod cũ theſi pugnat. **CONCLVSIO.** Itaque ſi circulus dati dimidius & concentricus, &c.

CONSECTARIUM.

Recta B H perpendicularis cadit ad A C. Nam in peripheria E F ſignetur punctum K, ut E K, E G peripheriæ æquales ſint, atque adeò arcus G K ipſi B H æquetur, & connectantur rectæ D K G K: Quibus poſitis A D biſecabit rectam G K in L, ut inter ſe normales ſint. Sed triangulum B G H æquale eſt & ſimile triangulo G D K, rectæque B G, G D in directum exporriguntur, qua de cauſa B H parallela eſt contra G K, atque ipſi conſimiliter perpendicularis inſiſtit in A C. Quæ cum ita ſint ſic inquam: cum motus arcus A B in dato temporis intervallo cognoſcatur, inde dabitur H A ſagitta ſinus H B, ſeu anguli A D B in iiſdem partibus quibus taxabitur A D, per 14 propoſitionem de ſinuum fabrica, ſed H punctum Mercurium deſignat, quare evidens eſt locum ejus in A C diametro cognoſci.

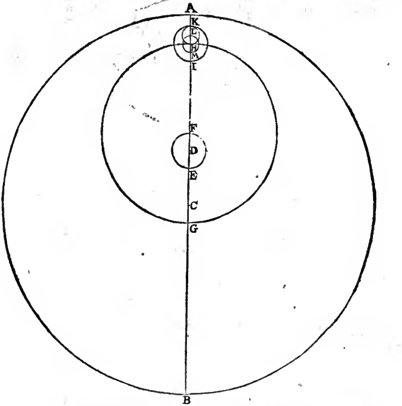
12 PROPOSITIO.

Qualiſnam in genere ſit theorica motui longitudinis Mercurii à *Copernico* adjecta.

Exponatur Terræ deferens ſeu annuæ revolutionis orbis A B, cujus centrum C, diameter A B, eccentricitas D C, quæ ſecundum ſimpliciſſimam

 veterum

veterum hypothesin inventa sit 947 partium, qualiũ semidiameter deferentis Terræ A C sit 10000, centroque D, ac triente ipsius D C, qui sit D E, describatur circellus E F, ut F apogæum sit ipsius C, & E perigæum, hinc ex cen-



tro F describatur deferens epicycli G H, è cujus apogæo H tanquam centro designato epicyclum I K, & eodem centro H minorem circellum L M constituito, cujus semidiameter H M semidiametro H I æqualis sit, ipsamq; A B in L, M punctis intersecet; hinc centro L etiam alter circellus K H constituatur, cujus semidiameter L H, eadem sit quæ H L alterius circelli, in hoc circello K H Mercurius feratur. Diagrammate ita constituto quæ singulis subsit notio explicabimus: F centrum circuli H G singulis annis duas periodos conficit, alteram quam à Terris accipit, alteram propriam, ac utramque secundum ordinem & successionem graduum: L centrum circuli K H peripheriæ circuli L M hæret affixum, ab eaque defertur annua revolutione contra graduum successionem. Motus Mercurii in epicyclo K H graduum ordinem

trem sequitur, æqualis suprascripto motui ipsius F, ut quotannis bis restituatur, unde sequitur Mercurium in recta K I motum suum reciprocare, neque ex illa quoquam exorbitare, per 11 propositionem hujus appendicis. Porro etiam sequitur Terrâ ad A vel B constitutâ, centrum circuli H G tum perpetuò versari in F hoc est in puncto circuli E F remotissimo à C: Verò Terrâ in mediis longitudinibus constitutâ, hoc est 90 gradibus ab A vel B disjunctâ, etiam dictum centrum circuli H G tum semper versabitur in E, seu in puncto circuli E F vicinissimo ad C, idque plane contrariè quam supra in Venere contingit. Præterea quoque sequitur Mercurio lineam I K ultro citroque reciprocante, perigæum esse ad I, Terrâ ad A vel B obtinente, & in apogæo K, Terrâ in mediis longitudinibus constitutâ: Atque inde est quod F centrum circuli H G in circulo E F, & Mercurius in diametro I K quotannis bis circuito ambitu restituantur: Atque interim proprius epicycli I K motus, seu rectæ FH in circulo H G æquabilis 88 proximè diebus unam conversionem facit. His motuum legibus statuit *Copernicus* vera Mercurii loca designari & inveniri. CONCLVSIO. Atque ita summatim Mercurio additus à *Copernico* motus explicitus nobis esto. ut petebatur.

13 PROPOSITIO.

De ignorato affixarum motu, deque ignota eclipticæ ab æquinoctiali declinatione.

Stellis cœlo affixis ignotus etiamnum motus attribuitur, quique celeritate instabili varius sit, nam quamvis inter se eadem servent σχήματα καὶ διαστήματα intervalla situsque, movetur tamen universus ille orbis ab occasu ortum versus, ut stellarum longitudo secundum eclipticam, cujus initium à verna sectione derivatur, semper augeatur: ea enim à *Ptolomai* ætate usque hoc ævi 21 ☉ adaucta est. Motus tamen iste ex observationibus interea institutis valde inæqualis & irregularis censetur, alias lentior, alias verò incitatior; imò ut quibusdam placuit quandoque etiam retrogradus: Hujus rei nonnulli ut *Thebit*, *Alfonsini*, *Purbachius*, *Copernicus*, *Ioannes Wernerus*, diversas theoricas singuli suo arbitrio excogitarunt. Sed ut de ignorato isto motu animi mei sententiam exponam, non ignorandum est refractionem stellarum in locis polo vicinis majorem esse quam versus æquatorem, cujus illustre exemplum extat in celebri illa versus Novam Zemblam expeditione à *Ioanne Bernardi* reliquisq; ejusdem expeditionis sociis, sub elevatione poli 76 gr. observatum, ubi Sol primum sub horizontem condebatur ad diem quartum Novembris 1596, cum ipsis Kalendis debuisset, ut sublimiori situ visus sit, quã reapse obtineret, refractio enim hîc (quod cuivis calculo subducto cognoscere licet) erat 1 gr. 9 ☉: Atqui 81 post diem, ad 24 Ianuarii 1597 limbus Solis denuo apparuit, qui si refractio nulla afficeretur demum ad 9 diem Februarii videri debuisset, ut sublimior videretur quam reapse constitisset, hoc est 5 gr^um. refractione afficeretur; quæ novissima observatione major multò deprehendebatur, quam in priore. Cujus causam diligentissimus cœli syderumque scrutator & celebris mathematicus *Philippus Lansbergius* eruit, ei enim jam diu antea refractionis quædam inæqualitas suboluerat: nam quamvis Solem æquali intervallo ab hyberno tropico observasset, utpote 50 aut 56 gradibus ante ponevé disjunctum, Solem tamen non eadem altitudine supra horizontem elevatum observationibus edoctus est; sed posteriore observatione sublimiorem quam in

priore, cujus causam tamen tum refractioni tribuendam non putabat: siquidem Sol utriusque observationis tempore æqualiter ab hyberno tropico abesset. Verum postquam observationes istas in Nova-Zembla institutas inaudisset, statuit tam imparis refractionis causam (& quidem ut credo optimam) quod frigidæ & humidæ exhalationes ipsa hyeme in Februario spissiores sint & magis humidæ, quã sub finem antecedentis æstatis mense Octobri. Quamobrem cum refractio in Nova-Zembla modum omnem exsuperet, in cæteris autem locis ubi observationes institutæ sunt, Borussia, Germania, Hispania, Italia, Ægypto refractiones tantæ contingant quantam singulæ ferant, imò in eodem loco quoque diversis anni partibus variæ, cujus tamen theoricarum autoribus omnino nihil subolvisse videatur, verisimile est inæqualitatem motus ab ipsis notatam & animadversam, non planè à sola stellarum motus inæqualitate dependere, qui licet æquabilissimus foret, ob dictam tamen refractionem inæqualis videretur: seu ut idem aliis verbis efferam, si motus iste ab illis æqualis observatus esset, id argumento foret motum illum revera inæqualem esse. Ad confirmationem & certiorem dictorum πίστωσιν notabis ex observationibus primulum in Ægypto institutis æqualem motum unius gradus centenis quibusque annis per 432 annorum intervallum animadversum: quodque deinde incitatior & inæqualior motus ex observationibus in climatis borealioribus notatus sit & inductus: cui non sine probabili causa subest suspicio hanc inæqualitatem à neglecta refractione vel totam, vel magnam partem extitisse: atqui utramcunque eligas theoricæ hujus fundamentum subvertitur corruitque, & si illius autores hanc refractionis diversitatem accuratius expendissent verisimile est harum theoricam non isto modo comparaturos. ideoq; istam nunc non describam, ante omnia enim necesse est accuratissimas observationes institui priusquam inde theoricę constitui aut derivari possint. Puto autem huic fini expedire si Alexandriæ in Ægypto Solis in vernam & autumnalem sectionem ingressus, & eclipticæ ab æquinoctiali declinatio observentur, ut sciatur quatenus observationes illæ cum nostris borealioribus eodem momento institutis comparatæ consentiant.

Atq; hactenus de affixarum ignorato motu dictũ esto. Cæterum planetarum quoq; motũ quem hac appendice tractavimus quatenus à *Ptolomæo* observatus est (nam isto fundaméto theoricę innituntur) quoq; lubricũ & instabilẽ judico: nam quamvis summa cum laude, in isto pulvere industriã suam exercuerit ac maximos labores exantlarit, attamen istis observãdis exiguo instrumẽto æreis circellis variegato & cõtexto usus est, quorũ singuli circa suos cardines & axiculos versarentur, ut instrumenti ecliptica contra mundi eclipticam parallela consisteret: deinde etiam stellas per dioptrarũ foramina observavit majore amplitudine quam ipsis stellis videndis opus esset; quæ res longe incertior modo eo quem *Tycho Brahe* usurpavit; incertitudo ipsa & hallucinatio hæc tractantibus nimis nota est, etiamsi instrumenta summa accuratione sint fabricata: atque inde voces & quærelæ illæ nonnunquam *Ptolomæo* penè invito expressæ. Veruntamen si stellarum altitudines & intervalla quammaximis instrumentis mensurentur reliquaque deinceps per sphæricorum triangulorum epilogismum subducantur, certius inde omnia constabunt.

In *Ptolomæicis* præterea observationibus quædam hallucinatio incidebat de apparentibus planetarum longitudinibus, quia syderum cœlo affixorum loca, unde ipsorum dimensio dependebat, illo ævo rudi tantũ modo per 10 ☉ tanquam minima mensura erant descripta & consignata: cæterum præter

inæqua-

commentum inæqualis & à natura alienissimi motus Planetarum, maximè in Marte & Luna testantur observationes ipsos non illa vel vicinitate, vel distantia ad Terram accedere, quantam ipsorum hypotheses exigunt, quod alibi pressius persecuti sumus.

Si cum istis quæ à nobis dicta sunt conjungas testimonia quorundam, ut *Regiomontani*, *Bernhardi Walteri*, & *Purbachii* qui observationibus publicatis strenuam operam suam in istis probarunt, videbis planetarum loca à theoria diffidere. Quibus omnibus justis rationum mominibus libratis non videtur satis exstare indicii utrum planetis subsit aliquis ignoratus adhuc motus; vel si sit, utrum de formula ejus satis planè nobis constet. Quamobrem arbitror si quis novam super his theoricam constituere velit, ante omnia necessarium esse, ut sibi de accuratissimis observationibus prospiciat, quot satis esse futuri operis fundamento videbuntur. Sed ut concludam, quia his animi mei sententiam jam nunc satis explicarim, unicuique quid sentiat liberam potestatem permitto, & simul hujus tertii libri finem facio.

F I N I S.